

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2413464

基于 NSGA-III 的半球谐振陀螺的频率裂解补偿*

高忠峰, 李平华, 乔琦, 廖嘉洛, 庄须叶
(山东理工大学机械工程学院 淄博 255000)

摘要:半球谐振陀螺是目前精度最高的一种振动陀螺。对于半球谐振陀螺,在制造过程中难以完全避免的工艺缺陷会导致谐振子的质量、刚度、品质因数、密度、弹性模量、阻尼等参数周向分布不均匀,产生频率裂解现象,使得主、次振动存在误差耦合。传统的频率分裂补偿方法会导致半球谐振陀螺的品质因数降低,且存在补偿成本高、操作复杂等问题。提出了一种电平衡补偿方案,通过对不同的电极施加静电力改变谐振子的刚度,实现对频率裂解的补偿,并结合 NSGA-III 多目标优化算法对补偿参数进行了优化,首次将静电修调方案对谐振子本身性能的影响、功耗问题以及该方案所能提供的频率裂解补偿值同时进行考虑,以实现针对半球谐振陀螺频率裂解的最优补偿。经过验证,该方法针对不同的谐振子和频率裂解在所选参数下能够给出最优的补偿方案,频率分裂补偿值提高了 50.2%,补偿电压的需求分别降低 6.3% 和 56.3%,补偿精度高于 0.5 mHz;补偿后谐振子的检测误差降低了一个数量级,固有频率仅降低 2.3%。该方案可以有效提高陀螺仪的动态性能,为半球谐振陀螺的频率裂解的最优化补偿提供了一种参考,且该方法同样适用于杯型、环形等哥氏陀螺仪。

关键词:半球谐振陀螺;NSGA-III;频率裂解补偿;性能优化

中图分类号: TH721 V241.5 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Frequency splitting compensation of hemispherical resonator gyro based on NSGA-III

Gao Zhongfeng, Li Pinghua, Qiao Qi, Liao Jialuo, Zhuang Xuye

(College of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China)

Abstract: The hemispherical resonator gyroscope (HRG) is currently the most accurate type of vibrating gyroscope. However, manufacturing defects inevitably cause uneven circumferential distribution of parameters such as mass, stiffness, quality factor, density, elastic modulus, and damping in the resonator, leading to frequency splitting and coupling errors between primary and secondary vibrations. Traditional frequency splitting compensation methods often reduce the quality factor and involve high costs and complex operations. In contrast, an electrostatic balance compensation scheme has been proposed, which applies electrostatic forces to different electrodes to adjust the resonator's stiffness and compensate for frequency splitting. When combined with the NSGA-III multi-objective optimization algorithm, this approach optimizes the compensation parameters while considering the impact on resonator performance, power consumption, and the achievable frequency splitting compensation values. Validation results demonstrate that this method provides optimal compensation for frequency splitting in various resonators and frequency splits, achieving a 50.2% increase in compensation value. It also reduces required compensation voltages by 6.3% and 56.3%, maintaining an accuracy better than 0.5 mHz. After compensation, measurement errors decreased by an order of magnitude, with only a 2.3% reduction in natural frequency. This approach significantly enhances the dynamic performance of gyroscopes and offers valuable insight for optimal frequency splitting compensation in HRGs. It can also be applied to other types of gyroscopes, such as cup and ring gyroscopes.

Keywords: hemispherical resonant gyro; NSGA-III; frequency splitting compensation; performance optimization

0 引言

半球谐振陀螺作为科里奥利振动陀螺的典型代表之一,具有精度高、寿命长、可靠性高等特点^[1-2]。然而在制造过程中,难以完全避免的工艺缺陷,会导致谐振子的质量、刚度、品质因数、密度、弹性模量等周向分布不均匀,反映到谐振子振动过程中,会产生频率裂解现象,使得主、次振动存在误差耦合^[3-4]。

针对这一问题,王潺等^[5]提出采用金刚石磨头对谐振子质量进行粗修的方法将频差修调至0.0174 Hz;Hamelin等^[6]利用焦耳热对多晶硅微半球共振陀螺仪进行机械共结晶调节,将分频值从40 Hz降低到0.1 Hz,然而机械加工往往缺乏可控性,精度低,容易导致其他物理性能参数的不均匀,且需要进行多轮修调,操作复杂。Wang等^[7-8]采用化学腐蚀的方法对谐振子进行质量平衡,修调频差可至0.025 Hz,但腐蚀工艺操作要求高,腐蚀液对环境 and 操作人员有危害。Kim等^[9]将激光刻蚀技术与深度反应离子刻蚀(deep reactive ion etching, DRIE)相结合,实现了精度超过0.1 Hz的分频微调;Behbahani等^[10]则使用晶圆级处理将13 Hz的模态频率差降低到5 mHz以下,然而,激光蚀刻容易导致热损伤层,而掩膜层和昂贵的设备都提高了调谐成本。陈一铭等^[11]应用离子刻蚀的方法使谐振子频差降低至0.0029 Hz;Medicon公司^[12]研制的半球形谐振陀螺仪离子束刻蚀设备,利用该设备可以将半球陀螺的频率裂解降至0.0021 Hz,但离子束刻蚀耗费时间长、设备昂贵、工艺复杂,还会造成谐振子品质因数降低^[13]。

针对频率裂解问题提出了一种电平衡补偿方案,利用刚度软化原理对谐振子的频率进行调谐,将频率裂解值实现不同数量级的降低,以提高谐振子的性能。在此基础上,结合非支配排序遗传算法-III(non-dominated sorting genetic algorithm-III, NSGA-III)优化算法对补偿参数进行了优化,在保证所能补偿的频率裂解值尽可能大的条件下,降低了功耗和加工难度,使补偿方案更容易实现。经过理论计算以及仿真验证,该补偿方案能够针对不同的半球谐振陀螺给出最优的补偿方案,从而大大改善半球谐振子的性能,而且该方案适用于所有类型的高品质因数和较低频率裂解值的全角陀螺仪。

1 半球谐振陀螺的频率裂解分析

1.1 频率裂解产生原因

本研究采用了环形模型来进行分析与阐述,图1为该模型的几何表示。

通过分析环形谐振子的动力学模型并跳过中间计算步骤,可以得到无量纲形式的模型振动方程^[14]为:

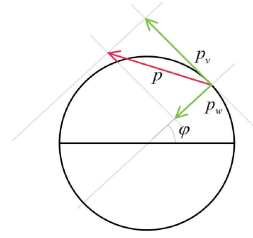


图1 半球谐振子的环形模型

Fig. 1 Ring model of hemispherical resonator

$$\begin{aligned} \ddot{w}'' - \ddot{w} + \kappa^2(w^{(6)} + 2w^{(4)}w'') + \kappa^2\xi(\dot{w}(6) + \\ 2w(4)\dot{w}'') + 4\Omega\dot{w}' + 2\dot{\Omega}w' - \Omega^2(w^{(4)} + 3w'') = \\ \frac{1}{\rho S}(p_w'' - p_v') \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\kappa^2 = EJ/\rho SR^4$, ρ 为环形材料密度, E 为材料的弹性模量, S 为环的横截面积, J 为环的横截面相对于旋转轴的惯性矩, R 为环半径; $w(\varphi, t)$ 为环上各点的法向位移; p_w 和 p_v 分别为外载荷在环的法向和切向上的投影; ξ 为描述材料非弹性松弛衰减时间的无量纲量, 即摩擦引起的损耗; Ω 为角速度, 方向与环面垂直。

分析中在不考虑衰减因子作用的情况下, 令式(1)中的 $\xi=0$; 无外作用时, 令 $p_w=0$ 和 $p_v=0$; 不考虑旋转时, 令 $\Omega=0$ 。

对于密度不均匀的半球谐振陀螺密度分布函数进行傅里叶分解得到:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \sum_i \left[\frac{\chi_i \cos i \varphi \cos i \theta_i}{\chi_i \sin i \varphi \sin i \theta_i} \right] \right), i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (2)$$

其中, ρ_0 为平均密度, χ_i 为密度谐波的相对分量, $\rho_0 \chi_i$ 为密度的第 i 次谐波分量的真实幅度, θ_i 为密度的第 i 次谐波分量的初相位。

伽辽金法是一种基于变分原理的数值方法, 用于求解微分方程的近似解。这种方法的核心思想是将微分方程转化为一个变分问题, 通过最小化残差(方程左边与右边之差)的某种范数来找到近似解^[15]。

利用伽辽金法解方程(1), 设解的结构为:

$$w(\varphi, t) = a(t) \cos 2\varphi + b(t) \sin 2\varphi \quad (3)$$

其中, $a(t)$ 与 $b(t)$ 分别为方程解中余弦与正弦分量的幅值函数。令 $\Omega^2 = 0$, $\dot{\Omega} = 0$, 将式(2)代入并使误差函数最小化得到:

$$\begin{aligned} \ddot{a}(t) + \left(\frac{36}{5} \kappa^2 \xi + \frac{18}{5} \kappa^2 \xi \chi_4 \cos 4\theta_4 \right) \ddot{a}(t) + \\ \left(\frac{36}{5} \kappa^2 \left(1 - \frac{1}{2} \chi_4 \cos 4\theta_4 \right) + \frac{4}{5} \Omega^2 \right) \dot{a}(t) + \\ \left(-\frac{18}{5} \kappa^2 \chi_4 \sin 4\theta_4 - \frac{4}{5} \dot{\Omega} \right) b(t) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{8}{5} \Omega - \frac{18}{5} \kappa^2 \xi \chi_4 \sin 4\theta_4 \right) \dot{b}(t) = 0 \\
& \ddot{b}(t) + \left(\frac{36}{5} \kappa^2 \xi - \frac{18}{5} \kappa^2 \xi \chi_4 \cos 4\theta_4 \right) \dot{b}(t) + \\
& \left(\frac{36}{5} \kappa^2 \left(1 + \frac{1}{2} \chi_4 \cos 4\theta_4 \right) + \frac{4}{5} \Omega^2 \right) b(t) + \\
& \left(-\frac{18}{5} \kappa^2 \chi_4 \sin 4\theta_4 + \frac{4}{5} \dot{\Omega} \right) a(t) + \\
& \left(\frac{8}{5} \Omega - \frac{18}{5} \kappa^2 \xi \chi_4 \sin 4\theta_4 \right) \dot{a}(t) = 0
\end{aligned} \quad (4)$$

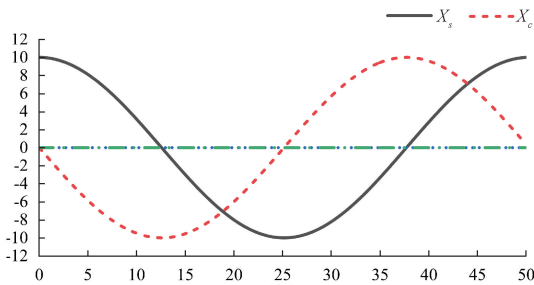
可以看出,密度四次谐波分量造成了频率裂解以及耦合误差项。其中四次谐波分量引起的频率裂解值为:

$$\begin{aligned}
\Delta\omega &= \left| \frac{\sqrt{\frac{36}{5} \kappa^2 \left(1 + \frac{1}{2} \chi_4 \cos 4\theta_4 \right)}}{\sqrt{\frac{36}{5} \kappa^2 \left(1 - \frac{1}{2} \chi_4 \cos 4\theta_4 \right)}} - 1 \right| = \\
&\approx \frac{1}{2} \chi_4 \cos 4\theta_4 \sqrt{\frac{36}{5} \kappa^2} = \\
&\frac{1}{2} \omega_0 \chi_4 \cos 4\theta_4
\end{aligned} \quad (5)$$

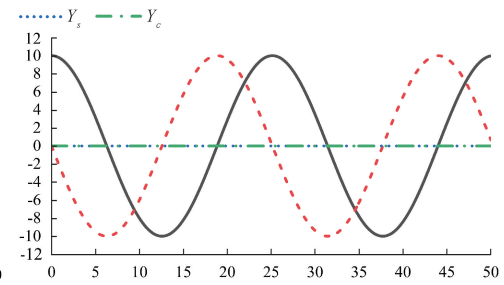
其中, $\Delta\omega$ 表示四次谐波分量引起的频率裂解值。分析式(5)可知,频率裂解值的大小与四次谐波的幅值和初始相位均有关。

1.2 频率裂解的影响

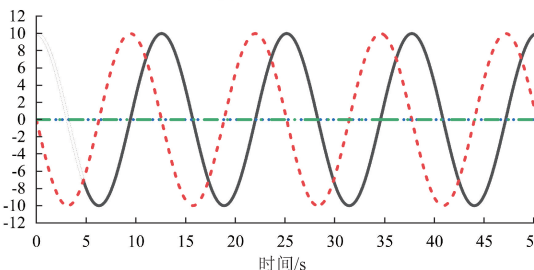
Zhang 等^[16]推导了半球谐振陀螺周向不均匀的二阶振动方程,取 $\Omega^2 = 0$, $\dot{\Omega} = 0$ 得到:



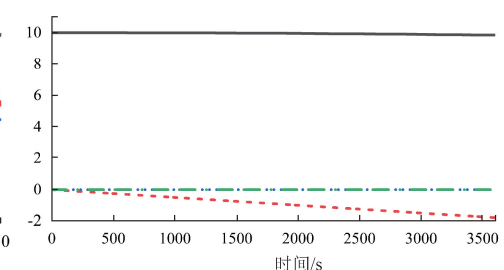
(a) $\Delta\omega=0.25$, $\Omega=0$



(b) $\Delta\omega=0.5$, $\Omega=0$



(c) $\Delta\omega=1$, $\Omega=0$



(d) $\Delta\omega=0.0001$, $\Omega=0$

图2 无角速度时频率裂解的影响

Fig.2 Effect of frequency splitting without angular velocity

$$\begin{aligned}
& \ddot{x} + \left(\frac{2}{\tau} + \Delta \left(\frac{1}{\tau} \right) \cos 4\theta_\tau \right) \dot{x} + (\omega^2 - \omega \Delta \omega \cos 4\theta_\omega) x = \\
& f_x - \Delta \left(\frac{1}{\tau} \right) \sin 4\theta_\tau \dot{y} + 4k \Omega \dot{y} + \omega \Delta \omega \sin 4\theta_\omega \ddot{y} + \\
& \left(\frac{2}{\tau} + \Delta \left(\frac{1}{\tau} \right) \cos 4\theta_\tau \right) \dot{y} + (\omega^2 - \omega \Delta \omega \cos 4\theta_\omega) y = \\
& f_y - \Delta \left(\frac{1}{\tau} \right) \sin 4\theta_\tau \dot{x} - 4k \Omega \dot{x} + \omega \Delta \omega \sin 4\theta_\omega \ddot{x}
\end{aligned} \quad (6)$$

其中, x 和 y 为两模态的振动位移, τ 为阻尼因子, k 为角增益系数, θ_τ 和 θ_ω 分别为阻尼轴和刚度轴夹角, ω 为谐振子工作模态的振动频率。将谐振子的二阶振动方程分解:

$$\begin{aligned}
x &= X_s \sin \omega t + X_c \cos \omega t \\
y &= Y_s \sin \omega t + Y_c \cos \omega t
\end{aligned} \quad (7)$$

其中, X_s 、 X_c 分别为位移 x 的正弦分量与余弦分量的幅值, Y_s 、 Y_c 分别为位移 y 的正弦分量与余弦分量的幅值。设定工作为全角模式,没有激励,忽略阻尼项,则一阶微分方程组模型,可以化简为:

$$\begin{cases} \dot{X}_s = -0.001 X_s + \frac{\Delta\omega}{2} X_c + \frac{4}{5} \Omega Y_s; \\ \dot{X}_c = -\frac{\Delta\omega}{2} X_s - 0.001 X_c + \frac{4}{5} \Omega Y_c; \\ \dot{Y}_s = -\frac{4}{5} \Omega X_s - 0.001 Y_s - \frac{\Delta\omega}{2} Y_c; \\ \dot{Y}_c = -\frac{4}{5} \Omega X_c + \frac{\Delta\omega}{2} Y_s - 0.001 Y_c \end{cases} \quad (8)$$

由于对旋转角速度的输入和频率裂解值的影响同时作用的分析较为复杂^[17],因此采用控制变量法进行分析,并忽略小系数,观察角速度和频率裂解值对振动信号的影响,如图2~4所示。

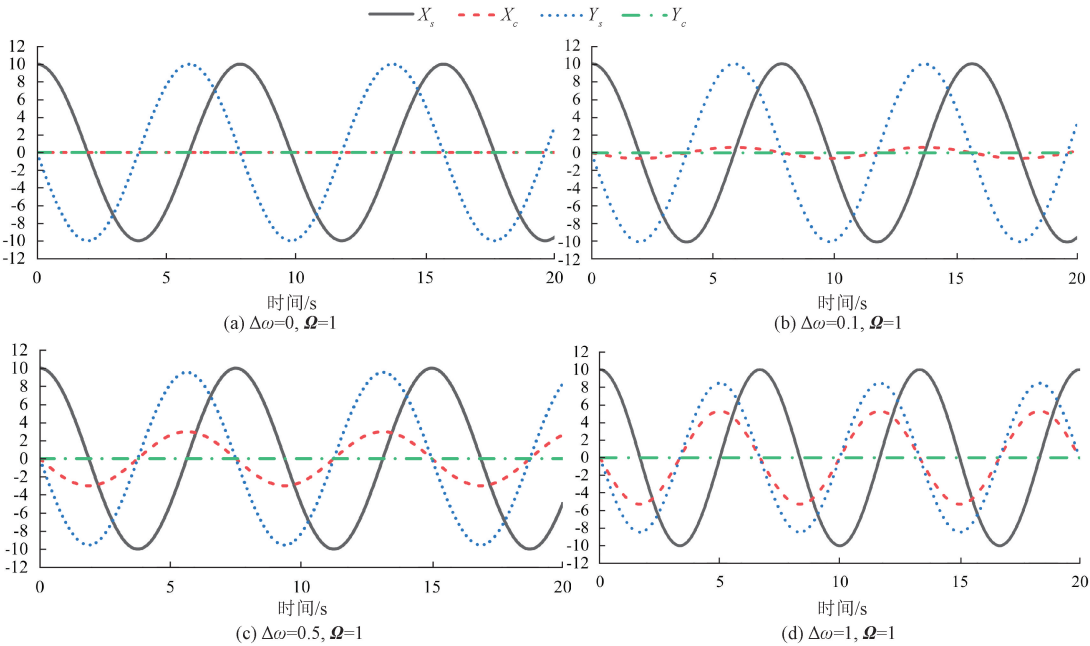


图3 有角速度时频率裂解的影响

Fig.3 Effect of frequency splitting with angular velocity

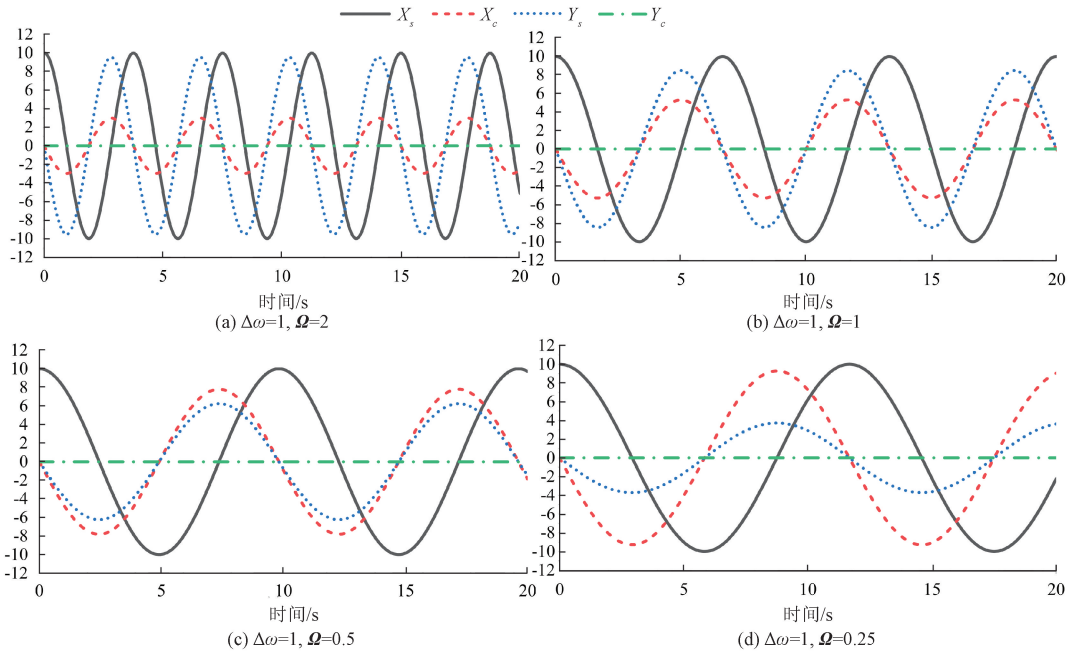


图4 不同角速度时频率裂解的影响

Fig.4 Effect of frequency splitting with different angular velocity

分析图2~4可知,频率裂解值会导致谐振子检测信号存在正交误差,且输出信号不再和输入角速度成比例关系。频率分裂值越大、角速度越小时该现象越明显。

2 频率裂解的平衡方法研究

设计频率裂解的离散电极补偿方案,如图5所示。

圆周角从两不同刚性轴中的频率较高的刚性轴 $\varphi=0$ 算起,其中第1组电极1、5、9、13施加相同的直流电压 V_1 ,第2组电极2、6、10、14施加相同的直流电压 V_2 。这两组电极的电压互不干扰,可分别进行控制。

将施加的补偿电压的平方展开为傅里叶级数,保留四次谐波:

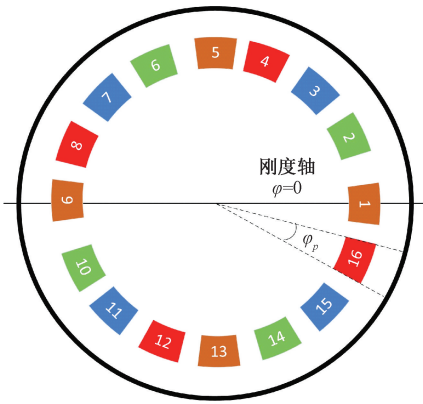


图5 补偿方案

Fig. 5 Compensatory method

$$\begin{cases} V_1^2(\varphi) = \frac{2V_1^2}{\pi}(2\varphi_p + \sin 2\varphi_p \cos 4\varphi) \\ V_2^2(\varphi) = \frac{2V_2^2}{\pi}(2\varphi_p + \sin 2\varphi_p \sin 4\varphi) \end{cases} \quad (9)$$

其中, φ_p 为电极板弧度。分析式(9), 傅里叶展开后的补偿电压的平方包含了四次谐波, 则此时所施加在半球谐振陀螺上的电场力可以表示为:

$$\begin{aligned} F_E(\varphi) &= -\frac{\varepsilon_0 L}{2d^2} V^2(\varphi) \approx -\frac{\varepsilon_0 L}{2(d_0 + w)^2} V^2(\varphi) \approx \\ &= -\frac{\varepsilon_0 L}{2d_0^2 \left(1 + \frac{2w}{d_0}\right)} V^2(\varphi) = -\frac{\varepsilon_0 L}{\pi d_0^2 \left(1 + \frac{2w}{d_0}\right)} \times \\ &\quad \left[(V_1^2 + V_2^2) 2\varphi_{3\pi} + V_1^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \cos 4\varphi + \right. \\ &\quad \left. V_2^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \sin 4\varphi \right] \end{aligned} \quad (10)$$

采用伽辽金法, 将式(10)代入并化简得到:

$$\begin{aligned} F_E(\varphi) &\approx -\frac{\varepsilon_0 L}{\pi d_0^2} \left(1 - \frac{2w}{d_0}\right) \left[\begin{aligned} &(V_1^2 + V_2^2) 2\varphi_{2\pi} + \\ &V_1^2 \sin 2\varphi_p \cos 4\varphi + \\ &V_2^2 \sin 2\varphi_p \sin 4\varphi \end{aligned} \right] = \\ &= -\frac{\varepsilon_0 L}{\pi d_0^3} \left\{ \begin{aligned} &2(V_1^2 + V_2^2) d_0 \varphi_p + V_1^2 d_0 \sin 2\varphi_p \cos 4\varphi + \\ &V_2^2 d_0 \sin 2\varphi_p \sin 4\varphi - \\ &2[a(t) \cos 2\varphi + b(t) \sin 2\varphi] \\ &[(V_1^2 + V_2^2) 2\varphi_p] + V_1^2 \sin 2\varphi_p \cos 4\varphi + \\ &V_2^2 \sin 2\varphi_p \sin 4\varphi \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

对 $F_E(\varphi)$ 求导, 并带入 $\frac{1}{\rho S} F E''(\varphi)$, 即:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho S} F_E(\varphi)'' &= \\ &= -\frac{\varepsilon_0 L}{\rho S \pi d_0^3} \left\{ \begin{aligned} &[-16d_0 V_1^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \cos 4\varphi + \\ &16d_0 V_2^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \cos 4\varphi + \\ &8[a(t) \cos 2\varphi + b(t) \sin 2\varphi] \\ &[(V_1^2 + V_2^2) 2\varphi_{3\pi}] - \\ &32[-a(t) \sin 2\varphi + b(t) \cos 2\varphi] \end{aligned} \right\} \quad (12) \\ &\quad + \left\{ \begin{aligned} &[-V_1^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \sin 4\varphi + \\ &V_2^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \cos 4\varphi] \\ &40[a(t) \cos 2\varphi + b(t) \sin 2\varphi] \\ &[V_1^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \sin 4\varphi + \\ &V_2^2 \sin 2\varphi_{3\pi} \cos 4\varphi] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

将电场力代入到式(1)中, 省略中间计算过程可得:

$$\begin{aligned} \ddot{a}(t) + \left[\frac{36}{5} \kappa^2 - \frac{16\varepsilon_0 L}{5\rho S \pi d_0^3} \varphi_p (V_1^2 + V_2^2) - \right. \\ \left. \frac{4\varepsilon_0 L}{5\rho S \pi d_0^3} V_1^2 \sin 2\varphi_p \right] a(t) = \\ \frac{4\varepsilon_0 L}{5\rho S \pi d_0^3} V_2^2 \sin 2\varphi_p b(t) \\ \ddot{b}(t) + \left[\frac{36}{5} \kappa^2 - \frac{16\varepsilon_0 L}{5\rho S \pi d_0^3} \varphi_p (V_1^2 + V_2^2) + \right. \\ \left. \frac{4\varepsilon_0 L}{5\rho S \pi d_0^3} V_1^2 \sin 2\varphi_p \right] b(t) = \\ \frac{4\varepsilon_0 L}{5\rho S \pi d_0^3} V_2^2 \sin 2\varphi_p a(t) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, ε_0 为真空介电常数, L 为电极板长度, d_0 为宽度, S 为电极板有效面积, $S \approx L \cdot h$, 分析式(13)可得频率裂解补偿值为:

$$\Delta f = \frac{2\varepsilon_0 L V_1^2}{5\pi^2 \omega_0 \rho S d_0^3} \sin 2\varphi_p \quad (14)$$

另外, 直流分量部分 $(V_1^2 + V_2^2) 2\varphi_p$ 的乘积使得谐振子固有频率降低, 而电压 V_2 用于补偿频率裂解造成的耦合项。由此分析, 当所能提供的频率裂解补偿值越大时, 谐振子要求更薄, 这不仅增加了加工难度, 而且当谐振子壁厚越薄, 品质因数也会降低, 半球谐振陀螺动态性能将会更差, 更容易出现漂移现象, 降低其检测精度^[18-19]; 此外, 施加的补偿电压及电极需要设置的更大, 还要求与谐振子间距尽可能小, 这也增加了功耗和实现难度, 所以一味追求频率裂解补偿值的大小是不可取的, 为了获得更优的补偿方案, 需要对补偿参数进行优化, 以获取最佳补偿方案。

3 补偿方案优化

3.1 NSGA-III 参数优化算法

设定 3 个补偿参数如式 (15), 三者之间的关系如图 6 所示。

$$\begin{cases} f_1 = \frac{2\varepsilon_0 V_1^2}{5\pi^2 \rho h d_0^3 \omega_0} \sin 2\varphi_p \\ f_2 = \frac{2\varepsilon_0 V_2^2}{5\pi^2 \rho h d_0^3 \omega_0} \sin 2\varphi_p \\ f_3 = (V_1^2 + V_2^2) 2\varphi_p \end{cases} \quad (15)$$

其中, f_1 表示所能补偿的频率裂解值的大小, f_2 表示所能补偿的耦合项补偿值的大小, f_3 代表谐振子固有频率下降值及功耗。

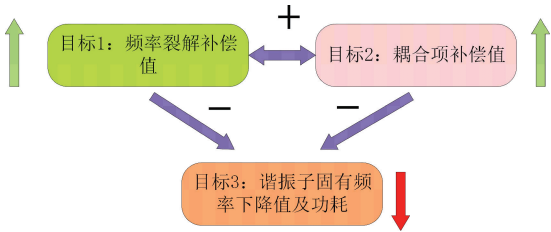


图 6 优化目标之间的关系

Fig. 6 Relationship between optimization goal

对于这 3 个相互矛盾的子目标需要同时进行求解寻优, 采用人工求解难以在多目标之间进行平衡, 而且所需的计算量极大, 效率很低。

随着人工智能技术的不断发展, 大多数研究人员开始将多目标智能优化算法应用于多目标优化的问题中, 其中非支配排序遗传算法-II (non-dominated sorting genetic algorithm-II, NSGA-II) 利用非支配排序和拥挤度距离的计算保证了解集的多样性, 因此被广泛应用。但在高维空间中, 优化参数的分布往往变得不均匀, 导致某些区域的解非常密集, 而其他区域则缺乏解。这种现象使得优化的结果不能充分反映出问题的真实 Pareto 前沿。

为了解决其在高维目标空间中的不足, Deb 等^[20]改进了 NSGA-II 算法, 该算法被命名为 NSGA-III。NSGA-III 在迭代过程中, 利用保存精英个体、快速非支配排序机制及自适应归一化等手段实现了种群的高效迭代与均衡分布, 并在 NSGA-II 基础上采用了广泛分布参考点机制, 通过保存非支配的参考点种群成员来确保种群的多样性, 进而改善最优解分布的均匀性, 增强算法的收敛能力。与 NSGA-II 相比, 它规避了依赖拥挤度排序导致解空间多样性不足从而陷入局部最优的问题; 且允许用户自定义参考点 (如偏好某个目标子空间), 使算法聚焦于

特定区域的解, 满足实际工程需求, 在解决多目标优化问题时表现更佳, 已被广泛用于工程优化 (如飞机机翼设计中平衡升力、阻力、重量、成本等多目标)、能源系统 (如电力调度优化经济性、环保性、可靠性等)、人工智能 (如神经网络结构搜索精度、速度、能耗多目标权衡) 等领域。

采用 NSGA-III 算法对 3 个目标进行优化, 算法的基本步骤和参数处理如图 7 所示, 算法流程如图 8 所示, 补偿参数选择范围如表 1 所示。其中参数的选择充分考虑了谐振子及电极的加工工艺和装配的实现难度以及补偿方案实现的可行性, 该范围的选择能够满足绝大多数谐振子的使用要求, 以实现和谐振子频率裂解的补偿。

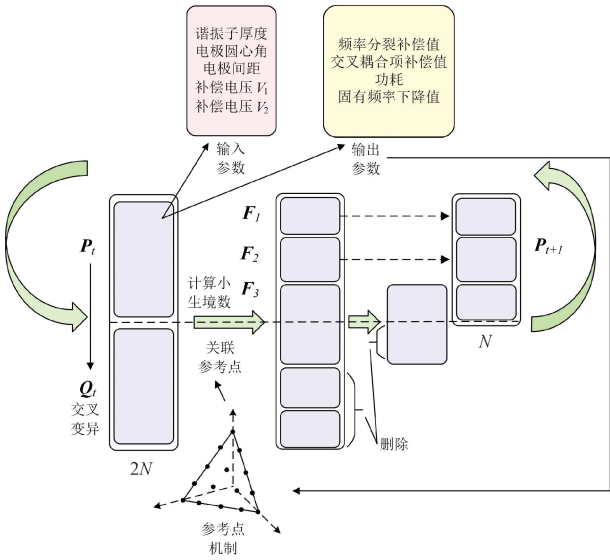


图 7 NSGA-III 算法参数处理

Fig. 7 Parameter handling of NSGA-III algorithm

表 1 优化参数及取值范围

输入参数	参数取值
V_1 (一组电极电压)	0~200 V
V_2 (二组电极电压)	0~200 V
d (谐振子与电极板间距)	0.000 1~0.000 5 m
h (谐振子厚度)	0.000 7~0.000 1 m
Ψ (电极板大小)	5°~20°
f (固有频率大小)	5 000 Hz

NSGA-III 算法的具体步骤为:

- 1) 确定初始变量 (输入参数及输出参数) 并设置迭代次数及种群大小 N ;
- 2) 计算参考点个数。以目标函数个数和决策变量维度计算参考点个数, 并生成初始种群 P_t ;
- 3) 计算每个个体的适应度值。

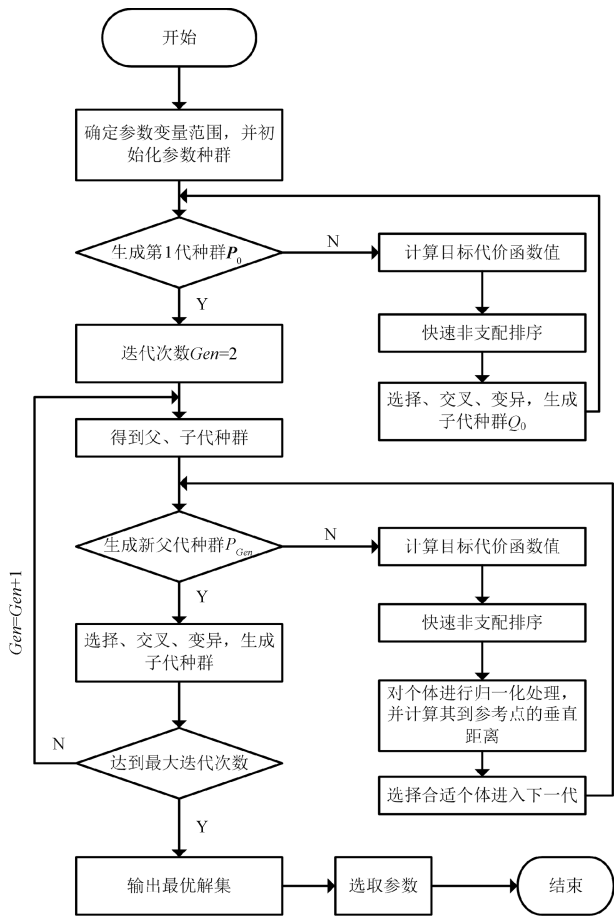


图8 NSGA-III 算法流程
Fig. 8 Flowchart of NSGA-III algorithm

4) 对种群 P_t 中的个体进行选择、交叉和变异操作, 生成新种群 Q_t 。

5) 合并种群 P_t 和 Q_t , 重新生成 $2N$ 大小的种群, 应用非支配排序机制和参考点的个体选择进行排序。

6) 根据排序结果从 $2N$ 大小的种群中选择前 N 个体, 生成新种群 P_{t+1} 。

7) 返回, 从 3) 开始执行, 直至达到最大迭代次数。

通过归一化方法对各目标进行归一化处理后得到目标矢量 $f = (f_1^n(x), f_2^n(x), \dots, f_M^n(x))^T$ 。在实际应用中可以根据决策指标的重要性设置权重矢量。

3.2 实验结果分析

设定种群数目为 100, 迭代次数为 200, 将优化目标和参数输入到 NSGA-III 算法中进行迭代优化, 优化结果如图 9 所示。

对优化结果进行分析可知, 在该参数范围内, 所能补偿的频率裂解最大值约为 0.962 Hz, 此时对应的固有频率的平方下降值 $> 50\,000$, 交叉耦合的补偿项在 0.3 附近, 已经适用于绝大多数经过粗修后的半球谐振陀螺。

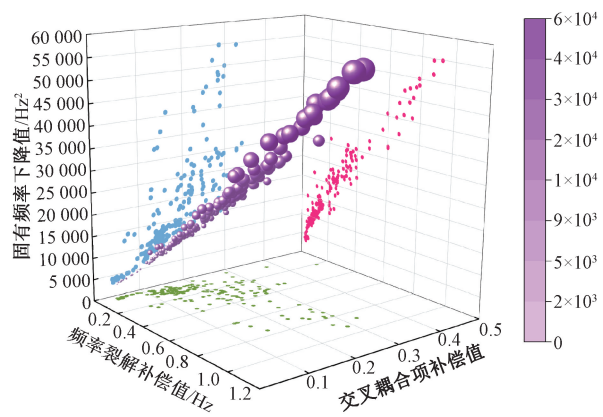


图9 NSGA-III 优化结果
Fig. 9 Optimization results of NSGA-III

另外, 考虑到少部分具有较大频率裂解值的半球谐振陀螺难以使用诸如离子束修调、激光刻蚀等方法实现修调^[21], 因此研究改变补偿参数的范围以实现存在相对较大频率裂解的谐振子的补偿, 补偿参数选择范围如表 2 所示, 优化结果如图 10 所示。

表 2 优化参数及改变后的取值范围	
Table 2 Optimized parameters and their updated value ranges	
输入参数	参数取值
V_1 (一组电极电压)	0~300 V
V_2 (二组电极电压)	0~300 V
d (谐振子与电极板间距)	0.000 05~0.000 5 m
h (谐振子厚度)	0.000 5~0.001 m
Ψ (电极板大小)	$5^\circ \sim 20^\circ$
f (固有频率大小)	5 000 Hz

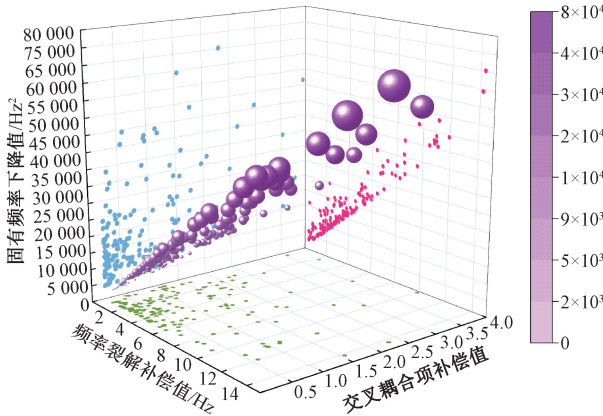


图10 NSGA-III 优化结果
Fig. 10 Optimization results of NSGA-III

对优化结果进行分析, 在更改后的参数范围内, 所能

补偿的频率裂解最大值约为 14 Hz, 此时对应的固有频率的平方下降值对应项 $>70\ 000$, 交叉耦合的补偿项在 1.5 之上。表 3 给出了在 f_1 参数最大时, 两种方案的补偿参数对比。

表 3 两种方案补偿参数对比

Table 3 Comparison of compensation results of two schemes								
方案	f_1	f_2	f_3	V_1/V	V_2/V	h/mm	d/mm	$\Psi/(^\circ)$
1	0.962	0.288	54 902	189.8	105.9	0.70	0.10	14.6
2	14.29	2.309	70 187	234.1	94.8	0.52	0.05	15.7

对比两种方案, 虽然在改变后的参数范围下的加工难度和补偿电压有所提高, 也牺牲了部分陀螺动态性能(固有频率略有下降), 但是所能补偿的频率裂解最大值提高了一个数量级, 所能补偿的耦合项误差也更大, 更适合加工误差较大的工况下的应用。

为筛选出最优结果, 在实际应用中可以根据优化指标的重要性设置权重矢量, 并使优化目标数量级一致, 如式(16)所示。其中, 所选参数的 f 值越大时, 方案越优。

$$f = 10\ 000P_1f_1 + 10\ 000P_2f_2 - P_3f_3 \tag{16}$$

其中, P_1 、 P_2 、 P_3 分别为补偿参数 f_1 、 f_2 、 f_3 的权重系数。方案设计的主要目标为半球谐振陀螺的频率裂解的补偿, 所以在决策中 f_1 的权重最大, 其次是耦合项补偿值 f_2 和代表功耗以及谐振子固有频率下降值的 f_3 , 因此设置 $P_1=0.5$ 、 $P_2=0.4$ 、 $P_3=0.1$ 。

图 11 为实验装置图, 为了验证方案的有效性, 针对频率裂解值为 0.76 Hz 的半球谐振陀螺进行补偿。

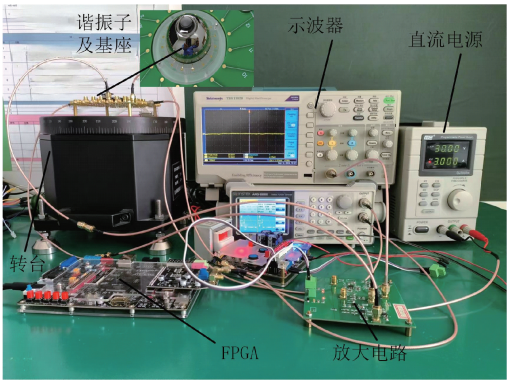


图 11 实验装置

Fig. 11 Experimental setup

根据 Lynch 等^[22]提出的平均方法, 忽略阻尼和控制力的影响, 进动角的动态方程可以表示为:

$$\ddot{\theta} = -\kappa\Omega + \frac{1}{2}\Delta\omega\cos 2(\theta - \theta_\omega)\frac{Q}{E} \tag{17}$$

其中, Q 和 E 分别为正交控制信号和能量控制信号,

$Q=2aq$, $E=a^2+q^2$, a 和 q 分别对应谐振子椭圆振型的长轴和短轴。为了便于进行误差分析, 设定仿真参数为 $a=1$, $q=0.02$, 即正交误差为 2%, $\Delta\omega=0.76\text{ Hz}$, $\theta_\omega=0^\circ$, $\Omega=180^\circ/\text{s}$, 得到进动角检测的对比结果如图 12 所示。

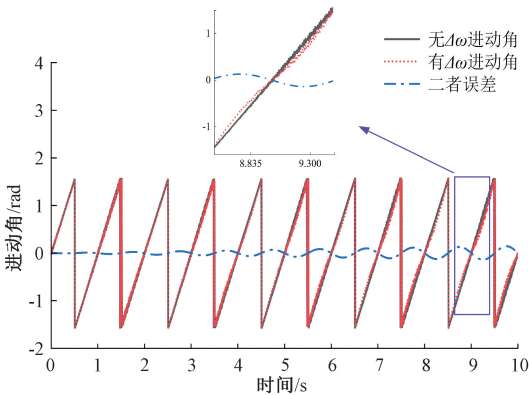


图 12 进动角检测结果对比

Fig. 12 Comparison of precession angle measurement results

分析图 12 可以发现, 误差以角速度的二倍频变化, 在初始时间段内, 由频率裂解引起的误差较小, 但是误差会随着时间积累, 最终对检测结果造成较大的影响, 这与式(17)的理论分析一致。

图 13 直观地展示了在 $\Omega=90^\circ/\text{s}$ 时频率裂解对角速度检测的影响。

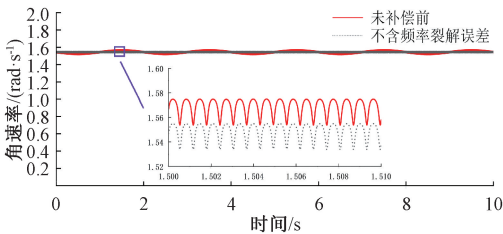


图 13 频率裂解引起的检测误差

Fig. 13 Detection error caused by frequency splitting

分析图 13 可知, 在所选参数下, 0.76 Hz 的频率裂解造成角速度的额外检测误差约为 1.2%。利用所提出的优化方案进行补偿, 基于式(16)对图 9 中的优化结果进行筛选, 筛选范围设定 f_1 处于 0.5~0.9 之间, 得到一组该权重下的最优结果, 如表 4 所示。

利用该方案对半球谐振子进行补偿, 结果如图 14 所示, 误差经过补偿后大大降低, 频率裂解造成角速度的额外检测误差由 1.2% 降低至 0.11%, 检测精度提高了一个数量级, 验证了方案的有效性。将该补偿参数代入式(13)中, 计算得到固有频率下降为 113.6 Hz, 约为 2.3%; 固有频率的降低可能会导致谐振子的抗干扰能力有所下降, 但该方案所施加的静电力不会改变谐振子的阻尼即品质因数, 因此对谐振子的动态性能影响较小。

表 4 最佳补偿方案参数

Table 4 Parameters for the optimal compensation scheme

参数	最优参数取值
V_1 (一组电极电压)	187.341 112 2 V
V_2 (二组电极电压)	87.345 445 3 V
d (谐振子与电极板间距)	0.000 1 m
h (谐振子厚度)	0.000 700 158 m
Ψ (电极板大小)	13.669 715 59°
f_1	0.751 010 722 6
f_2	0.163 252 738 8
f_3	40 774.463 17

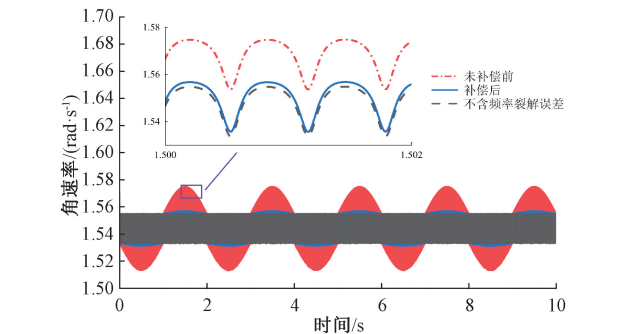


图 14 补偿之后的角速度检测信号

Fig. 14 Angular velocity detection signal after compensation

在半球谐振陀螺的加工参数确定后,该补偿方案的精度仅取决于所施加直流电压的精度,目前直流电源的

精度已经达到 1 mV 以上,即使针对具有较大固有频率(>10 kHz)的谐振陀螺和其他不利因素诸如较小的补偿电极(电极角度<5°)、较大的谐振子厚度(>1 mm)等,在不考虑计算误差的情况下,经式(15)可得该方案补偿精度仍能保持在 0.5 mHz 以上。

表 5 为优化方案的结果对比,可以发现经过优化设计,将频率补偿值提高了 50.2%,补偿电压的需求分别降低 6.3%和 56.3%,对谐振子的要求也有所降低。

表 5 优化方案的结果对比

Table 5 Comparison of the results of optimization schemes

补偿参数	未优化前	优化后	优化程度/%
V_1	200 V	187.341 112 2 V	6.3
V_2	200 V	87.345 445 3 V	56.3
d	0.000 1 m	0.000 1 m	—
h	0.000 7 m	0.000 700 158 m	0.02
Ψ	20°	13.669 715 59°	31.6
f_1	0.5	0.751 010 722 6	50.2
f_2	0.14	0.163 252 738 8	15.9
f_3	25 000	40 774.463 17	—

本研究所提出的设计方案的不仅有效降低了频率裂解,提高了检测精度,并且基于 NSGA-III 算法的优化,在所能补偿频率裂解值较大的情况下,仍能确保补偿方案对谐振子的影响较小并降低补偿难度。该补偿方案相对于现有补偿方案的对比如表 6 所示。

表 6 设计方案与现有方案的对比

Table 6 Comparison between the design scheme and existing scheme

补偿方案	频差修调值/Hz	优点	缺点
机械加工 ^[3]	0.017 4	效率高,设备要求低,工艺简单	精度较低,可控性差
化学刻蚀 ^[7-8]	0.025	效率高,品质因数得到改善	工艺难控制,腐蚀液有害
激光刻蚀 ^[9-10,23]	0.005	效率高,容易控制,非接触	增加损伤层,成本高
离子束刻蚀 ^[11,24]	0.001	精度高,对谐振子影响小	效率低,工艺复杂,降低品质因数
本研究	0.000 5	精度高,易于实现,成本低,综合性能最优,设备简单	固有频率降低(约 2.3%)

机械加工和化学刻蚀的方案精度较低,难以将频差降低至 mHz 数量级,而且机械加工的可控性较差,可能会导致谐振子变形;化学刻蚀的工艺难以控制,腐蚀液有害。而激光刻蚀和离子束修调方案虽然精度有所提高,可将频差修调至 mHz 水平,但其成本更高,而且激光刻蚀容易产生热损伤层,离子束修调的效率极低,工艺复杂,还会影响谐振子的品质因数。相比之下,所设计的静电力对频率裂解进行补偿的方案虽然略微降低了谐振子的固有频率(2.3%),牺牲了谐振子的部分动态性能,但

精度能够达到 mHz 水平,方法实现简单,成本较低,而且该方案基于 NSGA-III 算法优化了补偿参数,提高了其综合性能。

4 结 论

针对半球谐振陀螺存在的频率裂解问题提出了一种补偿方案,并利用 NSGA-III 算法对补偿参数进行了优化,首次将静电修调下的频率裂解补偿值、对谐振子本身

性能影响以及功耗等问题同时考虑。经过验证,在以较大的频率裂解补偿值减小谐振子检测误差的影响的同时,降低了补偿方案对谐振子性能的影响、加工难度以及功耗。

本研究所提出的方法可以针对不同的半球谐振陀螺和频率裂解值给予最优的补偿方案,对杯型陀螺、环型陀螺等哥氏振动陀螺也能够起到相同作用,在频率裂解的补偿应用中有一定的参考价值。

参考文献

- [1] MASLOV A A, MASLOV D A, NINALALOV I G, et al. Hemispherical resonator gyros (An overview of publications)[J]. *Gyroscopy and Navigation*, 2023, 14(1):1-13.
- [2] 谭彩铭,谢晓龙. 基于单轴光学陀螺与 MEMS IMU 的室内移动机器人寻北[J]. *仪器仪表学报*, 2024, 45(7):132-138.
TAN C M, XIE X L. Indoor mobile robot north-finding based on single-axis optical gyroscope and MEMS IMU[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2024, 45(7):132-138.
- [3] 周同,余卓林. 基于刚度轴偏角预估机制的 MEMS 多环谐振陀螺全闭环控制方法[J]. *仪器仪表学报*, 2023, 44(1):46-54.
ZHOU T, YU ZH L. Full-closed loop control method of MEMS disk resonant gyroscope based on the stiffness axis declination angle prediction mechanism[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(1):46-54.
- [4] 曹慧亮,郭天琪,申冲. 抗过载环形 MEMS 固体波动陀螺设计加工与测试[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(5):1-7.
CAO H L, GUO T Q, SHEN CH. Design, fabrication and test of high overload resistance MEMS silicon-based ring wave gyroscope[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(5):1-7.
- [5] 王潺,刘天怡,车驰骋,等. 一种半球谐振子的质量修调方法[P]. 湖北省:CN202111372180.2, 2022-11-01.
WANG CH, LIU T Y, CHE CH CH, et al. A quality trimming method of a hemisphere harmonic oscillator[P]. Hubei Province:CN202111372180.2, 2022-11-01.
- [6] HAMELIN B, TAVASSOLI V, AYAZI F. Eutectic trimming of polysilicon micro hemispherical resonating Gyroscope[C]. 2013 IEEE Sensors, 2013:1339-1342.
- [7] WANG Y T, PAN Y, QU T L, et al. Decreasing frequency splits of hemispherical resonators by chemical etching[J]. *Sensors*, 2018, 18(11):3772.
- [8] TAO Y F, PAN Y, JIN SH L, et al. Trimming of imperfect cylindrical fused silica resonators by chemical etching[J]. *Sensors*, 2019, 19(16):3596.
- [9] KIM D, BEHBAHANI A, M'CLOSKEY R, et al. Wafer-scale etch process for precision frequency tuning of MEMS gyros [C]. 2015 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL) Proceedings, 2015:1-2.
- [10] BEHBAHANI A H, KIM D, STUPAR P, et al. Tailored etch profiles for wafer-level frequency tuning of axisymmetric resonators [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2017, 26(2):333-343.
- [11] 陈一铭. 半球谐振陀螺谐振子检测及调平技术研究[D]. 西安:中国航天科工集团第二研究院, 2023.
CHEN Y M. Detection and mass balance technology of Resonator for HRG [D]. Xi'an: Second Academy of China Aerospace Science and Industry Corporation, 2023.
- [12] JEANROY A, BOUVET A, REMILLIEUX G. HRG and marine applications [J]. *Gyroscopy and Navigation*, 2014, 5(2):67-74.
- [13] 邹泽兰,徐同旭,徐祥,等. 基于两步修正法的 MEMS 三轴陀螺仪标定方法[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(4):191-198.
ZOU Z L, XU T X, XU X, et al. MEMS triaxial gyroscope calibration based on two-step correction method[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(4):191-198.
- [14] APOSTOLYUK V. Coriolis vibratory gyroscopes [M]. New York: Springer, 2016:117.
- [15] 郭日修. 布勃诺夫——伽辽金方法溯源[J]. *力学与实践*, 2011;33(6):96-97.
GUO R X. Tracing the source of the Buonov-Galerkin method[J]. *Mechanics in Engineering*, 2011;33(6):96-97.
- [16] ZHANG F. Control and self-calibration of microscale rate integrating gyroscopes (MRIGs)[M]. Berkeley: ProQuest LLC, 2016:81.
- [17] 南方伯,郜中星,徐睿东,等. 全角半球谐振陀螺控制回路的动态特性研究[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(10):42-49.
NAN F B, HAO ZH X, XU R D, et al. Research on dynamic characteristics of whole-angle hemispherical resonator gyroscope control circuit[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(10):42-49.
- [18] 李巍,金鑫,任顺清. 半球谐振陀螺仪频率裂解及固有刚性轴的测试方法[J]. *传感技术学报*, 2016, 29(3):338-342.
LI W, JIN X, REN SH Q. Measurement of frequency splitting and inherent rigidity shaft of hemispherical resonator gyro [J]. *Chinese Journal of Sensors and*

- Actuators, 2016, 29(3):338-342.
- [19] 张岚昕, 赵万良, 李绍良, 等. 半球谐振陀螺全角模式信号处理控制方法[J]. 导航定位与授时, 2019, 6(2):98-104.
- ZHANG L X, ZHAO W L, LI S H L, et al. Signal processing and control method of whole angle mode hemispherical resonator gyros[J]. Navigation Positioning and Timing, 2019, 6(2):98-104.
- [20] DEB K, JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, Part I: Solving problems with Box constraints [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(4):577-601.
- [21] WANG R Q, YI G, XIE W N, et al. Modeling, identification and compensation for assembly error of whole-angle mode hemispherical resonator gyro [J]. Measurement, 2022, 204:112064.
- [22] LYNCH D D. Vibratory gyro analysis by the method of averaging[J]. Gyroscopic Technology and Navigation, 1995:26-34.
- [23] 赵小明, 于得川, 姜澜, 等. 基于超快激光技术的半球谐振陀螺点式修调方法[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(6):782-786.
- ZHAO X M, YU D CH, JIANG L, et al. Point-trimming method of hemispherical resonator gyroscope based on ultrafast laser technology[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(6):782-786.

- [24] 杨勇, 胡晓东, 谭文跃, 等. 基于优化半球陀螺谐振子性能的工艺技术[J]. 压电与声光, 2014, 36(2):221-224.

YANG Y, HU X D, TAN W Y, et al. Technology based on optimized hrg resonator performance [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2014, 36(2):221-224.

作者简介



高忠峰, 2022 年于山东理工大学获得学士学位, 现为山东理工大学硕士研究生, 主要研究方向为谐振陀螺的控制与检测。

E-mail: 1294926164@qq.com

Gao Zhongfeng received his B.Sc. degree from Shandong University of Technology in 2022. He is currently a master student at Shandong University of Technology, and his main research interest is the control and detection of resonator gyro.



庄须叶 (通信作者), 2004 年于西南石油大学获得学士学位, 2009 年于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位, 现为山东理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为 MEMS 传感器。

E-mail: zxuye@sdut.edu.cn

Zhuang Xuye (Corresponding author) received his B.Sc. degree from SouthWest Petroleum University in 2004 and received his Ph.D. degree from Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences in 2009. He is currently a professor and a Ph.D. advisor at Shandong University of Technology. His main research interest includes MEMS sensors.