第 44 卷 第 10 期
2023 年 10 月

仪 器 仪 表 学 报
Chinese Journal of Scientific Instrument

Vol. 44 No. 10
Oct. 2023

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2311854

一种基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法*

李昊楠[1],毛剑琳[1],张凯翔[2],李大焱[1],王妮娅[1]

(1. 昆明理工大学信息工程与自动化学院 昆明 650500; 2. 昆明理工大学机电工程学院 昆明 650500)

摘 要:针对多机器人路径规划系统在执行中存在的延迟干扰问题,提出一种基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法。首先,引入全局时间表,将机器人占据节点的时间和 k 鲁棒因子相加作为节点的障碍时间区间,然后更新全局时间表,利用全局时间表的安全区间约束避免机器人之间发生冲突;其次,提出带 k 时间扩展的 A* 方法做为多机器人底层路径规划的核心算法,其中 k 为设定的鲁棒因子,该方法可以在多机器人的时空关系中处理鲁棒规划问题;最后,在全局时间表的约束下,完成所有机器人路径规划。仿真结果表明,算法的求解成功率比现有 IkR-CBS 算法平均高 37%,求解时间缩减两个数量级,为多机器人路径规划提供一种更有效且具有延迟裕量的鲁棒方案,并在实物机器人中进一步验证了算法的有效性和可行性。

关键词: 多机器人;路径规划;安全区间;鲁棒性;顺序规划

中图分类号: TH166 **文献标识码**: A **国家标准学科分类代码**: 520.20

Multi-robot path *k* robust planning algorithm based on safe interval

Li Haonan[1], Mao Jianlin[1], Zhang Kaixiang[2], Li Dayan[1], Wang Niya[1]

(*1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;*
2. Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: To solve the problem of delay interference in the execution of a multi-robot path planning system, a *k*-robust safe interval path planning algorithm based on safety interval is proposed in this article. Firstly, the global time interval is introduced, and the time occupied by robots and the *k*-robustness factor are added together as the obstacle time interval of nodes. Then, the global time interval is updated, and the safe interval constraint of the global time interval is used to avoid conflicts between robots. Secondly, the A* method with *k* time expansion is proposed as the core algorithm of multi-robot low-level path planning, where *k* is the set robust factor. This method can deal with the robust planning problem in the spatio-temporal relationship of multi-robot. Finally, all robot path planning is completed under the constraint of a global time interval. Simulation results show that the solution success rate of the proposed algorithm is 37% higher than that of the existing improved *k*-robust conflict-based search algorithm, and the solution time is reduced by two orders of magnitude. It provides a more efficient and robust scheme with a delay margin for multi-robot path planning, which provides a more efficient and robust scheme with delay margin for multi-robot path planning, and further verifies the effectiveness and feasibility of the proposed algorithm in real robots.

Keywords: multi-agent; path planning; safety interval; robustness; sequential planning

0 引 言

多机器人路径规划(multi-agent path finding, MAPF)系统具有效率高[1]、成本低、可靠性高[2]等优势,且已被广泛应用于仓储物流[3]、无人机导航系统[4]等多个领域。然而,在实际中执行多机器人系统规划的方案仍然具有挑战性[5],例如,机器人在路径执行中会遇到由于延迟干扰导致执行时间滞后等情形,因此带鲁棒的多机器人路径规划问题的研究具有重要的意义。

对 MAPF 问题研究中,有很多高效算法可以求解该问题并找到最优的路径[6]。其中,基于冲突搜索(confict-based search, CBS)的算法是一类比较重要的求解器,且具有最优性和完备性[7]。宣志玮等[8]在 CBS 算法框架

收稿日期:2023-08-29 Received Date: 2023-08-29

*基金项目:国家自然科学基金(62263017)、云南省重点研发计划(202002AC080001)项目资助

下引入三角剖分方法,降低了路径搜索的节点扩展量。张凯翔等[9]在 IHCA*算法的基础上,引入调度次序优化的思想,构造分层优化算法,进一步提升求解效率。张凯翔等[10]提出 B-IHCA*算法,提高了大规模场景下的多机器人路径规划求解效率。此外,Phillips 等[11]针对动态障碍物的问题,提出安全区间路径规划(safe interval path planning,SIPP)算法,该算法通过引入安全区间求解无冲突的时间段,提高了路径规划的速度,但是该算法不具备最优性。

然而,上述研究都是在没有延迟干扰的理想条件下展开的。在实际应用中,延迟干扰的存在,可能会影响机器人的执行。为此,Hönig 等[5]针对延迟干扰情况,提出了一种鲁棒执行框架,并实现了路径的重规划和执行。Tai 等[12]提出了一种基于时间窗的优先路径规划算法来解决多辆自动引导车辆(automated guided vehicles, AGV)的延迟问题。Atzmon 等[13]利用 Z 检验,检测 CBS 上层节点的安全性,提出了保证整体安全性不低于概率 p 的 p-robust(probabilistic robust)算法,并减少了延迟干扰下路径方案的冲突。Nekvinda 等[14]对未延迟的计划进行分析后,找到可能发生碰撞的位置,并规划替代路径来避免冲突发生。Atzmon 等[15]提出在延迟发生后依旧可以完成无冲突路径的 k-robust 算法。Chen 等[16]在 k-robust 的基础上打破成对出现的对称性约束,并利用该方法找到兼容且最优的路径。这些研究考虑了多机器人路径规划中的延迟干扰,并求解出路径。但是,在延迟干扰的情况下,多机器人路径规划仍然存在求解时间过长和求解成功率低的问题。

针对上述问题,本文提出一种基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法,以提高延迟干扰问题下多机器人路径规划的求解速率和求解成功率。

1　问题描述

传统的多机器人路径规划问题由给定地图 $G=(V,E)$ 和 n 个机器人 $a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_n$ 组成,其中,V 代表地图中节点集合,E 代表地图中边的集合[17],每个机器人 a_i 都有一个起点 $s_i \in V$ 和一个终点 $g_i \in V$。时间 t 被离散为时间步长,每过一个时间步机器人执行一个动作,移动或等待。多机器人路径规划将要执行的路径方案为 $\pi=(\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_n)$,其中路径 π_i 是由一系列节点 v_i 引导 a_i 从起点 s_i 到终点 g_i,并且 $\pi_i(t)$ 表示机器人 a_i 在时间 t 到达规划节点,例如 $\pi_i(0)= s_i$。

若多机器人系统在执行中存在延迟干扰 δ,可能会导致既定路径方案失效。因此,多机器人路径规划需要具有防御延迟扰动的鲁棒性策略[13]。多机器人延迟后的计划为 $\pi' = (\pi'_1, \pi'_2, \pi'_n)$,当机器人 a_i 发生延迟可能会导致与机器人 a_j 共同占据节点,产生冲突,表示为 $\pi'_i(t) = \pi'_j(t+\delta)$。如图 1(a)所示,针对多机器人任务,传统 MAPF 算法规划的理论无冲突路径如图 1(b)所示,在没有延迟干扰的情况下该计划没有冲突。若该计划在执行过程中存在 $\delta=1$ 的延迟,设 $t=1$ 时机器人 a_1 产生延迟,此时机器人 a_1 将与机器人 a_2 在 $t=2$ 时刻共同占据节点(3,3),机器人之间产生冲突,如图 1(c)所示。由此可见,在传统的理论无冲突路径方案基础上,如何获得一个能够抵御延迟干扰的鲁棒路径规划方案是一个重要问题。

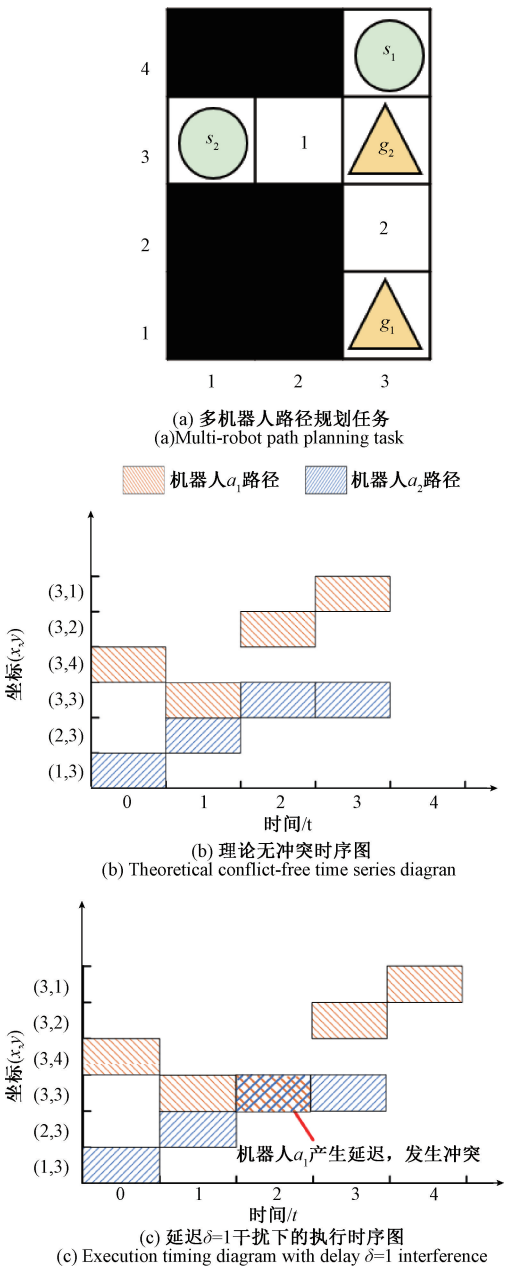


图 1　延迟扰动问题描述

Fig. 1　Description of the delay disturbance problem

2 基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法

2.1 基于 k 鲁棒因子的障碍(时间)区间概念

为了保证传统的路径规划方案在发生延迟干扰时具有鲁棒性,系统需要把可能发生的延迟考虑到执行计划中,并将抵御该延迟的策略具化为 k 鲁棒因子。

在传统 SIPP[8]算法中,安全区间概念是每个机器人在规划路径时产生的无冲突时间段,可被离散为多个时间步,安全区间之外的前后一个时间步均会与机器人产生冲突,产生冲突的时间段为碰撞区间。在此基础上,基于 k 鲁棒因子的障碍(时间)区(obstacle time interval, OTI)概念如下:首先建立全局时间表(global time interval, GTI),在规划路径时允许每个机器人对所规划路径节点的占据时间最大为 $1+k$。若机器人 a_i 到达节点 v_i 的时刻为 t_i,则时间轴上$[t_i, t_i+k]$为该路径的 OTI,此区间不能为后续规划机器人所用。由此,每规划一个机器人路径,更新 GTI,并作为求解多机器人系统带 k 鲁棒因子安全路径的基础。全局时间表中,非障碍区间的时间段即为安全(时间)区间(safe time interval, STI)。

以图 1(b)中 $v_i=(3,3)$为例,机器人 a_1 在 $t=1$ 经过该节点后,结合 k 鲁棒因子,其中设置 $k=1$,$[1,2]$为机器人 a_1 在该节点的 OTI 并更新 GTI。依据更新后的 GTI,机器人 a_2 在 STI 内结合 k,继续规划路径,并在 $t=3$ 到达终点,则$[1,\infty]$均为机器人 a_2 在该节点的 OTI,如图 2 所示。

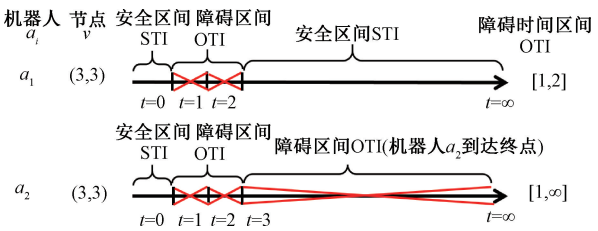


图 2 $k=1$ 的全局时间表 GTI

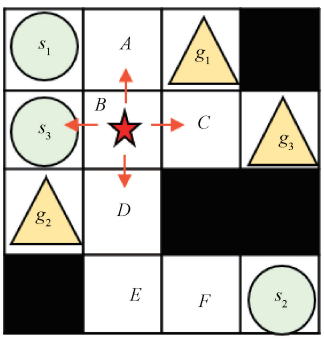
Fig. 2 Global schedule GTI for $k=1$

2.2 带 k 时间扩展的 A* 算法

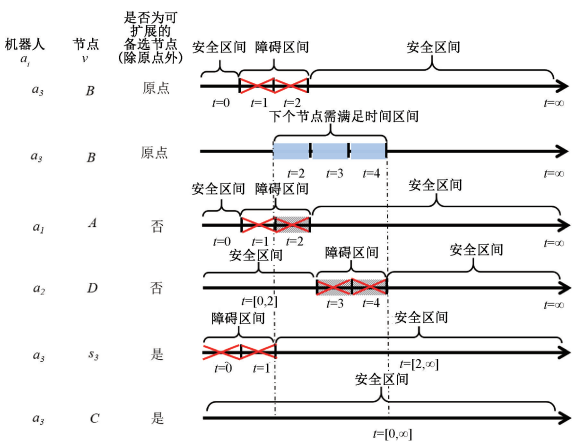
在 GTI 的基础上,进一步提出带 k 时间扩展的 A* 算法作为单机规划算法,其中 k 为用户设定的鲁棒因子,每规划一个机器人路径,则更新 GTI,以此协同完成多机器人路径规划。

带 k 时间扩展的 A* 算法思想如下:在 A* 算法扩展路径节点时,每个路径节点 v_i 先设置鲁棒因子 k,再进行冲突检测,即在规划的路径节点 v_i 上判断机器人 a_i 到达并占据 v_i 节点的时间$[t_i, t_i+k]$是否闭包含在 GTI 中的 STI 内,如果是,则作为扩展的备选节点;否则,意味着时间冲突,需寻求其他路径点。

在 4×4 地图中,机器人 a_1、a_2、a_3 顺序规划路径,其起点和终点如图 3(a)所示。机器人可向 4 个领域方向的节点进行扩展,并且其路径规划已完成。现以机器人 a_3 在 $t=1$ 扩展到节点 B 后的过程为例,当 $k=1$,机器人 a_3 可能会在 $t=1$ 产生一个单位的延迟,节点 B 的 OTI 为$[1,2]$,达到下一个节点的时间区间为$[2,3]$。考虑下一个节点需包含 k,该节点满足安全区间(next time interval, NTI)需包含 $t=[2,4]$。依据安全区间(图 3(b))和路径信息(表 1),节点 A 和 D 的安全区间不包含 $t=[2,4]$,故节点 A 和节点 D 不能作为节点 B 扩展的备选节点。如算法 1 所示,其中 4~9 表示扩展节点的时间段必须在安全区间允许的范围内,否则上层返回循环。



(a) 多机器人路径规划任务
(a) Multi-robot path planning task



(b) 节点B及相邻节点的全局时间表
(b)The global schedule of node B and its neighbors

图 3 带时间的 A* 节点扩展方法

Fig. 3 A* node expansion method diagram with time

表 1 机器人 a_1、a_2 路径信息时刻

Table 1 Robot a_1, a_2 route information schedule

t	0	1	2	3	4
a_1	s_1	A	g_1	g_1	g_1
a_2	s_2	F	E	D	g_2

算法 1　带 k 鲁棒因子的 A* 算法

Input:k;v_i;v_i. *time*($v_i(t)$);v_{i+1}. *safeinterval*(s_t)(v_{i+1}. s(s_t));v_{i+1}. *safeinterval*(e_t)(v_{i+1}. s(e_t))

1: $s_t = v_i(t)$
2: $e_t = v_i(t)+k$
3: **for** v_{i+1} in v_i. *neighbor*
4:　**if** $v_{i+1}.s(e_t)-v_{i+1}.s(s_t)<k$
5:　**continue**
6:　**if** $v_{i+1}.s(s_t) > e_t$ or $v_{i+1}.s(e_t) < s_t$
7:　**continue**
8:　append v_{i+1} to v_i. successors
9: **return** v_i. successors

2.3　基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法

基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法(k-robust safe interval path planning,kR-SIPP)算法首先预留起点区间(start point time interval,SPTI),在顺序规划机制下,起点位置在规划路径之前均已经固定,且不会随着 STI 的更新而改变。优先级高的机器人在规划路径时,若遇到优先级低的机器人在起点位置发生延迟,就可能会产生冲突。因此,kR-SIPP 求解时会预先在起点位置设置 k 鲁棒因子,该过程为预留起点区间。在路径未规划前,每个机器人都位于起点位置,结合 k 设置约束障碍物并更新 GTI,从而避免在规划的过程中机器人占据起点位置导致冲突。

kR-SIPP 算法采用带 k 鲁棒因子的 A* 算法为每个机器人规划路径,直到所有机器人的路径节点规划完成后,整合路径,如算法 2 所示,主体框架引用算法 1 作为函数模块。

算法 2　kR-SIPP 多机器人 k 鲁棒路径规划算法

input:MAPF instance
1: reserve k to SPTI
2: for a_i in a_n
3:　***insert*** s_i into *openlist* with $f = h$　//g 代表当前节点到起点的距离,h 代表当前节点到终点的距离,f 等于 g 与 h 之和
4:　**while** g_i not expand
5:　remove v_i with f (smallest) from *openlist*
6:　**insert** v_i with f (smallest) into *closedlist*
7:　**get** successors
8:　**for** v_i' in successors
9:　　**if** v_i' not in *openlist*
10:　　**insert** v_i' with f (smallest) into
11:　　current_ $v_i = v_i'$
12:　　**append** current_ v_i into path
13:　　current_ v_i = current_ v_i. parent
14: **return** path
15: **update** GTI

3　实验结果

3.1　仿真结果

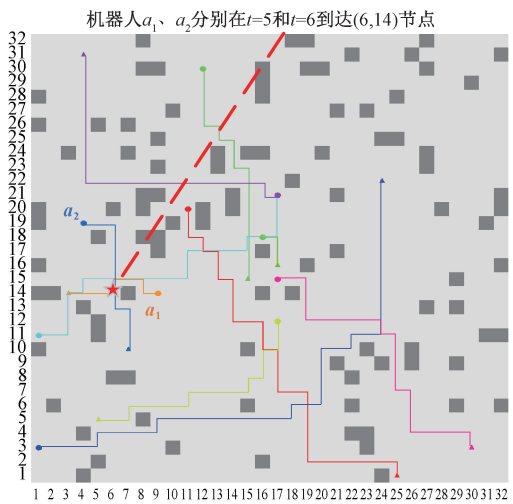
为验证所提算法的有效性,本文与近年来提出的 IkR-CBS[13](improved k-robust confict-based search)算法进行对比,且采用文献[13]的多个标准地图进行测试仿真。其中,每组数量均测试 50 次随机任务,即所有机器人的起点和终点均随机生成。实验采用 3.60 GHz Intel Core i7-11700 RAM 32 GB 的台式电脑,对比算法和本文算法的编程语言分别采用 C#和 Python。C#编程实验效率优于 Python,本文算法的仿真效果优于对比算法,故仿真具有有效性。

本文采用 3 个指标对实验结果进行评估,成功率、代价值和运行时间。成功率定义为算法在规定时间(5 min)内求解成功算例的百分比。代价值定义为机器人规划路径总长度的均值。运行时间定义为求解开始到求解成功之间的时间段。代价值和运行时间的实验结果是每组测试任务的平均值,具有统计学意义。

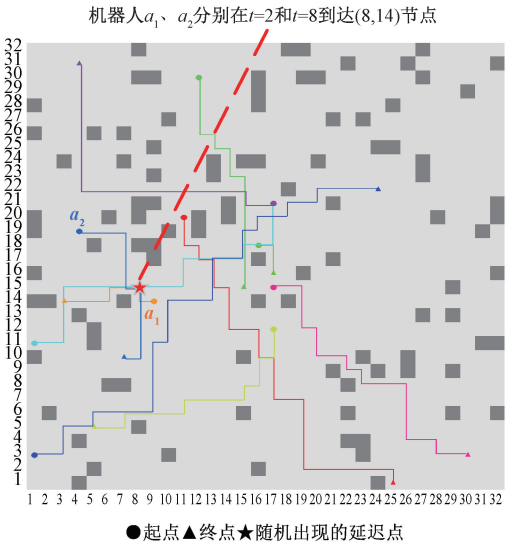
1)实验 1　随机延迟场景规划结果

为验证执行方案中出现延迟干扰,本文方法依旧能规划出可执行的方案,在 32×32 随机障碍地图中加入时间步长为 2 的随机延迟点。如图 4(a)和(b)所示,分别为 $k=0$ 非鲁棒方案和 $k=2$ 的鲁棒方案的路径规划结果。

图 4 中,五角星的位置出现时间步长为 2 的随机延迟点,箭头指出机器人 a_1、a_2 路径重合的位置以及经过该点的时间。在图 4(a)中,机器人的规划没有考虑缓冲量,导致路径规划不具有鲁棒性。此时如果机器人 a_1 发生延迟,会与机器人 a_2 发生碰撞,进而导致方案失败;在图 4(b)中,机器人包含 $k=2$ 的鲁棒因子,从路径重合点可以看出,当出现延迟时间步为 2 的扰动时,算法的鲁



(a) k=0非鲁棒规划结果
(a) k=0 non-robust programming result



(b) k=2鲁棒规划结果
(b) k=2 robust planning result

图 4 随机延迟场景规划结果

Fig. 4 Random delay scenario planning results

棒规划有足够的裕量避开冲突。使得出现随机扰动点也不会产生碰撞,故可验证本文方法具有鲁棒性。

2)实验 2 仓储地图路径规划结果

算例采用与文献[13]相同的 57×21 仓储地图设置与结果形式,如图 5 和表 2 所示。其中设置 3 组机器人,每组分别实验 $k=0,1,2$,机器人数量 n 分别为 5、10、15。

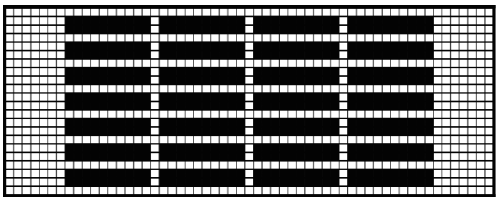


图 5 仓储地图

Fig. 5 Storage map

仓储地图的实验结果如表 2 所示,随着 k 和机器人数量 n 增加,算法可规划的状态空间变小,导致 IkR-CBS 算法的成功率降低,代价值和运行时间升高。然而,本文提出的 kR-SIPP 算法相比于 IkR-CBS 具有明显的优势,其成功率平均提高了 8.7%,运行时间显著缩短,平均缩短两个数量级。由于 kR-SIPP 算法采用了次优解的策略,在代价值轻微增加的情况下仍然保证了算法的求解效率。

表 2 仓储地图实验结果

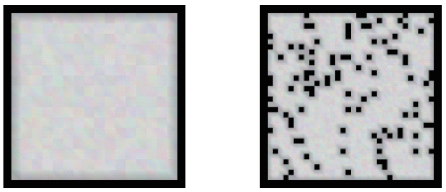
Table 2 Experimental results of storage map

机器人数量 n	算法名称	成功率			代价值			运行时间/ms		
		$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=0$	$k=1$	$k=2$
5	IkR-CBS	100	100	98	144	144	145	341	193	246
	kR-SIPP	100	100	98	148	148	148	9.1	8.8	9.1
10	IkR-CBS	98	96	92	318	319	319	964	3 933	7 837
	kR-SIPP	100	100	100	324	325	328	18.5	20.3	19.2
15	IkR-CBS	90	82	74	414	414	415	46 072	12 513	68 837
	kR-SIPP	96	96	92	446	451	458	32	30	32

3)实验 3 不同 k 鲁棒因子小规模规则地图路径规划结果

本实验采用小规模规则 16×16 无障碍标准地图和 32×32 随机障碍地图(图 6),在不同鲁棒因子 $k=0,1,2,\cdots,7$ 的情况下,分别设置两种机器人数量 n 为 10、15。其中地图 6(b)的障碍物依据地图的大小随机生成。

小规模规则地图实验结果如图 8 所示,在 k 和机器人数量 n($n=10,15$)较小的情况下,两种算法都有较高的成功率,但随着 k 增大,IkR-CBS 算法的成功率明显下降,而 kR-SIPP 算法则保持稳定。整体而言,kR-SIPP 算法的成功率平均比 IkR-CBS 算法提高 53%。当 k 值增大



(a) 16×16无障碍地图
(a) 16×16 barrier-free map

(b) 32×32随机障碍地图
(b) 32×32 random obstacle map

图 6 小规模规则地图

Fig. 6 Small-scale regular map

时,由于 IkR-CBS 的成功率下降,导致成功的样本数减少,IkR-CBS 算法的统计代价值有所下降。kR-SIPP 算法

(a) brc202d地图
(a) brc202d map

(b) den502d地图
(b) den502d map

(c) ost003d地图
(c) ost003d map

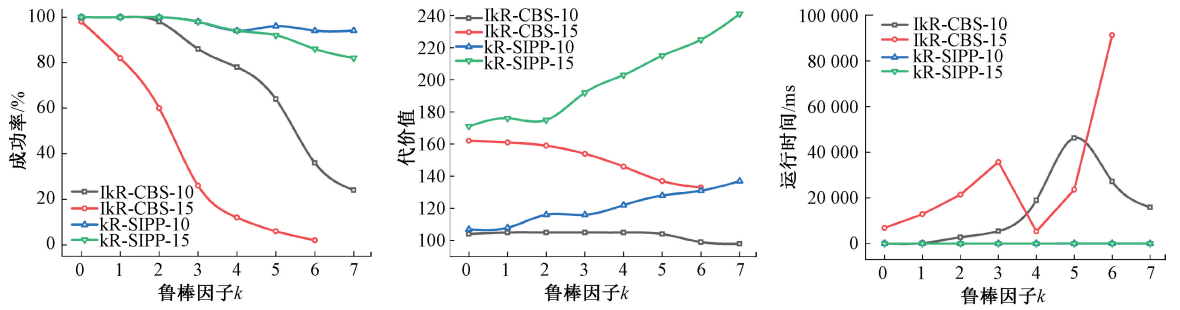
图 7　大规模不规则地图

Fig. 7　Large-scale irregular map

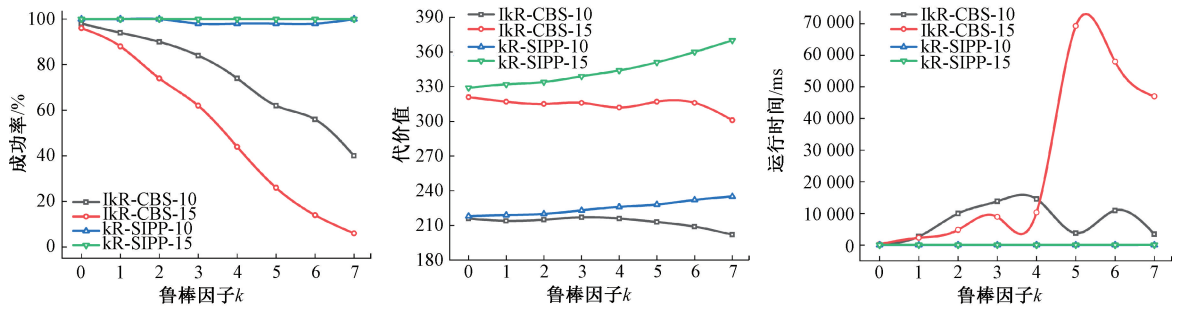
的最大优势在于,其运行时间要远小于 IkR-CBS 算法,平均缩短两个数量级,并且在求解成功率指标上具有比较明显的优势。

4)实验 4　不同数量机器人大规模不规则地图路径规划结果

实验采用大规模地图(图 7)brc202d 为 530×481、den502d 为 251×211、ost003d 为 194×194 地图,设置 20 组不同数量的机器人 $n=5,10,\cdots,100$,$k=0,1,2$。



(a) 16×16无障碍标准地图实验结果
(a) Experimental results of 16×16 accessibility standard map



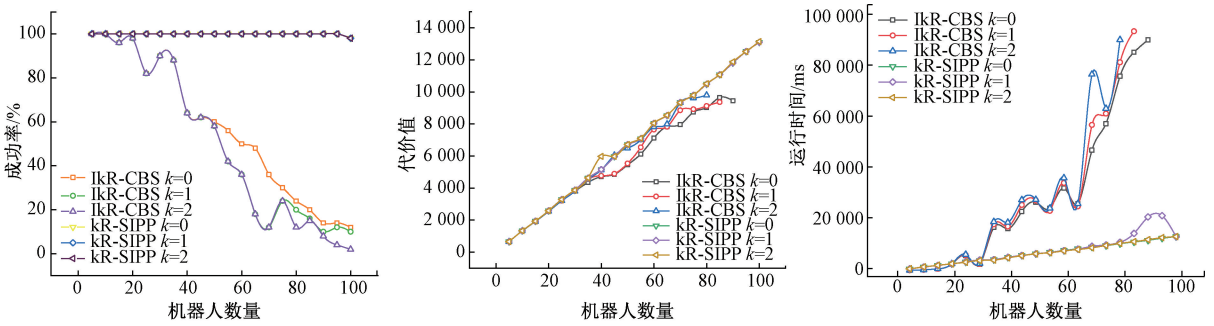
(b) 32×32随机障碍地图实验结果
(b) Experimental results of 32×32 random obstacle map

图 8　小规模规则地图实验结果

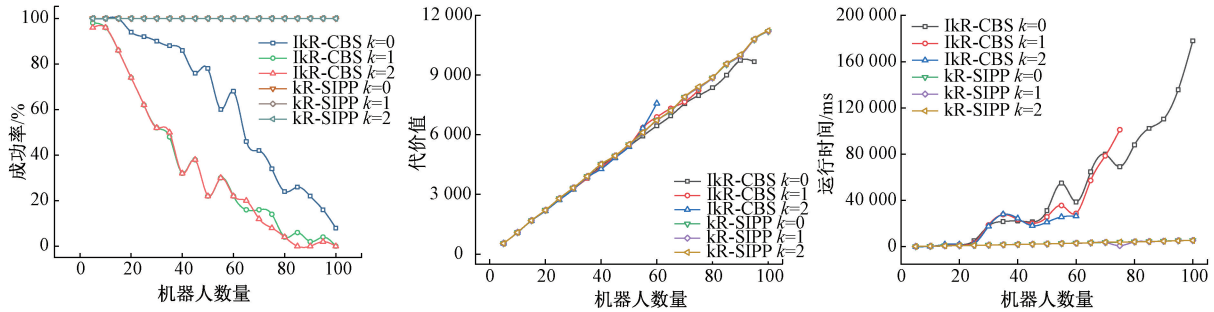
Fig. 8　Experimental results of small-scale regular map

实验结果表明,kR-SIPP 算法在求解该类问题上具有显著的优越性。

大规模不规则地图实验结果如图 9 所示,在地图规模较大的情况下,对比了 IkR-CBS 和 kR-SIPP 算法的性能。结果表明,在代价值相近的情况下,本文提出的 kR-SIPP 算法成功率平均比 IkR-CBS 算法高 50%,并且大幅度上降低了求解时间,提高了求解效率。

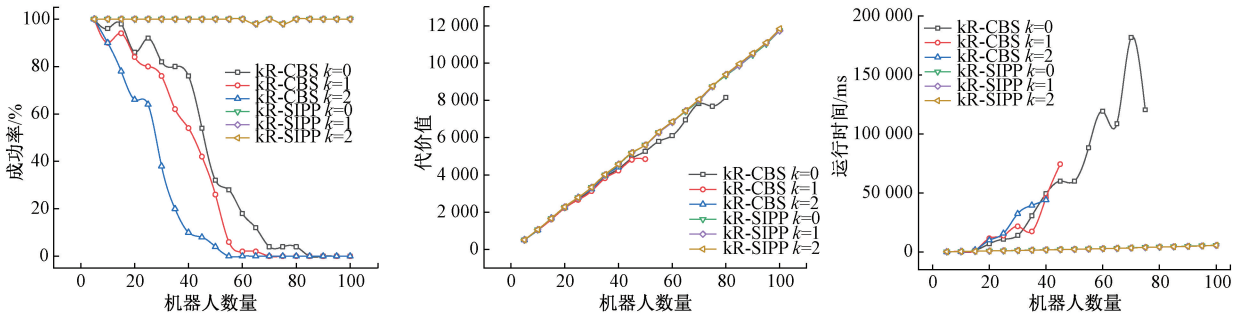


(a) brc202d地图实验结果
(a) Experimental results of brc202d map



(b) den502d地图实验结果

(b) Experimental results of den502d map



(c) ost003d地图实验结果

(c) Experimental results of ost003d map

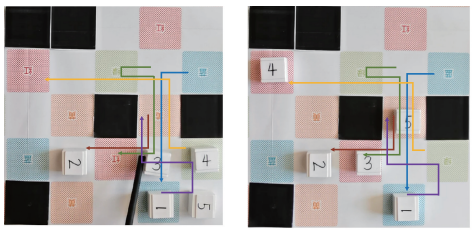
图 9 大规模不规则地图实验结果

Fig. 9 Experimental results of large-scale irregular map

3.2 实物结果

为了进一步体现本文算法的有效性和可行性，将本文算法在 Sony 公司开发的 toio 机器人系统上进行测试，测试实验采用图 10 中的 5×5 地图，机器人数量为 5，$k=3$。

如图 10 所示，在进行实物实验时，分别在机器人 a_3 运动到节点(4,4)和节点(4,2)，机器人 a_1 执行到节点(4,4)时进行阻挡，即加入时长小于 k 的延迟干扰。实验显示加入干扰后，各个机器人仍能无碰撞完成路径方案，说明本算法可对实际系统中出现的小延迟具有鲁棒性，对算法在实际系统上的实施具有重要意义。



(c)在机器人 a_3 运动到节点(4,2)加入延迟干扰

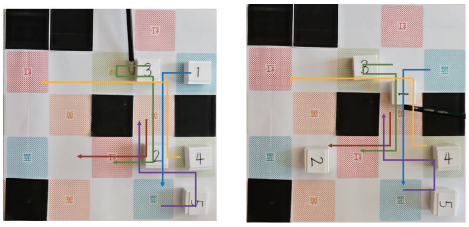
(c) Add delayed interference when the robot a_3 moves to the node (4,2)

(d)所有机器人到达终点，结束执行

(d) Completion of execution when all robots reach the end point

图 10 机器人执行方案的过程截图

Fig. 10 Screenshot of the robot executing the scheme



(a)在机器人 a_3 运动到节点(4,4)加入延迟干扰

(a) Add delayed interference when the robot a_3 moves to node (4,4)

(b)在机器人 a_1 运动到节点(4,4)加入延迟干扰

(b) Add delayed interference when robot a_1 moves to node (4,4)

4 结 论

多机器人系统在执行任务时，容易出现延迟干扰导致规划失效的情况。针对该问题，提出一种基于安全区间的多机器人路径 k 鲁棒规划算法。该算法将安全区间与鲁棒规划相结合共同完成多机器人的无冲突路径规划。实验结果表明，本文提出的 kR-SIPP 算法在求解成功率和求解速率上有明显的优势，并且验证了在仿真和实物中对多机器人的延迟问题均具有较好的

鲁棒性。

在 kR-SIPP 算法基础上,未来研究工作将更多地考虑实际场景,围绕多机器人路径规划任务鲁棒性研究的实际应用开展研究。

参考文献

[1] 陈梦夏. 物流分拣系统大规模场景中多 AGV 路径规划研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2020.
CHEN M X. Research on multi-AGV path planning in large-scale logistics sorting system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020.

[2] 马磊, 张文旭, 戴朝华. 多机器人系统强化学习研究综述[J]. 西南交通大学学报, 2014, 49(6):1032-1044.
MA L, ZHANG W X, DAI CH H. A review of developments in reinforcement learning for multi-robot systems[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49(6):1032-1044.

[3] 李昆鹏, 刘腾博, 贺冰倩, 等. "货到人"拣选系统中 AGV 路径规划与调度研究[J]. 中国管理科学, 2022, 30(4):240-251.
LI K P, LIU T B, HE B Q, et al. A study on routing and scheduling of automated guided vehicle in "Cargo-to-Picker" system[J]. Chinese Journal of Management Science, 2022, 30(4): 240-251.

[4] 陈梦清, 陈洋, 陈志环,等. 路网约束下异构机器人系统路径规划方法[J]. 自动化学报, 2023, 49(4): 718-730.
CHEN M Q, CHEN Y, CHEN ZH H, et al. Path planning for heterogeneous robot systems with road network constraints[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(4): 718-730.

[5] HÖNIG W, KIESEL S, TIN K A, et al. Persistent and robust execution of MAPF schedules in warehouses[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2) 1125-1131.

[6] 张子迎, 宫思远, 徐东, 等. 多机器人任务分配与路径规划算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(10): 1753-1759.
ZHANG Z Y, GONG S Y, XU D, et al. Research on multi-robot task assignment and path planning algorithm[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2019, 40(10):1753-1759.

[7] SHARON G, STERN R, FELNER A, et al. Conflict-based search for optimal multi-agent pathfinding[J]. Artificial Intelligence, 2015, 219:40-66.

[8] 宣志玮, 毛剑琳, 张凯翔. CBS 框架下面向复杂地图的低拓展度 A* 算法[J]. 电子学报, 2022, 50(8): 1943-1950.
XUAN ZH W, MAO J L, ZHANG K X. Low-expansion A* algorithm based on CBS framework for complex map[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(8):1943-1950.

[9] 张凯翔, 毛剑琳, 宣志玮, 等. 面向关隘地形的分层调度多机器人路径规划[J/OL]. 计算机集成制造系统: 1-16[2023-09-26]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20220124.1927.006.html.
ZHANG K X, MAO J L, XUAN ZH W, et al. Hierarchical scheduling based multi-agent path finding for pass terrain[J/OL]. Computer Integrated Manufacturing Systems: 1-16[2023-09-26]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20220124.1927.006.html.

[10] 张凯翔, 毛剑琳, 向凤红, 等. 基于讨价还价博弈机制的 B-IHCA* 多机器人路径规划算法[J]. 自动化学报, 2023, 49(7):1483-1497.
ZHANG K X, MAO J L, XIANG F H, et al. B-IHCA*, a bargaining game based multi-agent path finding algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(7): 1483-1497.

[11] PHILLIPS M, LIKHACHEV M. SIPP: Safe interval path planning for dynamic environments[C]. 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2011: 5628-5635.

[12] TAI R, WANG J, CHEN W. A prioritized planning algorithm of trajectory coordination based on time windows for multiple AGVs with delay disturbance[J]. Assembly Automation, 2019, 39(5): 753-768.

[13] ATZMON D, STERN R, FELNER A, et al. Probabilistic robust multi-agent path finding[C]. Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling, 2020, 30: 29-37.

[14] NEkVINDA M, BARTÁK R. Contingent planning for robust multi-agent path finding[C]. 2021 IEEE 33rd International Conference on Tools with Artificial

Intelligence, 2021: 487-492.

[15] ATZMON D, STERN R, FELNER A, et al. Robust multi-agent path finding and executing[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2020, 67: 549-579.

[16] CHEN Z, HARABOR D, LI J, et al. Symmetry breaking for k-robust multi-agent path finding[C]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2021, 35(14): 12267-12274.

[17] KADURI O, BOYARSkI E, STERN R. Experimental evaluation of classical multi agent path finding algorithms[C]. Proceedings of the International Symposium on Combinatorial Search, 2021: 126-130.

作者简介

李昊楠,2020 年于玉溪师范学院获得学士学位,现为昆明理工大学硕士研究生,主要研究方向为多机器人路径规划。

E-mail:haonan_li0824@163.com

Li Haonan received her B. Sc. degree from Yuxi Normal University in 2020. She is currently a master student at Kunming University of Science and Technology. Her main research interests include multi-robot path planning.

毛剑琳(通信作者),1997 年于昆明理工大学获得学士学位,2000 年于昆明理工大学获得硕士学位,2007 年于上海交通大学获得博士学位,现为昆明理工大学教授,主要研究方向为通信网络资源分配与协议优化、网络化控制系统研究、智能优化及调度算法等。

E-mail: 1318524654@qq.com

Mao Jianlin (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Kunming University of Science and Technology in 1997, received her M. Sc. degree from Kunming University of Science and Technology in 2000, and received her Ph. D. degree from Shanghai Jiao Tong University in 2007. She is currently a professor at Kunming University of Science and Technology. Her main research interests include communication network resource allocation and protocol optimization, networked control system research, intelligent optimization and scheduling algorithms, et al.