Chinese Journal of Scientific Instrument

Vol. 45 No. 12

Dec. 2024

DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2413174

足端惯性信息辅助的四足机器人惯性导航算法*

路永乐1,苏 胜1,罗 毅1,徐晓东2,车 移3

(1. 重庆邮电大学智能传感技术与微系统重庆市高校工程研究中心 重庆 400065; 2. 重庆邮电大学先进制造工程学院 重庆 400065; 3. 中国兵器装备集团西南技术工程研究所 重庆 401329)

摘 要:针对四足机器人在卫星信号缺失和环境感知退化时定位精度陡降的问题,提出一种足端惯性信息辅助的四足机器人惯性导航算法。首先,基于足端惯性信息和关节编码器数据构建腿部里程计观测模型,以补偿因接触静止假设导致的速度损失;然后,通过时域卷积网络(TCN)和双向门控循环单元(BiGRU)提取足端惯性信息和关节数据的长短时域特征,实现鲁棒的平稳区间接触事件估计。将所提出的里程计观测模型作为不变扩展卡尔曼滤波器(InEKF)的量测信息,在平稳区间内修正惯性导航误差。最后,在室外场景进行了长距离定位实验,数据显示,所提算法的平稳区间估计准确率超过96%,无闭环实验的终点误差仅为总里程的0.93%,混合地形闭环实验的东、北向平均误差分别为1.07和0.74m,验证了所提算法在不依赖外部信息的条件下能长时间保持较高的定位精度。

关键词:足端惯性信息;腿部里程计;不变扩展卡尔曼滤波器;四足机器人导航算法

中图分类号: TH89 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.10

Inertial navigation algorithm for quadruped robotassisted by foot-end inertial information

Lu Yongle¹, Su Sheng¹, Luo Yi¹, Xu Xiaodong², Che Yi³

(1. Chongqing Engineering Research Center of Intelligent Sensing Technology and Microsystems, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. School of Advanced Manufacturing Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 3. Southwest Technology and Engineering Research Institute, China South Industries Group Corporation, Chongqing 401329, China)

Abstract: To address the problem of rapid decline in positioning accuracy for quadruped robots when satellite signals are unavailable and environmental perception degrades, this paper proposes an inertial navigation algorithm for quadruped robots assisted by foot-end inertial information. Firstly, a leg odometry observation model is constructed based on foot-end inertial data and joint encoder readings to compensate for velocity loss caused by the stationary contact assumption. Subsequently, a temporal convolutional network (TCN) and bidirectional gated recurrent unit (BiGRU) are employed to extract long-term and short-term features from the foot-end inertial and joint data, enabling robust estimation of stationary contact intervals. The proposed odometry observation model is employed as measurement input for an Invariant Extended Kalman Filter (InEKF) to correct inertial navigation errors during stationary intervals. Long-distance outdoor localization experiments demonstrated the effectiveness of the algorithm, achieving over 96% accuracy in stationary interval estimation. In open-loop tests, the endpoint error was only 0.93% of the total traveled distance. In mixed-terrain closed-loop experiments, the average eastward and northward errors were 1.07 m and 0.74 m, respectively, highlighting the proposed method's ability to maintain high positioning accuracy over extended periods without relying on external data.

Keywords: foot-end inertial information; leg odometer; InEKF; quadruped robot navigation algorithm

收稿日期:2024-08-16 Received Date: 2024-08-16

0 引 言

近年来随着智能控制技术的快速发展,四足机器人 已经能够在复杂崎岖的非结构化地形中快速且稳健地穿 行[12],被广泛应用于工业巡检、安全与搜救、军事勘探等 任务[3-4],四足机器人的高精度定位是实现这些任务的基 础。全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)在提供广泛覆盖和高精度定位方面表现出色,然 而四足机器人在电磁复杂的工厂、树木遮蔽的山林等 环境执行任务时,GNSS 定位性能容易受到信号遮挡和 多径效应的影响[5]。为了应对这些挑战,四足机器人 同时会配备多种外部环境交互式传感器和本体感知传 感器,通过传感器融合技术提高定位精度的可靠性。 以激光雷达[6]和视觉[7]为代表的外部环境交互式传感 器在面对复杂环境时容易受到干扰,如面临光照变化 明显、环境几何信息和纹理信息不足等外部信息退化 问题。本体感知传感器如腿部里程计[8]、惯性测量 单元(inertial measurement unit, IMU)具备高自主性、强 环境适应性和低成本等优势, 当外部感知失效时, 以惯 性器件为主的惯性导航系统成为维系定位精度的核 心,因此提高惯性定位精度是四足机器人在复杂环境 下实现精准导航的关键。

针对这个问题,研究人员提出了多种方案,为减少传 感器融合算法中的非线性误差, Hartley 等[9]设计了用于 腿式机器人位姿估计的接触辅助不变扩展卡尔曼滤波 方法(invariant extended Kalman filtering, InEKF),将腿式 机器人待估状态量定义在李群矩阵上并证明了其接触-惯性系统的误差运动学满足"群仿射"的特性,将腿部里 程计观测通过具有强收敛特性的 InEKF 修正基座位置。 Kim 等[10]推导了具有 SO(3)流形结构的腿式机器人误 差运动学方程,将固定时间窗长的状态量与腿部里程计 的残差和作为成本函数,最小化成本函数获得最优状态 估计量。以上两种方法能有效的减少数据融合的非线性 误差,但未对腿部里程计的观测误差进行处理,长距离定 位误差仍然不可避免。接触事件的准确估计是实现腿部 里程计观测的前提,为提高接触事件的检测精度,文 献[11-12]建立各种概率模型来评估立足点的稳定性,然 而,这些方法通常依赖阈值判断,随着运动状态的改变, 接触事件容易出现误检。近些年研究人员引入深度学习 方法来设计接触事件估计器,Lin 等[13-14]利用一维卷积网 络融合了关节编码器、基座 IMU、正运动学约束等数据进 行监督学习,实现了鲁棒的接触事件估计,但忽视了时序 数据间的连贯性依赖关系,并且其输入维度分别高达54 和77维,具备较高的参数量。为补偿腿部里程计严格的 足端静止假设, Yang 等[15]将额外的消费级 IMU 安装在

四足机器人足端,并在扩展卡尔曼滤波器(extended Kalman filter, EKF)中加入足端位置和速度的状态量进行联合估计位置,通过"转轴"模型计算足端线速度,捕捉接触事件区间的足端速度,修正足端速度误差,有效减少长距离定位误差。但 EKF 状态量维度与腿的数量正相关,不适合推广到更多腿的机器人^[16]。

因此,为了解决上述问题,提出一种足端惯性信息辅助的四足机器人惯性导航算法。首先,利用安装在足端的 IMU 数据结合杆臂效应计算足端触地速度,构建融合足端惯性数据的腿部里程计观测模型,以补偿传统模型的速度损失。其次,为了准确识别接触事件和控制足端惯性数据的噪声水平具有一致性,收集四足机器人在5种地形上行走时的足端惯性数据和关节编码器数据,提出一种基于时域卷积网络(temporal convolutional network, TCN)结合双向门控循环单元网络(bidirectional gated recurrent unit, BiGRU)的平稳区间接触事件估计器。最后,将本文所提腿部里程计作为量测信息,在平稳区间中利用接触事件 InEKF^[9]修正惯性导航系统误差。本文算法不依赖外部信息,位置累积误差小,在室外各种地形环境下,能够长时间保持较高的定位精度。

1 系统框架及基础理论

本文所提算法总体框架如图 1 所示,本体传感器包含基座 IMU、足端 IMU 以及关节编码器。首先,通过足端惯性信息和关节角度实现腿部里程计的增强;然后,通过基于 TCN-BiGRU 网络的平稳区间接触事件估计器确定平稳接触区间。为保证量测信息的准确,引入量测失配隔离和量测噪声自适应方法。最后,采用 InEKF 将量测信息与基座惯性导航系统(inertial navigation system, INS) 机械编排信息进行融合,输出准确位姿结果。

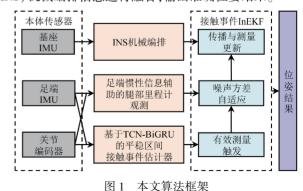


图 1 平义异宏性条

Fig. 1 Algorithmic framework of this paper

1.1 四足机器人 INS 机械编排

为准确描述四足机器人运动过程中的位姿关系,建 立坐标系如图 2 所示,其中,n 系表示导航坐标系,b 系表

 $\dot{\chi}_{t} =$

示基座坐标系与基座 IMU 坐标系重合构成的载体坐标系, f 系表示足端 IMU 坐标系。

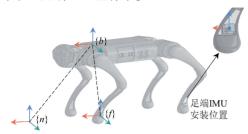


图 2 坐标系定义

Fig. 2 Schematic illustration of the coordinate system definition

本文采用导航坐标系下的 INS 机械编排方式,估计状态为姿态 \mathbf{R}_b^n ,速度 \mathbf{v}^n ,位置 \mathbf{p}^n ,由于 MEMS 陀螺仪测量噪声较大,地球自转角速度被噪声淹没,简化的导航信息解算方程如下:

$$\dot{\mathbf{R}}_{b}^{n} = \mathbf{R}_{b}^{n} [\boldsymbol{\omega}^{b}]_{\times}$$

$$\dot{\mathbf{v}}^{n} = \mathbf{R}_{b}^{n} \boldsymbol{a}^{b} + \boldsymbol{g}^{n}$$

$$\dot{\boldsymbol{n}}^{n} = \mathbf{v}^{n}$$
(1)

式中: $[\cdot]_{\times}$ 表示矢量的反对称矩阵; g^n 表示导航坐标系下重力加速度矢量; ω^b 、 a^b 分别表示陀螺仪输出和加速度计输出。对于低精度 IMU 有如下测量方程:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}^b = \widetilde{\boldsymbol{\omega}}^b - \boldsymbol{b}^\omega - \boldsymbol{n}^\omega \\ \boldsymbol{a}^b = \widetilde{\boldsymbol{a}}^b - \boldsymbol{b}^a - \boldsymbol{n}^a \end{cases}$$
 (2)

式中: $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^b$ 、 $\tilde{\boldsymbol{a}}^b$ 分别表示载体角速度和加速度真值; \boldsymbol{b}^a 、 \boldsymbol{b}^a 分别表示陀螺仪和加速度计零偏; \boldsymbol{n}^a 、 \boldsymbol{n}^a 分别表示陀螺仪和加速度计的零均值高斯白噪声。

当四足机器人足端触地时,接触点不产生滑移,足端位置解算方程如下:

$$\dot{\boldsymbol{d}}^{n} = \boldsymbol{R}_{h}^{n} \cdot \varphi(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) \left(-\boldsymbol{n}^{v} \right) \tag{3}$$

式中: d^n 表示导航坐标系下足端位置; $\varphi(\tilde{\alpha})$ 为腿部正运动学姿态函数,表示f系到b 系的旋转矩阵, $\tilde{\alpha}$ 表示关节角度测量真值; n^n 表示适应潜在的滑移和关节编码器噪声而加入的零均值高斯白噪声。

1.2 接触事件 InEKF 误差状态方程

当系统具有"群仿射"特性时,定义在李群上的误差满足"对数-线性"自治微分方程,可以使用线性系统精确地恢复群误差在非线性系统上的传播,这使得误差动力学方程中的状态独立于轨迹^[17]。联合式(1)和(3)可得群状态 $\boldsymbol{\chi}_{\iota} \in SE_{N+2}(3)$ 和群状态动力学方程 $\dot{\boldsymbol{\chi}}_{\iota} = f_{u}(\boldsymbol{\chi}_{\iota}) - \boldsymbol{\chi}_{\iota} \boldsymbol{w}_{\iota}^{\Lambda}$,N为足端接触点的数量。

$$\chi_{t} = \begin{bmatrix}
R_{t} & v_{t} & P_{t} & d_{i,t} \\
\mathbf{0}_{1\times3} & 1 & 0 & 0 \\
\mathbf{0}_{1\times3} & 0 & 1 & 0 \\
\mathbf{0}_{1\times2} & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$
(4)

式中: χ_i 可以包含多个足端接触位置,但当第 i 条腿未触地时, $d_{i,i}$ 将从 χ_i 中移除^[9]。不失一般性,下文中,所有足端位置矢量用 $d_{i,i}$ 表达。在导航坐标系下的状态简记为 R_i , γ_i , p_i , $d_{i,i}$ 。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{t} [\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{t}^{b} - \boldsymbol{b}_{t}^{\omega}]_{\times} & \mathbf{R}_{t} (\tilde{\boldsymbol{a}}_{t}^{b} - \boldsymbol{b}_{t}^{a}) + \boldsymbol{g}^{n} & \boldsymbol{v}_{t} & \boldsymbol{0}_{3\times 1} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{t} & \boldsymbol{v}_{t} & \boldsymbol{p}_{t} & \boldsymbol{d}_{t,t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 1 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 1 & 0 \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\boldsymbol{n}_{t}^{\omega}]_{\times} & \boldsymbol{n}_{t}^{a} & \boldsymbol{0}_{3\times 1} & \boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{t}) \boldsymbol{n}_{t}^{v} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{f}_{\omega}(\boldsymbol{\mathcal{X}}_{t}) - \boldsymbol{\mathcal{X}}_{t} \boldsymbol{w}_{t}^{A}$$

$$(5)$$

式中: $\mathbf{w}_i = (\mathbf{n}_i^{\alpha}; \mathbf{n}_i^{\alpha}; \mathbf{0}_{3\times 1}; \varphi(\tilde{\mathbf{a}})\mathbf{n}_i^{\alpha})$ 为系统输入噪声向量; $(\cdot)^{\Lambda}$ 表示为欧式向量空间映射到李代数空间的线性同构。为了保证"群放射"的特性,零偏在式(5)中暂时被考虑为常量。

本文使用右不变误差形式 η'_{ι} ,理论值 χ_{ι} 和估计值 $\hat{\chi}_{\iota}$ 之间的误差为:

$$\boldsymbol{\eta}_{t}^{r} = \hat{\boldsymbol{\chi}}_{t} \boldsymbol{\chi}_{t}^{-1} = Exp(\boldsymbol{\xi}_{t}^{\Lambda}) \tag{6}$$

式中: $\boldsymbol{\xi}_{\iota} = (\boldsymbol{\xi}_{\iota}^{R}; \boldsymbol{\xi}_{\iota}^{T}; \boldsymbol{\xi}_{\iota}^{R}; \boldsymbol{\xi}_{\iota}^{R})$ 为系统状态误差向量; $(\hat{\cdot})$ 表示为系统估计值; $Exp(\cdot)$ 为李代数到李群的指数映射。由于 $\boldsymbol{\xi}$ 误差向量是小量, 利用指数映射的一阶泰勒展开,可以近似化为 $\boldsymbol{\eta}' \approx \mathbf{I} + \boldsymbol{\xi}^{\Lambda}$ 。

式(5)满足"群仿射"的特性,可得右不变群误差动力学方程,如下:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{t}' = f_{u}(\boldsymbol{\eta}_{t}') - \boldsymbol{\eta}_{t}' f_{u}(\mathbf{I}) + \hat{\boldsymbol{\chi}}_{t} \mathbf{w}_{t}^{\wedge} \hat{\boldsymbol{\chi}}_{t}^{-1} \boldsymbol{\eta}$$

$$\vec{\mathbf{T}} \mathbf{P} : \boldsymbol{\eta}_{t}' \text{ 为该微分方程的解}_{\circ}$$

$$(7)$$

将式(5)、(6)代入式(7),舍去小噪声量,同时映射 到欧式向量空间可得:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{t}^{\Lambda} = (\overline{\boldsymbol{F}}_{t}\boldsymbol{\xi}_{t} + \overline{\boldsymbol{G}}_{t}\boldsymbol{w}_{t})^{\Lambda}
\dot{\boldsymbol{\xi}}_{t} \triangleq \overline{\boldsymbol{F}}_{t}\boldsymbol{\xi}_{t} + \overline{\boldsymbol{G}}_{t}\boldsymbol{w}_{t}$$
(8)

式中: ξ ,为该线性微分方程的解。右不变误差状态转移矩阵 \overline{F} ,和右不变噪声驱动矩阵 \overline{G} ,公式为:

$$\overline{F}_{t} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 \\
g^{n}]_{\times} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

$$\overline{G}_{t} = \begin{bmatrix}
\hat{R}_{t} & 0 & 0 & 0 \\
[\hat{v}_{t}]_{\times} \hat{R}_{t} & \hat{R}_{t} & 0 & 0 \\
[\hat{p}_{t}]_{\times} \hat{R}_{t} & 0 & \hat{R}_{t} & 0
\end{bmatrix}$$
(9)

转移矩阵 \overline{F}_{l} 与误差状态相互独立,使得系统具有良好的收敛性和一致性。同时,为了跟踪零偏变化,将零偏误差定义为式(10),并对式(8)进行状态扩维,如式(11)所示。

$$\boldsymbol{\zeta}_{t} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{t}^{\omega} \\ \boldsymbol{\zeta}_{t}^{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{b}}_{t}^{\omega} - \boldsymbol{b}_{t}^{\omega} \\ \hat{\boldsymbol{b}}_{t}^{a} - \boldsymbol{b}_{t}^{a} \end{bmatrix}$$
(10)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{t} \\ \boldsymbol{\zeta}_{t} \end{bmatrix} = \boldsymbol{F}_{t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{t} \\ \boldsymbol{\zeta}_{t} \end{bmatrix} + \boldsymbol{G}_{t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{t} \\ \boldsymbol{w}_{t}^{b} \end{bmatrix}$$
(11)

式中: $\mathbf{w}_{i}^{b} = (\mathbf{n}_{i}^{b\omega}; \mathbf{n}_{i}^{ba})$ 为缓变零偏噪声向量; $\mathbf{n}^{b\omega}$ 、 \mathbf{n}^{ba} 分别表示陀螺仪和加速度计零偏的零均值高斯白噪声。扩维后状态转移矩阵和噪声驱动矩阵为:

$$\boldsymbol{F}_{t} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\hat{R}}_{t} & \boldsymbol{0} \\ -[\boldsymbol{\hat{v}}_{t}]_{\times} \boldsymbol{\hat{R}}_{t} & -\boldsymbol{\hat{R}}_{t} \\ -[\boldsymbol{\hat{p}}_{t}]_{\times} \boldsymbol{\hat{R}}_{t} & \boldsymbol{0} \\ -[\boldsymbol{\hat{d}}_{i,t}]_{\times} \boldsymbol{\hat{R}}_{t} & \boldsymbol{0} \\ 0_{6\times12} & \boldsymbol{0}_{6\times6} \end{bmatrix}$$
(12)

$$\boldsymbol{G}_{t} = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{G}}_{t} & \boldsymbol{0}_{12 \times 6} \\ \boldsymbol{0}_{6 \times 12} & \boldsymbol{I}_{6 \times 6} \end{bmatrix}$$

此时转移矩阵 F_i 不再是常量,但在误差传播过程中仅引入了当前零偏状态,由于零偏状态为小量,扩维后, InEKF 的收敛性和一致性仍然能够保证。

2 足端惯性信息辅助的腿部里程计观测

2.1 四足机器人的腿部里程计观测

将四足机器人关节、连杆、基座都视为刚体,可以通过正运动学函数将足端位姿和基座位姿关联起来。四足机器人编码器测量的角度记为 $\alpha=\alpha-n^{\alpha}$,由测量真值 α 和零均值高斯白噪声 n^{α} 组成,记正运动学位置函数为 $g(\alpha)$,可以表示足端触地点f系相对于b系的位置, $g(\alpha)$ 函数对 α 的雅可比矩阵记为 $J(\alpha)$,导航坐标系下足端位置和速度可以表示为:

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{R}_b^n g(\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{n}^{\alpha}) \tag{13}$$

$$\dot{\boldsymbol{d}} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{R}_b^n [\tilde{\boldsymbol{\omega}}^b]_{\times} g(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) + \boldsymbol{R}_b^n J(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) \dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}$$
 (14)

当接触事件发生时,假设足端静止,即 $\dot{a} = 0$,根据式(13)、(14) 腿部里程计的足端位置观测 $g(\tilde{\alpha})$ 和基座速度观测 v^b 分别表示为:

$$g(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = (\boldsymbol{R}_b^n)^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{d} - \boldsymbol{p}) + J(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) \boldsymbol{n}^{\alpha}$$
 (15)

$$\bar{\boldsymbol{v}}^b = -\left(\left[\tilde{\boldsymbol{\omega}}^b\right]_{\times} g(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) + J(\tilde{\boldsymbol{\alpha}})\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}\right) + \left(\boldsymbol{R}_b^n\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{n}^v \qquad (16)$$

为了简化基座速度模型, n°包含了接触点变化、编码器误差、基座 IMU 陀螺仪零偏等噪声成分。

2.2 基于杆臂效应的足端 IMU 触地速度

腿部里程计观测成立的基础是足端接触点在触地时保持不变,即接触事件中足端静止的假设。该假设在带有足掌结构^[18]或慢速步态的腿式机器人^[19]状态估计中发挥积极作用。对于具有球形足端的腿式机器人,在快速步态中,触地点由于球形足端的滚动而发生微小位移。如图 3 所示,触地点由点 a 滚动至点 c,表明在接触事件中,足端存在一定速度,而这种速度难以测量,从而影响腿部里程计观测的准确性。

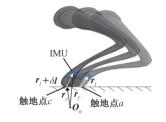


图 3 足端触地

Fig. 3 Schematic illustration of foot-ground contact

为了观测足端速度,在四足机器人足端位置安装了IMU,如图 3 所示,在导航坐标系中,接触点位置记为 \mathbf{r}_c ,足端 IMU 位置记为 \mathbf{r}_t ,球形表面最远端接触点与足端 IMU 中心的杆臂记为 \mathbf{r}_t ,冲击引起接触点位置变化的误差记为 δl_o 利用杆臂效应,将接触点位置与足端 IMU 位置通过杆臂进行关联:

$$r_c = r_f - (r_l + \delta l)$$
 (17)
对式(17)两边进行求导可得:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{c}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{f}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{r}_{l} + \delta\boldsymbol{l})}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{v}_{c} \triangleq \boldsymbol{v}_{f} - \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}_{f}^{n}\boldsymbol{r}_{l}^{f}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\delta\boldsymbol{l}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{v}_{f} - \boldsymbol{R}_{f}^{n}[\boldsymbol{\omega}^{f}]_{\times}\boldsymbol{r}_{l}^{f} - \frac{\mathrm{d}\delta\boldsymbol{l}}{\mathrm{d}t} \tag{18}$$

式中: \mathbf{r}_{l}^{\prime} 和 $\boldsymbol{\omega}^{\prime}$ 分别为足端 IMU 坐标系下的杆臂值和足端 IMU 测量角速度; \boldsymbol{v}_{c} 、 \boldsymbol{v}_{f} 和 \boldsymbol{R}_{f}^{n} 分别为导航坐标系下的足端接触点速度、足端 IMU 速度和旋转矩阵。令 $\boldsymbol{v}_{c} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{R}_{f}^{n} = \boldsymbol{R}_{b}^{n} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\alpha})$, 可得:

$$\mathbf{v}_{f} = \mathbf{R}_{b}^{n} \varphi \left(\boldsymbol{\alpha} \right) \left(\left[\boldsymbol{\omega}^{f} \right]_{\times} \mathbf{r}_{l}^{f} \right) + \frac{\mathrm{d} \delta \boldsymbol{l}}{\mathrm{d} t}$$
 (19)

根据式(14)、(19)增强的基座速度观测 \mathbf{v}^b 表示为: $\mathbf{v}^b = \boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}})([\tilde{\boldsymbol{\omega}}^f]_{\times}\mathbf{r}_i^f) - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}^b]_{\times}\mathbf{g}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) -$

$$J(\tilde{\boldsymbol{\alpha}})\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}} + (\boldsymbol{R}_h^n)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{n}^f \tag{20}$$

式中: ω' 为足部 IMU 陀螺仪测量真值; n' 为零均值高斯白噪声。为了简化增强的基座速度模型, n' 包含了接触点变化、编码器误差、基座与足端 IMU 陀螺仪零偏等噪声成分。

在足端接触事件中,角速度与压力曲线如图 4 所示, 条纹阴影为非平稳区间,接触冲击使得足端 IMU 测量的 数据出现异常噪声,此时足端数据应该被拒绝融合;阴影为平稳区间,足端稳定滚动,角速度平稳,可以用于增强基座速度观测,但同时足端压力逐步增大,足端滚动与形变使得接触点变化,此时高斯噪声 n^l 的方差 σ^l 与足端 IMU 测量到的加速度呈正相关,其中 σ^l 为系统预设噪声参数,可以通过预实验确定,自适应噪声大小为:

$$\widetilde{\boldsymbol{o}}^{f} = \frac{|\boldsymbol{R}_{b}^{n} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\alpha}) \boldsymbol{a}^{f} + \boldsymbol{g}^{n} | \boldsymbol{\sigma}^{f}}{|\boldsymbol{g}^{n}|}$$
(21)

式中: a^f 为足端加速度。

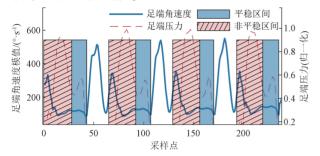


图 4 足端角速度与足端压力数据

Fig. 4 Foot angular velocity and pressure data

2.3 足端惯性信息辅助的腿部里程计量测模型

尽管四足机器人的基座 IMU 精度已达到工业级水平,但机器人足端的离散运动导致基座产生周期性振动。在器件误差和外部振动的影响下,INS 仅能维持几秒钟的准确定位。为了实现低成本的惯性定位,而不依赖更多的外部感知传感器,INS 需要利用额外的运动约束信息。周期性接触事件可以提供足端位置观测和基座速度观测,这能有效减少惯性定位的漂移。通过式(15)、(20)进行量测更新,量测方程为:

$$z_{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{b,k}^{n} \mathbf{g}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) - (\hat{\boldsymbol{d}}_{i,k} - \hat{\boldsymbol{p}}_{k}) \\ \mathbf{R}_{b,k}^{n} \mathbf{v}_{k}^{b} - \hat{\boldsymbol{v}}_{k} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{k} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{k} \\ \boldsymbol{\zeta}_{k} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_{k} \quad (22)$$

式中:新息 z_k 表示当前观测量与估计量之间的偏差; $n_k = (J(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_k)\boldsymbol{n}_k^{\alpha}; (\boldsymbol{R}_{b,k}^n)^{\mathsf{T}}\boldsymbol{n}_k^f)$ 为观测噪声向量, 其均值为 $0; \boldsymbol{R}_k$ 为方差矩阵; \boldsymbol{H}_k 为观测矩阵。

$$H_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -I & I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (23)

当接触估计器将非接触状态错误识别为接触状态时,量测 z_k 出现粗差,对系统产生不利影响 $^{[20]}$ 。统计窗口为 N 长度的量测 z_k 信息构建新息方差阵 C_k ,如下:

$$\boldsymbol{C}_{k} = \frac{1}{N} \sum_{j=k-N}^{k} \boldsymbol{z}_{k} \boldsymbol{z}_{k}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k+1/k} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_{k} \boldsymbol{R}_{k}$$
(24)

当 $tr(C_k) > tr(H_k P_{k+1/k} H_k^T + R_k)$ 时,量测严重失配,当前量测应当被拒绝融合, $tr(\cdot)$ 为矩阵的迹,反之, A_k 可以作为自适应矩阵:

$$\boldsymbol{A}_{k} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^{k} \boldsymbol{z}_{k} \boldsymbol{z}_{k}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k+1/k} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}}\right) \boldsymbol{R}_{k}^{-1}$$
 (25)

当量测准确时, A_k 约为单位阵, 当量测失配时, A_k 可以调节量测噪声矩阵 R_k , 为保证量测噪声矩阵的正定性, 主对角线元素均为大于或等于 1, 如式(26) 所示。

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{k}^{*} = \operatorname{diag}(a_{1}, \dots, a_{n}) \\ a_{i} = \max\{1, (\mathbf{A}_{k})_{ii}\}, & i = 1, \dots, n \\ \mathbf{R}_{k} = \mathbf{A}_{k}^{*} \mathbf{R}_{k-1} \end{cases}$$
 (26)

式中: $(A_k)_{ii}$ 为 A_k 第 i 个主对角线的元素。

3 基于 TCN-BiGRU 网络的平稳区间接触事件估计器

由于地形和移动速度的变化,四足机器人足部触地冲击力随之发生变化,足端力传感器仅能通过设定较低的阈值来获取完整的触地事件,而无法区分触地事件中的冲击和平稳区间。在平稳区间进行腿部里程计数据融合可以有效地减少静止假设误差,同时准确的平稳区间接触事件估计是本文第2节的基础。

四足机器人的运动步态具有规律性和周期性,如图 5 所示,足端传感器的运动数据具有明显的时间依赖性,因此接触事件估计可以建模为基于时间序列的分类问题。在文献[21]研究基础上,采用深度网络融合的方法进行足端平稳区间接触事件估计,利用 TCN 网络在浅层中提取长时间间隔的时域特征,并引入 BiGRU 网络从时域的正反两个方向提取短时间间隔的局部特征,二者结合有效地学习了整体时域特征,网络结构和参数设置如图 5 所示。

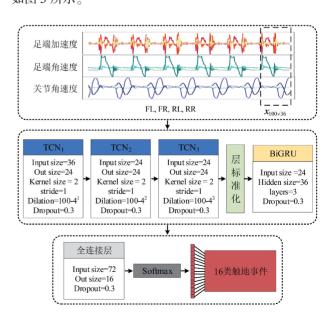


图 5 平稳区间接触事件估计器网络结构

Fig. 5 Network architecture of the stationary interval contact event estimator

每条腿的接触事件状态可以记为 $T_{I} = \{0,1\}$,1 表示稳定接触,0 表示非稳定接触(无接触或是冲击接触), $I = \{FL,FR,RL,RR\}$ 表示四足机器人四条腿,因而四足机器人接触事件状态 $T = [T_{FL},T_{FR},T_{RL},T_{RR}]$ 共有 16 类标签,被编码成十六进制数 T_{hex} ,例如 $T_{hex} = 0$ x0A,有 $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

平稳区间接触事件估计器网络使用足端 IMU 的加速度、角速度和关节的角速度信息作为输入。四足机器人步态周期在 $0.2 \sim 0.5 \text{ s}$,对于采样频率为 200 Hz 的传感器数据,窗口大小为设为 100,对数据归一化后得到网络输入向量 $\mathbf{x}_{100\times36}$ 。

训练标签通过足端压力阈值法检测完整触地事件, 并结合足端惯性信息后处理以确定平稳区间得出。对于 缺少足端压力传感器的四足机器人,则可通过足端惯性 信息结合最优检测器^[22]获取完整触地事件。

训练时,批量大小设置为 30 并打乱训练数据顺序确保模型的泛化性,采用分段学习率,初始学习率设为 0.002 5,每迭代 10 次学习率减半,共迭代 30 次。训练求解器使用 Adam 优化器,损失函数为交叉熵损失函数。

4 实验与分析

实验以 Unitree GO1 四足机器人为实验平台,如图 6 所示,机器人足端安装了 Fdisystems DETA10 IMU,用于采集惯性信息。足端 IMU 通过安装板与机器人腿部嵌合。四足机器人配备实时动态定位(real-time kinematic, RTK)板卡,用于计算真实位置。同时,机器人搭载嵌入式板卡,运行 Ubuntu20.04 系统,通过机器人操作系统(robot operating system, ROS)以 200 Hz 的采样率获取躯干 IMU、足端 IMU、关节编码器、足端压力传感器和 RTK数据。



图 6 四足机器人实验平台

Fig. 6 Experimental platform for quadrupedal robot

为验证本文提出算法的效果,利用上述四足机器人实验平台进行了运动数据采集,将采集到的数据包导人个人计算机,在运行 Ubuntu20.04 系统、搭载 16 GB 内存和 3.30 GHz 频率 CPU 的硬件配置下,进行真实场景的

离线定位恢复实验。本文提出的算法在 ROS 上进行开发,包含多个功能模块,开发了 TCN-BiGRU 网络平稳区间接触事件估计器算法模块,用于准确估计平稳区间触地事件和发布时间对齐后的传感器数据帧,开发了足端惯性信息辅助的腿部里程计算法模块,用于发布基座速度数据帧。在接触 InEKF 位姿估计算法模块中基础上添加了基座速度观测功能,接收传感器数据帧并进行里程计数据融合。各算法模块以系统节点形式运行,通过发布/订阅模式进行信息通信。

4.1 接触事件估计实验

在室外 5 种地形上对四足机器人进行运动测试,设定最大速度为 1 m/s,并以 trot 步态完成前进、后退、左右平移和转弯等动作(台阶场景切换为楼梯模式仅做直行上下台阶)。共采集 265 501 组数据点,数据分布如图 7 所示。这些数据将按照 4:3:3的比例随机划分为训练集、验证集和测试集,用于 TCN-BiGRU 网络模型的训练与评估。



图 7 数据集中不同地形的数据分布

g. 7 Data distribution of different terrains in the dataset

模型训练完成后在测试集上进行了评估,不同地形下平稳区间接触事件估计的准确率、精准率和召回率如表1所示。其中精确率代表抵抗误检的能力,当非平稳区间被识别成平稳区间时,错误的速度模型将会被引入系统,而召回率代表抵抗漏检的能力,当真实平稳区间未被识别时,将会影响腿部里程计模型的噪声参数。斜坡与台阶场景平稳区间估计如图 8 所示。

表 1 TCN-BiGRU 网络测试集实验结果

Table 1 Experimental results of TCN-BiGRUon test dataset

		•				
•	测试 路线	测试 样本数	平均 准确率	平均 精确率	平均 召回率	
	沥青路面	228 38	0. 987 1	0. 973 0	0. 963 1	
	粗糙路面	184 76	0. 981 0	0. 973 7	0. 947 7	
	斜坡	15 981	0. 972 3	0. 953 4	0.9168	
	草地	14 686	0. 971 3	0. 938 3	0.966 5	
	台阶	7 670	0. 954 8	0. 919 2	0. 956 5	
	所有地形	79 651	0. 976 9	0. 951 1	0.9590	

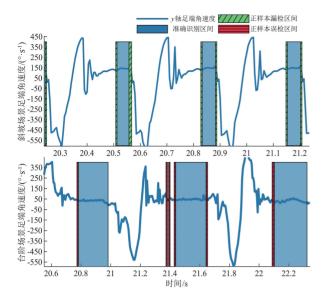


图 8 斜坡与台阶场景平稳区间估计

Fig. 8 Estimation of stationary intervals on slopes and steps

由表 1 与图 8 可知,在斜坡场景中,其召回率比平均召回率偏低 4.22%,但正样本漏检区间仅存在于平稳区间边缘,这可能是真值标签误差导致的。在台阶场景中,其精确率比平均精确率偏低 3.19%,且存在较多的正样本误检区间。当四足机器人处于低速稳健的楼梯模式时,腾空脚转换到接触脚时会存在踏空的现象,导致机体姿态和足端角速度不稳定,但同时足端与台阶接触时间增加,足端角速度低于 50°/s,伪平稳特征明显。为了应对这一情况,机器人处于楼梯模式时,仅使用足端位置修正限制系统发散。在不同地形下,该网络对接触事件估计的平均准确率达到 97%以上,平均精确率和平均召回率达到 95%以上。实验结果表明该网络在不同地形下对平稳区间的触地事件估计具有鲁棒性。

4.2 足端惯性信息辅助的腿部里程计性能实验

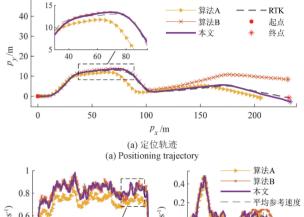
为验证足端惯性信息与关节编码器数据构建腿部里程计观测模型的性能,在重庆邮电大学综合实验楼的沥青公路进行室外无闭环长距离的定位实验,总路程为237.53 m,如图 9 所示。算法 A 为接触 InEKF 算法结合本文提出的接触事件估计器,算法 B 为基于 EKF 的MIPO 算法^[15],用本文算法和对比算法对数据进行处理,将导航结果与 RTK 固定解及其 4 s 时间窗口计算的平均参考速度进行对比,评价指标包括位置均方根误差(root mean square error, RMSE)、终点误差百分比(终点误差与总路程之比)、行进路程和平稳区间估计精确率。不同算法的轨迹和速度如图 10 所示,实验结果如表 2 所示。

由图 10 和表 2 可知,算法 A 采用了标准的腿部里程计观测用于限制惯性系统发散,当机器人运动速度超过0.3 m/s 时,足端静止假设带来的过强速度约束使得惯性



图 9 室外无闭环路线

Fig. 9 Outdoor non-closed-loop route



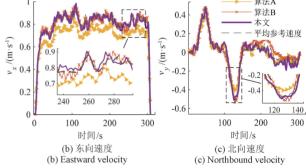


图 10 无闭环路线的定位轨迹与速度对比 Fig. 10 Comparison of positioning trajectory and speed of a non-closed-loop route

表 2 室外无闭环路线误差对比 2 Comparison of errors in outdoor ro

Table 2 Comparison of errors in outdoor routes without closed-loop

算法	东向 RMSE/m	北向 RMSE/m	终点误差 百分比/%	行进 路程/m	平均精确率/%
算法 A	15. 75	0. 66	11. 04	210. 79	0. 953 8
算法 B	1.61	4. 36	3. 90	236. 34	
本文	0. 61	0.70	0. 93	239. 05	0. 953 8

系统速度<真实速度,定位误差迅速累积,终点百分比误差超过10%。算法B与本文算法均利用了足端惯性数据来补偿足端静止假设带来的速度损失,终点百分比误差分别为3.90%和0.93%。在北向上算法B的RMSE最大,为4.36 m,算法B采用基于阈值法来实现接触事件估计,未能保证接触事件估计的一致性,在

150 s 后里程计速度观测噪声参数发生了变化,该腿部里程计速度模型对航向状态产生了影响,北向速度开始偏离平均参考速度。本文提出的腿部里程计模型采用 InEKF 进行速度融合,具有良好的收敛性和一致性,东向和北向的 RMSE 分别为 0.61 和 0.70 m,实现了最小的定位误差,说明了本文的腿部里程计观测模型能够利用平稳区间内的足端惯性信息对损失的速度进行补偿,有效降低定位误差。

4.3 混合地形运动下算法有效性实验

为验证本文算法在混合地形路线下的有效性,选择重庆邮电大学综合实验楼 C 栋外围闭环路线进行了两组定位实验。该闭环路线由水泥路面、草地、台阶和卫星信号拒止走廊组成,总路程约为 290 m,如图 11 所示。对比算法与上文保持一致,算法 C 为将算法 B 中的接触估计器更换为本文接触估计器,不同算法的轨迹如图 12 所示。

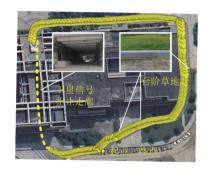


图 11 混合地形闭环路线 Fig. 11 Closed-loop route of mixed terrains

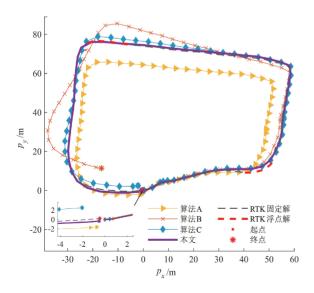


图 12 测试 1 混合地形闭环路线定位轨迹对比 Fig. 12 Test 1 Comparison of positioning trajectories of Closed-loop route of mixed terrains

本文接触估计器在测试 1 与 2 中的性能如表 3 所 示,在两次测试中平稳区间准确率均达到96%以上。 4种算法的定位误差如表 4 所示, 由图 12 可知, 算法 A 产生误差的主导因素仍然是足端静止假设带来的过强速 度约束,但同时整体航向没有发生漂移,这使得在闭环路 径下终点误差较小。算法 B 和 C 设置了相同的腿部里 程计速度噪声参数,但算法 B 在进入平整的水泥路面后 航向产生了较大的漂移,导致定位失效。算法 C 在引入 本文接触估计器后,测试1的航迹质量得到了很大的提 升,终点误差百分比为0.78%,说明接触估计器能够根据 网络模型提取到的特征在不同地形下自动调整平稳区间 范围,对腿部里程计速度观测噪声有改善作用。另一方 面,在混合地形下接触估计器漏检和误检的风险增加,这 导致了算法 C 在测试 2 中定位精度下降。本文算法在混 合地形路线下显示出最小的定位误差,平均东向和北向 RMSE 分别为 1.07 和 0.74 m,平均终点误差百分比为 0.43%,准确估计的平稳区间保证腿部里程计噪声稳定, 同时面对接触估计器漏检和误检造成的腿部里程计量测 失配时能自适应观测噪声,有效提高了在混合地形下定 位精度和定位稳定性。

表 3 TCN-BiGRU 网络在混合地形路线下实验结果 Table 3 Experimental results of TCN-BiGRU network under mixed terrain route

混合地形 路线	测试 样本数	平均准确率	平均 精确率	平均 召回率
测试1	94 206	0. 963 0	0. 938 2	0. 921 9
测试2	89 529	0.966 0	0. 949 3	0. 934 6

表 4 混合地形闭环路线误差对比

Table 4 Comparison of closed-loop route error of mixed terrains

路线	选用 算法	东向 RMSE/m	北向 RMSE/m	终点误差 百分比/%
	算法 A	4. 08	5. 84	0. 64
测试 1	算法 B	6. 11	5. 88	6. 78
侧瓜 1	算法 C	1. 11	1. 37	0. 78
	本文算法	0.70	0. 64	0. 20
	算法 A	5. 41	8. 11	1. 12
测试 2	算法 B	3. 56	4. 09	4. 84
10,9 LL 2	算法 C	4. 48	2. 46	2. 14
	本文算法	1. 45	0. 84	0.66

5 结 论

针对四足机器人导航系统在卫星信号缺失和环境感知退化时定位精度陡降的问题,提出一种足端惯性信息辅助的四足机器人惯性导航算法。利用足端惯性数据构建腿部里程计观测模型补偿了足端静止假设的速度损失;通过 TCN-BiGRU 网络,利用足端惯性信息和关节编码器信息来提取长短时域特征,精确划分接触事件中的平稳区间,以控制用于足端惯性信息的噪声水平;针对EKF 存在的收敛性差和非一致性的缺点,使用基于接触事件 InEKF 将足端惯性信息辅助的腿部里程计观测与INS 结果进行信息融合,修正惯性导航系统误差。最后,在室外无闭环路线和混合地形闭环路线进行了定位实验,数据显示本文提出的算法具有较好的鲁棒性,在不依赖外部信息的条件下,能够长时间保持较高的定位精度。所提算法对提高四足机器人在复杂环境中的导航定位精度具有重要意义。

参考文献

- [1] YOUM D, JUNG H, KIM H, et al. Imitating and finetuning model predictive control for robust and symmetric quadrupedal locomotion [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2023, 8(11): 7799-7806.
- [2] WU J Z, XIN G Y, QI CH K, et al. Learning robust and agile legged locomotion using adversarial motion priors[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2023, 8(8): 4975-4982.
- [3] MA J, BAJRACHARYA M, SUSCA S, et al. Real-time pose estimation of a dynamic quadruped in GPS-denied environments for 24-hour operation [J]. International Journal of Robotics Research, 2016, 35(6); 631-653.
- [4] WISTH D, CAMURRI M, FALLON M, et al. VILENS: Visual, inertial, LiDAR, and leg odometry for all-terrain legged robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2022, 39(1): 309-326.
- [5] 田哲铭, 李旭, 胡悦, 等. 城市峡谷下视觉辅助的 GNSS/INS 多阶段定位方法[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(4): 217-225.

 TIAN ZH M, LI X, HU Y, et al. Multi-stage localization method based on camera-aided GNSS/INS integration in urban canyon areas [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(4): 217-225.
- [6] CHENG J Q, ZHANG M H, MA L, et al. A hybriddimensional laser SLAM framework for indoor quadruped inspection robots [J]. IEEE Sensors Journal, 2024,

- 24(10): 16935-16942.
- [7] 多靖赟, 赵龙, 赵毅琳, 等. 动态特征剔除的无人系统视觉/惯性导航方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(12): 126-135.

 DUO J Y, ZHAO L, ZHAO Y L, et al. Visual/inertial navigation method for unmanned system with dynamic feature removal [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(12): 126-135.
- [8] BLOESCH M, HUTTER M, HOEPFLINGER M A, et al. State estimation for legged robots: Consistent fusion of leg kinematics and IMU[J]. Robotics: Science and Systems VIII, 2013, 17: 17-24.
- [9] HARTLEY R, GHAFFARI M, EUSTICE R M, et al.
 Contact-aided invariant extended Kalman filtering for
 robot state estimation[J]. International Journal of
 Robotics Research, 2020, 39(4): 402-430.
- [10] KIM J H, HONG S, JI G, et al. Legged robot state estimation with dynamic contact event information [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 6733-6740.
- [11] FOCCHI M, BARASUOL V, FRIGERIO M, et al. Slip detection and recovery for quadruped robots[J]. Robotics Research, 2018, 2; 185-199.
- [12] CAMURRI M, FALLON M, BAZEILLE S, et al.

 Probabilistic contact estimation and impact detection for state estimation of quadruped robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(2): 1023-1030.
- [13] LIN T Y, ZHANG R, YU J, et al. Legged robot state estimation using invariant Kalman filtering and learned contact events [C]. Conference on Robot Learning. PMLR, 2022; 1057-1066.
- [14] SUN P, QIANG J J, QIAN L T, et al. Learning slip detection for agile locomotion of quadruped robots [C]. 2023 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2023: 1-6.
- [15] YANG SH, ZHANG Z X, BOKSER B, et al. Multi-IMU proprioceptive odometry for legged robots [C]. 2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2023; 596-601.
- [16] YIN Y P, GAO F, SUN Q, et al. Smart gait: A gait optimization framework for hexapod robots [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2024, 37(1): 146-159.
- [17] BARRAU A, BONNABEL S. The invariant extended Kalman filter as a stable observer [J]. IEEE Transactions

on Automatic Control, 2017, 62(5): 1797-1812.

[18] 高海波,王圣军,单开正,等.牵拉人工肌腱式双足机器人矢状面行走控制[J].机械工程学报,2024,60(15):18-27.

GAO H B, WANG SH J, SHAN K ZH, et al. Sagittal walking control of biped robot equipped with artificial tendon[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(15): 18-27.

[19] 陈久朋, 陈治帆, 伞红军, 等. 中枢模式发生器与足端轨迹的非线性映射 [J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(4): 258-271.

CHEN J P, CHEN ZH F, SAN H J, et al. Nonlinear mapping between central pattern generator and foot trajectory [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(4): 258-271.

[20] 杨承志, 张晓明, 张鸽. 基于 WLS-KF 的 UWB 室内定位滤波算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(1); 25-33.

YANG CH ZH, ZHANG X M, ZHANG G. Research on UWB indoor localization filtering algorithm based on WLS-KF [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(1): 25-33.

[21] 路永乐, 罗毅, 肖轩, 等. 改进 TCN 结合 Bi-GRU 的 人体动作识别方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2024, 36(5): 1015-1022.

LU Y L, LUO Y, XIAO X, et al. Human activity recognition method based on improved TCN combined with Bi-GRU [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2024, 36(5): 1015-1022.

[22] 苏中, 王一静, 李磊, 等. 遮蔽空间单兵双足不等式约束融合定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(6): 540-546,554.

SU ZH, WANG Y J, LI L, et al. Fusion location method for bipedal inequality constraints of individual soldier in sheltered space[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2023, 31(6): 540-546,554.

作者简介



路永乐(通信作者),2015 年于重庆大学获得博士学位,现为重庆邮电大学教授,主要研究方向为惯性传感器件与系统集成。 E-mail:luyl@cqupt.edu.cn

Lu Yongle (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Chongqing University in

2015. Now he is a professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include inertial sensor device and system integration.



苏胜,2021年于桂林电子科技大学获得学士学位,现为重庆邮电大学硕士研究生,主要研究方向为外部感知缺失下的四足机器人惯性导航。

E-mail: 963338707@ qq. com

Su Sheng received his B. Sc. degre from Guilin University of Electronic Technology in 2021. Now he is a M. Sc. candidate at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interest includes inertial navigation of quadruped robots under external perception deficiency.



车移,2014年于沈阳航空航天大学获得学士学位,现为中国兵器装备集团西南技术工程研究所高级工程师,主要研究方向为智能弹药总装工艺及质量管理。

E-mail: 443583542@ qq. com

Che Yi received his B. Sc. degre from Shenyang University of Aeronautics and astronautics in 2021. Now he is a senior engineer in Southwest Technology and Engineering Research Institute of China South Industries Group Corporation. His main research interests include intelligent ammunition assembly process and quality management.