DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2413148

圆柱滚子轴承内外圈缺陷耦合机理建模研究*

罗茂林1,杨 松1,苏祖强1,胡 峰2,马婧华3

(1.重庆邮电大学先进制造工程学院 重庆 400065; 2.重庆邮电大学计算智能重庆市重点实验室 重庆 400065;3.重庆理工大学机械工程学院 重庆 400054)

摘 要:圆柱滚子轴承作为旋转机械的关键零部件,其健康状况对机械系统运行的可靠性、稳定性、及安全性有重要影响。基于 动力学与物理学的圆柱滚子轴承动力学建模,有益于探明缺陷内在激励机理,揭示缺陷激励演变机理同轴承动力学行为间的映 射机制,并提升工况下圆柱滚子轴承状态运维的准确度与可靠性。现有圆柱滚子轴承建模鲜有考虑其内外滚道复合缺陷耦合 激励机理。有鉴于此,本文提出了新的圆柱滚子轴承内外滚道复合缺陷耦合激励机理动力学模型,建立了表征滚子仅与内圈或 外圈缺陷接触和滚子与内外圈缺陷同时接触引起的时变力学参量演变机理函数模型,研究了圆柱滚子轴承复合缺陷激励同接 触位移、接触力等力学参量变化规律间的映射机制,探究了多转速条件下的圆柱滚子轴承振动行为变化规律。经实验验证表 明:仿真与实测信号振动特征基本吻合,仿真与实测信号故障特征频率及其倍频基本一致,验证了所建立模型的有效性和准确 性,对圆柱滚子轴承状态运维的准确度与可靠性的提升有一定的理论意义和实际应用价值。

关键词:圆柱滚子轴承;复合缺陷;缺陷耦合激励;机理建模;振动特性

中图分类号: TH133.33 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.15

Research on coupling mechanism modelling of composite inner and outer raceway defects of the cylindrical roller bearing

Luo Maolin¹, Yang Song¹, Su Zuqiang¹, Hu Feng², Ma Jinghua³

School of Advanced Manufacturing Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;
 Chongqing Key Laboratory of Computational Intelligence, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;
 College of Mechanical Engineering, Chongqing University of Technology, Chonqing 400054, China)

Abstract: The cylindrical roller bearing (CRB), as a key part of the rotating machine, has a significant influence on the reliability, stability, and safety of the mechanical system in operation. Dynamic modelling of CRB based on kinematics and physics is beneficial to make it clear that the intrinsic excitation mechanism of the defect, revealing the mapping mechanism between the evolution mechanism of the internal failure excitation mechanism and the dynamic behaviors of the CRB. It could provide a theoretical foundation for promoting the accuracy and reliability in the condition operation and maintenance of the CRB. Existing models in the dynamic modelling of the CRB rarely consider the coupled excitation mechanism caused by the composite defect located on the inner and outer raceways, respectively. In view of this, a new dynamic model for the coupled excitation mechanism caused by the composite defect located on the contact between the roller and the inner or outer raceway defect and between the roller and both the inner and outer raceway defects are deduced and formulated. The mapping mechanism between the excitation mechanism of the composite defect and the evolution law of mechanical parameters such as contact displacement and contact force of the CRB is studied. In addition, the variations in the vibration behaviors of the CRB with the different shaft speed scenarios are investigated. Comparisons between simulation and experiment show that the simulated vibration responses of the CRB are in good agreement with the measured results, and the characteristic defect frequencies calculated from the simulated signal are very close to the measured results. As a result, the effectiveness and accuracy of the proposed model is evaluated.

收稿日期:2024-08-08 Received Date: 2024-08-08

*基金项目:国家自然科学基金项目(52205144)、重庆市自然科学基金创新发展联合基金项目(CSTB2023NSCQ-LZX0006)、重庆市博士后科学基金项目(CSTB2023NSCQ-BHX0136)、重庆邮电大学科研启动基金项目(A2021-229)、成都市重点研发项目(2023-YF11-00059-HZ)资助

These results have the confidence to provide certain theoretical significance and practical application value for the improvement of the accuracy and reliability in the condition monitoring and maintenance of the CRB.

Keywords: cylindrical roller bearing; composite defect; coupled defect excitation; vibration mechanism modelling; vibration characteristics

0 引 言

滚动轴承作为旋转机械设备的关键部件^[1],其运行 状态对整个机械系统的工作精度和可靠性有重要影响。 在实际工况中,滚动轴承常受高速重载等恶劣工况影响, 导致滚动体与滚道表面因接触疲劳而易产生局部材料疲 劳剥落。研究表明:轴承内、外圈缺陷占其总故障率的 90%^[23]。滚动轴承振动机理建模方法,能够揭示其内部 故障激励机理的演变规律,以及此演变规律同轴承动力 学行为间的映射机制。因此,建立准确合理的滚动轴承 动力学模型,探究滚动轴承复合故障耦合激励机理^[4],可 为滚动轴承状态运维和故障激励机理研究提供一定的理 论与技术支撑。

Walters^[5]早期开展了滚动轴承动力学建模,引起了 国内外学者的广泛关注: Sunnersjö^[6]提出了两自由度的 球轴承动力学模型,并对其变刚度振动进行了研究;近年 来,罗茂林等^[7-9]围绕滚动体-缺陷接触引起的双冲击激 励机理,通过运用能量守恒定律,分析滚动体滚入缺陷及 撞击缺陷后边缘两个阶段,构建了预测滚动轴承故障尺 寸的数学模型。李昊泽等^[10]将缺陷表示为一个随时间 变化的瞬时位移激励函数,通过对其求导,得出了与转速 和缺陷宽度变化相关的瞬时冲击力激励函数,探究了故 障尺寸对一维及多维轴承振动特征的影响规律。 Liu 等^[11]运用能量法,构建了针对轴承外滚道局部故障 的转子-轴承系统振动模型,深入探究了在不同故障宽度 条件下驱动端故障轴承的振动特性。Su 等^[12]建立了圆 柱滚子轴承动力学模型,并借助该模型分析了径向间隙 和转速对保持架稳定性和轴承运动鲁棒性的影响规律。 Yang 等^[13] 通过建立考虑表面缺陷引起内部激励的深沟 球轴承动力学模型,揭示了由表面缺陷引起的深沟球轴 承非线性振动响应物理机制。Wang 等^[14] 通过建立轴承 双转子系统八自由度动力学模型,分析了轴承内外圈单 点和复合缺陷时的转子系统动态特性。Wang 等^[15] 通过 建立考虑结构柔性变形的球轴承综合动力学模型,分析 了轴承内外圈与其他轴承部件相互作用的机理,探究了 结构柔性变形对轴承动力性能的影响规律。Liu 等^[16]通 过构建了一种带有缺陷的刚性转子-滚子轴承系统模型, 提出了新的缺陷扩展和形态学建模方法,探究了缺陷边 缘特征的演变对圆柱滚子轴承振动的影响规律。 Zhang 等^[17]构建了复合故障动力学模型,该模型考虑了

滚动轴承中滚动体和滚道同时出现局部故障,对不同转 速、载荷以及缺陷宽度条件下的轴承振幅变化特性进行 了研究。李志农等[18]通过计算滚动体撞击内、外滚道故 障产生的撞击力,建立了四自由度的内外滚道复合故障 动力学模型,分析了复合故障轴承的动力学特性。胡爱 军等^[19]通过建立五自由度的滚动轴承动力学模型,探究 了滚动轴承外圈故障数量、故障圆周角度间隔以及载荷 分布对故障特征的影响规律。Cao 等^[20-21]提出了圆柱滚 子轴承单点、多点及复合故障的建模方法,并建立了球轴 承滚道多点故障动力学模型,分析了不同的故障圆周角 位置,故障角度及数量对轴承振幅变化规律的影响。 Chen 等^[22]建立了圆柱滚子轴承内外滚道复合故障动力 学模型,利用信号处理方法对模拟信号进行了分解重构, 研究了缺陷宽度与振动相关指标的关系,并对故障宽度 进行了估计。田晶等[23-24]构建了中介轴承四自由度单 点、多点及复合故障动力学模型,并通过实验对所建立的 动力学模型进行验证研究,分析了典型工况参数对轴承 故障特征频率的影响规律。Luo 等^[25]采用改进的冲击力 激励函数,建立了内、外滚道复合缺陷的滚动轴承四自由 度动力学模型.分析了冲击力随转速和缺陷尺寸的变化 规律。Li 等^[26]建立了含不规则形状缺陷的双列圆柱滚 子轴承动力学模型,研究了轴承载荷、转速和不同形状缺 陷尺寸对双列圆柱滚子轴承振动特性的影响规律。

上述研究多数针对滚动轴承内或外圈单一故障,或 者单一滚道多点故障情形,缺乏针对滚动轴承内、外圈同 时产生缺陷的故障耦合激励开展研究。有少数学者开展 了圆柱滚子轴承复合故障建模研究,却皆忽略了复合故 障所引起的时变力学参量,如时变接触位移、时变接触力 等参量的耦合激励机理,更缺乏相关数学模型对该耦合 特性进行量化表征。实际工况下,圆柱滚子轴承内外滚 道复合缺陷引起的时变接触位移、时变接触力等力学参 量之间存在耦合激励,进一步影响轴承系统刚度演变和 轴承振动行为变化,以致造成机械系统的非线性振动。

有鉴于此,该论文提出了圆柱滚子轴承内外滚道复 合故障耦合激励机理动力学模型,建模中通过深入探究 滚子同内外圈缺陷间的相对圆周角位置关系,建立了表 征圆柱滚子轴承复合故障所引起的时变力学参量耦合激 励机理的数学模型,分析了其在不同的滚动体-缺陷接碰 阶段的变化规律。通过仿真与实验,研究了转速对圆柱 滚子复合故障耦合激励机理振动响应的时域和频域 特性。

1 无故障圆柱滚子轴承内部接触参量

1.1 轴承内部径向游隙

受外部径向载荷作用的圆柱滚子轴承内部径向游隙 的变化情况如图 1 所示。以水平、竖直方向分别为 X 轴 和 Y 轴方向,建立惯性坐标系 Z_i(X, O, Y)。在载荷区 内竖直方向处,游隙为零;由竖直方向处分别向载荷区两 侧延伸至载荷区边缘,径向游隙逐渐增加。根据文 献[27]所提出的径向游隙计算方法,可知圆柱滚子轴承 内部径向游隙计算式为:

$$C_{\phi_j} = \frac{C_d}{2} \left[1 - \cos\left(\left| \frac{3}{2} \pi - \phi_j \right| \right) \right]$$
(1)

式中: C_a 为球轴承自身直径游隙; ϕ_j 为第j个滚动体在运动过程中的圆周角位置并由下式计算^[27]:

$$\phi_{j}(t) = \frac{2\pi(j-1)}{N_{b}} + \omega_{c}t + \phi_{0}$$
(2)

式中: ϕ_0 表示第1个滚动体相对于X 轴的初始角度位置: ω_c 为保持架角速度,可表示为^[27]:

$$\omega_c = \frac{\omega_s}{2} \left(1 - \frac{D_b}{D_p} \cos \alpha \right) \tag{3}$$

式中: ω_s 为转轴/内圈角速度; D_b 为滚动体直径; D_p 为轴承节圆直径; α 为轴承载荷角。



图1 径向加载下圆柱滚子轴承套圈位移



1.2 接触力学参量

采用赫兹接触力-变形关系来计算滚子与滚道间的 接触力学参量^[23],即:

 $Q_{ir} = K\delta^{n}$ (4) 式中: Q_{ir} 为内部径向载荷;K 为赫兹接触刚度; δ 为径向 接触形变;n 为载荷-变形指数。以上参数的计算方法详 见文献[28]。

如图 2 所示为一受外部径向载荷作用的无缺陷圆柱 滚子轴承内圈滚道径向位移示意图,图中 0 和 0₁ 分别表 示外圈和内圈中心。假设滚动体与内外圈之间的径向接 触变形分别为 δ_i 与 δ_o ,其代数和可等效为中心距 OO_1 。 故在整个接触变形过程中,第j个滚动体与内外圈之间 的径向总接触形变为:

$$\delta_i = x \cos(\phi_i) + y \sin(\phi_i) - C_{\phi_i}$$
(5)

式中:x和 y分别为圆柱滚子轴承内圈在 X和 Y方向上的振动位移。



图 2 径向受载圆柱滚子轴承的径向位移

Fig. 2 Diagram of the radial displacement of the radially loaded cylindrical roller bearing

本研究中,轴承外圈固定于轴承座上,内圈与转轴过 盈配合。在实际工况下,圆柱滚子轴承受一竖直向下的 载荷 Q,在其内部形成的载荷区范围仅限于轴承下半圆 区域,如图 3 所示;忽略上半圆区域中的滚动体所受径向 力^[27],具体载荷区范围由式(6)确定^[28]。



图 3 圆柱滚子轴承径向载荷分量分布

Fig. 3 Diagram of the distribution of the radial load components in the radially loaded cylindrical roller bearing

载荷区的角度范围计算式具体如下:

$$\phi_{lz} = \cos^{-1} \left(\frac{C_d}{2\delta_r} \right) \tag{6}$$

式中: C_a 和 δ_r 分别表示圆柱滚子轴承游隙和径向最大偏移量; ϕ_a 表示载荷区圆心角度半角大小。

2 圆柱滚子轴承复合缺陷振动机理建模

在滚子经过缺陷的整个过程中,滚子从开始进入缺

29

陷,到运动至缺陷中央,最后从缺陷中央运动直至退出缺 陷区,此过程包含圆柱滚子轴承内圈径向位移先增加,至 最大处(当滚子位于缺陷中央时),然后再逐渐减小。

2.1 内圈缺陷时变位移激励

采用类余弦函数来模拟缺陷区域引起的额外位移随时间的变化^[23],即由内圈缺陷产生的内圈最大附加位移量 *H_{mi}* 计算式为:

$$H_{mi} = D_b/2 - \sqrt{(D_b/2)^2 - (L_i/2)^2}$$
(7)
 $\exists \mathbf{p}_i \mathbf{L}_i$ 为内圈缺陷的宽度。

圆柱滚子轴承内圈缺陷与滚动体相互接触形成的几 何位置关系如图 4 所示,图中,2*φ*_i 为内圈缺陷的圆周角 跨度。



图 4 圆柱滚子轴承内圈故障与滚子接触几何关系 Fig. 4 Illustration of the geometric contact relationship between the inner race defect and the roller of the

cylindrical roller bearing

内圈缺陷引起的时变位移激励 H_a 可表示为:

$$H_{ii} = \begin{cases} 0, \quad 0 \leq \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) < \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) - \varphi_{i} \\ H_{mi} \cos\left[\pi \frac{\operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) - \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi)}{2\varphi_{i}}\right], \\ \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) - \varphi_{i} \leq \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) < \\ \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) \\ H_{mi}, \quad \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) = \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) \\ H_{mi} \cos\left[\pi \frac{\operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) - \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi)}{2\varphi_{i}}\right], \\ \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) < \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \leq \\ \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) + \varphi_{i} \\ 0, \quad \operatorname{mod}(\phi_{IS}, 2\pi) + \\ \varphi_{i} < \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \leq 2\pi \end{cases}$$

$$(8)$$

式中: $mod(\cdot)$ 为求余函数, φ_i 为内圈缺陷所对应的圆周 角跨度的半角,可表示为: $\varphi_i = \arcsin(L_i/D_i); \phi_{Is}$ 为内圈 缺陷中心在运动过程中的圆周角位置,可表示为:

$$\phi_{IS} = \omega_{,t} + \beta_{0}$$
(9)
式中: β_{0} 表示内圈缺陷的初始圆周角位置。

2.2 外圈缺陷时变位移激励

由上述内圈缺陷引起的内圈最大位移量求解方法可知,外滚道缺陷导致的内圈最大附加位移量 H_{mo} 计算式为:

 $H_{mo} = D_b / 2 - \sqrt{(D_b / 2)^2 - (L_o / 2)^2}$ (10) 式中: L_b 为外圈缺陷沿滚道方向的宽度。

圆柱滚子轴承外圈缺陷与滚动体相互接触形成的几 何位置关系如图 5 所示。



图 5 圆柱滚子轴承外圈缺陷与滚子接触关系

Fig. 5 Illustration of the contact relationship between outer race defect and the roller of the cylindrical roller bearing

图中,2φ_a为外圈缺陷圆周角跨度,外圈缺陷引起的 时变位移激励 H_a可表示为:

$$H_{io} = \begin{cases} 0, \quad 0 \leq \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) < \phi_{os} - \varphi_{o} \\ H_{mo} \cos \left[\pi \frac{\phi_{os} - \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi)}{2\varphi_{o}} \right], \\ \phi_{os} - \varphi_{o} \leq \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) < \phi_{os} \\ H_{mo}, \quad \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) = \phi_{os} \\ H_{mo} \cos \left[\pi \frac{\operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) - \phi_{os}}{2\varphi_{o}} \right], \\ \phi_{os} < \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \leq \phi_{os} + \varphi_{o} \\ 0, \quad \phi_{os} + \varphi_{o} < \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \leq 2\pi \end{cases}$$
(11)

式中: ϕ_{os} 为外圈缺陷中心在运动过程中的圆周角位置。 φ_o 为外圈缺陷所对应的弧度角,可表示为: φ_o = arcsin (L_o/D_o)。

2.3 圆柱滚子轴承内外滚道缺陷耦合时变位移激励机 理建模

实际工况下,圆柱滚子轴承、转轴和轴承座三者共同 构成一个复杂系统,为便于分析圆柱滚子轴承复合故障 振动激励机理,建立相应的动力学分析模型。为此作如 下假设^[29]:

1)研究中,圆柱滚子轴承转速中等,故忽略轴承内部 各元件的离心力;

2)滚子由保持架固定并沿圆周均匀分布,接触力只 作用在径向;

3) 轴承内圈与外圈分别刚性固定在转轴与轴承座

上,内圈与转轴间为过盈配合;

4)忽略滚子与滚道之间的摩擦、打滑;

5)在滚子运动过程中,其与健康内、外圈弹性接触过 程所产生的形变与接触力间的关系满足赫兹弹性接触 理论。

实际工况下,对内外滚道复合缺陷的圆柱滚子轴承, 其滚子与缺陷在载荷区内的接触情况可分为3种:(1)滚 子仅与内圈缺陷接触;(2)滚子仅与外圈缺陷接触;(3) 滚子同时与内外圈缺陷接触。对于(3),又可细分为2种 情形:a.同一个滚子与内外圈缺陷同时接触;b.不同的滚 子分别与内外圈缺陷同时接触。

对于情形 b 之几何位置关系图如图 6 所示。



图 6 圆柱滚子轴承滚动体与内外圈复合缺陷接触关系 Fig. 6 Illustration of the contact relationship between the roller and the composite inner and outer race defects of the cylindrical roller bearing

图 6 中,以同外圈缺陷接触的滚子为参照,以 ϕ_i 表示与外圈缺陷接触的第 j 个滚子的圆周角位置,以 ϕ_i 表示与内圈接触的某一滚动体的角度位置,则 ϕ_j 与 ϕ_i 之间存在如下数学关系:

 $\phi_i = \phi_{\mathrm{mod}(\{j+k \mid k \in \{n \cdots m\}\}, N_i)}$

其中,n,m为正整数且k取整数,表示轴承滚子数增量,其取值取决于第1个滚子与外圈缺陷接触时,载荷区内滚子的数量。如图3所示:在外部载荷作用下,当第1个滚子与外圈缺陷接触时,n的取值为位于载荷区内最左边的滚子序号减1,m的取值为位于载荷区内最右边的滚子序号加上总的滚动体个数再减1(以本文研究的具有12个滚子的圆柱滚子轴承为例,即由计算可得n=10,m=14,表示假设在第j个滚动体与外圈缺陷接触时,第 $mod(\{j+k | k \in \{10, \dots, 14\}\}, N_b)$ 个滚动体都有可能与内圈缺陷接触)。

对于情形 a,可视其为情形 b 之特殊情况。即,当式 mod($\{j+k \mid k \in \{n, \dots, m\}\}$, N_b)中的 k 等于圆柱滚子轴 承的滚子总数时,发生情形 a(以本研究中具有 12 个滚 动体的圆柱滚子轴承为例,当 k=12 时,第 j 个滚子既与

外圈缺陷接触也与内圈缺陷接触)。因本文在对情形 b 分析时,对于 $\phi_i = \phi_i$ 之间存在数学关系已包含情形 a, 故后文不再单独讨论情形 a。

如图 6 所示,在实际工况下,当不同滚动体同时与内 外圈缺陷接触时,滚动体所在的圆周角位置各异,其与内 圈缺陷接触产生的时变位移在整个惯性坐标系内的作用 方向时刻变化,为计算滚动体与内外圈缺陷接触所诱发 的总的等效位移增量,本文采用时变位移投影分解法,将 滚动体与内圈接触诱发的时变接触位移变换至惯性坐标 系 Z_i(X, O, Y)中,即滚动体与内外圈缺陷接触所产生的 总的等效接触位移模型可表示为:

$$\Delta \delta = \begin{cases} (x \cos \phi_j + y \cos \phi_j - C_{\phi_j} - H_{io}), \ \exists \mathcal{L} X_o \\ (x \cos \phi_j + y \cos \phi_j - C_{\phi_j} - H_{ii}), \ \exists \mathcal{L} X_i \\ (x \cos \phi_j + y \cos \phi_j - C_{\phi_j} - (12) \\ H_{io} - \eta H_{ii}), \ \exists \mathcal{L} X_{io} \\ (x \cos \phi_j + y \cos \phi_j - C_{\phi_j}), \ \exists th \end{cases}$$

式中:参数 η 表示发生复合故障时,内圈缺陷位移激励沿惯性坐标系X和Y轴投影分解的参数,关系式如下:

 $\eta = \cos((360/N_b) | j - i |)$ (13) $\vec{x} \oplus : i = mod(\{j+k | k \in \{n, \dots, m\}\}, N_b), \# \pounds \& \# X_o, X_{i,}$ $X_{io} \ \ \ \& \& \& K \in \{n, \dots, m\}\}, N_b \} = k \oplus X_o, X_{i,}$

$$\chi_{o} = \begin{cases} 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \blacksquare \\ 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \operatorname{mod}(\phi_{os}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \blacksquare \\ \phi_{os} - \varphi_{o} \leq \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \leq \phi_{os} + \varphi_{o} \blacksquare \\ \operatorname{mod}(\phi_{ls}, 2\pi) - \varphi_{i} > \operatorname{mod}(\phi_{i}, 2\pi) \rightrightarrows \\ \operatorname{mod}(\phi_{ls}, 2\pi) + \varphi_{i} < \operatorname{mod}(\phi_{i}, 2\pi) \end{cases}$$

(15)

$$\chi_{i} = \begin{cases} 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \operatorname{mod}(\phi_{i}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \blacksquare \\ 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \operatorname{mod}(\phi_{lS}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \blacksquare \\ \operatorname{mod}(\phi_{lS}, 2\pi) - \varphi_{i} \leq \operatorname{mod}(\phi_{i}, 2\pi) \leq \\ \operatorname{mod}(\phi_{lS}, 2\pi) + \varphi_{i} \blacksquare \\ \phi_{os} - \varphi_{o} > \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \rightrightarrows \\ \phi_{os} + \varphi_{o} < \operatorname{mod}(\phi_{j}, 2\pi) \end{cases}$$

$$\chi_{io} = \begin{cases} 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \mod(\phi_{j}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \\ 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \mod(\phi_{i}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \\ 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \mod(\phi_{os}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \\ 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \mod(\phi_{is}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \\ 1.5\pi - \phi_{lz} \leq \mod(\phi_{is}, 2\pi) \leq 1.5\pi + \phi_{lz} \\ \phi_{os} - \varphi_{o} \leq \mod(\phi_{j}, 2\pi) \leq \phi_{os} + \varphi_{o} \\ 0 \\ \mod(\phi_{is}, 2\pi) - \varphi_{i} \leq \mod(\phi_{i}, 2\pi) \leq \\ \mod(\phi_{is}, 2\pi) + \varphi_{i} \end{cases}$$
(16)

则滚动体与内外圈之间的接触力在 X 和 Y 方向的分量可表示为:

$$\begin{cases} f_{iox} = K_t \sum_{j=1}^{N_b} \mu_{io} (\Delta \delta)^n \cos \phi_j \\ f_{ioy} = K_t \sum_{j=1}^{N_b} \mu_{io} (\Delta \delta)^n \sin \phi_j \end{cases}$$
(17)

式中:参数 µ_{io} 为判断滚动体与圆柱滚子轴承是否发生接触变形的参数,有如下关系:

$$\mu_{io} = \begin{cases} 1, & \Delta\delta > 0\\ 0, & \Delta\delta \le 0 \end{cases}$$
(18)

通过上述对滚动体与正常和缺陷滚道接碰诱发的 时变力学参的数学模型定量表征,结合刚性套圈假设 理论,则可建立圆柱滚子轴承复合缺陷激励机理振动 方程:

$$\begin{cases} \ddot{mx} + C_s \dot{x} + \sum_{j=1}^{N_b} \mu_{io} K_i (\Delta \delta)^n \cos \phi_j = W_{iox} \\ \ddot{mx} + C_s \dot{x} + \sum_{i=1}^{N_b} \mu_{io} K_i (\Delta \delta)^n \sin \phi_j = W_{ioy} \end{cases}$$
(19)

式中: m 为内圈和转轴的等效总质量; C_s 为球轴承系统阻 尼系数; x 和 y 分别为内圈在水平和竖直方向的振动速 度; x 和 y 分别为内圈在水平和竖直方向的振动加速度; W_{iox} 和 W_{ioy} 分别表示复合缺陷圆柱滚子轴承在 X 和 Y 轴 方向上所受到的外部载荷。

3 动力学模型仿真与实验验证

3.1 仿真结果

仿真以 N205EM 圆柱滚子轴承作为研究对象,其几 何参数见表 1,设定时间步长 $\Delta t = (1/F_s)$ s,其中 F_s 为实 测信号采样频率。内圈与转子的等效质量为 m = 1.6 kg, 系统阻尼因子 $C_s = 1500$ N·s/m,轴承转速 $\omega_r = 884.91$ r/min, 轴承所受外部径向载荷为 0。假设缺陷沿外圈滚道方向 长度 $L_o = 0.5$ mm、深 $h_o = 0.2$ mm,并位于外圈滚道正下 方,且其在惯性坐标系 $Z_i(X, O, Y)$ 中的初始圆周角位置 为: $\phi_{os} = 1.5\pi$;内圈缺陷沿滚道方向长度为 $L_i = 0.5$ mm,深 度为 $h_i = 1.5$ mm,并位于 x 轴正方向,且其在惯性坐标系 $Z_i(X, O, Y)$ 中的初始圆周角位置为: $\beta_0 = \pi/24$ 。设定仿真 初始位移 $x_0 = y_0 = 10^{-6}$ mm,初始速度 $\dot{x}_0 = \dot{y}_0 = 0$ mm/s。

根据以上设定的仿真参数,基于 Matlab 软件进行 编程仿真。从内、外圈复合缺陷耦合激励机理的角度 为出发点,研究缺陷耦合激励对圆柱滚子轴承时变接 触位移和圆柱滚子轴承振动响应变化的影响规律。解 得圆柱滚子轴承复合缺陷耦合时变位移激励响应如 图 7 所示。

表 1 圆柱滚子轴承 N205EM 几何尺寸参数 Table 1 Dimension of the cylindrical roller bearing N205EM

尺寸参数	数值大小
内圈直径 (d_i) /mm	25
外圈直径 $(d_o)/mm$	52
滚动体直径 (D_b) /mm	7.938
节圆直径 (D_p) /mm	38.5
滚动体个数 (N_b) /个	12
内圈滚道直径 $(D_i)/mm$	30. 56
外圈滚道直径 $(D_o)/mm$	46. 44
宽度(l)/mm	15
接触角(a)/(°)	0
径向游隙(C_d)/µm	1



图 7 转速 884.91 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合 缺陷时变位移激励

Fig. 7 Time-varying displacement excitation of the cylindrical roller bearing with composite defect under shaft speed 884. 91 r/min

通过图 7 可观察到,矩形框所示的复合缺陷时变位 移变化情况表明滚子与轴承内外圈缺陷在载荷区内之 接触情况,复合缺陷诱发的附加时变位移发生在 $t \in$ [0.73294 s, 0.733 34 s]。同时,可发现在该时间段内 复合缺陷同时与滚动体接触而产生的附加位移发生了 2 次显著的变化,即在时刻 t=0.733 05 s 和 t=0.733 23 s。 此接触位移变化之根本原因为圆柱滚子轴承内外圈缺陷 分别与滚动体接触时的作用方向不同向,引起的总接触 位移存在内部耦合现象。

为进一步分析讨论该现象产生的内在激励机制,本 文开展了对圆柱滚子轴承复合缺陷条件下只体现内圈缺 陷引起的时变位移变化(如图8所示)和只体现外圈缺 陷引起的时变位移变化(如图 9 所示)的探究,其结果具体如下:通过对比以上时变位移激励变化结果可知,当圆柱滚子轴承存在复合缺陷时,在 t=0.732 94 s,滚子开始与内圈缺陷接触,并产生附加位移,在 t=0.733 34 s 不再产生附加位移。





Fig. 8 Time-varying displacement excitation of cylindrical roller bearing excited only by the inner ring defects under shaft speed 884. 91 r/min





Fig. 9 Time-varying displacement excitation of cylindrical roller bearing excited only by the outer ring defects under shaft speed 884. 91 r/min

根据图 8 中细节放大图可知,在 $t \in [0.73294 s, 0.73304 s]$,圆柱滚子轴承只含内圈缺陷引起的时变位移逐渐增加,而在 $t \in [0.73294 s, 0.73305 s]$,时变位移急剧减小为 0,与图中其他时刻的产生的时变位移激励相比,并未到达时变位移的最高点,由图 7 和 8 的放大图

对比可知,*t* ∈ [0.73294 s, 0.73305 s]时,只代表内圈缺 陷处单独诱发的附加位移。

在 t=0.733 05 s时,滚动体开始与外圈缺陷接触,并 诱发附加位移,且复合缺陷诱发的时变位移在该时刻发 生了突变。由图 7 与 9 对比可知,在 t=0.733 23 s时,滚 动体已不再与内圈缺陷接触产生附加位移,仅与外圈缺 陷接触产生附加位移,直到 t=0.733 34 s,滚动体离开外 圈缺陷且不再产生附加位移。

不同滚动体分别与外圈和内圈缺陷接触产生的附加 接触力示意图如图 10 所示,其中实线表示不同滚动体与 外圈缺陷接触产生的附加接触力,虚线表示不同滚动体与 内圈缺陷接触产生的附加接触力。将图 10 中与图 7 中时 变位移激励发生巨大变化的时刻对应放大后可以观察到, 在t∈[0.73294s, 0.73323s]时,滚动体与内圈缺陷接触 并产生附加接触力,而在 t ∈ [0.733 05 s, 0.733 34 s]时, 滚动体与外圈缺陷接触并产生附加接触力。图 10 中可 以清楚的观察到在 t ∈ [0.733 05 s, 0.733 23 s]时, 滚动 体与内圈缺陷接触产生附加接触力的同时也与外圈缺陷 接触产生附加接触力,根据仿真实验结果分析可知,该时 刻滚动体产生的附加接触力是由滚动体 6 号与外圈缺陷 接触产生的附加接触力和滚动体7号与内圈缺陷接触产 生的附加接触力组合而成。在 $t \in [0.73294 \text{ s}, 0.73305 \text{ s}]$ 时,滚动体产生的附加接触力只是滚动体7号与内圈缺陷 接触产生的附加接触力,在 $t \in [0.73323 \text{ s}, 0.73334 \text{ s}]$ 时, 滚动体产生的附加接触力只是滚动体 6 号与外圈缺陷接 触产生的附加接触力。



图 10 转速 884.91 r/min 条件下不同滚动体分别与外圈和 内圈缺陷接触产生的附加接触力

Fig. 10 Additional contact force generated by the contact of different rolling elements with inner and outer race defects, respectively, at a shaft speed of 884.91 r/min

仿真结果表明,轴承内外圈复合故障激励存在2种 情形:1)同一个滚子同时与内外圈缺陷接触;2)不同滚 子分别同时与内外圈缺陷接触。对于情况 2),由滚子与 内外圈缺陷接触诱发的总的等效附加位移不能简单地通 过内圈缺陷和外圈缺陷各自引起的附加位移的代数和来 计算,需考虑滚子与内外圈缺陷接触所处的圆周角位置 时变特性产生的非线性特性,即为本文所提出的时变接 触位移投影变换求解法。

通过以上设定的输入参数,基于 Matlab 编程仿真,运 用定步长四阶 Runge-Kutta 数值积分法对非线性动力学 微分方程组进行数值求解。仿真中,分别对转速为 300、 600、884.91 r/min 下的复合缺陷圆柱滚子轴承开展研 究。数值求解结果及相应频谱图如图 11~16 所示。



图 11 转速 300 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合缺陷 仿真加速度响应时域图

Fig. 11 Simulated time domain acceleration response of the cylindrical roller bearing calculated at a shaft speed of 300 r/min



图 12 转速 300 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合缺陷 仿真加速度响应频谱图











图 14 转速 600 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合缺陷 仿真加速度响应频谱图





图 15 转速 884.91 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合缺陷 仿真加速度响应时域图

Fig. 15 Simulated time domain acceleration response of the cylindrical roller bearing calculated at a shaft speed of 884. 91 r/min



图 16 转速 884.91 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合缺陷 仿真加速度响应频谱图



参照文献[5]中得滚动轴承故障特征频率计算方法,圆柱滚子轴承在转速 300、600、884.91 r/min 条件下的特征故障频率计算结果如表 2 所示。

通过对上述3种转速下的圆柱滚子轴承复合缺陷耦 合激励建模仿真研究。从图11、13及15可发现时域波 形中存在明显的周期性冲击振动特征,随着转速的增加, 单位时间内冲击性振动特征明显增加,振动信号幅值无 明显变化,验证了本文所提出模型在仿真不同转速条

	表	2	不同转速下圆柱滚子轴承特征故障频率
Table	2	Ch	aracteristic defect frequencies of the cylindrical
	1	nlle	er hearing under different shaft speeds

	圆柱滚子轴承转速/(r·min ⁻¹)			
-	300	600	884.91	
内圈转动频率/Hz	5.00	10.00	14.75	
外圈故障特征频率/Hz	23.82	47.63	70.25	
内圈故障特征频率/Hz	36.19	72.37	106.74	

击性振动响应的有效性。且此周期性冲击特征包含 2 种频率成分。对比图 12、14 及 16,可发现圆柱滚子轴承出现复合缺陷时,其振动信号频谱中可清晰呈现对应其内、外圈故障特征频率及相应倍频成分。此 3 种转速下的仿真响应外圈故障特征频率分别为 23.83、47.66、70.31 Hz,内圈故障特征频率分别为 36.2、72.4、106.6 Hz,经与表 2 中故障特征频率理论值比对,结果如表 3 所示,故障频率误差小于 2%,在合理允许范围内,验证了本文所提出模型在表征不同转速条件下的轴承振动响应的故障频率皆是有效的。

件下的圆柱滚子轴承内外圈复合故障耦合激励引起的冲

表 3 不同转速下仿真圆柱滚子轴承特征故障频率误差分析

 Table 3 Error analysis of the simulated characteristic defect frequencies of the cylindrical roller bearing under different shaft speeds

圆柱滚子轴承转速/	仿真外圈故障	仿真内圈故障	理论外圈故障	理论内圈故障	仿真外圈故障特征频率	仿真内圈故障特征频率
$(\mathbf{r} \cdot \min^{-1})$	特征频率/Hz	特征频率/Hz	特征频率/Hz	特征频率/Hz	与理论值相对误差/%	与理论值相对误差/%
300	23.44	35.94	23.82	36. 19	1. 60	0. 70
600	47.66	72.66	47.63	72.37	0. 06	0.40
884. 91	70.31	106.60	70.25	106.74	0. 09	0. 13

3.2 实验验证

为进一步验证本文所提出建模方法之有效性,借助旋转机械综合故障试验平台进行验证实验。试验台如图 17(a)所示,以 N205EM 型圆柱滚子轴承作为研究对象,轴承参数见表 1,缺陷参数同仿真分析,圆柱滚子轴承复合缺陷图见图 17(b)所示,实验中采样频率为51.2 kHz。通过压电式加速度传感器采集轴承引起的振动数据,通过涡电流传感器采集转速数据,实测过程中轴承转速曲线如图 18 所示。实验所采集的振动加速度信号经过滤波降噪处理后如图 19(b)所示。通过高频共振解调方法对实测信号进行包络解调分析,其包络谱如图 20(b)所示。





从图 19 可明显观察到,仿真与实测信号的时域波形 中皆包含两类冲击信号分量,且皆具有周期性冲击特性。 从图 20 中仿真与实测信号的包络谱对比可发现内圈转 频f_s、内圈故障特征频率 F_i、外圈故障特征频率 F_o 同其



Fig. 18 Real-time rotating speed of the cylindrical roller bearing under the experimental condition

边频及此 3 种频率之 2×、3×倍频成分;此外,图 20(a)中 仿真信号频谱包含内圈转频 f_s = 14.64 Hz、外圈故障频率 F_s = 70.31 Hz、内圈故障频率 F_i = 106.6 Hz;图 20(b)中 实测信号频谱包含内圈转频 f_s = 14.75 Hz、外圈故障频率 F_s = 72.07 Hz、内圈故障频率 F_i = 104.9 Hz。仿真与实测 信号之内圈故障频率皆存在转频调制现象。

如图 18 所示,在实测中,圆柱滚子轴承转速存在一 定波动,与理论设定转速存有一定偏差。造成图 20 中实 测信号与仿真信号的故障特征频率存在误差。后经误差 分析可知,结果见表 4,该误差在实验允许之合理范围 内,进一步验证了本文所提出的圆柱滚子轴承内外圈复 合缺陷激励机理建模方法的有效性和正确性。









Fig. 20 Envelope spectra calculated from the simulated and measured signals of the cylindrical roller bearing compound defect under the shaft speed of 884.91 r/min

4 结 论

本文通过分析滚子位于载荷区内与内外圈缺陷接触 时所在的圆周角位置时变特性所产生的缺陷位移耦合激 励机理,发现该耦合机理不能等同于传统位移直接求和

表 4	转速 884.91 r/min 条件下圆柱滚子轴承复合故障		
特征频率误差分析			

Table 4 Error analysis of the composite characteristic defect frequencies of the cylindrical roller bearing calculated at 884. 91 r/min

特征频率及误差对比	特征频率值及误差值
仿真外圈故障特征频率/Hz	70.31
实测外圈故障特征频率/Hz	72.07
仿真内圈故障特征频率/Hz	106.60
实测内圈故障特征频率/Hz	104. 90
理论外圈故障特征频率/Hz	70. 25
理论内圈故障特征频率/Hz	106. 74
仿真外圈故障特征频率与理论值相对误差/%	0. 09
仿真外圈故障特征频率与实测值相对误差/%	2.44
实测外圈故障特征频率与理论值相对误差/%	2.60
仿真内圈故障特征频率与理论值相对误差/%	0.13
仿真内圈故障特征频率与实测值相对误差/%	1.62
实测内圈故障特征频率与理论值相对误差/%	1.72

来表征,并通过本文提出的时变位移投影分解法,将滚子 与内圈缺陷接触产生的位移等效变换至惯性坐标系中, 最终建立内外圈滚道缺陷复合耦合激励引起的总的等效 时变位移数学模型。基于运动学、动力学、赫兹接触理论 及刚性套圈假设理论等理论与方法,结合本文所提出的 内外圈复合缺陷引起的时变位移耦合激励机理模型,提 出了一种新的圆柱滚子轴承内外滚道复合故障动力学模 型。通过仿真与实测对比验证,并对仿真与实测信号进 行时频域特征分析。研究结果论证了本文所建立的圆柱 滚子轴承复合缺陷动力学模型的有效性。

参考文献

- [1] 赵光权,姜泽东,胡聪,等.基于小波包能量熵和 DBN 的轴承故障诊断[J].电子测量与仪器学报, 2019,33(2):32-38.
 ZHAO G Q, JIANG Z D, HU C, et al. Bearing fault diagnosis based on wavelet packet energy entropy and DBN[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019,33 (2):32-38.
 [2] 王曹正,康梓秦,樊中鼎,等.基于动力学模型的滚
 - 2] 工智正,原杆条,奥中娟,等. 墨丁切刀子侯型的浓动轴承磨损特性分析[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(8): 218-227.
 WANG C ZH, KANG Z Q, FAN ZH D, et al. Analysis of wear characteristics of rolling bearings based on

of wear characteristics of rolling bearings based on dynamic models[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(8): 218-227.

[3] 苗建国,李茂银,邓聪颖,等.非理想数据下基于仿

真数据辅助迁移学习的滚动轴承故障诊断[J]. 仪器 仪表学报, 2023, 44(4): 28-39.

MIAO J G, LI M Y, DENG C Y, et al. Fault diagnosis of rolling bearings based on simulation data assisted transfer learning under non ideal data[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(4): 28-39.

 [4] 蔡昕一,马军,李祥.改进复合插值包络经验模态分 解的滚动轴承故障特征提取方法[J].电子测量与仪 器学报,2023,37(1):191-203.

CAI X Y, MA J, LI X. Improved fault feature extraction method for rolling bearings using composite interpolation envelope empirical mode decomposition [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(1): 191-203.

- [5] WALTERS C T. The dynamics of ball bearing [J]. Journal of Tribology, 1970, 93(1): 1-10.
- [6] SUNNERSJO C S. Varying compliance vibrations of rolling bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 58(3): 363-373.
- [7] 罗茂林,郭瑜,伍星.考虑冲击力的球轴承外圈剥落 缺陷双冲击现象动力学建模[J].振动与冲击,2019, 38(14):48-54.

LUO M L, GUO Y, WU X. Dynamic modeling of double impact phenomenon of outer ring peeling defects in ball bearings considering impact force [J]. Vibration and Impact, 2019, 38(14): 48-54.

 [8] 罗茂林,郭瑜,伍星. 球轴承内圈剥落缺陷双冲击特 征动力学建模[J]. 航空动力学报, 2019, 34(4): 778-786.

> LUO M L, GUO Y, WU X. Dynamic modeling of double impact characteristics of peeling defects in the inner ring of ball bearings [J]. Journal of Aeronautical Dynamics, 2019, 34(4): 778-786.

[9] 罗茂林,郭瑜,伍星.基于时变接触刚度的球轴承双 冲击现象动力学建模[J].振动工程学报,2018, 31(5):875-882.

> LUO M L, GUO Y, WU X. Dynamic modeling of double impact phenomenon in ball bearings based on timevarying contact stiffness [J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(5): 875-882.

[10] 李昊泽,贺雅,冯坤,等.考虑时变激励的滚动轴承 局部故障动力学建模[J]. 航空学报,2022,43(8): 87-98.

LI H Z, HE Y, FENG K, et al. Dynamic modeling of local faults in rolling bearings considering time-varying excitation [J]. Acta Aeronautica Sinica, 2022, 43(8): 87-98.

[11] LIU Y F, YAN CH F, WANG K, et al. Dynamic

modeling of rotor-bearing-housing system with local defect on ball bearing using mass distribution and energy methods[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi Body Dynamics, 2021, 235(3): 412-426.

- [12] SU SH M, CAO H R, ZHANG Y Y. Dynamic modeling and characteristics analysis of cylindrical roller bearing with the surface texture on raceways [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 158: 107709.
- [13] YANG L H, SUN Y, SUN R B, et al. Analytical modeling and mechanism analysis of time-varying excitation for surface defects in rolling element bearings[J]. Journal of Dynamics, Monitoring and Diagnostics, 2023,2(2): 89-101.
- [14] WANG C, TIAN J, ZHANG F L, et al. Dynamic modeling and simulation analysis of inter-shaft bearing fault of a dual-rotor system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 193: 110260.
- [15] WANG M K, YAN K, TANG Q, et al. Dynamic modeling and properties analysis for ball bearing driven by structure flexible deformations[J]. Tribology International, 2023, 179: 108163.
- [16] LIU J, WANG L F, SHI ZH F. Dynamic modelling of the defect extension and appearance in a cylindrical roller bearing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 173: 109040.
- [17] ZHANG X, YAN CH F, LIU Y F, et al. Dynamic modeling and analysis of rolling bearing with compound fault on raceway and rolling element [J]. Shock and Vibration, 2020, 2020(8): 8861889.
- [18] 李志农,周泽文,胡茑庆,等.考虑冲击力的球轴承 复合缺陷动力学建模[J]. 沈阳工业大学学报,2022, 44(2):173-179.
 LI ZH N, ZHOU Z W, HU N Q, et al. Dynamic modeling of composite defects in ball bearings considering impact force [J]. Journal of Shenyang Technological University, 2022, 44(2):173-179.
- [19] 胡爱军,许莎,向玲,等.滚动轴承外圈多点故障特 征分析[J]. 机械工程学报,2020,56(21):110-120.
 HU AI J, XU SH, XING L, et al. Analysis of multipoint fault characteristics of rolling bearing outer ring[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(21):110-120.
- [20] CAO H R, SU SH M, JING X, et al. Vibration mechanism analysis for cylindrical roller bearings with single/multi defects and compound faults[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 144: 106903.

- [21] GAO X H, YAN CH F, LIU Y F, et al. A 4-DOF dynamic model for ball bearing with multiple defects on raceways[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2021, 235(1): 3-18.
- [22] CHEN L H, TAN AO, YANG L X, et al. Defect size evaluation of cylindrical roller bearings with compound faults on the inner and outer races [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2022, 2022(49):6070822.
- [23] 田晶, 艾辛平, 刘丽丽, 等. 中介轴承复合故障动力
 学建模与振动特征分析[J]. 振动与冲击, 2022,
 41(22): 144-151.

TIAN J, AI X P, LIU L L, et al. Dynamic modeling and vibration characteristic analysis of composite faults in intermediate bearings [J]. Vibration and Impact, 2022, 41(22): 144-151.

[24] 田晶,刘丽丽,张凤玲,等.中介轴承多点故障动力
 学建模和仿真分析[J].推进技术,2022,43(2):305-314.

TIAN J, LIU L L, ZHANG F L, et al. Dynamic modeling and simulation analysis of multi-point faults in intermediate bearings[J]. Advancing Technology, 2022, 43(2):305-314.

- [25] LUO W, YAN CH F, LIU Y F, et al. Dynamic response of rolling element bearing with compound fault considering defect-rolling-element interaction[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C. Journal of Mechanical Engineering Science, 2024, 238(4): 879-894.
- [26] LI X B, LIU J, DING SH ZH, et al. Dynamic modeling and vibration analysis of double row cylindrical roller bearings with irregular-shaped defects [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(4): 2501-2521.
- [27] HARRIS T A, KOTZALAS M. Rolling bearing analysis:

Essential concepts of bearing technology (5^{th} ed.) [M] . New York: Taylor and Francis ,2007.

- [28] HARRIS T A. Rolling bearing analysis [M]. New York: Wiley, 1966.
- [29] ZHANG R Q, GUO L, ZONG ZH Y X, et al. Dynamic modeling and analysis of rolling bearings with rolling element defect considering time-varying impact force[J]. Journal of Sound and Vibration, 2023, 562: 117820.

作者简介



罗茂林,2014年于攀枝花学院获得学士 学位,2020年于昆明理工大学获得博士学 位,现为重庆邮电大学讲师,主要研究方向为 旋转机械动力学建模,信号处理,状态监测。 E-mail: master_lml@163.com

Luo Maolin received his B. Sc. degree from

Panzhihua University in 2014, and received his Ph. D. degree from Kunming University of Science and Technology in 2020. He is currently a lecture at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include dynamic modelling of rotating machine, signal processing and condition monitoring.



苏祖强(通信作者),2010年于合肥工 业大学获得学士学位,2015年于重庆大学获 得博士学位,现为重庆邮电大学副教授,主 要研究方向为机电设备使用安全与寿命预 测、机械信号处理。

E-mail: suzq@ cqupt. edu. cn

Su Zuqiang (Corresponding author) received his B. Sc. degree from the Hefei University of Technology in 2010, and Ph. D. degree from Chongqing University in 2015. He is currently an associate professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include service safety and life prediction of mechanical and electrical equipment, and mechanical signal processing.