第 44 卷 第 10 期 仪 器 仪 表 学 报 Vol. 44 No. 10
2023 年 10 月 Chinese Journal of Scientific Instrument Oct. 2023

DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2311857

工作空间分区的机器人非概率可靠性标定方法研究*

孙剑萍[1],Jun Chen[2],彭 俊[3],汤兆平[3],孟 鑫[3]
(1. 华东交通大学交通运输工程学院 南昌 330013; 2. School of Engineering and Materials Science, Queen Mary University of London E1 4NS UK; 3. 华东交通大学机电与车辆工程学院 南昌 330013)

摘 要:全工作空间域的高精度定位是超大工作空间机器人实现全范围精密作业的关键。本文以提高机器人全工作空间域内参数标定的可靠性和空间适应性为目标,研究机器人自身诸多不确定性的非概率量化方法,分析不确定性参数在不同工作空间域对机器人末端定位精度的影响差异,依据定位精度非概率可靠度指标对全工作空间域分区,提出一种在工作空间分区框架下对机器人进行非概率可靠性标定的方法。实例表明,分区标定补偿后,x、y、z 三个方向的误差区间的下界和上界平均值分别下降了 40. 16%、59. 36% 和 59. 08%、40. 87% 以及 54. 24%、33. 98%,且补偿后的机器人响应速度快,运动过程中波动小,证明了本文方法在缩小全工作域内末端误差范围,提升机器人的绝对定位精度及标定的空间适应性方面的有效性。

关键词: 机器人;标定;定位精度;非概率可靠度;工作空间分区
中图分类号: TP242 TH111 **文献标识码**: A **国家标准学科分类代码**: 460. 5030

Research on the non-probabilistic reliability calibration method for robots in workspace partition

Sun Jianping[1], Jun Chen[2], Peng Jun[3], Tang Zhaoping[3], Meng Xin[3]
(*1. School of Transportation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;*
2. School of Engineering and Materials Science, Queen Mary University of London, E1 4NS, UK;
3. School of Mechatronics and Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The high-precision positioning in the whole workspace domain is the key to realizing the full-range precision operation of large workspace robots. To improve the reliability and spatial adaptability of parameter calibration in the full workspace domain of the robot, this article studies the non-probabilistic quantification methods of many uncertainties in the robot itself, analyzes the difference of the influence of uncertain parameters on the end positioning accuracy of the robot in different workspace domains, and partitions the whole workspace domain according to the non-probabilistic reliability index of positioning accuracy. A non-probabilistic reliability calibration method for robots under the framework of workspace partition is proposed. The example shows that, after partition calibration compensation, the average lower and upper bounds of error intervals in x, y, and z directions decrease by 40. 16%, 59. 36%, and 59. 08%, 40. 87%, as well as 54. 24%, 33. 98%, respectively. Moreover, the compensated robot has a fast response speed and small fluctuation during movement. It is proved that the proposed method is effective in reducing the end error range in the whole working domain, improving the absolute positioning accuracy of the robot and the spatial adaptability of the calibration.

Keywords: robot; calibration; position accuracy; non-probabilistic reliability index; workspace partition

0 引 言

工业机器人技术及应用作为战略性新兴产业的重要组成部分,是衡量一个国家科技创新和高端制造业水平的重要标志。面向《中国制造 2025》推动制造业发展要求,"高端机器人"研发与制造已列为我国《"机器人+"应用行动实施方案》创新突破重点。但目前我国相关基础

收稿日期:2023-08-31 Received Date: 2023-08-31
*基金项目:国家自然科学基金(51965017)项目资助

仍相当薄弱,想实现“弯道超车”,必须以技术创新走出机器人高端化、精密化的困境。

定位精度是机器人实现精密作业能力的重要基石[1]。目前一般工业机器人的绝对定位精度仅 1 ~ 3 mm,远无法满足高端数字化装配提出的超精密高可靠性要求。机器人是一个存在多源不确定性因素的复杂多输入多输出非线性系统。制造安装误差、弹性变形、运动副间隙、摩擦、颤振等诸多不确定性,将严重影响其定位精度及可靠性,导致高精尖领域应用受限。标定是提高绝对定位精度的有效方法,国内外学者围绕相关内容进行了大量研究。在机器人不确定性因素处理及可靠性分析上,张晓瑾等[2]基于均值一次二阶矩(mean value first order second moment, MVFOSM)方法对弧焊机器人进行了运动可靠性分析;由于机器人运动学模型的高度非线性,MVFOSM 分析精度较低,Zhang 等[3]将末端执行器的位置变量降维为 3 个独立标准正态变量的函数,应用 DR-鞍点近似(saddlepoint approximation, SPA)法分析可靠性;Wu 等[4]则采用点估计法计算定位点前四阶矩的方式确定位置误差的概率密度函数(probability density function, PDF);陈辉庆[5]针对码垛机器人多种运动失效模式及其相关性影响,构建运动可靠性模型,提出了基于变量状态空间的可靠性求解方法;Tang 等[6]考虑关节间隙的区间不确定性,提出了机器人非概率定位可靠性度量方法,分析了不同的工作空间内末端执行器位移误差区间及运动可靠性,但未进一步研究非概率可靠性标定。

在机器人误差分析及补偿方面,Sungcheul 等[7]通过全误差模型,采用灵敏度分析了 27 个主要误差源对机器人定位精度的影响;Chen 等[8]提出了一种基于 Co-kriging 的误差补偿方法,使机器人定位精度达到了飞机装配的要求;朱剑芳[9]对机器人进行刚柔耦合分析,得到了定位精度的误差范围;郭瑞峰等[10]建立了新型混联码垛机器人末端位姿误差模型,基于概率方法对误差进行分析,得出了机器人整个工作空间内的概率精度云图及各连杆加工精度等级与定位误差的关系;陈宵燕等[11]完成了机器人误差离线补偿系统的开发。

在参数辨识及标定可靠性方面,Naveen 等[12]基于动量和动量矩守恒建立线性回归模型,应用递推最小二乘法,对 12 自由度双臂空间机器人的惯性参数进行了辨识;Wei 等[13]通过在每个关节上设置弹性执行机构,较为准确地辨识了柔性关节机器人动态模型的参数;Icli 等[14]利用“TriCal”测量设备实现了机器人所有运动学和关节刚度参数的自动标定;姜晓灿[15]基于 MD-H 模型分析了参数误差大小与机器人位姿精度可靠性之间的联系;江文松等[16]基于蒙特卡洛法对机器人标定的可靠性进行了研究;张春涛等[17]考虑机器人传感器“零漂”的随机干扰,提出了一种六维在线标定方法,提升了标定的可靠性;孙剑萍等[18]综合考虑机器人参数的区间不确定性影响,提出了一种非概率可靠性标定的新方法,但未进一步提出对全工作空间分区标定的设想。

大型高端装备机器人精密作业具有超大工作空间且存在着大量的不确定性。它们将对机器人位姿产生误差影响,且在空间上呈不均匀分布,最终可归结为模型参数辨识上的差异。当前机器人参数辨识及误差补偿多基于确定型、概率或模糊方法。确定型方法忽略了机器人系统中的不确定性影响;概率或模糊方法则常因工程中统计样本不足,无法事先获知概率分布型式或模糊隶属度,难以精确定义概率或模糊模型,从而导致参数辨识及误差补偿的精准度不足。而区间非概率方法,仅需知道不确定参量取值的上下界,在小样本贫信息情形下进行不确定分析更具优势。

徐昌军[19]在较小的局部工作空间进行标定实验发现,缩小标定空间,可提高机器人在标定空间内的绝对定位精度。但当前的标定方法,几乎均关注全局工作空间,并将整个工作空间域内的机器人运动学参数视为相同的常数,没有考虑不确定性因素在不同的局部工作空间域内对机器人位姿精度影响上存在差异,也没有考虑受不确定因素的综合作用,运动学参数可能在一定范围内动态变化。本文立足于解决上述关键问题,依据不同工作空间范围内机器人末端位姿的非概率可靠度差异对全工作空间域分区,进而在分区框架下分别针对每一个子工作空间进行非概率可靠性标定与精准补偿,为提升机器人标定的空间适应性及绝对定位精度提供一种新的研究思路。

1　机器人不确定性参数的非概率表征及位置误差模型

受测量条件或样本数限制,常存在无法获知机器人参数概率分布型式或模糊隶属度的情形,但参数取值的上下界却较易获得,此时可利用区间数进行描述。

对于任意一个区间数 x,其表示为 $x^{\mathrm{I}} = [x^l, x^u]$($x \in R, x^l \leqslant x_i \leqslant x^u$),其中 x^l 和 x^u 为 x 取值范围的下界和上界。以机器人运动学参数为例,标准的 D-H 运动学算法描述每个关节需要 4 个参数,分别为关节转角 θ_i(i 为关节序号)、连杆偏置距离 d_i、连杆长度 a_i、连杆扭转角 α_i。设它们均为区间数,则:

$$\theta_i^{\mathrm{I}} = [\theta_i^l, \theta_i^u] = \{\theta_i : \theta_i \in R, \theta_i^l \leqslant \theta_i \leqslant \theta_i^u\} \tag{1}$$

$$d_i^{\mathrm{I}} = [d_i^l, d_i^u] = \{d_i : d_i \in R, d_i^l \leqslant d_i \leqslant d_i^u\} \tag{2}$$

$$a_i^{\mathrm{I}} = [a_i^l, a_i^u] = \{a_i : a_i \in R, a_i^l \leqslant a_i \leqslant a_i^u\} \tag{3}$$

$$\alpha_i^{\mathrm{I}} = [\alpha_i^l, \alpha_i^u] = \{\alpha_i : \alpha_i \in R, \alpha_i^l \leqslant \alpha_i \leqslant \alpha_i^u\} \tag{4}$$

其中,θ_i^l、θ_i^u、d_i^l、d_i^u、a_i^l、a_i^u、α_i^l、α_i^u、分别代表 θ_i、d_i、a_i、和 α_i 等参数取值的下界与上界。区间数的运算均遵从区间运算规则。

为解决机器人相邻关节转动副轴线平行引起的奇异性问题,可在四参数的基础上引入扭角参数 β_i,构建 MD-H 模型进行修正。这里,β_i 也为区间数:

$$\beta_i^{\mathrm{I}} = [\beta_i^l, \beta_i^u] = \{\beta_i : \beta_i \in R, \beta_i^l \leqslant \beta_i \leqslant \beta_i^u\} \tag{5}$$

其中,当关节轴线 z_i 和 z_{i+1} 不平行时,$\beta_i = 0$,即 $\beta_i = \beta_i^l = \beta_i^u = 0$。

θ_i、d_i、a_i、α_i 和 β_i 为区间参数时,MD-H 模型相邻两关节的变换矩阵为:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{A}_i &= {}_i^{i-1}\boldsymbol{T} = Rot(z,\theta_i)Trans(z,d_i)Trans(x,a_i) \times Rot(x,\alpha_i)Rot(y,\beta_i) = Rot(z,\theta_i^{\mathrm{I}})Trans(z,d_i^{\mathrm{I}}) \times Trans(x,a_i^{\mathrm{I}})Rot(x,\alpha_i^{\mathrm{I}})Rot(y,\beta_i^{\mathrm{I}}) = \\
&\begin{bmatrix} c\theta_i^{\mathrm{I}}c\beta_i^{\mathrm{I}} - s\alpha_i^{\mathrm{I}}s\theta_i^{\mathrm{I}}s\beta_i^{\mathrm{I}} & -c\alpha_i^{\mathrm{I}}s\theta_i^{\mathrm{I}} & c\theta_i^{\mathrm{I}}s\beta_i^{\mathrm{I}} + s\alpha_i^{\mathrm{I}}s\theta_i^{\mathrm{I}}c\beta_i^{\mathrm{I}} & a_i^{\mathrm{I}}c\theta_i^{\mathrm{I}} \\ s\theta_i^{\mathrm{I}}c\beta_i^{\mathrm{I}} + s\alpha_i^{\mathrm{I}}c\theta_i^{\mathrm{I}}s\beta_i^{\mathrm{I}} & c\alpha_i^{\mathrm{I}}c\theta_i^{\mathrm{I}} & s\theta_i^{\mathrm{I}}s\beta_i^{\mathrm{I}} - s\alpha_i^{\mathrm{I}}c\theta_i^{\mathrm{I}}c\beta_i^{\mathrm{I}} & a_i^{\mathrm{I}}s\theta_i^{\mathrm{I}} \\ -c\alpha_i^{\mathrm{I}}s\beta_i^{\mathrm{I}} & s\alpha_i^{\mathrm{I}} & c\alpha_i^{\mathrm{I}}c\beta_i^{\mathrm{I}} & d_i^{\mathrm{I}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6}$$

其中,s 代表 $\sin(\cdot)$,c 代表 $\cos(\cdot)$,例如 $s\alpha_i^{\mathrm{I}} = \sin(\alpha_i^{\mathrm{I}})$, $c\theta_i^{\mathrm{I}} = \cos(\theta_i^{\mathrm{I}})$。

通过几何参数 θ_i、d_i、a_i、α_i 和 β_i,由 MD-H 模型可求解出机器人末端的空间位姿信息。当参数存在误差时,会导致关节变换出现误差,进而引起末端位姿误差,故参数的准确性决定了机器人末端定位精度。

机器人各连杆坐标的变换主要由平移和旋转运动组合而来,其理论变换矩阵 ${}_i^N\boldsymbol{T}$ 为:

$${}_i^N\boldsymbol{T} = Rot(z,\theta_i)Trans(z,d_i)Trans(x,a_i) \times Rot(x,\alpha_i)Rot(y,\beta_i) \tag{7}$$

由于 ${}_i^N\boldsymbol{T}$ 中的 θ_i、d_i、a_i、α_i 和 β_i 均为区间数,因此,由运动学模型求解所得末端 P 的坐标 (P_x, P_y, P_z) 也为区间数,其区间取值包含了末端位置的所有可能性。

设 $\theta_i(t)$、$d_i(t)$、$a_i(t)$、$\alpha_i(t)$、$\beta_i(t)$ 为 t 时刻第 i 个关节运动学参数的实际取值,$\Delta\theta_i$、Δd_i、Δa_i、$\Delta\alpha_i$、$\Delta\beta_i$ 为参数实际取值相对其理论值的变化量,即:

$$a_i(t) = a_i + \Delta a_i; \alpha_i(t) = \alpha_i + \Delta\alpha_i; d_i(t) = d_i + \Delta d_i; \theta_i(t) = \theta_i + \Delta\theta_i; \beta_i(t) = \beta_i + \Delta\beta_i \tag{8}$$

则对应的机器人在实际运动学参数下连杆之间的变换矩阵 ${}_i^R\boldsymbol{T}$ 可表示为:

$${}_i^R\boldsymbol{T} = Rot(z,\theta_i + \Delta\theta_i)Trans(z,d_i + \Delta d_i)Trans(x,a_i + \Delta a_i)Rot(x,\alpha_i + \Delta\alpha_i)Rot(y,\beta_i + \Delta\beta_i) \tag{9}$$

在 $\Delta\theta_i$、Δd_i、Δa_i、$\Delta\alpha_i$ 和 $\Delta\beta_i$ 的作用下,连杆之间的实际变换矩阵 ${}_i^R\boldsymbol{T}$ 相对于理论变换矩阵 ${}_i^N\boldsymbol{T}$ 发生了变化,设为 $\mathrm{d}\boldsymbol{T}_i$,由微分变换原理:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{T}_i = {}_i^R\boldsymbol{T} - {}_i^N\boldsymbol{T} = {}_i^N\boldsymbol{T} \times \Delta\boldsymbol{T}_i \tag{10}$$

式(10)中 $\Delta\boldsymbol{T}_i$ 为:

$$\Delta\boldsymbol{T}_i = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z & \delta y & \mathrm{d}x \\ \delta z & 0 & -\delta x & \mathrm{d}y \\ -\delta y & \delta x & 0 & \mathrm{d}z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

式中:δx、δy、δz 表示微分旋转矢量;$\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$、$\mathrm{d}z$ 为位移变化量。

因参数误差较小,对式(10)做全微分,推导出机器人连杆之间的误差模型:

$$d\boldsymbol{T}_i = \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial\theta_i}\Delta\theta_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial d_i}\Delta d_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial a_i}\Delta a_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial a_i}\Delta\alpha_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial\beta_i}\Delta\beta_i \tag{12}$$

结合式(10)和(12),可得:

$$\begin{aligned}
\Delta\boldsymbol{T}_i &= ({}_i^N\boldsymbol{T})^{-1}d\boldsymbol{T}_i = ({}_i^N\boldsymbol{T})^{-1}\left(\frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial\theta_i}\Delta\theta_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial d_i}\Delta d_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial a_i}\Delta a_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial\alpha_i}\Delta\alpha_i + \frac{\partial\boldsymbol{T}_i}{\partial\beta_i}\Delta\beta_i\right) = \\
&\begin{bmatrix} 0 & -s\beta_i\delta\alpha_i - c\alpha_i c\beta_i\delta\theta_i & s\alpha_i\delta\theta_i + \delta\beta_i & c\beta_i\delta\alpha_i + a_i s\alpha_i s\beta_i\delta\theta_i - c\alpha_i s\beta_i\delta d_i \\ s\beta_i\delta\alpha_i + c\alpha_i c\beta_i\delta\theta_i & 0 & -c\beta_i\delta\alpha_i + c\alpha_i s\beta_i\delta\theta_i & a_i c\alpha_i\delta\theta_i + s\alpha_i\delta d_i \\ -s\alpha_i\delta\theta_i - \delta\theta_i & c\beta_i\delta\alpha_i - c\alpha_i s\beta_i\delta\theta_i & 0 & s\beta_i\delta\alpha_i - a_i s\alpha_i c\beta_i\delta\theta_i + c\alpha_i c\beta_i\delta d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{13}$$

联立式(11)和(13),关节坐标系下,微分运动变化矢量与各运动学参数误差的数学函数关系为:

$$\boldsymbol{e}_i = \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \\ \delta x_i \\ \delta y_i \\ \delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i s\alpha_i s\beta_i & -c\alpha_i s\beta_i & c\beta_i & 0 & 0 \\ a_i c\alpha_i & s\alpha_i & 0 & 0 & 0 \\ -a_i s\alpha_i c\beta_i & c\alpha_i c\beta_i & s\beta_i & 0 & 0 \\ -c\alpha_i s\beta_i & 0 & 0 & c\beta_i & 0 \\ s\alpha_i & 0 & 0 & 0 & 1 \\ c\alpha_i c\beta_i & 0 & 0 & s\beta_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta d_i \\ \Delta a_i \\ \Delta\alpha_i \\ \Delta\beta_i \end{bmatrix} = \boldsymbol{G}_i\Delta\boldsymbol{\Omega}_i \tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{e}_i$ 为连杆 i 坐标系的微分误差,$\boldsymbol{G}_i$ 为误差系数矩阵,$\boldsymbol{\Omega}_i$ 为第 i 个关节的 MD-H 参数向量,$\boldsymbol{\Omega}_i$ =

$[\theta_i\ d_i a_i \alpha_i \beta_i]^{\mathrm{T}}$,$\Delta\boldsymbol{\Omega}_i$ 为 $\boldsymbol{\Omega}_i$ 的相应误差,$\Delta\boldsymbol{\Omega}_i = [\Delta\theta_i \Delta d_i \Delta a_i \Delta\alpha_i \Delta\beta_i]^{\mathrm{T}}$。

通过各个关节坐标系的变换,最终可以得到末端坐标系在基坐标系上的位姿信息。变换过程中,$\boldsymbol{e}_i$ 会累积叠加。对于 n 个关节的机器人,其最终累积在末端坐标系上的误差 $\boldsymbol{e}_n$ 为:

$$\boldsymbol{e}_n = \sum_{i=1}^{n} {}_i^n\boldsymbol{j}\boldsymbol{e}_i = \sum_{i=1}^{n} {}_i^n\boldsymbol{j}\boldsymbol{G}_i\Delta\boldsymbol{\Omega}_i = \boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{\Omega} \tag{15}$$

其中,${}_i^n\boldsymbol{j}$ 表示连杆 i 到 n 之间的微分变换,具体形式为:

$${}_i^n\boldsymbol{j} = \begin{bmatrix} n_{ix} & n_{iy} & n_{iz} & (p_i \times n_i)_x & (p_i \times n_i)_y & (p_i \times n_i)_z \\ o_{ix} & o_{iy} & o_{iz} & (p_i \times o_i)_x & (p_i \times o_i)_y & (p_i \times o_i)_z \\ a_{ix} & a_{iy} & a_{iz} & (p_i \times a_i)_x & (p_i \times a_i)_y & (p_i \times a_i)_z \\ 0 & 0 & 0 & n_{ix} & n_{iy} & n_{iz} \\ 0 & 0 & 0 & o_{ix} & o_{iy} & o_{iz} \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix} & a_{iy} & a_{iz} \end{bmatrix} \tag{16}$$

仅研究位置误差时,以 $\boldsymbol{J}_P$ 表示位置误差变换的雅克比矩阵:

$$\boldsymbol{J}_P = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial\theta_1} & \frac{\partial P_x}{\partial d_1} & \frac{\partial P_x}{\partial a_1} & \frac{\partial P_x}{\partial\alpha_1} & \frac{\partial P_x}{\partial\beta_1} & \frac{\partial P_x}{\partial\theta_2} & \frac{\partial P_x}{\partial d_2} & \cdots & \frac{\partial P_x}{\partial\beta_n} \\ \frac{\partial P_y}{\partial\theta_1} & \frac{\partial P_y}{\partial d_1} & \frac{\partial P_y}{\partial a_1} & \frac{\partial P_y}{\partial\alpha_1} & \frac{\partial P_y}{\partial\beta_1} & \frac{\partial P_y}{\partial\theta_2} & \frac{\partial P_y}{\partial d_2} & \cdots & \frac{\partial P_y}{\partial\beta_n} \\ \frac{\partial P_z}{\partial\theta_1} & \frac{\partial P_z}{\partial d_1} & \frac{\partial P_z}{\partial a_1} & \frac{\partial P_z}{\partial\alpha_1} & \frac{\partial P_z}{\partial\beta_1} & \frac{\partial P_z}{\partial\theta_2} & \frac{\partial P_z}{\partial d_2} & \cdots & \frac{\partial P_z}{\partial\beta_n} \end{bmatrix} \tag{17}$$

则机器人末端位置误差模型为:

$$\boldsymbol{e}_P = \boldsymbol{J}_P\Delta\boldsymbol{\Omega} \tag{18}$$

2　工作空间分区框架下的非概率可靠性标定

2.1　机器人末端位置的非概率可靠性

图 1 中,以理论坐标点 G 为球心,许可误差 $\lim\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$ 为半径,可得到该空间坐标点的最大许可误差范围。球形的表面即为坐标点位置精度的可靠态与失效态的临界面。球内的误差点(图 1 中实心圆点)均满足可靠性要求,球外范围(图 1 中空心圆点)则超限。机器人末端实际位置点 G' 相对理论位置点 G 的偏移距离 $\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$ 对机器人定位精度的可靠性产生重要影响。G' 越接近球心,可靠性越好;越远离球心,越不可靠。

由式(18)可知,机器人末端位置误差 $\boldsymbol{e}_P$ 是雅克比矩阵 $\boldsymbol{J}_P$ 与参数偏差矩阵 $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ 的乘积,即机器人末端位置误差 $\boldsymbol{e}_P$ 是 θ_i、d_i、a_i、α_i、β_i 等机器人参数的函数。

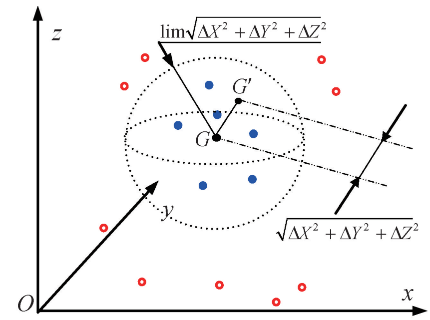


图 1　机器人定位精度可靠性

Fig. 1　Robot positioning accuracy reliability

因受制造安装误差、弹性变形、运动副间隙、摩擦、颤振等诸多不确定性因素影响,机器人参数将不会固定于某一确定数值,而是随不同的工作空间域,在一定取值范围内动态变化的区间数。结合式(18)的非线性可以推知,不确定性参数在不同工作空间域对机器人末端位置产生的不同误差影响,最终表现为不同工作空间域内机器人末端定位精度上存在差异。

设 $\boldsymbol{\chi} = (\chi_1, \chi_2, \cdots, \chi_k)$ 为影响末端位置误差、取值为区间变量的机器人参数组成的向量,其中 $\chi_i \in \chi_i^{\mathrm{I}} = [\chi_i^l, \chi_i^u]$ $(i = 1, 2, \cdots, k)$,再设以其为自变量且由机器人定位精度失效(误差超限)准则确定的功能方程为:

$$M = g(\boldsymbol{\chi}) = g(\chi_1, \chi_2, \cdots, \chi_k) = 0 \tag{19}$$

影响机器人定位功能函数的因素归为两大因素:位置实际误差 s 和许可误差 r。实际工作中,受诸多不确定性因素的影响以及使用场合要求的不同,位置许可误差 r 和实际误差 s 都是动态变化的区间变量:

$$r = r(\chi_1, \chi_2, \cdots, \chi_k) \in r^{\mathrm{I}} = [r^l, r^u] \tag{20}$$

$$s = s(\chi_1, \chi_2, \cdots, \chi_k) \in s^{\mathrm{I}} = [s^l, s^u] \tag{21}$$

其中,r^u、r^l、s^u、s^l 分别表示机器人末端位置许可误差 r 和实际误差 s 的上下界。

故机器人定位的功能函数表示为:

$$M = g(\boldsymbol{\chi}) = g(r, s) = g(r(\boldsymbol{\chi}), s(\boldsymbol{\chi})) = r(\chi_1, \chi_2, \cdots, \chi_k) - s(\chi_1, \chi_2, \cdots, \chi_k) \tag{22}$$

$g(\cdot) = 0$ 的超曲面称为机器人定位精度的失效面。$g(\cdot) < 0$ 和 $g(\cdot) > 0$ 分别表示处于失效和安全状态。

根据非概率可靠性指标 η 的广义定义[18],可知:

$$\eta = \frac{M^c}{M^r} = \frac{r^c - s^c}{r^r + s^r} \tag{23}$$

式中:r^c、r^r、s^c、s^r 分别为动态变化的许可误差 r 和实际误差 s 的取值区间的中心和半径。其中 $r^c = \frac{r^u + r^l}{2}$、$r^r = \frac{r^u - r^l}{2}$、$s^c = \frac{s^u + s^l}{2}$、$s^r = \frac{s^u - s^l}{2}$,以非概率可靠性指标 η 度

量机器人位置精度的安全可靠程度，η 值越大，安全可靠程度越高。

η 与常规可靠性指标的含义类似，其位置实际误差-许可误差干涉模型示意如图 2 所示。当 $\eta > 1$，则 $\forall \chi_i \in \chi_i^I \ (i=1,2,\cdots,k)$，总有 $g(r,s) > 0$，此时，定位完全可靠。当 $\eta < -1$ 时，则均有 $g(r,s) < 0$，定位一定失效。而当 $-1 \leqslant \eta \leqslant 1$ 时，则有 $g(r,s) < 0$ 或 $g(r,s) > 0$ 两种可能，此时，定位不一定可靠。

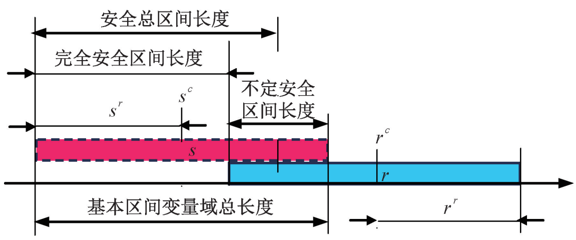


图 2 机器人位置实际误差-许可误差干涉模型

Fig. 2 Interference model of actual error and allowable error of robot position

根据文献[18]，非概率可靠性指标 η 与非概率集合可靠度 R_{Set} 在判断是否绝对可靠时等价。机器人定位精度的非概率集合可靠度 R_{Set} 可定义为实际误差区间未超出误差许可值的长度(安全总区间长度)与基本区间变量域总长度的比值即：

$$R_{\mathrm{Set}} = \frac{\text{安全总区间长度}}{\text{基本区间变量域总长度}} \tag{24}$$

式(24)中完全安全区间长度=完全安全区间长度+不定安全区间长度的 1/2。由式(24)可知，$R_{\mathrm{Set}} \in [0,1]$。$R_{\mathrm{Set}} = 1$ 时，机器人定位精度绝对可靠；$R_{\mathrm{Set}} = 0$ 时，则完全不可靠。R_{Set} 值越大，定位精度越可靠，故 R_{Set} 可较好地评价机器人定位精度的可靠性。

2.2 工作空间分区

考虑到不确定性参数在不同工作空间域内对机器人末端定位精度影响的差异，会引起不同工作空间域内坐标点位置误差的取值区间及定位精度的可靠性产生差异。故本文提出依据机器人末端位置点的非概率可靠度对全局工作空间进行划分，以保障分区后同一个子空间内机器人的不确定性参数对末端位置的影响情况相近、位置误差的取值区间相近、定位精度的可靠性相近。之后分别针对每个子空间进行参数标定及误差补偿，其标定的空间适应性好，绝对定位精度高。

设 $P = \{P_1, P_2, \cdots, P_n\} \subset R^s$ 为机器人末端位置点集，其对应的非概率集合可靠度数据集为 $\{R_{\mathrm{Set}\,P_1}, R_{\mathrm{Set}\,P_2}, \cdots, R_{\mathrm{Set}\,P_n}\}$。$V = \{v_1, v_2, \cdots, v_c\}$ 为聚类中心，共 c 个，其对应的非概率集合可靠度数据集为 $\{R_{\mathrm{Set}\,v_1}, R_{\mathrm{Set}\,v_2}, \cdots, R_{\mathrm{Set}\,v_c}\}$。末端位置点 $P_j(j=1,2,\cdots,n)$ 对聚类中心 $v_i(i=1,2,\cdots,c)$ 的隶属度矩阵为：

$$U = \{u_{ij}\}_{c\times n} \in M_{fcn}, v_i \in R^s, 2 \leqslant c < n \tag{25}$$

将机器人末端位置点集分为 c 簇，建立聚类模型：

$$\min\ J(U,V) = \sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m d_{ij}^2$$
$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{c} u_{ij} = 1$$
$$0 \leqslant u_{ij} \leqslant 1 \tag{26}$$

式中：m 是一个可以控制聚类结果的模糊权重指数，且 $1 < m < +\infty$。$d_{ij} = \| R_{\mathrm{Set}\,P_j} - R_{\mathrm{Set}\,v_i} \|$ 表示机器人第 j 个位置点 P_j 的非概率集合可靠度与第 i 个聚类中心 v_i 的非概率集合可靠度之间的欧氏距离。

推导迭代公式：

$$R_{\mathrm{Set}\,v_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m R_{\mathrm{Set}\,P_j}}{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m},\ i=1,2,\cdots,c \tag{27}$$

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{d_{ij}}{d_{kj}}\right)^{2/(m-1)}},\ i=1,2,\cdots,c;\quad j=1,2,\cdots,n \tag{28}$$

为实现工作空间的细致分区，本文采用层级分类方式。首先依据各空间坐标点非概率可靠度 R_{set} 的取值，将所有坐标点划分为若干个层级。然后，利用相同的方法对每一层的空间坐标点进行再细化分区。

机器人工作空间分区的具体实现过程为：

1)输入预处理的机器人末端位置点集 $P = \{P_1, P_2, \cdots, P_n\} \subset R^s$ 及其对应的非概率集合可靠度数据集 $\{R_{\mathrm{Set}\,P_1}, R_{\mathrm{Set}\,P_2}, \cdots, R_{\mathrm{Set}\,P_n}\}$，确定 c、m 和 ε 的取值，重置迭代次数为 $t=0, t=t+1$。

2)随机初始化隶属度 $u_{ij}^{(0)}$。

3)利用式(27)计算聚类中心 $v_i^{(t+1)}$ 的非概率集合可靠度。

4)利用式(28)更新隶属度 $u_{ij}^{(t+1)}$。

5)若 $\| u_{ij}^{(t+1)} - u_{ij}^{(t)} \| < \varepsilon$，说明到达迭代停止阈值，则停止迭代。否则转到执行步骤 4)继续更新迭代。

6)聚类结束并利用最大隶属度准则实现不同空间点样本数据归类，完成工作空间域最优分区。

2.3 机器人参数区间辨识与标定

最小二乘法是当前机器人参数辨识应用最多的方法之一。其算法简单、辨识精度较高，但因其求解过程需要对函数矩阵进行二阶求导，易受到奇异性问题的困扰，因此本文引入阻尼系数 μ，改进最小二乘法，在运动学辨识模型(式(18))的基础上对机器人误差参数进行辨识。其求解公式为：

$$\Delta\boldsymbol{\Omega} = (\boldsymbol{J}_P^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_P + \mu\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{J}_P^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_P \tag{29}$$

改进型最小二乘法可综合牛顿法和梯度法的优点。μ 越小,算法越接近牛顿法,反之则越接近梯度法。通常 μ 初值设为 0.001,迭代运算中若初始点远离最小值,则增大 μ 以加快迭代速度,反之则降低 μ。

3　模型与方法验证

3.1　标定对象简介

选用六关节旋转副串联的 KR 1000Titan 机器人为研究对象。它转动灵活,结构尺寸较大。该机器人的二、三关节的转动副轴线平行,故需在相邻平行轴增加扭角参数 β_2。图 3 为机器人外形及连杆坐标系;参数名义值如表 1 所示。

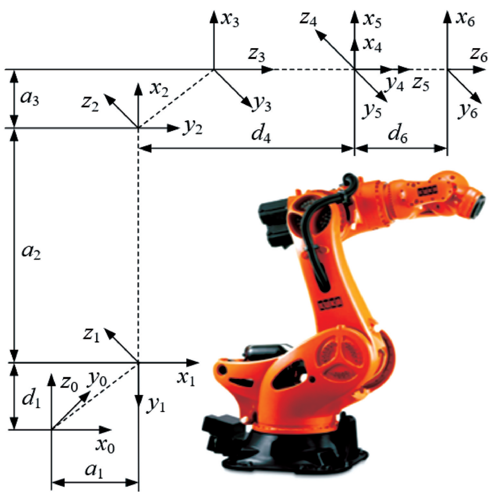


图 3　KR 1000Titan 机器人连杆坐标系

Fig. 3　Connecting rod coordinate system of KR 1000Titan

表 1　KR 1000Titan 机器人 MD-H 参数表

Table 1　MD-H parameter table of robot KR 1000Titan

序号	连杆长度 a_i/mm	偏置距离 d_i/mm	连杆扭角 α_i/(°)	关节转角 θ_i/(°)	旋转扭角 β_i/(°)
1	600	1 100	−90	θ_1	−
2	1 400	0	0	θ_2	β_2
3	65	0	−90	θ_3	−
4	0	1 200	90	θ_4	−
5	0	0	−90	θ_5	−
6	0	372	0	θ_6	−

3.2　机器人不确定性参数化建模

常规的机器人动力学模型结构尺寸固定,无法仿真分析诸多不确定性对末端位置误差的影响。故本文提出不确定性参数化建模方法。即在模型的关节连接处分别建立与旋转副共轴线的圆环和圆柱体,以模拟相互配合的孔和轴,然后利用布尔操作,使新建的部件与机器人模型融合,并将部件的半径尺寸设置为有一定误差范围的变量。在仿真分析中,可通过控制部件的半径参数获取不同的结果。如图 4 所示,机器人有 6 个关节,故一共需建立 12 个参数化的轴和孔,半径变量用 DV 表示。

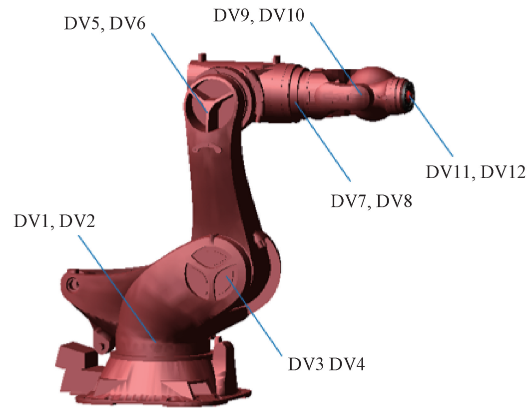


图 4　基于 ADAMS 的参数化模型

Fig. 4　Parametric model based on ADAMS

各关节轴孔半径变量的控制,可根据机器人的工艺及精度要求。本例关节选用基孔制 H6/h5 标准,表 2 所示为参数化变量的具体取值范围。变量取值范围设置后,再将各关节用旋转副连接,定义接触力为轴孔的接触摩擦力,模拟真实环境下的机器人运动。

表 2　参数变量设置表

Table 2　Parameter variable setting table

变量	公称尺寸 /mm	公差 /mm	上下极限尺寸 /mm	最大间隙 /mm	最小间隙 /mm	备注
DV1	100	0.015	99.985,100	0.037	0	底座轴半径
DV2	100	0.022	100,100.022			转座孔半径
DV3	68.5	0.019	68.5,68.519	0.032	0	转座孔半径
DV4	68.5	0.013	68.487,68.5			大臂轴(前端)半径
DV5	49.5	0.011	49.489,49.5	0.027	0	大臂轴(末端)半径
DV6	49.5	0.016	49.5,49.516			小臂杆孔半径
DV7	37.8	0.011	37.789,37.8	0.027	0	小臂杆轴半径
DV8	37.8	0.016	37.8,37.816			小臂孔(前端半径)
DV9	30	0.013	30,30.013	0.022	0	小臂孔(末端)半径
DV10	30	0.009	29.991,30			腕部轴半径
DV11	25	0.013	25,25.013	0.022	0	腕部孔半径
DV12	25	0.009	24.991,25			末端执行轴半径

3.3　工作空间分区

在机器人工作空间中以拉丁超立方抽样的方法对坐标点均匀取样,并模拟不确定参数环境进行动力学仿真,使机器人重复到达样本点,记录每次仿真中机器人末端实际位置与理论位置的偏差。本文设定末端偏移距离允许输出极限误差 $\lim \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$ 范围为 $[0, 2.5]$,计算机器人在各个坐标点处定位精度的非概率集合可靠度 R_{Set}, 部分结果如表 3 所示。

表 3　机器人末端位置点及其非概率可靠度

Table 3　Robot end position points and their non-probabilistic reliability

点编号	机器人末端执行工作空间坐标点			距离误差	非概率可靠度
	p_x/mm	p_y/mm	p_z/mm	$\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$ 的区间范围	R_{set}
1	−1 223.941	−1 010.7043	2 749.576 3	[0, 2.541 205 104]	0.984
2	−990.703 8	−1 062.904 9	901.194 7	[0, 2.577 056 405]	0.97
3	−2 102.070 2	−1 670.295 0	206.738 4	[0, 3.244 466 201]	0.7
4	−1 934.781 0	−1 602.623 6	318.268 6	[0, 3.287 477 271]	0.685
5	−1 769.824 1	−1 367.837 5	1 541.580 1	[0, 2.883 088 978]	0.867
6	−282.281 0	−265.461 4	630.782 9	[0, 1.528 609 486]	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
99	−1 839.103	768.335 5	1 725.947	[0, 2.514 111 821]	0.994
100	71.229 56	282.290 5	1 607.912	[0, 1.439 864 451]	1

由表 3 可知,机器人末端位于不同坐标位置处定位精度的非概率可靠度存在显著差异(表 3 中列出的非概率可靠度最大为 1,最小仅 0.685),主要原因有二:一是受制造安装误差、弹性变形、运动副间隙、摩擦、颤振等诸多不确定性因素作用,机器人参数存在误差;更为重要的是本文构建的机器人不确定性参数化模型,创新性地引入了关节连接处的孔轴间隙,且能仿真得到机器人运动到工作空间域的不同位置时,孔轴间隙的动态变化。上述不确定性的综合作用及累积,最终呈现在机器人身上为不确定性参数在不同工作空间域对机器人末端定位精度的影响差异现象。

依据各空间坐标点非概率可靠度 R_{Set}, 将所有点(共 100 个)分为 4 个层级,如图 5 所示(坐标点均以编号表示),从上往下分别为第 1 层级、第 2 层级、第 3 层级和第 4 层级。在此基础上对每一层的空间坐标点进行再细化分区。

以第 1 层级为例,将第 1 层级的坐标点数据归为一个数据集,设置聚类数目为 3,其分区结果如图 6 所示。图 6(a)为第 1 层级中所有的坐标点数据,图 6(b)为再次细化完善分区的结果,由图 6(c)可以看出,细分后的子空间域中的坐标点距离更近,位置的非概率可靠性更为相似。

同样地,第 2 层级~第 4 层级分别再细化为 2 个、3 个及 2 个子空间,如图 7~9 所示。整个工作空间共细化为 10 个子空间。

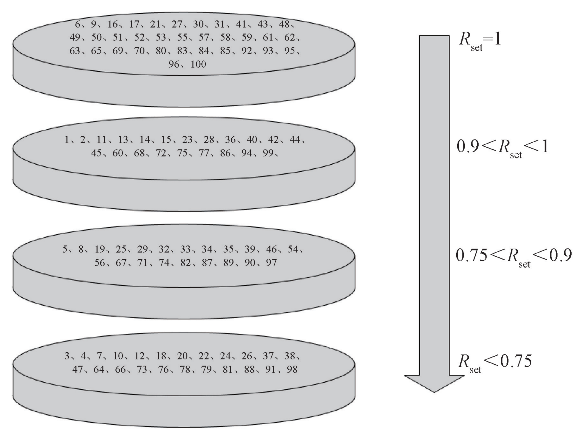
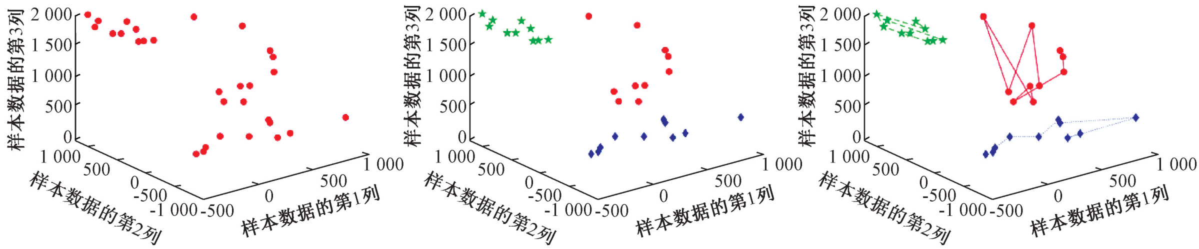


图 5　坐标点层级划分

Fig. 5　Hierarchical division of coordinate points

3.4　机器人参数的分区标定

在细分的 10 个不同子空间中各随机生成 10 个坐标点,共 100 个,作为理论位置点 P, 考虑不确定关节间隙影响进行运动仿真得到的空间坐标点作为实际位置点 P',计算坐标点误差 $\Delta P = P - P'$。对每个位置点均进行 10 次重复仿真,得到 1 组理论坐标点数据和 10 组实际坐标点数据,因每组坐标点的实际位置存在差异,将三坐标方向的误差值 ΔX、ΔY 和 ΔZ 以区间数表示,代入式 (29) 中求解可得运动学参数误差的区间值,完成参数非概率可靠性标定,具体结果如表 4 所示。



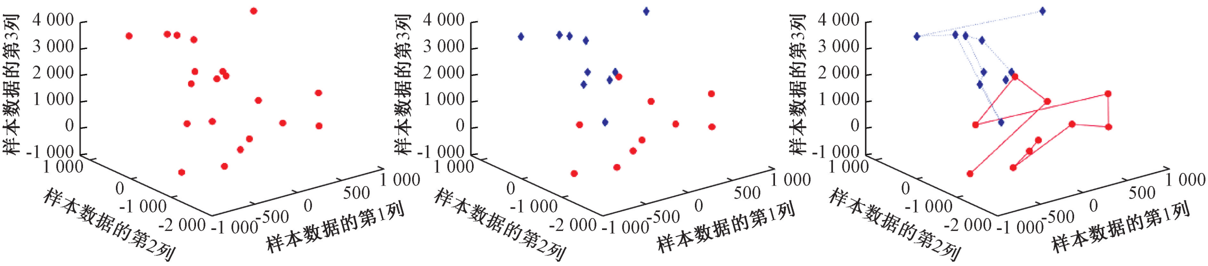
(a) 第1层级所有坐标点
(a) Coordinate points in the 1st level

(b) 再细化分区
(b) Further refine and partition

(c) 再细化分区所得3个子空间内坐标点间的距离
(c) Distance among coordinate points in the 3 subspaces

图 6　第 1 层级坐标点的再细化分区

Fig. 6　Re-subdivision of the first level coordinate points



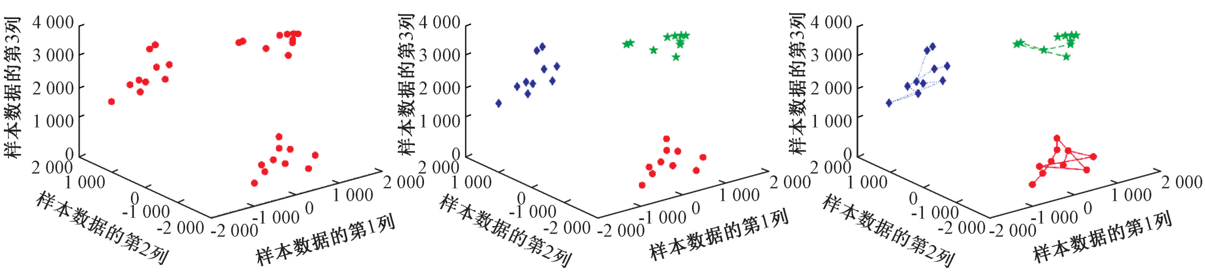
(a) 第2层级所有坐标点
(a) Coordinate points in the 2nd level

(b) 再细化分区
(b) Further refine and partition

(c) 再细化分区所得2个子空间内坐标点间的距离
(c) Distance among coordinate points in the 2 subspaces

图 7　第 2 层级坐标点的再细化分区

Fig. 7　Re-subdivision of the second level coordinate points



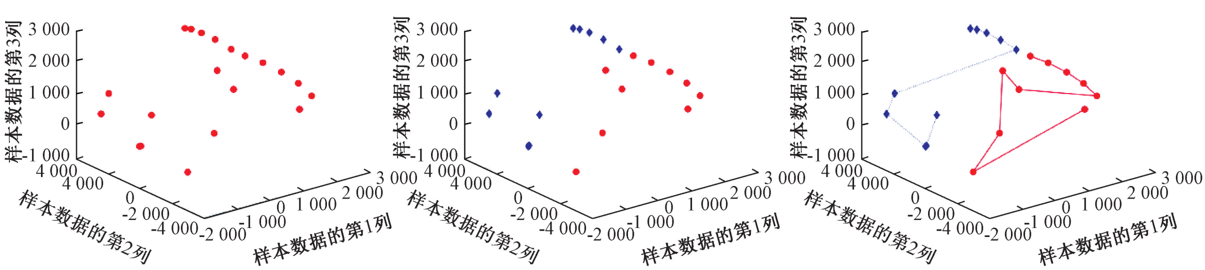
(a) 第3层级所有坐标点
(a) Coordinate points in the 3rd level

(b) 再细化分区
(b) Further refine and partition

(c) 再细化分区所得3个子空间内坐标点间的距离
(c) Distance among coordinate points in the 3 subspaces

图 8　第 3 层级坐标点的再细化分区

Fig. 8　Re-subdivision of the third level coordinate points



(a) 第4层级所有坐标点
(a) Coordinate points in the 4th level

(b) 再细化分区
(b) Further refine and partition

(c) 再细化分区所得2个子空间内坐标点间的距离
(c) Distance among coordinate points in the 2 subspaces

图 9　第 4 层级坐标点的再细化分区

Fig. 9　Re-subdivision of the fourth level coordinate points

表 4 各子空间域内参数的区间标定值

Table 4 Interval calibration values of parameters in each subspace domain

子空间域	序号	Δa_i/mm	Δd_i/mm	$\Delta \alpha_i$/(°)	$\Delta \theta_i$/(°)	$\Delta \beta_i$/(°)
一(一)	1	[-0.023 5,0.027 54]	[-0.001 268,0.006 273]	[-0.009 529,0.001 434]	[-0.003 193,0.003 592]	-
	2	[-0.038 97,0.072 35]	[-0.009 86,-0.002 77]	[-0.018 2,0.0025 96]	[-0.002 462,0.005 264]	[-0.005 36,0.005 832]
	3	[-0.037 2,-0.010 2]	[-0.006 729,0.001 44]	[-0.041 189,0.011 09]	[-0.007 504,0.002 893]	-
	4	[-0.053 47,-0.025 5]	[-0.002 011,0.001 013]	[-0.029 04,0.006 258]	[-0.028 42,-0.011 78]	-
	5	[-0.012 89,0.015 97]	[-0.003 815,-0.000 457]	[-0.067 58,-0.045 4]	[-0.020 21,0.020 53]	-
	6	[-0.013 5,0.001 332]	[-0.000 542 3,0.000 71]	[-0.034 01,0.012 86]	[-0.0017 66,0.001 314]	-
一(二)	1	[-0.010 58,0.029 96]	[-0.005 787,-0.002 991]	[-0.001 114,0.008 625]	[-0.003 671,0.003 304]	-
	2	[-0.042 55,0.093 28]	[-0.003 152,0.035 86]	[-0.013 36,-0.004 757]	[-0.005 237,-0.001 279]	[0.002 224 9,0.007 721]
	3	[-0.035 1,0.256 8]	[0.001 972,-0.015 533]	[-0.010 07,0.071 6]	[-0.008 714,0.002 278]	-
	4	[-0.250 8,-0.015 02]	[-0.010 02,-0.001 5]	[-0.009 264,0.026 25]	[0.002 527,0.011 38]	-
	5	[-0.016 43,0.009 77]	[-0.002 124,0.001 219]	[-0.041 68,0.078 91]	[-0.023 44,0.023 57]	-
	6	[-0.011 37,0.008 09]	[-0.000 303 4,0.000 765 1]	[-0.010 65,-0.002 058]	[-0.002 234,0.001 524]	-
一(三)	1	[-0.062 47,-0.028 5]	[-0.001 688,0.005 013]	[-0.003 68,0.001 86]	[-0.004 782 8,0.004 26]	-
	2	[-0.159 9,-0.033 16]	[-0.010 49,0.002 936]	[-0.062 96,-0.001 14]	[-0.002 466,0.006 104]	[0.003 66,0.005 87]
	3	[-0.058 1,0.017 64]	[-0.022 23,0.003 088]	[-0.074 61,0.041 19]	[-0.007 72,-0.002 116]	-
	4	[-0.138 9,0.020 25]	[-0.002 81,0.001 474]	[0.008 098,0.071 1]	[-0.017 32,0.017 99]	-
	5	[-0.021 3,0.014 13]	[-0.003 54,-0.001 558]	[-0.047 55,0.079 5]	[-0.019 93,0.015 76]	-
	6	[-0.014 53,0.005 24]	[0.000 505 4,0.007 448]	[-0.017 43,0.022 73]	[-0.001 244,0.002 657]	-
二(一)	1	[-0.036 88,0.033 71]	[0.003 444 3,0.006 105]	[-0.003 007,0.009 306]	[-0.002 549,0.005 26]	-
	2	[-0.211 06,0.037 97]	[0.003 53,0.047 6]	[0.004 6,0.018 94]	[-0.008 44,0.004 102]	[-0.008 58,0.004 269]
	3	[-0.345 2,0.022 06]	[-0.007 256,-0.002 821]	[-0.044 78,-0.034 66]	[0.003 044,0.007 058]	-
	4	[-0.231 4,-0.023 24]	[-0.019 17,0.002 919]	[-0.011 67,0.028 98]	[-0.079 9,0.035 2]	-
	5	[-0.023 71,0.022 98]	[-0.007 108,0.003 185]	[0.039 17,0.069 56]	[-0.060 7,0.036 77]	-
	6	[-0.004 881,0.009 891]	[-0.000 363 6,0.000 450 2]	[0.021 04,0.044 17]	[-0.004 213,0.002 965]	-
二(二)	1	[-0.070 5,-0.0384 8]	[-0.002 566,0.006 852]	[-0.003 178,0.008 72]	[-0.002 811,0.006 102]	-
	2	[-0.297 8,-0.143 1]	[-0.082 9,0.006 35]	[-0.016 59,0.005 596]	[0.001 447,0.004 144]	[-0.020 89,-0.008 476]
	3	[-0.369 1,0.070 1]	[-0.067 44,0.024 18]	[-0.034 22,-0.00 65]	[-0.003 526,0.007 395]	-
	4	[-0.159,0.276 2]	[-0.018 95,0.001 418]	[-0.017 99,0.018 74]	[-0.025 24,0.033 18]	-
	5	[0.029 21,0.078 3]	[-0.002 534,0.003 841]	[-0.020 14,0.088 34]	[0.025 18,0.041 8]	-
	6	[0.006 191,0.008 591]	[0.000 282 5,0.000 548 9]	[0.00 475,0.024 03]	[-0.004 188,-0.001 43]	-
三(一)	1	[-0.435 7,-0.040 09]	[0.005 849,0.008 438]	[-0.006 309,0.004 508]	[0.001 907,0.007 571]	-
	2	[-0.300 7,0.036 08]	[-0.056 44,0.004 391]	[-0.024 71,-0.001 719]	[-0.005 107,0.001 142]	[0.005 171,0.041 22]
	3	[0.042 15,0.534]	[-0.064 96,0.004 222]	[-0.061 02,-0.045 54]	[-0.008 236,0.004 538]	-
	4	[-0.358 8,-0.033 78]	[-0.008 15,-0.002 515]	[-0.027 99,0.028 81]	[0.021 619,0.048 2]	-
	5	[-0.034 09,0.032 23]	[-0.023 26,-0.008 27]	[0.030 4,0.077 13]	[-0.054 21,0.060 11]	-
	6	[-0.009 186,0.013 15]	[0.000 5587,0.000 743 7]	[0.042 84,0.074 24]	[0.003 576,0.007 164]	-
三(二)	1	[-0.468 09,0.032 03]	[0.004 831,0.007 561]	[0.004 851,0.006 29]	[-0.005 476,-0.002 775]	-
	2	[0.128,0.359 2]	[-0.061 17,0.004 226]	[-0.02 106,0.005 46]	[-0.001 205,0.005 142]	[-0.0054,0.0053]
	3	[-0.318 9,0.084 6]	[-0.087 17,0.004 218]	[-0.037 04,0.070 14]	[0.002 7,0.005 842]	-

续表 4

子空间域	序号	Δa_i/mm	Δd_i/mm	$\Delta\alpha_i$/(°)	$\Delta\theta_i$/(°)	$\Delta\beta_i$/(°)
三(二)	4	[−0.385 4,0.075]	[−0.003 446,0.002 467]	[−0.034 73,−0.030 48]	[−0.024 59,0.053 65]	−
	5	[−0.069 8,−0.036 98]	[0.002 667,0.005 033]	[0.035 8,0.081 6]	[−0.509 1,0.063 72]	−
	6	[0.001 36,0.020 1]	[0.000 326 4,0.0007 366]	[0.041 82,0.047 13]	[0.003 2,0.0081 92]	−
三(三)	1	[−0.529 3,−0.023 2]	[0.005 649 4,0.007 255]	[0.004 959,0.006 729]	[−0.007 658,0.003 243]	−
	2	[−0.373 3,0.223]	[0.003 55,0.068 94]	[0.008 01,0.042 4]	[−0.003 897,−0.003 176]	[−0.005 2,0.047]
	3	[−0.197,0.385 1]	[−0.073 03,−0.004 614]	[−0.087 27,0.039 34]	[−0.006 478,0.007 351]	−
	4	[−0.357 2,0.034 48]	[−0.003 558,0.002 753]	[−0.024 52,0.041 42]	[0.017 37,0.061 93]	−
	5	[−0.066 2,−0.049 87]	[−0.002 821,0.003 506]	[0.077 78,0.080 16]	[−0.044 73,0.045 53]	−
	6	[0.005 89,0.079 58]	[−0.000 523 2,0.000 759 1]	[0.027 8,0.068 2]	[−0.008 333,0.006 628]	−
四(一)	1	[−0.523 2,−0.209 7]	[0.003 49,0.00 905]	[0.003 22,0.008 645]	[−0.005 06,−0.003 56]	−
	2	[−0.781 2,0.540 4]	[0.020 28,0.078 23]	[0.024 53,0.048 7]	[−0.004 738 4,0.005 421]	[0.009 78,0.071 54]
	3	[0.367,0.687 8]	[−0.078 17,0.064 42]	[−0.086 74,−0.041 25]	[−0.005 373,0.006 836]	−
	4	[−0.053 73,0.067 49]	[0.005 504,0.072 81]	[−0.077 11,0.058 2]	[0.023 79,0.052 66]	−
	5	[0.055 33,0.559 5]	[−0.057 75,0.005 394]	[−0.078 78,0.079 33]	[0.043 5,0.066 8]	−
	6	[−0.021 93,0.007 789]	[−0.000 926 6,0.000 822 5]	[0.040 75,0.085 83]	[−0.006 146 7,0.006 141]	−
四(二)	1	[−0.514 5,0.262 1]	[0.004 103,0.009 468]	[0.004 913,0.007 116]	[−0.008 471,−0.004 098]	−
	2	[−0.609 6,0.613 5]	[−0.060 19,0.074 07]	[−0.063 18,−0.019 96]	[−0.004 251,0.003 243]	[−0.062 55,0.079 38]
	3	[0.489,0.694 1]	[−0.083 32,0.073 53]	[−0.054 749,0.088 82]	[0.002 42,0.006 003]	−
	4	[0.036 6,0.072 81]	[−0.059 81,0.0794 2]	[−0.068 92,0.079 95]	[−0.055 06,0.040 19]	−
	5	[−0.620 5,−0.052 46]	[−0.008 188,0.060 22]	[0.035 3,0.080 68]	[−0.052 09,0.045 05]	−
	6	[−0.005 325,0.025 17]	[0.000 703 7,0.000 752]	[0.038 5,0.053 72]	[−0.006 798,0.005 655]	−

由表 4 可知本文方法参数标定的收敛性好;第 1 层级的参数误差区间整体范围最小,第 4 层级的参数误差区间整体范围最大,且从第 1~4 层级参数误差区间大致呈逐渐增大的趋势,说明机器人末端在第 1~4 层级对应工作空间域内的点的实际位置愈来愈偏离其理论位置,可靠度相应越来越低。即机器人末端在靠近整个工作空间的中心区域时,其参数误差区间窄,定位精度及可靠性好,这是由于靠近中心区域时各连杆关节处的轴孔偏移量小,关节间隙对连杆参数误差及末端位置误差影响小,运动过程中末端位置波动小。反之,在边缘区域,参数误差区间宽,机器人定位精度及可靠性差。这也进一步说明了不确定性参数在不同工作空间域对定位精度的影响差异。

3.5　机器人分区补偿结果分析

为了验证本文方法对提高机器人定位精度的有效性,随机选取 20 个点,让它们分别分布于 10 个子空间域,再分别针对每个子空间进行分区标定补偿,结果如表 5 所示。由表 5 可知,基于非概率标定方法预测的末端坐标 P'_x、P'_y、P'_z,以及位置坐标误差 ΔX、ΔY、ΔZ 均为区间数,其区间的取值包含了机器人末端位置及误差的所有可能性。表 5 中第 11~13 列为末端位置坐标分量许可误差为±1 mm 时 x、y、z 三方向的非概率集合可靠度,表中第 14 列为位置距离许可误差为[0, 2.5]mm 时的距离非概率集合可靠度,可以发现,20 个空间点 3 个坐标方向以及距离方向的定位可靠度都为 1,即均完全可靠。说明利用本文方法进行分区标定与补偿,有效保证了机器人全工作空间的定位精度。

图 10 为选取其中一个坐标点补偿前后的位置信息变化情况。图 10 中菱形点及小圆点分别为补偿前后运动到达的实际位置,显然,补偿后的位置在空间上更为集中地靠近理论位置(五角星点),说明通过本文方法,提升了机器人的定位精度。

图 11 所示为分区标定补偿前后 x、y、z 三方向的误差区间。由图可知,补偿后,三方向的误差均明显降低,末端定位误差均在±1 mm 以内,最小可达到 0.2 mm 以下。相对补偿之前,补偿后 x、y、z 三个方向的误差区间的下界和上界平均值分别下降了 40.16%、59.36% 和 59.08%、40.87% 以及 54.24%、33.98%。进一步观察补偿之后,机器人的响应速度及运动稳定性,发现响应速度快,运动过程中波动小,证明本文分区标定结合分区补偿方法的有效性。

表5 分区补偿结果

Table 5 The result of partition compensation

点编号	理论坐标			实际坐标区间上下界			坐标偏差区间的上下界			x 分量非概率可靠度 R_{set}	y 分量非概率可靠度 R_{set}	z 分量非概率可靠度 R_{set}	距离方向非概率可靠度 R_{set}
	P_x/mm	P_y/mm	P_z/mm	P'_x/mm	P'_y/mm	P'_z/mm	ΔX/mm	ΔY/mm	ΔZ/mm				
1	439.783	−339.90	549.38	439.482	−340.300	548.461	−0.589	−0.273	−0.580	1	1	1	1
				440.372	−339.630	549.960	0.301	0.401	0.919				
2	476.140	−294.16	467.112	475.738	−294.380	466.427	−0.625	−0.611	−0.597	1	1	1	1
				476.765	−293.550	467.709	0.402	0.216	0.685				
3	358.847	800.12	1 750.79	358.252	799.710	1 750.28	−0.528	−0.470	−0.570	1	1	1	1
				359.375	800.590	1 751.360	0.595	0.410	0.510				
4	320.344	290.40	788.10	319.819	290.050	787.613	−0.541	−0.423	−0.780	1	1	1	1
				320.885	290.823	788.880	0.525	0.350	0.487				
5	−384.500	1 215.67	1 967.82	−385.003	1 215.300	1 967.200	−0.558	−0.520	−0.406	1	1	1	1
				−383.946	1 216.190	1 968.230	0.499	0.370	0.617				
6	−388.770	1 084.59	1 826.53	−389.195	1 084.070	1 825.990	−0.270	−0.508	−0.519	1	1	1	1
				−388.495	1 085.100	1 827.05	0.430	0.520	0.535				
7	−50.488	436.832	1 918.68	−51.081	436.419	1 918.470	−0.390	−0.540	−0.724	1	1	1	1
				−50.098	437.372	1 919.41	0.593	0.413	0.214				
8	−181.550	247.56	1 702.92	−181.826	247.038	1 702.500	−0.460	−0.430	−0.415	1	1	1	1
				−181.092	247.990	1 703.34	0.274	0.522	0.422				
9	199.950	−1 200.00	900.00	199.450	−1 200.400	899.230	−0.408	−0.440	−0.251	1	1	1	1
				200.358	−1 199.600	900.251	0.500	0.370	0.670				
10	417.773	−1 629.70	904.42	417.156	−1 630.200	904.182	−0.503	−0.528	−0.214	1	1	1	1
				418.276	−1 629.200	904.636	0.617	0.460	0.240				
11	−1 024.900	1 400.70	1 911.73	−1 025.430	1 400.170	1 911.360	−0.613	−0.390	−0.490	1	1	1	1
				−1 024.280	1 401.090	1 912.220	0.540	0.530	0.362				
12	−1 517.900	1 632.55	1 686.66	−1 518.620	1 632.410	1 686.280	−0.581	−0.491	−0.610	1	1	1	1
				−1 517.360	1 633.040	1 687.270	0.676	0.140	0.373				
13	−191.250	−1 727.00	1 347.97	−191.860	−1 727.200	1 347.540	−0.592	−0.478	−0.690	1	1	1	1
				−190.655	−1 726.500	1 348.660	0.613	0.198	0.429				
14	−23.341	−1 504.30	1 534.94	−24.140	−1 504.500	1 534.400	−0.500	−0.550	−0.699	1	1	1	1
				−22.841	−1 503.800	1 535.640	0.799	0.155	0.540				
15	1 784.920	269.549	3 201.48	1 784.434	269.242	3 200.860	−0.620	−0.941	−0.323	1	1	1	1
				1 785.539	270.490	3 201.800	0.485	0.307	0.614				
16	1 317.860	−175.54	3 384.88	1 316.999	−175.960	3 384.370	−0.791	−0.496	−0.317	1	1	1	1
				1 318.646	−175.040	3 385.190	0.856	0.420	0.503				
17	1 450.930	2 498.18	2 119.16	1 450.851	2 497.870	2 118.670	−0.318	−0.292	−0.587	1	1	1	1
				1 451.249	2 498.470	2 119.750	0.080	0.309	0.493				
18	1 906.810	2 445.89	1 696.86	1 906.675	2 445.570	1 696.400	−0.430	−0.237	−0.330	1	1	1	1
				1 907.241	2 446.130	1 697.190	0.136	0.320	0.458				
19	1 453.290	−2 709.30	1 944.65	1 452.647	−2 709.800	1 944.120	−0.670	−0.224	−0.648	1	1	1	1
				1 454.561	−2 709.000	1 945.300	0.644	0.540	0.531				
20	1 867.330	−2 683.50	1 431.40	1 866.941	−2 684.100	1 431.060	−0.638	−0.384	−0.680	1	1	1	1
				1 867.970	−2 683.100	1 432.080	0.391	0.618	0.335				

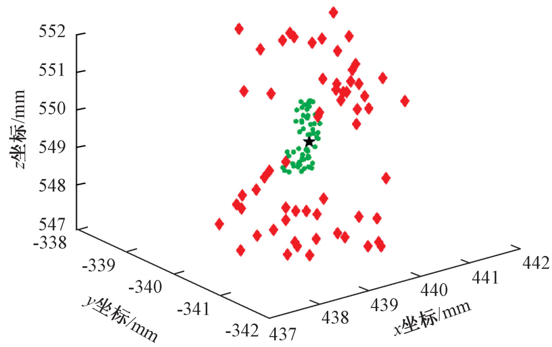
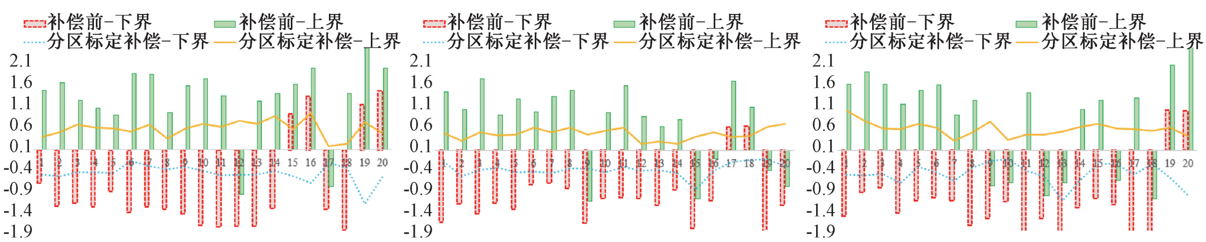


图 10　补偿前后的坐标点空间位置

Fig. 10　Coordinate point space position before and after compensation



(a) x方向的误差
(a) Errors in the x-direction

(b) y方向的误差
(b) Errors in the y-direction

(c) z方向的误差
(c) Errors in the z-direction

图 11　补偿前后 x、y、z 三方向的误差区间

Fig. 11　The error interval of x, y and z directions before and after compensation

4　结　　论

考虑到超大作业空间作业的机器人,因机器人系统存在诸多不确定性,且不确定性参数在不同工作空间域对机器人末端位姿精度的影响存在差异,常规在整个工作空间域对参数进行统一的标定,对机器人绝对定位精度的补偿存在全空间内适应性不足的问题,提出一种在工作空间分区框架下对机器人进行非概率可靠性标定的方法。通过分别针对每个子工作空间域更精准的标定与补偿,有效地缩小了全工作域内末端误差,提升了机器人的绝对定位精度。主要结论如下:

1)结合机器人参数的不确定性区间表征,建立机器人运动学区间模型,可获得机器人末端在各连杆活动范围内的位置区间信息,区间取值包含了机器人末端位置的所有可能性,故由此计算的位置误差区间信息更加全面完整。且区间非概率方法,仅需知道不确定参量的取值上下界,其相对概率或模糊方法在应对小样本贫信息情形的不确定性分析上更具优势。

2)依据机器人末端位置点的非概率可靠度对全局工作空间进行分区的方法,可以保障分区后同一子工作空间域内机器人的不确定性参数对末端位置的影响相近、位置误差的取值区间相近、定位精度的可靠性相近,之后分别针对每个子工作空间域进行参数标定及误差补偿的空间适应性好,绝对定位精度高。

3)由于机器人末端在靠近整个工作空间的中心区域时各连杆关节处的轴孔偏移量小,关节间隙对连杆参数误差及末端位置误差影响小,运动过程中末端位置波动小,因此参数误差区间窄,机器人定位精度及可靠性好;反之,在工作空间的边缘区域,参数误差区间较宽,机器人定位精度及可靠性差。

参考文献

[1] 于振, 万俊贺, 刘海林, 等. 基于 IGCF 算法和 CSF-PPSO-ESN 算法的工业机器人末端执行器位姿重复性检测[J]. 仪器仪表学报, 2023,44(6):43-53.
YU ZH, WAN J H, LIU H L, et al. Industrial robot end effector pose repeatability test based on IGCF and CSF-PPSO-ESN algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023,44(6):43-53.

[2] 张晓瑾, 谢里阳, 李佳, 等. 六自由度弧焊机器人的运动可靠性分析(英文)[J]. 材料与冶金, 2011,

10(2):146-149.

ZHANG X J, XIE L Y, LI J, et al. Reliability analysis of kinematic accuracy of 6-DOF arc welding robot[J]. Journal of Materials and Metallurgy, 2011, 10(2): 146-149.

[3] ZHANG D, HAN X. Kinematic reliability analysis of robotic manipulator[J]. Journal of Mechanical Design, 2019,142(4):44502.

[4] WU J, ZHANG D, LIU J, et al. A moment approach to positioning accuracy reliability analysis for industrial robots[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2019, 69(2):699-714.

[5] 陈辉庆. 新型可控变胞式码垛机器人动态可靠性研究[D]. 南宁:广西大学,2022.

CHEN H Q. Dynamic reliability study on a novel controllable metamorphic palletizing robot [D]. Nanning: Guangxi University, 2022.

[6] TANG Z P, PENG J, SUN J P, et al. Non-probabilistic reliability analysis of robot accuracy under uncertain joint clearance[J]. Machines, 2022,10:10100917.

[7] SUNGCHEUL L, QIANG Z, EHMANN K F. Error modeling for sensitivity analysis and calibration of the tri-pyramid parallel robot [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 93(1-4): 1319-1332.

[8] CHEN D D, YUAN P J, WANG T M, et al. A compensation method for enhancing aviation drilling robot accuracy based on co-kriging[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2018,19(8): 1133-1142.

[9] 朱剑芳. 基于激光测量的工业机器人定位研究[J]. 激光杂志,2018,39(10):143-146.

ZHU J F. Research on positioning of industrial robot based on laser measurement[J]. Laser Journal, 2018, 39 (10):143-146.

[10] 郭瑞峰,彭光宇,贾榕,等. 新型混联码垛机器人概率精度分析[J]. 机械设计,2018,35(10):47-53.

GUO R F, PENG G Y, JIA R, et al. Probabilistic accuracy analysis of a new type of hybrid palletizing robot [J]. Journal of Machine Design, 2018,35(10): 47-53.

[11] 陈宵燕,张秋菊,孙沂琳. 串联机器人多模式标定和刚柔耦合误差补偿方法研究[J]. 农业机械学报, 2019,50(1):1-8.

CHEN X Y, ZHANG Q J, SUN Y L. Multi-mode calibration and rigid-flexible coupling error compensation method of serial robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019,50(1):1-8.

[12] NAVEEN B, SHAH S V, MISRA A K. Momentum model-based minimal parameter identification of a space robot[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2019,42(3):508-523.

[13] WEI Y, LEI S, MENG W, et al. Design and parameters identification of flexible joint robot [C]: 2017 IEEE International Conference on Mechatronics & Automation, 2017(8):1297-1302.

[14] ICLI C, STEPANENKO O, BONEV I. New method and portable measurement device for the calibration of industrial robots [J]. Sensors, 2020, 20 (20): 5919-5933.

[15] 姜晓灿. 工业机器人运动学参数误差敏感度分析与补偿研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨理工大学,2022.

JIANG X CH. Research on error sensitivity analysis and compensation of industrial robot kinematics parameters[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2022.

[16] 江文松,李旋,罗哉,等. 六自由度机械臂参数校准不确定度评定方法[J]. 仪器仪表学报,2022,43(7): 26-34.

JANG W S, LI X, LUO Z, et al. Uncertainty evaluation of calibration model of six DOF robot arm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2022,43(7):26-34.

[17] 张春涛,王勇. 工业机器人六维力传感器在线标定方法研究[J]. 电子测量与仪器学报,2021,35(6): 161-168.

ZHANG CH T, WANG Y. Research on online calibration method of six-axis force sensor for industrial robot[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021,35(6):161-168.

[18] 孙剑萍,JEFF X,汤兆平. 机器人定位精度及标定非概率可靠性方法研究[J]. 仪器仪表学报,2018, 39(12):109-120.

SUN J P, JEFF X, TANG ZH P. Non-probabilistic reliability method for robot position accuracy and calibration[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,39(12):109-120.

[19] 徐昌军. 基于 MDH 模型的工业机器人运动学标定技术的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
XU CH J. Research on kinematic calibration of industrial robot based on MDH model [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017.

作者简介

孙剑萍,1992 年于长沙铁道学院(现中南大学)获得学士学位,2006 年于华东交通大学获得硕士学位,2016 年于中南大学获得博士学位,现为华东交通大学教授,主要研究方向为机器人技术及应用。

E-mail:928135125@ qq. com

Sun Jianping received her B. Sc. degree from Changsha Railway University (now Central South University) in 1992, received her M. Sc. degree from East China Jiaotong University in 2006, and received her Ph. D. degree from Central South University in 2016. She is currently a professor at East China Jiaotong University. Her main research interests include robot technology and its applications.

Jun Chen, 2001 年于南京理工大学获得学士学位,分别在 2004 年于同济大学及 2005 年于谢菲尔德大学获硕士学位,2009 年于谢菲尔德大学获得博士学位,现为英国玛丽女王大学准教授,主要研究方向为自动控制与系统工程。

E-mail:jun. chen@ qmul. ac. uk

Jun Chen received his B. Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 2001, received separately his M. Sc. degree from Tongji University in 2004 and from University of Sheffield in 2005, and received his Ph. D. degree from University of Sheffield in 2009. He is currently a reader at Intelligent Systems Engineering at QMUL. His main research interests include automatic control and systems engineering.

汤兆平(通信作者),1997 年于华中理工大学(现华中科技大学)获得学士学位,2006 年于华东交通大学获得硕士学位,2017 年于中南大学获得博士学位,现为华东交通大学教授,主要研究方向为数字化设计制造。

E-mail:tzp@ ecjtu. edu. cn

Tang Zhaoping (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Huazhong University of Science and Technology in 1997, received his M. Sc. degree from East China Jiaotong University in 2006, and received his Ph. D. degree from Central South University in 2017. He is currently a professor at East China Jiaotong University. His main research interests include digital design and manufacturing.