

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412976

# 面齿轮在机测量综合预行程误差补偿 及齿面匹配方法\*

李国龙<sup>1</sup>, 宁行<sup>1</sup>, 何坤<sup>2</sup>, 何晓虎<sup>1</sup>

(1. 重庆大学高端装备机械传动全国重点实验室 重庆 400044; 2. 重庆工商大学机械工程学院 重庆 400067)

**摘要:**在机测量可在加工过程中实时测量,有效提高面齿轮的加工质量及测量效率。考虑面齿轮在机测量预行程误差对齿面精度的影响和齿面匹配精度低的问题,制定了基于蜗杆砂轮磨齿机的在机测量策略,将多种误差影响因素作为输入,测头综合预行程误差作为输出,构建基于 PSO-CNN 神经网络的综合预行程误差预测模型完成误差补偿。提出齿面精匹配方法,构建六参数优化模型使测量齿面与理论齿面进行匹配得到齿面误差。最后,测量实验结果显示,左齿面精度提高 61.33%,右齿面精度提高 71.15%,在机测量与克林贝格测量仪测量结果基本一致,满足面齿轮在机测量精度要求。

**关键词:**面齿轮;在机测量;综合预行程误差;精匹配

中图分类号: TH132.41 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

## Comprehensive pre-travel error compensation for on-machine measurement of face gear and tooth surface matching method

Li Guolong<sup>1</sup>, Ning Hang<sup>1</sup>, He Kun<sup>2</sup>, He Xiaohu<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission for Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. School of Mechanical Engineering, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

**Abstract:** On-machine measurement can be used for real-time measurement during machining, which can effectively improve the machining quality and measurement efficiency of face gear. Considering the influence of the pre-travel error of face gear on-machine measurement on the tooth surface accuracy and the low tooth surface matching accuracy, an on-machine measurement strategy based on worm grinding wheel gear grinding machine, which takes various error influencing factors as input and the comprehensive pre-travel error of probe as output. A comprehensive pre-travel error prediction model based on PSO-CNN neural network is formulated to complete error compensation. A precise tooth surface matching method is proposed, and a six-parameter optimization model is established to match the measured tooth surface with the theoretical tooth surface to obtain the tooth surface error. Finally, the experimental results show that the accuracy of the left tooth surface is improved by 61.33%, and the accuracy of the right tooth surface is improved by 71.15%. The results of on-machine measurement are basically consistent with those of Klingeln Berg measuring instrument, which meet the requirements of on-machine measurement accuracy of face gear.

**Keywords:** face gear; on-machine measurement; comprehensive pre-travel error; precise matching

## 0 引言

面齿轮传动通过渐开线圆柱齿轮啮合,实现相交轴之间传动的新型传动方式,该传动方式可靠性高、传动平稳,在航空领域发展前景巨大。面齿轮的加工精度是影

响其性能的重要标志,准确的齿面测量误差可指导下一步加工的反调修正。

实际测量时,通常使用三坐标测量仪或齿轮测量仪进行离线测量,但会因为反复装卸,引入安装误差,降低测量精度,因此开展面齿轮在机测量研究。在机测量过程中测头预行程误差对齿面精度影响较大。杨勇明等<sup>[1]</sup>

将多种误差影响因素作为输入,测头综合预行程误差为输出,建立基于 BP 神经网络的测头综合预行程误差预测模型;庄其鑫等<sup>[2]</sup>针对探针轴向测量红宝石球引起预行程误差导致标定精度低的问题,提出了 1 种可优化在机测量探针轴向的可行图构造方法;Li 等<sup>[3]</sup>考虑到触发时测针的弯曲与测针载体的提升方法,通过以不同速度下的测量结果拟合为二次曲线去识别机床加速度的方法构建了误差响应模型,并建立了刚柔耦合的预行程误差模型。Zhuang 等<sup>[4]</sup>建立探头接触点与预行程误差的精确映射关系,并考虑旋转轴定位误差来补偿在机检测结果;Li 等<sup>[5]</sup>用双线性插值法、双三次 Coons 插值法以及神经网络法 3 种预行程误差补偿方法进行对比获取最准确的补偿方法;Wan 等<sup>[6]</sup>提出了触碰位置图表示方法,在五轴机床上发现实际触碰点、旋转轴角度及探针测量方向之间的关系,通过改变探针测量方向提高测量精度。上述研究在预行程误差补偿方面已经取得丰富成果,有助于提高在机测量精度。但是为了对预行程误差精准补偿,以蜗杆砂轮磨齿机 YS7232 为研究对象,在三维测量方向上展开研究,考虑多种影响因素对预行程误差进行建模,分析各个影响因素对预行程误差影响程度。

在机测量系统精度方面,金雨生等<sup>[7]</sup>开发了一套在机检测系统,实现了测量坐标系的快速解算及齿面误差的准确计算;万能等<sup>[8]</sup>考虑叶片拟合精度,提出一种叶片测点采样方法,基于误差逼近原理获取最少测点;郭彦亨<sup>[9]</sup>等以测量误差作为优化目标,结合测量路径长度和标定点数量构建 NSGA-II 多目标优化模型提高测量精度;Chen 等<sup>[10]</sup>利用触发式探针,主轴上的 3 个标准球以及具有安装角度的旋转台建立了旋转轴几何误差的在机测量;Zhu 等<sup>[11]</sup>提出 1 种深度学习方法来建立薄壁曲面的在机检测模型,校准垂直方向上的测量误差。

齿轮测量精度方面,曾彪等<sup>[12]</sup>以迭代方法构建测量坐标系,使其接近设计坐标系,并建立理论测点和实际测点之间的数学模型来降低制造误差引入的测量误差;明兴祖<sup>[13]</sup>等提出了 1 种基于序列二次规划(SQP)的齿面误差评价方法来提高齿面精度;Tao 等<sup>[14]</sup>提出了 1 种基于三坐标测量仪的四参数表示的齿面误差补偿模型,来减少测量坐标系和设计坐标系之间位置不重合引入的误差;Shao 等<sup>[15]</sup>提出了 1 种精确的三坐标测量方法,利用数据驱动调节齿面误差,考虑残余误差的修正来准确补偿齿形误差;Yin 等<sup>[16]</sup>构建极坐标法的齿廓偏差误差模型和测量模型,在齿轮测量中心模拟了  $X$  和  $Y$  方向坐标轴建立误差模型对渐开线齿廓测量精度的影响;石照耀等<sup>[17]</sup>对齿面法向偏差进行降维处理,实现二维化形式表达齿面误差,并基于 Legendre 正交多项式的误差表征方法,实现齿面各项特征误差的解算;李伟东等<sup>[18]</sup>沿齿向与齿形方向切片构造三维齿面拓扑误差图,并提

出齿廓偏差及螺旋线偏差的计算方法。

针对预行程误差以及齿面匹配方法对在机测量齿面精度影响,本文基于双参数包络原理构建面齿轮齿面,制定了蜗杆砂轮磨齿机在机测量策略,对测量路径进行规划。针对预行程误差导致测量精度降低的问题,以多种误差影响因素作为输入,测头综合预行程误差作为输出,构建基于 PSO-CNN 神经网络的综合预行程预测模型完成误差补偿。将补偿后的齿面坐标以中心为约束点,构建六参数优化模型进行齿面精匹配得到齿面误差。通过在机测量实验分析各项误差因素对综合预行程误差影响程度,并验证预测模型的准确性,通过齿面精度对比实验,验证误差补偿与齿面精匹配方法的正确性。最后与克林贝格 P26 齿轮测量仪测量结果进行对比分析,满足面齿轮在机测量精度要求。

## 1 面齿轮在机测量模型

### 1.1 基于双参数包络原理的齿面数学模型

考虑面齿轮齿面特征及加工方式,构建更符合面齿轮在机测量标准对比模型。以共轭曲面包络理论建立蜗杆砂轮型面,通过双参数包络原理求解齿面方程,建立齿面模型,规划理论测量网格。

根据文献[19]中包络原理建立蜗杆砂轮型面方程:

$$\mathbf{r}_w(\theta_s, \varphi_s) = \mathbf{r}_w(\varphi_s, \theta_s, u_s(\varphi_s, \theta_s)) \quad (1)$$

其中,  $\theta_s$  为渐开线的角度参数,  $u_s$  为齿宽方向参数, 砂轮转角  $\varphi_w$  和产形轮转角  $\varphi_s$  关系为  $\varphi_w = m_{us} \varphi_s$ ,  $m_{us}$  为产形轮与蜗杆砂轮传动比。

双参数包络原理建立面齿轮模型如图 1 所示,定义面齿轮模型与产形轮模型原点等高,  $H_2$  为面齿轮模型原点到面齿轮齿顶  $Z$  向距离。其中,  $O_w - X_w Y_w Z_w$  为砂轮转

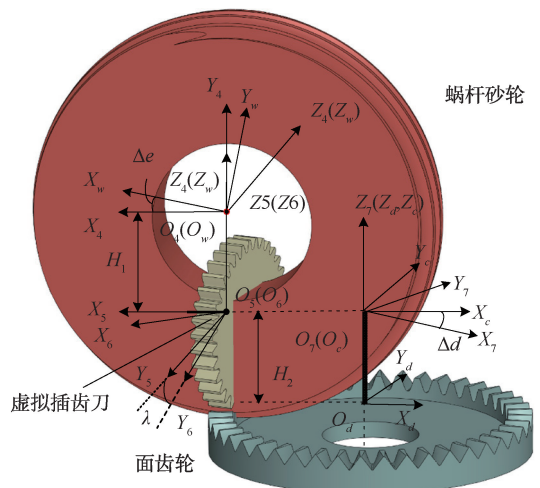


图 1 双参数包络

Fig. 1 Two-parameter envelope

动坐标系,  $O_4 - X_4Y_4Z_4$  为距离面齿轮原点距离  $H_1$  的平动坐标系,  $O_5 - X_5Y_5Z_5$  和  $O_6 - X_6Y_6Z_6$  为辅助坐标系,  $O_7 - X_7Y_7Z_7$  为面齿轮初始位置坐标系,  $O_c - X_cY_cZ_c$  为面齿轮转动坐标系,  $O_d - X_dY_dZ_d$  为以面齿轮齿顶为基准的设计坐标系。

在传动过程中转角  $\Delta e$  和  $\Delta d$  存在一定的传动比

关系:

$$\Delta d = m_{dw} \cdot \Delta e = \frac{N_w}{N_d} \cdot \Delta e \quad (2)$$

其中,  $m_{dw}$  为面齿轮与蜗杆砂轮的传动比,  $N_w$  是蜗杆砂轮头数,  $N_d$  是面齿轮齿数。蜗杆砂轮转动坐标系到设计坐标系的坐标变换矩阵  $M_{dw}$  为:

$$M_{dw}(\Delta e, \Delta L) = M_{dc} M_{c7} M_{76} M_{65} M_{54} M_{4w} = \begin{bmatrix} -\cos(\Delta d + \lambda) \cos(\Delta e) & \cos(\Delta d + \lambda) \sin(\Delta e) & \sin(\Delta d + \lambda) & \Delta L \cos(\Delta d) \\ \sin(\Delta d + \lambda) \cos(\Delta e) & -\sin(\Delta d + \lambda) \sin(\Delta e) & \cos(\Delta d + \lambda) & -\Delta L \sin(\Delta d) \\ \sin(\Delta e) & \cos(\Delta e) & 0 & H_1 + H_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

根据双参数包络原理得到面齿轮方程为:

$$\mathbf{r}_d(\theta_s, \varphi_s, \Delta e, \Delta L) = M_{dw}(\Delta e, \Delta L) \cdot \mathbf{r}_w(\theta_s, \varphi_s) \quad (4)$$

建立两个独立运动的啮合方程为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \theta_s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \varphi_s} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \Delta e} = 0 \\ \left( \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \theta_s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \varphi_s} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \Delta L} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \theta_s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \varphi_s}$  为蜗杆砂轮与面齿轮啮合点法向量,

$\frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \Delta e}$  为啮合点处蜗杆砂轮进给方向上的相对速度,  $\frac{\partial \mathbf{r}_d}{\partial \Delta L}$  为啮合点处面齿轮转动方向上的相对速度, 面齿轮的基本参数如表 1 所示。

表 1 面齿轮基本参数

Table 1 Basic parameters of the face gear

参数	值	参数	值
面齿轮齿数	48	插齿刀齿数	23
面齿轮模数	3.9	压力角/(°)	25
齿顶高系数	1	齿根高系数	1
顶隙系数	0.25	内半径/mm	90
外半径/mm	100	插齿刀模数	3.9

通过消除  $\varphi_s$  和  $\Delta e$ , 保持  $\theta_s$  不变, 改变  $\Delta L$ , 得到面齿轮齿向线, 保持  $\Delta L$  不变, 改变  $\theta_s$  得到面齿轮齿形线。根据锥齿轮测量网格标准, 结合齿面特征, 将面齿轮外圆处齿顶点对应的  $\theta_{s1}$  的正切值与过渡曲线点对应的  $\theta_{s2}$  的正切值差值的 5% 向齿内收缩作为上下边界, 并按  $\theta_s$  正切值分为 4 等分, 同时将内外半径差值的 10% 作为前后边界, 分为 8 等分得到如图 2 所示理论测量网格。

令理论齿面坐标为  $\mathbf{r}_d = [x_d \ y_d \ z_d \ 1]^T$ , 各点法向为  $\mathbf{n}_d = [n_{xd} \ n_{yd} \ n_{zd} \ 1]^T$ 。

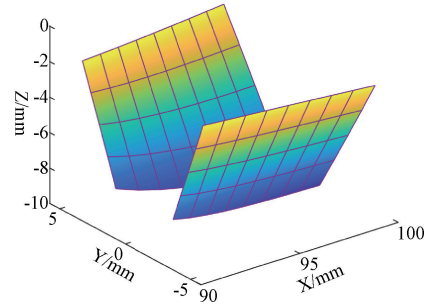


图 2 理论测量网格

Fig. 2 Theoretical measurement grid

### 1.2 基于蜗杆砂轮磨齿机的在机测量策略

面齿轮在机测量流程图如图 3 所示, 第 1 步, 利用标准球标定探头半径, 并进行综合预行程误差建模。第 2 步, 进行平面基准校准, 确定 Z 向测量基准。第 3 步, 进行面齿轮外圆的圆度校准, 确定面齿轮的测量坐标系圆心坐标。第 4 步, 进行齿槽对中, 将面齿轮设计齿面与实际齿面粗匹配, 建立测量坐标系。第 5 步, 根据求取的测量点坐标规划测量路径, 进行齿面测量, 通过齿面精匹配得到齿面误差。

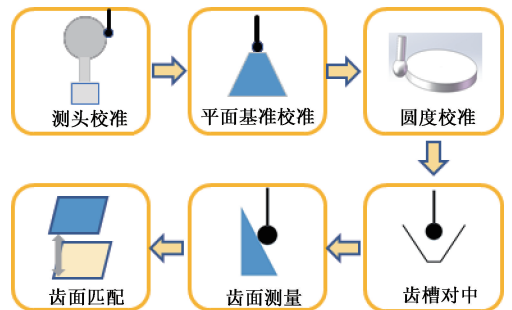


图 3 面齿轮在机测量流程图

Fig. 3 Flow chart of on-line measurement of the face gear

在机测量得到的是机床坐标系下的坐标, 但是计算的理论点在设计坐标系中, 需要把设计坐标系的坐标转

化到机床坐标系下,进而操作机床控制测头测量,得到机床坐标系下的探头中心坐标。如图 4 所示,设计坐标系到机床坐标系下的转变。实际测量时,触发式测头安装在 Y 轴上,面齿轮固定在 C 轴转台上。

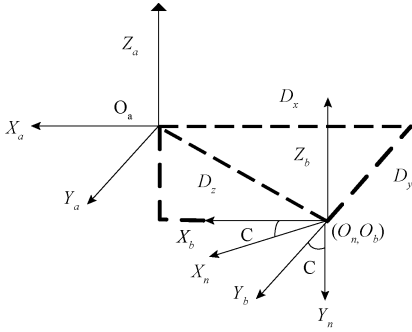


图 4 矩阵变换过程

Fig. 4 Matrix transformation process

设计坐标系到机床坐标系平移矩阵和旋转矩阵为:

$$M_{ba} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_x \\ 0 & 1 & 0 & D_y \\ 0 & 0 & 1 & D_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$M_{nb} = \begin{bmatrix} \cos C & \sin C & 0 & 0 \\ -\sin C & \cos C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

得到齿面上每个测量点的在机床坐标系下的理论坐标及法向量为:

$$\begin{cases} [x_b & y_b & z_b & 1]^T = (M_{nb})^{-1}(M_{ba})^{-1}r_d \\ [n_{xb} & n_{yb} & n_{zb} & 1]^T = (M_{nb})^{-1}(M_{ba})^{-1}n_d \end{cases} \quad (8)$$

同理可计算出测头球心在机床坐标系下的理论位置及法向量为:

$$\begin{cases} [x_p & y_p & z_p & 1]^T = [x_b & y_b & z_b & 1]^T + \\ R \cdot [n_{xb} & n_{yb} & n_{zb} & 1]^T \\ [n_{xp} & n_{yp} & n_{zp} & 1]^T = [n_{xb} & n_{yb} & n_{zb} & 1]^T \end{cases} \quad (9)$$

根据计算得到理论测点坐标和法向可完成对齿面测量要素的测量。首先计算出偏移量  $D_x, D_y, D_z$ , 控制探头在面齿轮齿顶上提取一定量的点, 根据最小二乘法拟合出最佳平面得到  $D_z$ , 同样方法在面齿轮外圆周上提取一定量的点, 拟合圆周确定  $D_x$  和  $D_y$ 。

最后进行齿槽对中求取角度  $C$  完成设计齿面与实际齿面粗匹配, 建立测量坐标系, 具体流程如下:

1) 首先测球球心到达  $(x_1 + i, 0, z_1)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 9$ ,  $z_1$  为设定为齿面中心点机床坐标系位置,  $x_1$  为面齿轮半径 90 时在机床坐标系对应 X 轴。缓慢旋转面齿轮 C 轴,

触碰探头, 发出脉冲信号, 得到工件正旋转变量  $C_{1i}$ , 同样步骤再反向旋转 C 轴得到负旋转变量  $C_{2i}$ , 将初始值记为  $C_i = (C_{1i} + C_{2i})/2$ , 并将 C 轴旋转到  $C_i$ 。

2) 将探头移动到下一点, 重复步骤 1) 得到旋转变量  $C_{12}$  与  $C_{22}$ , 此时令  $C_i = \sum (C_{1i} + C_{2i})/(2i)$ 。

3) 设定阈值为  $e$ , 如果  $C_{i+1} - C_i$  小于  $e$ , 停止程序, 完成齿槽对中, 齿面粗匹配结束。

## 2 测头综合预行程误差建模及补偿方法

### 2.1 测头综合预行程误差预测模型

为了综合考虑面齿轮在机测量过程中预行程误差对齿面精度影响, 以多种误差影响因素作为输入, 测头综合预行程误差作为输出, 利用 PSO-CNN 神经网络的高效求解算法, 构建综合预行程误差预测模型完成补偿。

建立如图 5 所示 YS7232 蜗杆砂轮磨齿机在机检测模型。在机检测原理步骤如下: 首先根据测量路径编写的数控宏程序测量; 其次测头沿法向以一定速度触碰齿面, 当达到预设的触发力时, 发出脉冲信号得到测点坐标; 最后数控系统获取信号, 控制运动轴停止测量。

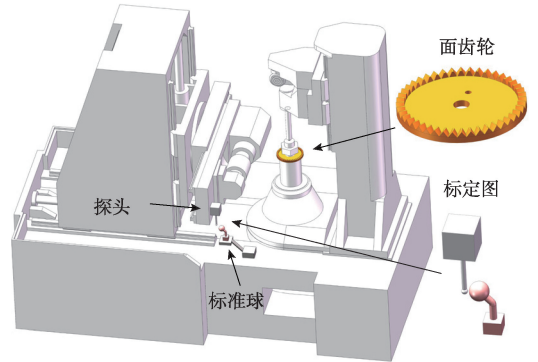


图 5 磨齿机模型图

Fig. 5 Model diagram of gear grinding machine

实际在机测量时, 综合预行程误差可以分为轴向预行程误差  $E_{\varphi}^{rl}$  和径向预行程误差  $E_{\Delta\theta}^{rs}$ , 两者之和得到综合预行程误差  $E_{rl\varphi}^{rs\Delta\theta}$ 。本次实验蜗杆砂轮磨齿机为实验平台, 利用标准球进行实验, 由于受到测速 ( $v$ )、定位点与测量点距离 ( $s$ )、测球半径 ( $r$ )、信号延迟时间 ( $\Delta t$ )、测量经度 ( $\theta$ )、测量纬度 ( $\varphi$ ) 以及杆长 ( $L$ ) 等因素影响, 综合预行程误差呈现非线性变化。构建包含上述因素的综合预行程误差模型进行补偿提高面齿轮测量精度。根据 YS7232 蜗杆砂轮磨齿机在机测量机理, 将  $v, s, \Delta t, \theta, \varphi, L, r$  等为输入节点,  $E_{rl\varphi}^{rs\Delta\theta}$  为输出节点, 建立如图 6 所示的基于 PSO-CNN 的测头综合预行程误差预测模型。

1) 测头校准

为了保证  $E_{r,\varphi}^{vs\Delta\theta}$  的正确性,必须进行测头半径补偿。如图7所示的测头校准模型,校准步骤:第1步在数控机床合适位置安装标准球,转动磁力底座吸附在机床上,底座与机床  $XOY$  平面平行;第2步测头移动到初始定位点,在标准球顶部附近,以及  $\theta = 0^\circ$  圆周方向均匀取4个点确定大致的球心位置  $(X_0, Y_0, Z_0)$ ;第3步根据圆心位置设定测量点坐标为  $(X_Q, Y_Q, Z_Q)$ , 其中,  $X_Q = X_0 + R \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta, Y_Q = Y_0 + R \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta, Z_Q = Z_0 + R \cdot \sin \varphi$ 。第4步设定测量经度和纬度角度间隔,重复第3步的操作,得到所有校准点坐标,利用最小二乘法拟合球面获得测头实际半径。

点确定大致的球心位置  $(X_0, Y_0, Z_0)$ ;第3步根据圆心位置设定测量点坐标为  $(X_Q, Y_Q, Z_Q)$ , 其中,  $X_Q = X_0 + R \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta, Y_Q = Y_0 + R \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta, Z_Q = Z_0 + R \cdot \sin \varphi$ 。第4步设定测量经度和纬度角度间隔,重复第3步的操作,得到所有校准点坐标,利用最小二乘法拟合球面获得测头实际半径。

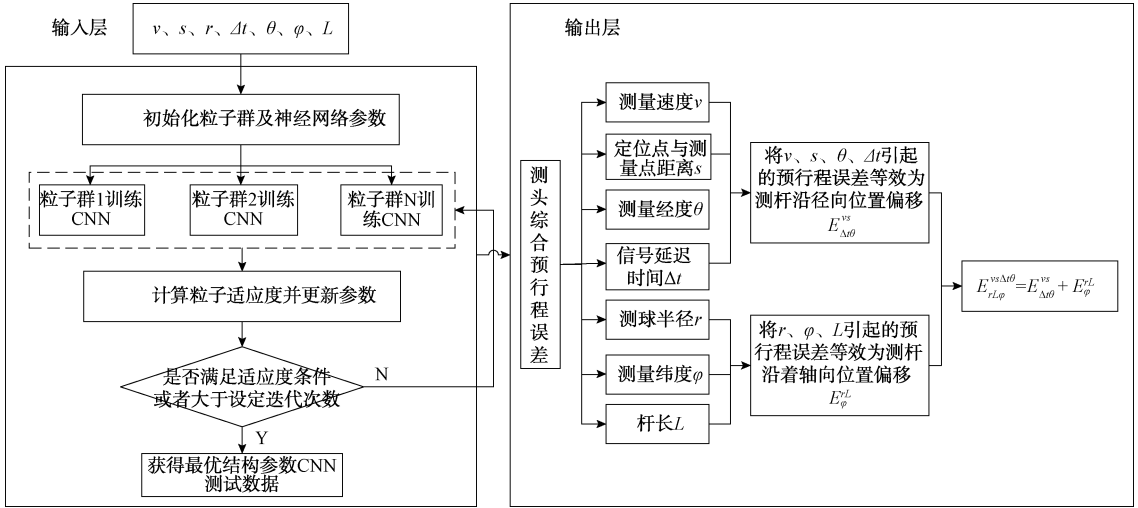


图6 综合预行程误差预测模型

Fig. 6 Comprehensive pre-travel error prediction model

根据测量得到实际坐标  $(x_i, y_i, z_i)$ , 理论上测量点坐标符合式(10):

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \quad (10)$$

但因为测量时存在偏差,令残差方程为式(11):

$$\delta(a, b, c, R) = \sum_{i=1}^n [(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + (z_i - c)^2 - R^2]^2 \quad (11)$$

通过式(12)对偏差求偏导:

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta(a, b, c, R)}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \delta(a, b, c, R)}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \delta(a, b, c, R)}{\partial c} = 0 \\ \frac{\partial \delta(a, b, c, R)}{\partial R} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

得到球心坐标  $(a, b, c)$  和测球中心拟合球半径  $R$ , 由于标准球精度远高于测头精度。得到测头实际半径  $r' = R - R_{\text{标准球}}, R_{\text{标准球}}$  为标准球的理论半径。

2) 径向预行程误差  $E_{\Delta\theta}^{vs}$  模型

根据 YS7232 蜗杆砂轮磨齿机的在机测量模型,建立如图8所示的垂直测杆的径向预行程误差  $E_{\Delta\theta}^{vs}$  模型。测量过程中,测量纬度  $\varphi$  恒为  $0^\circ$ , 当达到测杆径向理论触发

力  $F_1$ , 得到坐标信号,沿着经度测量,测量仅需要机床  $X$  轴、 $Y$  轴、 $Z$  轴联动测量:第1步将机床各轴位置初始化,将  $A$  轴调为  $0^\circ$ ;第2步将测头中心高度移动到标准球纬度  $\varphi$  为  $0^\circ$  的位置;第3步在圆周方向按经度分成  $n$  个测点,设定点与测量点距离为  $s$ ,以匀速  $v$  沿法向测量,获取测杆沿径向位置偏移量  $\Delta r$ 。最后重复第2~3步,设置多组测量速度进行对比实验。

如图8所示的垂直测杆的径向位置偏移模型,可以用式(13)计算出偏移量:

$$\Delta r_i = (t_3 - t_0) \cdot v + \int_{t_3}^{t_4} (v - at) dt \quad (13)$$

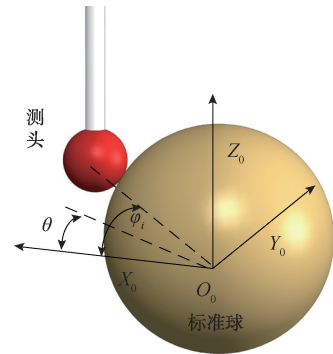


图7 测头校准示意图

Fig. 7 Diagram of probe calibration

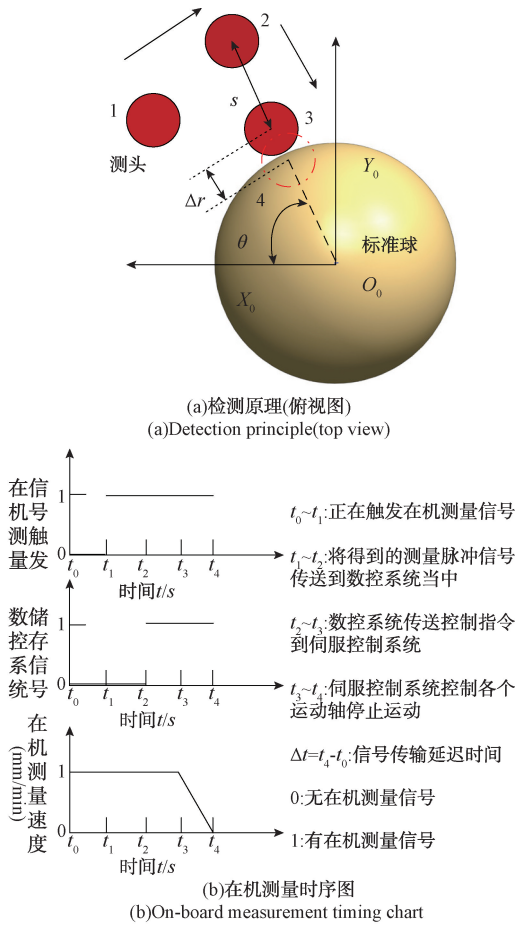


图 8 沿着测杆径向位置偏移模型

Fig. 8 Offset model along radial position of measuring rod

其中,  $v$  为测速;  $\Delta t$  为延迟总时间;  $a$  表示为  $X$  轴、 $Y$  轴、 $Z$  轴的加速度;  $t_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$  表示在机测量的每个时刻。

图 8(a) 中数字“1”表示上一个定位点, 数字“2”表示目标测定的定位点, 数字“3”表示理论测球位置, 数字“4”表示实际测球位置。

由于机床测量的复杂性,  $\Delta t$  无法直接测量, 因此利用数控系统运行时间测量触发器 \$AC\\_PROG\\_NET\\_TIME\\_TRIGGER\$ 功能系统变量, 计算测球从定位点到测量点得到脉冲信号的时间段  $T$  减去测球从定位点到理论测点的时间  $s/v$  就可以得到  $\Delta t$  大小, 另外因为  $a \gg v$ , 可以得到计算公式为:

$$\begin{cases} \Delta t = T - \frac{s}{v} \\ \Delta r_i = \Delta t \cdot v \\ E_{\Delta\theta}^{rs} = (\Delta x_i, \Delta y_i, 0) \\ \Delta x_i = \Delta r_i \cdot \cos \theta \\ \Delta y_i = \Delta r_i \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (14)$$

径向位置偏移与  $\Delta t$  和  $v, s$  存在一定关系, 且测量速度越大, 径向预行程误差越大, 但是径向预行程误差具有各向异性, 需要实验部分进行详细验证。

### 3) 轴向预行程误差 $E_{\varphi}^{rl}$ 模型

建立如图 9 所示的沿着测杆的轴向机构位置偏移模型  $E_{\varphi}^{rl}$ , 在纬度  $\varphi_i$  不为  $0^\circ$  且经度  $\theta$  为一定值的时候, 设定理论测点坐标为  $(X'_L, Y'_L, Z'_L)$ , 其中,  $X'_L = X_0 + R \cdot \cos \varphi_i \cdot \cos \theta, Y'_L = Y_0 + R \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \theta, Z'_L = Z_0 + R \cdot \sin \varphi_i$ 。面齿轮法向量朝上, 只对标准球上半球进行测量即可, 且测量角度  $0^\circ < \varphi_i \leq 90^\circ$ 。第 1 步将测头中心移动到标准球纬度  $\varphi_i$  不为  $0^\circ$  的位置, 在测量过程中保持  $\theta$  不变; 第 2 步在标准球上表面按纬度分成  $m$  个测点, 测头沿着标准球法向测量, 得到实际坐标  $(X''_L, Y''_L, Z''_L)$  并计算出纬度为  $\varphi_i$  时的  $\Delta r'_i$ 。第 3 步根据杆长  $L$  与  $\Delta r'_i$  计算轴向机构位置偏移量  $\Delta z_i$ 。第 4 步改变  $\theta$ , 重复步骤第 1 ~ 3 步, 沿圆周方向分成  $n$  等分进行重复测量。

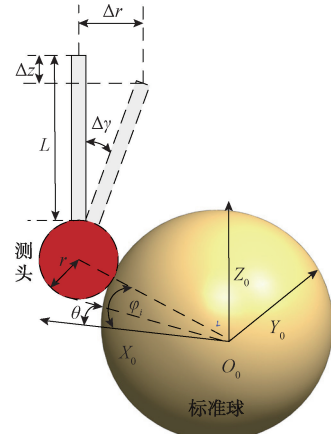


图 9 轴向位置偏移示意图

Fig. 9 Diagram of axial position deviation

根据式 (15) ~ (19) 可以推导出轴向预行程误差  $E_{\varphi}^{rl}$ 。

$$\Delta r'_i = \sqrt{(X''_L - X'_L)^2 + (Y''_L - Y'_L)^2} \quad (15)$$

$$\Delta \gamma_i = \arcsin(\Delta r'_i / (L + r')) \quad (16)$$

$$\Delta z_i = L - L \cdot \cos(\Delta \gamma_i) \quad (17)$$

$$\varphi_i = 10^\circ \cdot i, (i = 1, 2 \dots 8) \quad (18)$$

$$E_{\varphi}^{rl} = (0, 0, \Delta z_i) \quad (19)$$

其中,  $r'$  表示测球实际半径;  $\Delta \gamma_i$  是测量过程中测杆产生的偏移角度;  $i$  为第  $i$  个测点;  $\Delta z_i$  为经度为  $\theta$ , 纬度为  $\varphi_i$  时测杆沿轴向偏移量。由式 (16) 可知道  $\theta$  一定时, 纬度  $\varphi_i$  越大, 则偏移角度  $\Delta \gamma_i$  将会越大, 轴向偏移分量越大,  $|E_{\varphi}^{rl}|$  值相对越大。理论上当  $\varphi_i = 0^\circ$  时只存在径向偏移,  $\varphi_i = 90^\circ$  只存在轴向偏移, 通过上述将两者分离, 有利于分析综合预行程误差在各方向变化量, 进行有效补偿。

## 2.2 面齿轮在机测量综合预行程误差补偿原理

面齿轮在机测量时,按规划的路径沿着齿面测点法向进行测量,在机测量时,根据式(20)综合预行程误差分为轴向预行程误差以及径向预行程误差两部分,两种误差之和等效于测杆和测球沿着齿面法向的位移量,得到以下关系计算出预行程误差补偿量:

$$\begin{cases} E_{rL\varphi}^{vs\Delta t\theta} = E_{\Delta t\theta}^{vs} + E_{\varphi}^{rL} \\ |E_{rL\varphi}^{vs\Delta t\theta}| = \sqrt{(E_{\Delta t\theta}^{vs})^2 + (E_{\varphi}^{rL})^2} \\ |E_{rL\varphi}^{vs\Delta t\theta}| = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2 + (\Delta z_i)^2} \end{cases} \quad (20)$$

测量过程中测头及测杆沿着逆法向方向偏移,因此 $|E_{rL\varphi}^{vs\Delta t\theta}|$ 的值一般情况下沿着测量点法向取正补偿值。在得到影响因素 $(vs\Delta t\theta rL\varphi)$ 和预行程误差值 $(|E_{rL\varphi}^{vs\Delta t\theta}|)$ ,导入预测模型,根据测量法向量,得到经度 $\theta_i$ 和纬度 $\varphi_i$ ,预测出精确的综合预行程误差并对其进行补偿。

如图10所示,实际测量得到的是②虚线位置的球心坐标,而理论上应是①位置的球心坐标,且测球球心与齿面上实际测点存在一个半径距离。

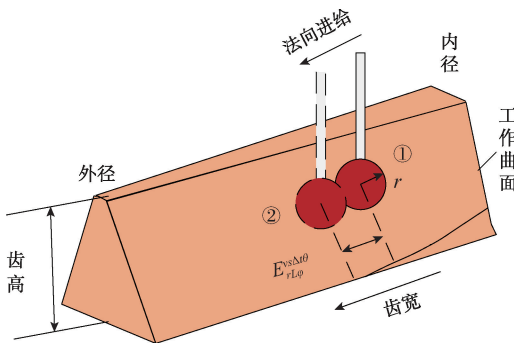


图10 面齿轮预行程误差产生示意图

Fig. 10 Diagram of pre-stroke error of face gear

因此可以通过式(21)求解出齿面测点坐标为:

$$[x_2 \ y_2 \ z_2 \ 1]^T = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ 1]^T + (|E_{rL\varphi}^{vs\Delta t\theta}| - r') \cdot \mathbf{n}_c \quad (21)$$

其中, $x_2, y_2$ 和 $z_2$ 为经过预行程误差以及半径补偿得到的齿面点坐标, $x_1, y_1$ 和 $z_1$ 为得到的实际球心坐标, $\mathbf{n}_c$ 为半径补偿时实际的法向量,通常情况下使用的是理论法向量,最终得到实际齿面坐标。

## 3 面齿轮齿面精匹配方法

误差补偿虽然可得到准确坐标,但是由于面齿轮需要反复加工测量,机床产生的振动会使面齿轮的位置偏移,为了减少设计坐标系和测量坐标系不重合带来的测量误差,需要进行齿面精匹配,将测量网格与理论网格进行最佳位置匹配,如图11所示。

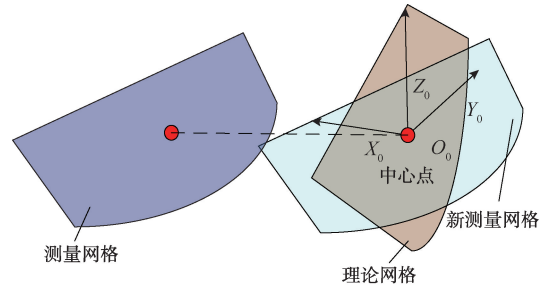


图11 齿面精匹配过程

Fig. 11 Precise matching process of tooth surface

将测量网格与理论点网格中心点为约束点,以约束点为原点建立新坐标系,将测量数据与理论数据放在新坐标系表示,且坐标系方向与机床坐标系方向相同,以测量网格 $T_{ij}(x, y, z)$ 与理论网格 $R_{ij}(x, y, z)$ 对应点法向距离平方和为目标,以绕新坐标轴3个旋转量 $\alpha, \beta, \gamma$ 和3个平移量 $x_p, y_p, z_p$ 建立六参数优化模型进行匹配得到新的测量网格 $T'_{ij}(x, y, z)$ ,设置理论网格法向量表示为 $N_{ij}$ ,具体变化式(22)所示:

$$\begin{bmatrix} T'_{ij} \\ 1 \end{bmatrix} = M_x(\alpha) \cdot M_y(\beta) \cdot M_z(\gamma) \cdot M(x_p, y_p, z_p) \cdot \begin{bmatrix} T_{ij} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中,

$$M_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$M_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$M_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$M(x_p, y_p, z_p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & 0 & y_p \\ 0 & 0 & 1 & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

构造的目标函数为:

$$\min F = \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^5 |(T'_{ij} - R_{ij}) \cdot N_{ij}| \quad (27)$$

由式(27)可知存在6个优化变量,利用梯度下降法对变量进行求解,设定迭代步长,达到精度要求后输出含约束最优解 $x^*, y^*, z^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$ 后,代入式(22)得到 $T'_{ij}(x, y, z)$ 。

由于加工误差使测点周围曲率变化大,测头根据测量轨迹可能未到达目标位置就已经触碰齿面,为减少这一误差,对新的测量网格进行 NURBS 曲面插值得到曲面  $Q_{ij}(x(u,v),y(u,v),z(u,v))$ , 然后用理论网格上的点寻找曲面上的对应点,其寻找函数为:

$$F1 = \min(|(R_{ij} - Q_{ij}) \cdot N_{ij}|) \quad (28)$$

从而得到各个理论点的对应点为:

$$T''_{ij} = Q_{ij}(x(u^*,v^*),y(u^*,v^*),z(u^*,v^*)) \quad (29)$$

最后获取齿面误差为:

$$\omega_{ij} = (R_{ij} - T''_{ij}) \cdot N_{ij} \quad (30)$$

## 4 实验分析

### 4.1 预行程实验分析

#### 1) 径向预行程误差 $E_{\Delta\theta}^r$ 模型检测

如图 12 所示在 YS7232 蜗杆砂轮磨齿机上搭建在机测量功能模块,采用西门子 840D 系统,使用的测头为雷尼绍 MP250 接触式测头( $r=1\text{ mm}$ )。

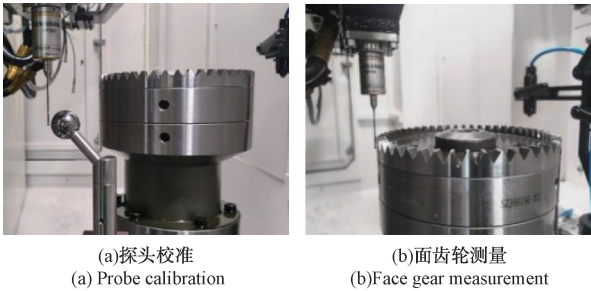
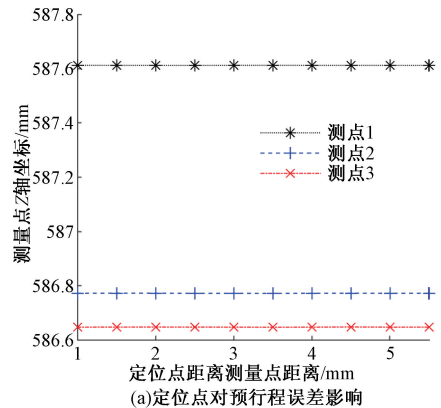


图 12 YS7232 机床在机测量

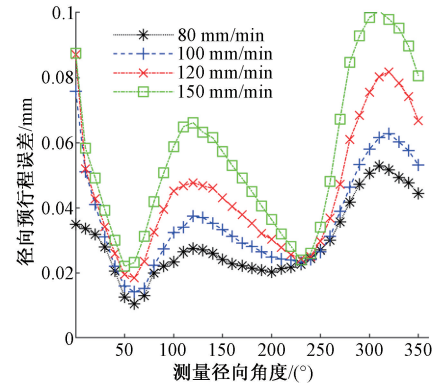
Fig. 12 On-line measurement of YS7232 machine tool

根据上述建立的  $E_{\Delta\theta}^r$  模型,针对在同一纬度  $\varphi = 0^\circ$ , 标定的球心坐标为 (109.118 5, -94.242 4, 574.255 4), 在纬度位置均匀测量 36 个点,一共进行 4 组径向实验,  $v$  分别是 80 mm/min、100 mm/min、120 mm/min、150 mm/min。设置定位点距离  $s$  为 2 mm, 利用数控宏程序记录  $\Delta t$ 。分别在标定球上选定 3 个位置,进行 3 组实验,定位点距离  $s$  为 1~5.5 mm, 每 0.5 mm 增加,一共测量 10 次。

径向预行程误差影响因素如图 13 所示,如图 13(a) 所示,根据测量结果,在相同测量速度下,不同定位点距离对预行程误差影响不大,为防止测头在测量过程中与工件发生干涉,取  $s=2\text{ mm}$ 。如图 13(b) 测量速度越大,径向预行程误差越大,并且在不同测量速度下,经度  $\theta=60^\circ, 240^\circ$  时,径向预行程误差普遍达到最小值,并且误差变化趋势总体一致,通过机床系统变量可知信号传输延迟  $\Delta t$  恒为 0.004 s。因此保证在机测量效率的同时,尽可能低的测量速度。



(a) Influence of anchor point on pre-stroke error



(b) Influence of different speeds on the radial pre-stroke error.

(b) Influence of different speeds on the radial pre-stroke error.

图 13 径向预行程误差影响因素

Fig. 13 Influencing factors of radial pre-stroke error

#### 2) 轴向预行程误差 $E_{\varphi}^l$ 模型检测

根据建立的轴向预行程误差模型,在同一经度避开纬度为 0 (轴向预行程为 0) 的测点,测量 8 组测点,分别测量不同的经度 36 组数据,恒定测量速度 (80 mm/min),如图 14 所示 9 组经度方向,每组数据 8 个数据 ( $\varphi=10^\circ\sim 80^\circ$ ),可以发现,在同一经度下,随着纬度的增加,轴向预行程误差趋势保持一致,随之增加。由于测头的各向异性,不同经度下的轴向预行程误差并不能比较大小。因此在实际测量过程中尽可能使测量纬度减小,可有效减小误差。

#### 3) 面齿轮在机测量预行程误差补偿

根据上述径向预行程误差和轴向预行程误差可以计算综合预行程误差,一共以不同速度测量 4 组数据,每组数据检测了 324 个测量点,通过上述 2 种模型可以得到综合预行程误差大小,以 80 mm/min, 100 mm/min, 120 mm/min, 150 mm/min 进行预行程误差实验,可以发现速度影响效果很大,如表 2 所示,不同速度下综合预行程误差的最大值和最小值,以及平均误差,总体来说,测量速度快慢对综合预行程误差的最小值影响不大,但对最大值以及总体综合预行程误差影响较大,以测量速度



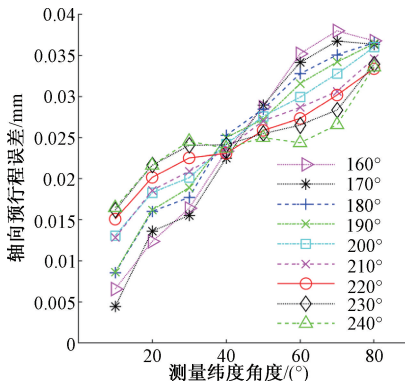


图 14 轴向预行程误差变化图

Fig. 14 Variation diagram of axial pre-stroke error

80 mm/min 为基础,100 mm/min 相对于其综合预行程误差平均值增加 14.33%,120 mm/min 相对于其增加 32.02%,150 mm/min 相对于其增加 53.37%,并且随着速度的增加,综合预行程误差随之增大,并且整体预行程误差变化规律一致,因此在机床上在机测量时需要着重考虑测量速度,但速度不应该太慢,否则会影响测量效率,因此面齿轮测量过程中建议速度为 80 mm/min。

表 2 综合预行程误差分析表

Table 2 Comprehensive pre-travel error analysis table

测量速度	最大值/mm	最小值/mm	平均值/mm
80 mm/min	0.050 8	0.021 3	0.035 6
100 mm/min	0.059 5	0.022 7	0.040 7
120 mm/min	0.074 2	0.022 4	0.047 0
150 mm/min	0.090 8	0.023 0	0.054 6

表 3 左齿面综合预行程误差预测补偿值

Table 3 Predictive compensation value of comprehensive pre-travel error of left tooth surface

序号	检测纬度/(°)	检测经度/(°)	综合预行程误差/mm	序号	检测纬度/(°)	检测经度/(°)	综合预行程误差/mm
1	20.289 8	-85.026 3	0.039 17	11	20.988 1	-88.552 1	0.030 90
2	22.158 6	-85.848 9	0.040 97	12	22.634 0	-89.103 2	0.030 03
3	23.794 9	-86.588 8	0.032 17	13	24.122 8	-89.647 4	0.030 03
4	25.259 4	-87.259 3	0.039 17	14	25.484 5	89.833 0	0.040 97
5	26.591 3	-87.873 2	0.035 12	15	26.742 0	89.341 4	0.035 12
6	27.817 1	-88.440 4	0.040 97	16	27.912 5	88.877 2	0.032 17
7	28.955 6	-88.968 5	0.040 97	17	29.009 1	88.438 4	0.039 17
8	30.020 7	-89.463 3	0.039 17	18	30.041 9	88.022 6	0.036 44
9	31.022 9	-89.929 4	0.036 44	19	31.019 1	87.627 8	0.040 97
10	20.289 8	-85.026 3	0.033 66	20	21.213 7	88.366 8	0.037 73

获取检测样本 ( $vsr\Delta t\theta\varphi L | E_{rl\varphi}^{vs\Delta\theta}$ ) 之后,建立基于 PSO-CNN 神经网络的综合预行程误差预测模型,得到精确的  $|E_{rl\varphi}^{vs\Delta\theta}|$  补偿值,如图 15 所示的预测模型精确度。

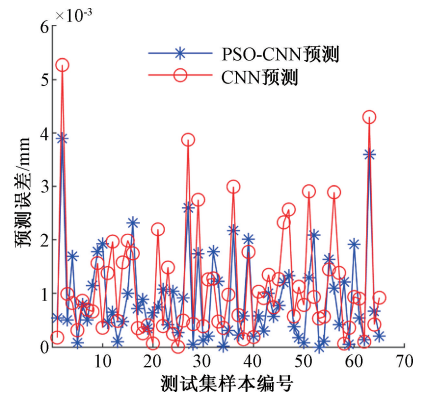


图 15 PSO-CNN 与 CNN 预测效果

Fig. 15 PSO-CNN and CNN prediction effect

预测效果对比,可以发现 PSO-CNN 预测效果明显优于 CNN 预测效果,其中 PSO-CNN 预测误差最大值为 0.003 9 mm,最小值为  $4.272 9 \times 10^{-7}$  mm,平均值为  $9.172 3 \times 10^{-4}$  mm。CNN 预测误差最大值为 0.005 2 mm,最小值为  $5.442 \times 10^{-6}$  mm,平均值为 0.001 2 mm。对比发现所用模型预测精度效果良好,可以使用此方法进行预测。

将在机测量法向量代入预测模型得到综合预行程误差的精确值,进行补偿,本次实验测量 45 个点,齿形 9 条线,齿向 5 条线,共 45 个测量点,得到如表 3 所示的部分综合预行程误差。

### 4.2 在机测量齿面精度分析

为了验证在机测量误差补偿与齿面精匹配的精确性和正确性,避免实验偶然性,采用 1 组齿面进行分析,每个齿面设置 3 组对比试验,第 1 组只进行半径补偿,第 2 组进行综合预行程误差补偿,第 3 组为第 2 组误差补偿之后进行齿面精匹配,最后利用 P26 克林贝格齿轮测量仪进行验证。

如图 16 所示,左齿面半径补偿得到的齿面误差最大值 0.040 142 mm,平均值 0.008 299 mm;综合预行程误差补偿后齿面误差最大值为 0.022 988 mm,平均值为 0.007 33 mm;目前对面齿轮齿面评价没有具体标准,为减少齿面误差异常点影响,利用齿面误差总和作为齿面精度评价标准,误差补偿后可使齿面精度提高 11.68%。齿面精匹配后齿面误差最大值为-0.019 5 mm,平均值为 0.003 209 mm,相对于本文误差补偿后齿面精度提高 56.22%,整体精度提高了 61.33%。在左齿面半径 91 mm 处齿槽位置存在误差过大现象,因为加工误差导致齿面误差无论如何进行补偿和齿面匹配,误差基本上都会很大,这种问题虽然可以进行补偿,但效果不显著,不过对磨削面齿轮过程具有指导意义,可以修正加工参数,减少加工误差,提高齿面测量精度。

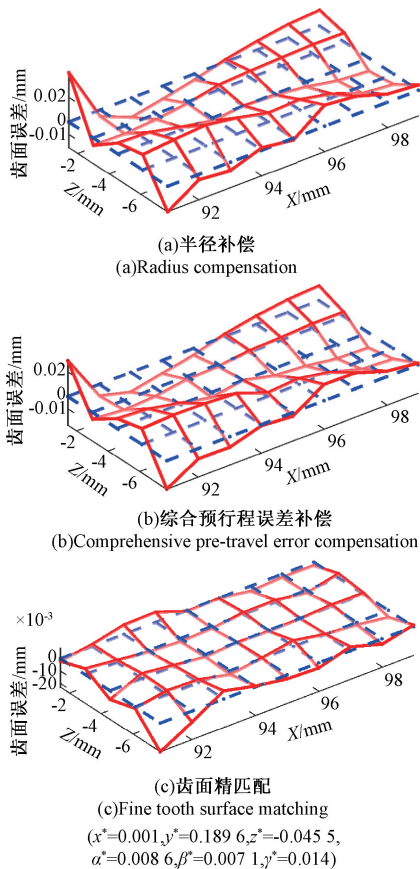


图 16 左齿面误差对比实验图

Fig. 16 Comparative experimental diagram of left tooth surface error

由图 17 可以发现,右齿面半径补偿得到的齿面误差最大值 0.028 801 mm,平均值为 0.008 498 mm;综合预行程误差补偿后齿面误差最大值为 0.021 643 mm,平均值为 0.007 391 mm,齿面精度提高 13.03%;进行齿面精匹配后齿面误差最大值为-0.017 14 mm,平均值为 0.002 452 mm,相对于本文误差补偿后齿面精度提高 66.82%,整体精度提高 71.15%。在右齿面半径 99 mm 处齿顶位置也存在一定的误差过大问题,相对于左齿面,通过综合预行程误差补偿和齿面精匹配可以使误差明显减少,有效提高齿面测量精度。

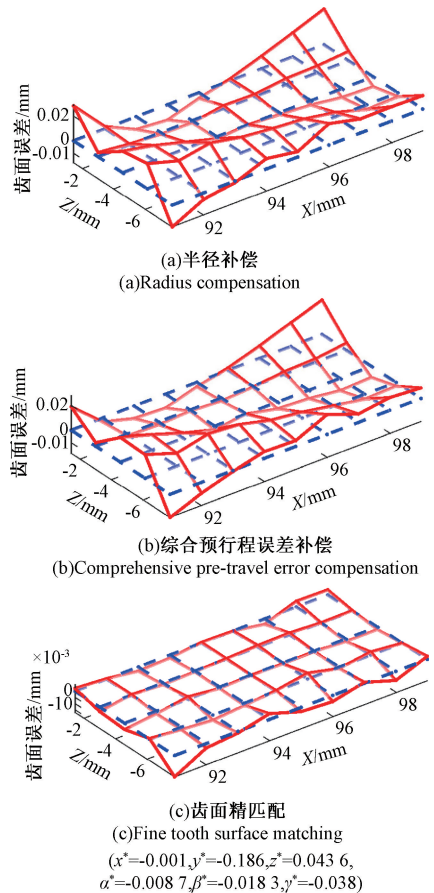


图 17 右齿面误差对比实验图

Fig. 17 Comparative experimental diagram of right tooth surface error

由表 4 和表 5 中 P26 离线测量结果显示(表中数据保留一位小数,单位微米),可知,左齿面误差最大值为-0.015 798 mm,平均值为 0.004 591 mm;右齿面误差最大值为-0.013 719 mm,平均值为 0.004 638 mm;P26 与在机测量相比,左齿面误差最大值相差 0.003 702 mm,平均值相差 0.001 382 mm,右齿面误差最大值相差 0.003 421 mm,平均值相差 0.002 186 mm,主要原因有 2 方面:一方面 P26 测量方式为扫描式测量,可以测量

更多的点,弥补过切产生的齿面误差,但是实际加工带来的误差并不能通过测量点数增加而减少,因此同样过切位置无论是在机测量还是离线测量误差都很大。另一方面相较于平均齿面误差来说在机测量更加精确,因为扫描时测量数据容易因为齿面形貌引入噪声值,使整体齿面误差增大。实验结果凸显了在机测量系统的正确性和准确性,因此本在机测量系统可以满足齿面测量要求。

表4 左齿面 P26 齿面误差测量结果

Table 4 Measurement results of P26 tooth surface error of left tooth surface

半径	91	92	93	94	95	96	97	98	99
齿顶	8.0	6.3	5.0	4.8	4.4	4.2	3.9	4.0	3.7
	6.6	6.1	4.5	2.8	2.0	0.5	-0.7	-1.6	-1.9
	-2.8	-0.6	1.3	0.8	0.0	0.9	0.0	-0.9	-1.0
	-7.2	-6.4	-4.5	-3.1	-1.7	-0.7	1.2	1.8	1.9
齿槽	-15.8	-15.4	-14.5	-12.3	-12.1	-9.7	-8.0	-6.0	-4.9

表5 右齿面 P26 齿面误差测量结果

Table 5 Measurement results of P26 tooth surface error of right tooth surface

半径	91	92	93	94	95	96	97	98	99
齿顶	5.2	4.4	3.5	3.5	4.2	4.1	3.9	4.7	3.6
	5.8	7.0	6.6	6.6	6.2	5.6	4.8	3.7	3.0
	5.3	4.6	4.0	3.5	0.0	2.8	3.1	3.0	3.3
	1.8	1.0	-0.1	-1.2	-1.6	-2.5	-2.8	-2.9	-2.3
齿槽	-13.7	-12.9	-10.4	-9.0	-8.1	-6.6	-5.9	-5.2	-4.9

## 5 结 论

本文针对离线测量反复拆卸引入安装误差的问题,开发了基于 YS7232 蜗杆砂轮磨齿机面齿轮的在机测量系统,实验证明本文的方法可以有效对面齿轮进行测量,在面齿轮加工过程中可有效应用。

1) 制定了基于蜗杆砂轮磨齿机的在机测量策略,建立在机测量网格,进行测量路径规划,同时对齿面进行粗匹配,令测量坐标系与设计坐标系重合。

2) 提出了基于 PSO-CNN 的综合预行程误差预测模型,综合考虑测速( $v$ )、定位点与测量点距离( $s$ )、测球半

径( $r$ )、信号延迟时测量经度( $\theta$ )、测量纬度( $\varphi$ )等因素,得到补偿后的左齿面精度提高 11.68%,右齿面精度提高 13.03%。

3) 提出了面齿轮齿面精匹配方法,构建六参数优化模型,在 YS7232 磨齿机进行在机测量实验,误差补偿及齿面匹配后左齿面精度提高 61.33%,右齿面精度提高 71.15%,并与 P26 齿轮测量仪结果进行对比,齿面精度基本一致,表明该在机测量系统的精确性与可靠性。

## 参考文献

- [1] 杨勇明,汪中厚,刘雷,等. 磨齿机在机检测系统的测头综合预行程误差建模[J]. 机械工程学报,2022,58(21):250-265.  
YANG Y M, WANG ZH H, LIU L, et al. Modeling of probe comprehensive pre-travel error for on-machine inspection system of gear grinder [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022,58(21):250-265.
- [2] 庄其鑫,莫蓉,万能,等. 基于可行图的五轴在机测量探针轴向优化方法[J]. 航空学报,2020,41(5):330-339.  
ZHUANG Q X, MO R, WAN N, et al. Stylus orientation optimization method in five-axis on-machine measurement based on feasible graph [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020,41(5):330-339.
- [3] LI S M, FENG P F, ZENG L, et al. A rigid-flexible coupling pretravel error model for a touch-trigger probe in an on-machine inspection system[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021,114(9/10):2991-3003.
- [4] ZHUANG Q X, WAN N, WANG D, et al. A novel pretravel error compensation strategy for five-axis on-machine measurement with a touch-trigger probe [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023,72:1007311.
- [5] LI S M, ZENG L, FENG P F, et al. Comparison of three compensation methods for the touch-trigger probe pretravel errors [J]. 5th International Conference on Mechanical and Aeronautical Engineering, 2022:240-245.
- [6] WAN N, ZHUANG Q X, GUO Y H, et al. A new stylus orientation planning strategy for sculpture surface inspection based on touch position graph[J]. Measure-

- ment, 2022, 199.
- [7] 金雨生,丁建军,张天伟,等. 在机测量坐标系转换及齿面误差解算技术与实现[J]. 仪器仪表学报,2023, 44(12):120-133.  
JIN Y SH, DING J J, ZHANG T W, et al. Technology and implementation of coordinate transformation and tooth surface error calculation for on-machine measurement[J]. Chinese Journal of Scientific Instrumen, 2023, 44(12):120-133.
- [8] 万能,庄其鑫,郭彦亨,等. 拟合精度约束下航发叶片在机测量采样策略[J]. 航空学报,2023,44(7):288-299.  
WAN N, ZHUANG Q X, GUO Y H, et al. Sampling strategy for on-machine measurement of aero-engine blade under constraint of fitting accuracy[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023,44(7):288-299.
- [9] 郭彦亨,万能,庄其鑫,等. 基于误差分布图的五轴在机测量路径优化方法[J]. 航空学报,2024,45(13):235-247.  
GUO Y H, WAN N, ZHUANG Q X, et al. Five-axis on-machine measurement path optimization method based on error distribution graph [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024,45(13):235-247.
- [10] CHEN Y T, MORE P, LIU CH SH, et al. Identification and compensation of position-dependent geometric errors of rotary axes on five-axis machine tools by using a touch-trigger probe and three spheres [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 102(9/12):3077-3089.
- [11] ZHU L D, HAO Y P, QIN SH Q, et al. On-machine measurement and compensation of thin-walled surface[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 271.
- [12] 曾彪,周元生,王圣晖,等. 基于通用三坐标测量机的面齿轮齿形误差测量[J]. 航空动力学报,2022, 37(4):856-868.  
ZENG B, ZHOU Y SH, WANG SH H, et al. Tooth profile error measurement of face gear based on general coordinate measuring machine [J]. Chinese Journal of Scientific Instrumen, 2022,37(4):856-868.
- [13] 明兴祖,方曙光,王红阳. 面齿轮磨削齿面齿形误差修正[J]. 中国机械工程,2018,29(17):2031-2037.  
MING X Z, FANG SH G, WANG H Y. Tooth surface form error correction for face gear grinding [J]. China Mechanical Engineering, 2018,29(17):2031-2037.
- [14] TAO J Y, ZHOU J, WANG SH L, et al. An efficient and accurate measurement method of tooth flank variations for face gears[J]. Measurement, 2023, 221.
- [15] SHAO W, DING H, TANG J Y. Data-driven operation and compensation approaches to tooth flank form error measurement for spiral bevel and hypoid gears [J]. Measurement, 2018, 122:347-357.
- [16] YIN P L, HAN F B, WANG J H, et al. Influence of coordinate system establishment error on tooth profile deviation measured by standard polar coordinate method on gear measuring center[J]. Measurement, 2022, 187:110344.
- [17] 石照耀,赵保亚,于渤,等. 齿轮三维误差表征与分解[J]. 机械工程学报,2022,58(6):1-9.  
SHI ZH Y, ZHAO B Y, YU B, et al. Characterization and decomposition of gear 3-D deviation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022,58(6):1-9.
- [18] 李伟东,李文涛,杨易凯,等. 基于实测点坐标的圆柱齿轮齿面偏差评定方法[J]. 机械传动,2022, 46(10):130-134.  
LI W D, LI W T, YANG Y K, et al. Deviation evaluation method of cylindrical gear tooth surface based on the coordinates of the actual tooth surface points [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(10):130-134.
- [19] 李国龙,冉全福,何坤,等. 基于虚拟中心距原理的鼓形蜗杆砂轮成形修整方法[J]. 计算机集成制造系统,2023,29(10):3394-3401.  
LI G L, RAN Q F, HE K, et al. Forming dressing method of crown worm wheel based on virtual center distance principle [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023,29(10):3394-3401.

## 作者简介



李国龙(通信作者),1990年于武汉大学获得学士学位,1997年于重庆大学获得硕士学位,2001年于重庆大学获得博士学位,现为重庆大学教授、博士生导师,主要研究方向为精密加工与装备。

E-mail: glli@cqu.edu.cn

Li Guolong (Corresponding author) received his B.Sc. degree from Wuhan University of Science and Technology in

1990, received his M. Sc. degree from Chongqing University in 1997, and received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2001. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Chongqing University. His main research interests include precision machining and equipment.



**宁行**,2022 年于河南理工大学获得学士学位,现为重庆大学硕士研究生,主要研究方向为面齿轮误差测量及补偿。

E-mail: 1980712750@qq.com

**Ning Hang** received his B. Sc. degree from Henan Polytechnic University in 2022. He is currently a master student at Chongqing University. His main research interests include error measurement and compensation of face gear.



**何坤**,2011 年于西南石油大学获得学士学位,2013 年于重庆大学获得硕士学位,2017 年于重庆大学获得博士学位,现为重庆工商大学副教授,主要研究方向为精密磨削技术及装备、智能数控技术与系统。

E-mail: hekun@ctbu.edu.cn

**He Kun** received his B. Sc. degree from Southwest Petroleum University in 2011, received his M. Sc. degree from Chongqing University in 2013, and received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2017. He is currently an associate professor at Chongqing Technology and Business University. His main research interests include precision grinding technology and equipment, intelligent CNC technology and systems.