

# 计及刀具影响的高速电主轴系统动力学特性研究\*

单文桃<sup>1</sup>, 陈小安<sup>2</sup>

(1. 江苏理工学院机械工程学院 常州 213001; 2. 重庆大学机械工程学院 重庆 400044)

**摘要:**首先建立了轴承模型和转子模型,进而分析了高速电主轴壳体、轴承、主轴和刀具之间的连接关系,建立系统动力学模型,推导电主轴不同部位到刀具处的传递函数。然后以 D62D24A 型高速电主轴为例,分析转速对轴承动态支承刚度的“弱化”作用,计算系统装有刀具与未装刀具时的第一阶径向振动固有振型,理论分析并且实验验证高速电主轴静态和动态情况下系统装有刀具和未装刀具时第一阶径向振动固有频率的变化趋势。最后得到系统的固有特性受到转速和刀具双重“弱化”作用的结论。

**关键词:** 高速电主轴; 动力学特性; 刀具处传递函数

**中图分类号:** TH133      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 46050

## Research on the dynamic characteristic of high-speed motorized spindle considering tool influence

Shan Wentao<sup>1</sup>, Chen Xiaohan<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China;

2. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** The bearing model and rotor model are firstly built in this paper. The connection relationships between the housing, bearing, shaft and tool of high-speed motorized spindle are analyzed. A dynamical model of high-speed motorized spindle is established, and the transfer functions of different parts of the motorized spindle to the tool are deduced. Then, based on the D62D24A type motorized spindle, the weakening effect of speed on bearing dynamical stiffness is analyzed. The first order inherent modal shape and inherent frequency are investigated numerically and experimentally for both situations of with and without the tool. The results show that both tool and speed have a “softening” effect on the inherent characteristics of system.

**Keywords:** high-speed motorized spindle; dynamical characteristics; transfer functions at the tool

## 0 引 言

电主轴是集“原动机-传动机构-执行机构-控制系统”于一体、实现“近零传动”的高速加工设备,其自身的动力学性能直接影响被加工零部件的加工质量<sup>[1]</sup>。因此,对电主轴本身动力学特性的研究十分必要。

早期的高速电主轴研究中,轴承被简单地等效成定刚度弹簧,转子被视为形状简单的理想刚性轴,研究发现轴承支承跨距对电主轴系统轴端静刚度的影响最大。高速电主轴系统的动态特性研究主要包括固有频率(临界

转速)、固有振型及其动态响应等。早期的电主轴系统多以简单的欧拉梁理论为基础,轴承等效成定刚度弹簧,对于结构较为复杂的主轴会采用一些数值方法<sup>[2]</sup>,这些研究能体现出轴承跨距及刚度、系统阻尼等因素对系统动态特性的影响,但是均没有考虑高转速下陀螺力矩和离心力对轴承刚度的“软化”作用<sup>[3]</sup>和陀螺力矩对转子的附加阻尼作用<sup>[4]</sup>。王丽等人<sup>[5]</sup>在没有考虑陀螺力矩对转子影响的情况下,分析了超高转速时轴承“软化”现象对轴承-转子系统固有特性的作用效果,并且详细研究了轴承预紧力、支承跨距、轴承内部几何参数、材料、电机尺寸等因素对系统第一阶固有特性的影响;考虑轴承的动态

支承特性和陀螺力矩对转子作用,并且应用有限元理论, Li H. Q. 等人<sup>[6-7]</sup>建立了高速电主轴热-机耦合动力学模型,详细阐述了热膨胀对轴承预紧力变化和内部几何相容关系的影响,设计了整体模型的迭代计算流程,并且通过实验验证了热膨胀因素影响下的高速电主轴系统的温升分布和前两阶固有频率的变化趋势;Chen X. AN 等人<sup>[8]</sup>在此工作的基础之上,建立了完善的高速电主轴轴承-转子-电磁相互耦合的动力学模型,详细的分析了结构尺寸、轴承预紧力及其参数、电磁参数等对系统动力学特性的影响。

以上研究建立了较为全面的高速电主轴系统动力学模型,并且进行了有针对性的研究,但是这些研究中均未涉及静态下的高速电主轴动力学行为。根据文献调研发现,国内外学者均未考虑刀具对电主轴系统动力学特性的影响,而实际工程应用中高速加工中心电主轴单元作为实现高速加工的核心功能部件对其进行计及刀具影响的动力学行为研究与揭示显得尤为重要。鉴于此,本文分析了高速电主轴壳体、轴承、主轴和刀具之间的连接关系,建立了计及刀具影响的系统动力学模型,推导出电主轴不同部位到刀具处的传递函数,然后以 D62D24A 型高速电主轴为例,分析了轴承的动态支承刚度,计算了系统装有刀具与未装刀具时的第一阶径向振动固有振型,理论分析并且实验验证了高速电主轴静态和动态情况下系统装有刀具和未装刀具时第一阶径向振动固有频率的变化趋势,得到了系统的固有特性受到转速和刀具双重“弱化”作用的结论。

## 1 动力学建模

高速电主轴包括将高频电动机直接热装于机床主轴上的机械系统、刀具及轴端夹紧系统、电动机控制系统、轴承润滑系统和散热系统等,其典型的结构形式如图 1 所示。刀具通过刀柄固定在前轴前端,主轴上安装有螺母,动平衡环、轴承内圈、电机转子等零部件,壳体上安装有电机定子、轴承座、端盖等零部件,这些附属零部件会对电主轴系统的动力学行为产生影响,研究高速电主轴系统的动力学特性,必须分析这些附属零部件与主轴、刀具和壳体之间的连接关系。附属零部件的弯曲刚度对主轴和壳体的刚度影响很小,可以忽略,但是其惯性影响较大,可视作附属于主轴或者壳体上的附加质量单元。附属零部件与相连接的主轴或者壳体之间均为过盈连接或者具有锁紧装置,所以两者的运动自由度可视为完全耦合。这样,壳体通过轴承与主轴相连接,刀具与主轴固接,建立起高速电主轴壳体-轴承-主轴-刀具系统的动力学模型。

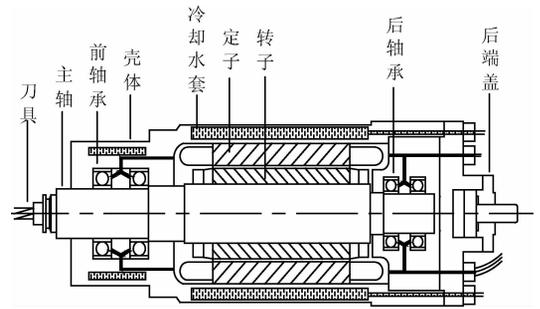


图 1 高速电主轴系统

Fig. 1 High speed motorized spindle system

### 1.1 壳体、主轴、刀具模型

壳体、主轴和刀具可以全部均视为轴类零件进行分析,其中壳体可视为非转动轴。各个轴节点的振动包含一个轴向移动自由度  $z$ 、两个径向移动自由度  $x$  和  $y$ 、两个绕径向方向转动的自由度  $\theta_x$  和  $\theta_y$ ,其具体形式如图 2 所示。

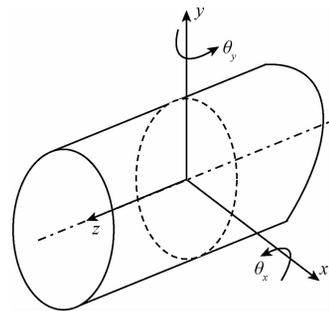


图 2 轴的振动坐标系

Fig. 2 Coordinate system of shaft vibration

根据以上分析,考虑轴类零件所受弯矩、横向位移、剪切变形和转动惯量等因素的影响,应用 Timoshenko 梁理论<sup>[9-10]</sup>和有限元理论<sup>[11]</sup>,将质量连续、无限多自由度的轴划分成质量离散、具有有限多自由度的有限元模型,同时考虑阻尼和高速转子离心力的影响,建立轴类零件的动力学模型,其方程如下所示:

$$M\ddot{q} + (C - 2\omega G)\dot{q} + [K - \omega^2 M_c]q = F \quad (1)$$

式中:  $M = M_l + M_r + M_a$ , 为轴质量矩阵。其中  $M_l$  为轴迁移质量矩阵,  $M_r$  为轴旋转质量矩阵,  $M_a$  为轴上附属零部件质量矩阵。  $C$  为轴阻尼矩阵,  $G$  为轴陀螺矩阵,  $M_c$  为轴离心质量矩阵,  $F$  为切削载荷向量,  $q$  为轴节点位移向量,  $\omega$  为轴转动角速度。

### 1.2 壳体-轴承-主轴-刀具模型

高速电主轴的壳体和主轴通过轴承连接,考虑到轴承的动态支承特性,将其简化成非线性弹簧,刀具由拉刀机构固接于主轴前端,这样,可以建立系统整体的动力学

模型,其方程如下:

$$M\ddot{q} + (C - 2\omega G)\dot{q} + [K + K_b - \omega^2 M_c]q = F \quad (2)$$

### 1.3 刀具处传递函数

系统离散后的自由度总数通常为几十到几百不等,所包含的模态数目与之相等,然而分析系统的动态特性往往只需要前几阶模态即可。系统动力学模型中相应矩阵非对角元素不全为 0,在物理坐标下求解刀具与被切削材料接触点处的传递函数费时又困难。所以,将物理坐标下的系统动力学模型转换到模态坐标下是非常必要的,通过降阶后的模型求解将更加简单、有效。

将式(2)等号右边的切削外载荷  $F$  项写成切削点分布向量与切削力大小相乘的形式,如下:

$$M\ddot{q} + (C - 2\omega G)\dot{q} + [K + K_b - \omega^2 M_c]q = F = bF \quad (3)$$

式中: $b$  为刀具切削点分布输入向量, $F$  为刀具切削点处切削力。

假设系统模态坐标向量为  $\xi$ ,则:

$$q = \Phi\xi, \Phi^T M \Phi = I, \Phi^T (C - 2\omega G) \Phi = \text{diag}(2\zeta_i \omega_i) \Phi^T (K + K_b - \omega^2 M_c) \Phi = \text{diag}(\omega_i^2) \quad (4)$$

式中: $\Phi$  为系统归一化的振型矩阵, $\zeta_i$  为第  $i$  阶模态阻尼比, $\omega_i$  为第  $i$  阶模态固有角频率。式(4)变换到模态坐标下为:

$$\ddot{\xi} + \text{diag}(2\zeta_i \omega_i) \dot{\xi} + \text{diag}(\omega_i^2) \xi = \Phi^T b F \quad (5)$$

设状态向量:

$$X = [\dot{\xi}^T \ \xi^T]^T \quad (6)$$

则系统动力学方程可以写成状态方程的形式:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \text{diag}(-2\zeta_i \omega_i) & \text{diag}(-\omega_i^2) \\ I & 0 \end{bmatrix} X +$$

$$\begin{bmatrix} \Phi^T b \\ 0 \end{bmatrix} F = A_m X + B_m F \quad (7)$$

式中: $A_m$  为系统状态矩阵, $B_m$  为系统输入矩阵。

写出系统输出方程,当输出为系统振动位移或者振动速度时有:

$$Y = c^T \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix} = c^T \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \xi \end{bmatrix} = C_m X \quad (8)$$

当输出为系统振动加速度或者振动速度时:

$$Y = c^T \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = c^T \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = c^T \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} A_m X +$$

$$c^T \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} B_m F = C_m X + D_m F \quad (9)$$

式中: $c$  为切削点分布输出向量, $C_m$  为系统输出矩阵, $D_m$  为系统前置矩阵。

假设求解切削点处第  $v$  个自由度上输入到第  $u$  自由度上输出的传递函数,可以调整向量  $b$  第  $v$  个数值为 1,其他全部为 0,调整向量  $c$  中第  $u$  个数值为 1,其他全部

为 0,得到传递函数如下:

$$G_{uv} = \frac{Y(j\omega)}{F(j\omega)} = C_m (j\omega I - A_m)^{-1} B_m + D_m \quad (10)$$

## 2 动力学分析与实验验证

本文分析对象为 D62D24A 型高速电主轴,其转速、电机功率、系统冷却、轴承润滑、轴承预紧等基本参数如表 1 所示,结构简图如图 3 所示。

表 1 电主轴基本参数

Table 1 Basic parameters of motorized spindle

基本参数项	参数
转速/(r · min <sup>-1</sup> )	0 ~ 24 000
额定功率( $S_0$ )/kW	0.4
轴承型号	7002C/P4A 7001C/P4A
预紧方式	背靠背定位
润滑方式	油气
冷却方式	水冷



图 3 电主轴系统结构简图

Fig. 3 Schematic diagram of motorized spindle system

### 2.1 轴承动态支承刚度

高速角接触球轴承运行过程中,其刚度矩阵对角线元素对系统动力学特性起着关键性作用,其中径向刚度对系统动力学特性影响最为直接。轴承具体参数如表 2 所示。

表 2 轴承参数

Table 2 Bearing parameters

参数	7002C/P4A	7001C/P4A
材料	轴承钢	轴承钢
钢球直径/mm	4.763	4.763
钢球数量	11	10
内沟道半径/mm	2.715	2.715
外沟道半径/mm	2.571	2.571
内沟底直径/mm	18.562	15.062
外沟底直径/mm	28.438	24.938

转速是影响轴承支承刚度的重要因素,图 4 所示为转速对轴承径向刚度的影响。不难看出,由于钢球离心

力和陀螺力矩对轴承刚度的软化作用,随着转速的升高,轴承的径向刚度有所降低,且幅度较大,这会反映到电主轴系统整体的动力学行为当中。

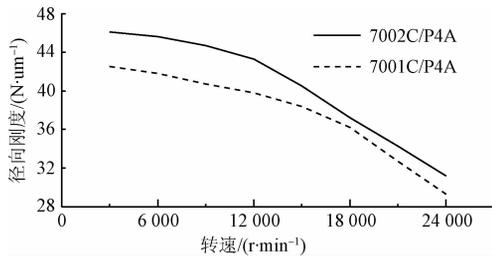


图4 转速对轴承径向刚度的影响

Fig. 4 Effect of speed on bearing radial stiffness

## 2.2 有限元动力学模型

通过分析 D62D24A 型电主轴的结构特点,根据前面提出的高速电主轴动力学建模方法,建立系统有限元动力学模型如图 5 所示。不带附加质量的单元节点为圆圈,带附加质量的单元节点为圆圈和圆盘,轴承等效成非线性弹簧。当电主轴处于自由状态时,壳体未固定;当电主轴处于工作状态时,壳体被固定;模型中的前后轴承直接固接于地面。电主轴未装刀具和装有刀具的区别如图 5(a)和(b)所示。

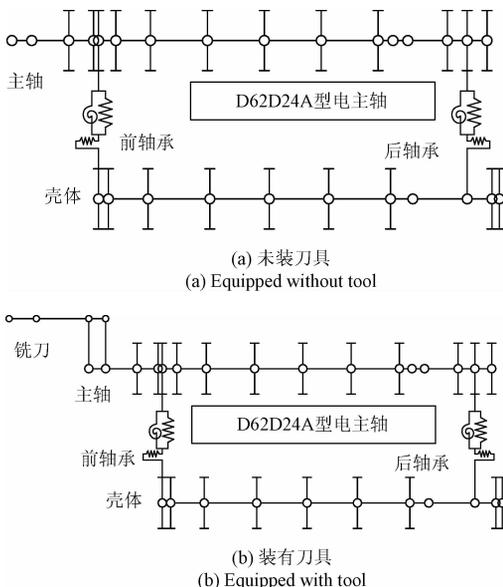


图5 电主轴有限元动力学模型

Fig. 5 Finite element dynamic model of motorized spindle

## 2.3 电主轴静态动力学特性

分析系统第一阶径向振动固有振型如图 6 所示,无论电主轴装有刀具与否,第一阶径向振型中的壳体相对振动位移都很小,振动主要发生在主轴,由于系统为轴承两端支承、电机中间布置的形式,所以振型主要为轴中部的

涡动,当电主轴装有刀具时,刀具随着主轴一起涡动。

通过测量电主轴壳体中部到主轴前端部的传递函数来研究壳体未固定时高速电主轴的固有特性。用胶皮软管将电主轴悬吊,使其处于自由状态,分别激振壳体中部的激振点#1和#2,同步测量激振力和主轴端部(未装刀具)或者刀具端部(装有刀具)&1点两个正交方向上的振动加速度,采样频率为 10 000 Hz,采样周期为 1 s。测试示意图及数据处理流程如图 7 所示。

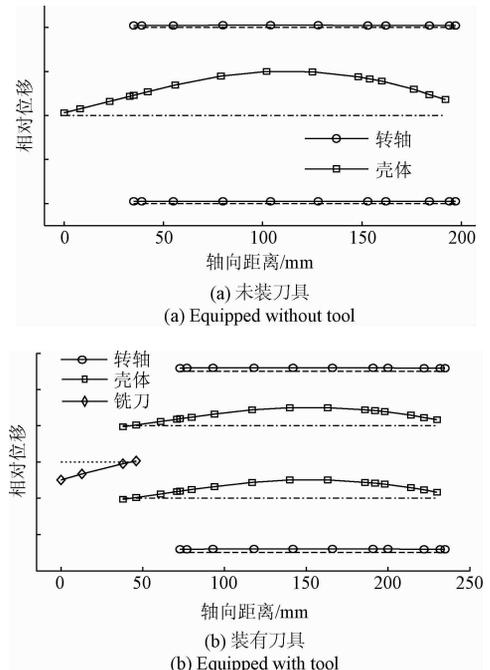


图6 壳体未固定时第一阶径向振动固有振型  
Fig. 6 First order natural modal shapes of radial vibration when the housing is not fixed

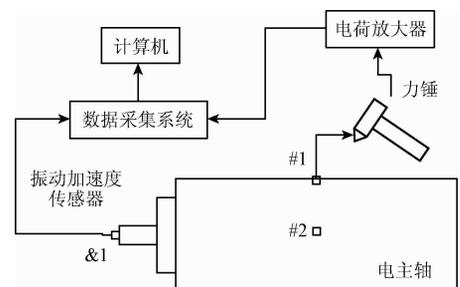


图7 自由激振实验示意图

Fig. 7 Excitation test schematic diagram in free state

对采集数据进行矩形加窗,然后分别计算输入、输出信号的自功率谱密度和互功率谱密度,应用谱平均技术<sup>[12-13]</sup>分析系统在壳体未固定时的传递函数及相应的相干函数如图 8 和 9 所示。分析其相干系数可知,电主轴两个测点相干系数的低频阶段远小于 1,受到噪声干扰

严重,200 Hz 以后输入和输出信号基本完全相干,而系统的第一阶固有特性均在较高频阶段,所以低频区域的噪声干扰不影响结果分析。未装刀具时,系统的第一阶径向振动固有频率为 1 264. 1 Hz,分析结果与实验结果基本一致;装有刀具时,由于刀具在径向方向上为非对称结构,则安装有刀具的系统在  $x$  和  $y$  两个正交方向上结构略有差异,所以同一激振点到刀具端部的传递函数理论上并非完全相同,表现为传递函数在径向方向固有频率处存在位置接近的两个峰值,一个主峰和一个小峰,其第一阶径向振动固有频率  $x$  方向为 1 009. 3 Hz, $y$  方向为 1 082. 4 Hz,分析结果与实验结果基本一致。装有刀具与未装刀具相比较,壳体未固定时的系统第一阶径向振动固有频率有所降低,这是由于刀具的附加质量对系统固有特性的“弱化”作用。

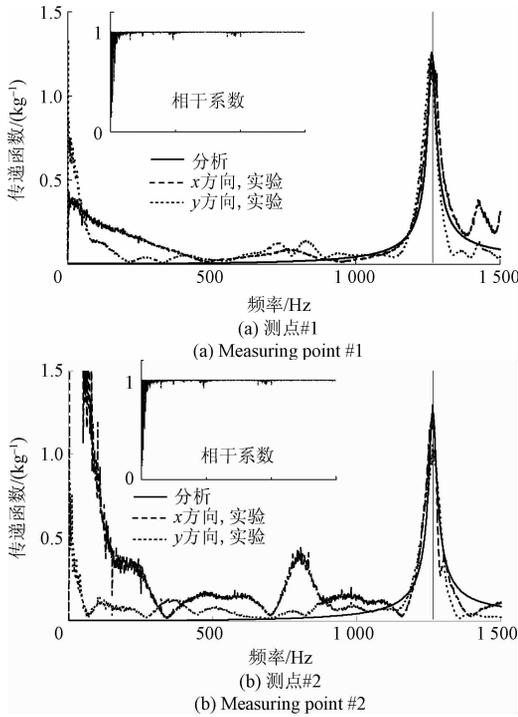
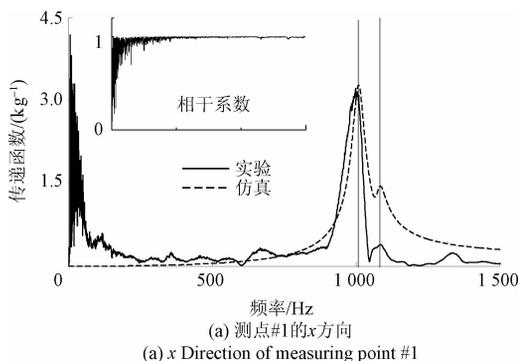
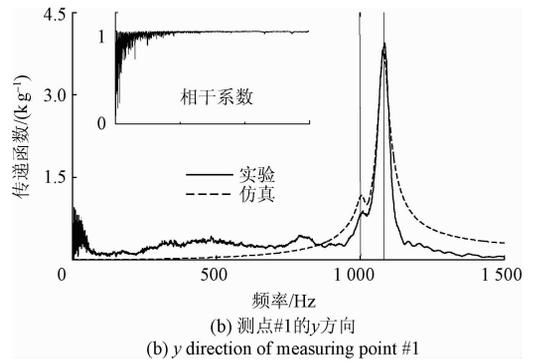


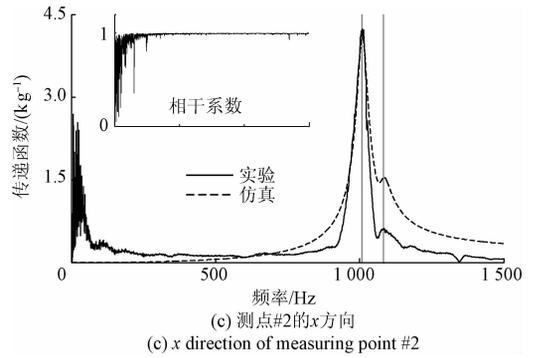
图 8 未装刀具时#1 和#2 到 &1 的传递函数  
Fig. 8 Transfer functions from #1 and #2 to &1 without the tool



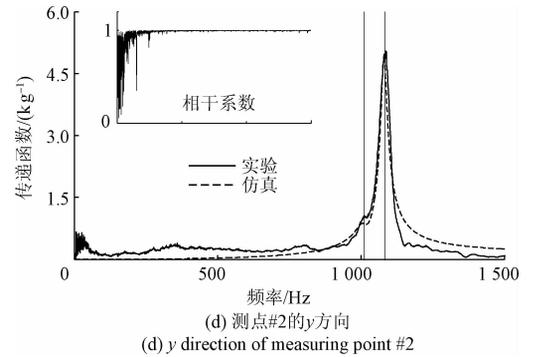
(a) 测点#1的x方向  
(a) x Direction of measuring point #1



(b) 测点#1的y方向  
(b) y direction of measuring point #1



(c) 测点#2的x方向  
(c) x direction of measuring point #2

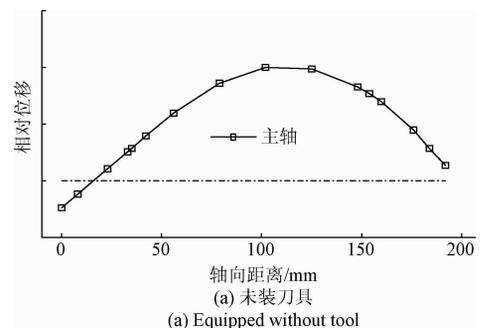


(d) 测点#2的y方向  
(d) y direction of measuring point #2

图 9 装刀具时#1 和#2 到 &1 的传递函数  
Fig. 9 Transfer functions from #1 and #2 to &1 with the tool

### 2.4 电主轴运行动力学特性

高速电主轴处于工作状态时,壳体固定,壳体的自由度被完全限制住,此时系统的固有振型为主轴(未装刀具)或者主轴与刀具(装有刀具)的涡动,如图 10 所示。



(a) 未装刀具  
(a) Equipped without tool

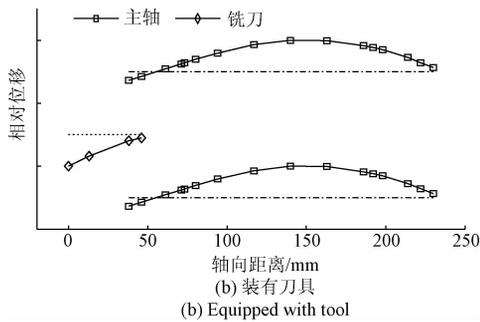


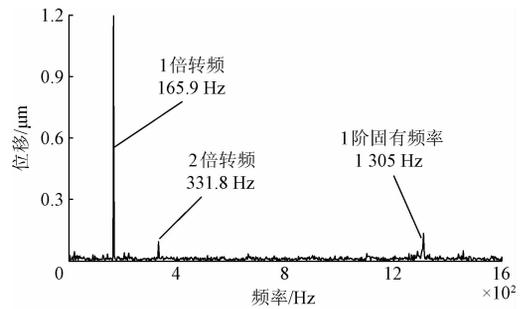
图10 壳体固定时第一阶径向振动固有振型

Fig. 10 First order natural modal shapes of radial vibration when the housing is fixed

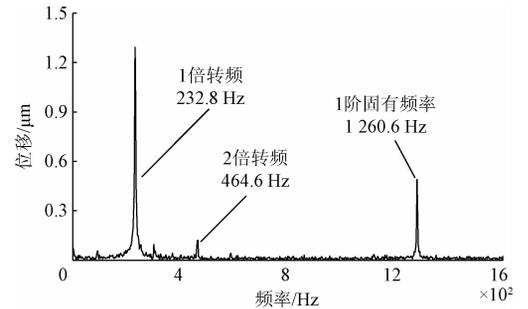
与壳体未固定时相比较,主轴或者主轴与刀具的第一阶径向振动固有振型变化很小,亦为主轴中部涡动或者主轴与刀具一起的涡动。由此可知,无论壳体是否被固定,系统的第一阶固有振型主要发生在主轴或者主轴与刀具,所以可以推断两种状况下系统的第一阶固有频率较为相近。

电主轴高速运转时,轴承的动态支承刚度会发生变化,这会反映到系统的动力学特性当中。为研究系统动态的动力学特性,测量不同转速下主轴前端(未装刀具)或者刀具前端(装有刀具)的径向振动位移,观察其频谱特性,分析动力学特性的变化趋势。测试中采样频率为10 000 Hz,采样时间0.1 s,电主轴转速范围10 000 ~ 20 000 r/min,部分测试结果如图11所示。由于转子不平衡造成的主轴离心载荷与转速的平方成正比,频率为1倍转频,电主轴运转时,1倍转频处出现较大幅值;与此同时,频谱的2倍转频处也出现峰值,其原因很可能是电机的电磁不平衡拉力对转轴的作用结果<sup>[14]</sup>;外部噪声信号会引起频谱中固有频率处的峰值,并且随着转速的升高,第一阶径向振动固有频率会随之减小,这是由于轴承支承刚度随转速升高而降低的原因<sup>[15]</sup>;与壳体未固定时相比较,壳体的固定在一定程度上加强了系统的刚度,所以固有频率略有升高;与未装刀具时相比较,刀具对系统的附加质量作用使得固有频率降低。

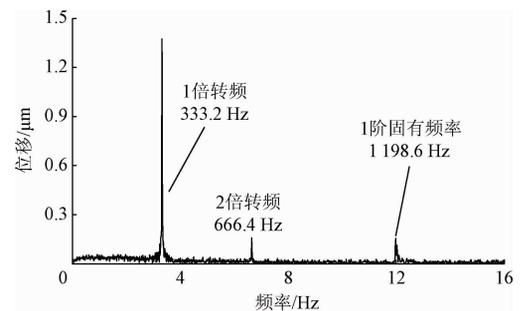
图12所示为未装刀具与装有刀具时系统第一阶径向振动固有频率随转速变化的分析结果和实验结果,可以看出,转速和刀具对系统固有特性均有“弱化”作用,实验结果与分析结果相比较误差在8%以内,精度较高。



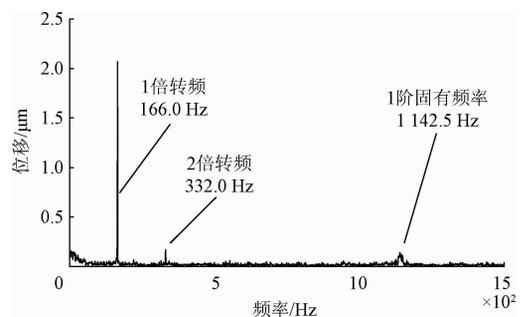
(a) 未装刀具, 10 000 r/min  
(a) Equipped without tool, 10 000 r/min



(b) 未装刀具, 14 000 r/min  
(b) Equipped without tool, 14 000 r/min



(c) 未装刀具, 20 000 r/min  
(c) Equipped without tool, 20 000 r/min



(d) 装有刀具, 10 000 r/min  
(d) Equipped with tool, 10 000 r/min

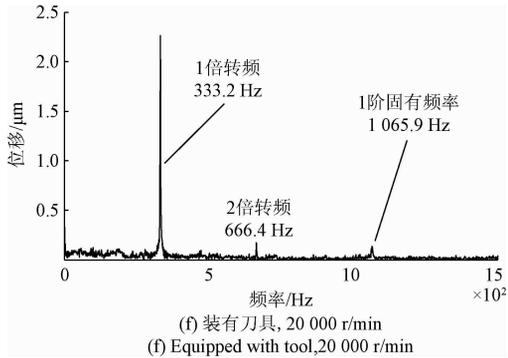
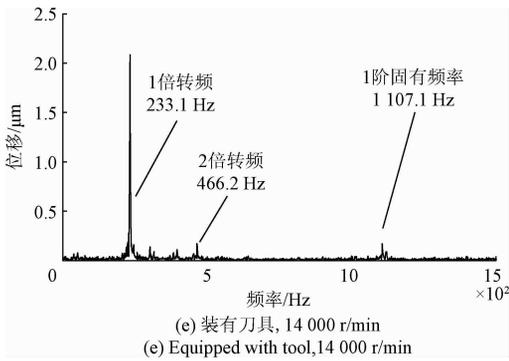


图 11 电主轴径向振动位移的频谱

Fig. 11 Frequency spectrums of radial vibration displacement of motorized spindle

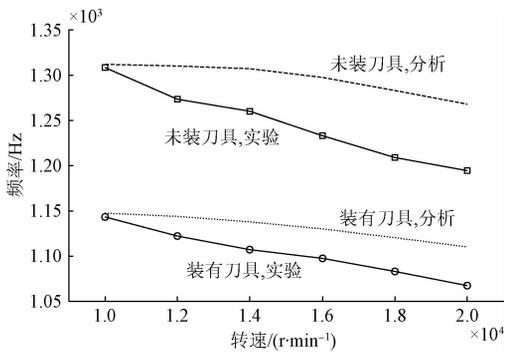


图 12 第一阶径向振动固有频率

Fig. 12 The first order natural frequencies of radial vibration

### 3 结 论

本研究通过建立高速电主轴系统动力学模型,理论分析并且实验验证了 D62D24A 型电主轴静态和动态下的动力学特性,得出以下结论:

1) 高速电主轴系统动力学特性的研究应综合考虑壳体、主轴、刀具及其附属零部件等影响;

2) 高速电主轴在壳体固定与未固定时固有振型相似,主要表现特征均为主轴涡动,并且固有频率相近;

3) 转速和刀具对系统的固有特性均产生“弱化”作用,在电主轴极限转速的设计与验证阶段应将此影响计及考虑;

4) 本文中固有频率的分析结果与实验结果在高速运行阶段存在一定误差,经研究发现,可能存在其他影响高速电主轴系统动力学特性的因素,例如温升与热膨胀等,此点可作为未来的研究方向。

### 参考文献

- [1] 单文桃,陈小安,王洪昌,等. 高速电主轴铣削稳定性研究[J]. 振动与冲击, 2017,36(19): 242-249.  
SHAN W T, CHEN X AN, WANG H CH, et al. Research on milling stability of high speed motorized spindle [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(19): 242-249.
- [2] 吴石,林连冬,肖飞,等. 基于多类超球支持向量机的铣削颤振预测方法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(11): 2414-2421.  
WU SH, LIN L D, XIAO F, et al. Milling chatter prediction method based on multiclass hyper sphere support vector machine [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(11): 2414-2421.
- [3] 杨新民,杨海根. 动力学参数化可视化仿真软件研究与设计[J]. 电子测量技术, 2016,39(12): 15-26.  
YANG X M, YANG H G. Study on parameterized visual dynamics simulation software design [J]. Electronic Measurement Technology, 2016, 39(12): 15-26.
- [4] 朱坚民,王健,张统超,等. 基于刀具振动位移的动态铣削力测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2014,35(12): 2772-2782.  
ZHU J M, WANG J, ZHANG T CH, et al. Dynamic milling force measuring method based on cutting tool vibration displacement [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(12): 2772-2782.
- [5] 王丽,郭红霞. 基于 LabVIEW 的汽车动力性能测试系统研究[J]. 国外电子测量技术, 2017, 36(2): 41-48.  
WANG L, GUO H X. Research on automobile dynamic performance test system based on LabVIEW [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2017, 36(2): 41-48.
- [6] LI H Q, SHIN Y C. Integrated dynamic thermo-mechanical modeling of high speed spindles, Part 1: Model development [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, 126(1): 148-158.
- [7] LI H Q, SHIN Y C. Integrated dynamic thermo-mechanical modeling of high speed spindles, part 2: Solution Pro-

- cedure and validations [J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2004, 126(1): 159-168.
- [8] CHEN X AN, LIU J F, HE Y, et al. An integrated model for high-speed motorized spindles-dynamic behaviors [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2013, 227(11): 2467-2478.
- [9] 刘今越, 刘佳斌, 贾晓辉, 等. 基于面结构光投影法的刀具几何参数测量研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(5): 1276-1284.
- LIU J Y, LIU J B, JIA X H, et al. Research on tool geometry parameter measurement based on surface structured light projection [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(5): 1276-1284.
- [10] 李松生, 陈晓阳, 张钢, 等. 超高速时电主轴轴承的动态支承刚度分析 [J]. *机械工程学报*, 2006, 42(11): 60-65.
- LI S SH, CHEN X Y, ZHANG G, et al. Bearing dynamic support stiffness of motorized spindle system at ultra high speed [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(11): 60-65.
- [11] 陈小安, 刘俊峰, 单文桃, 等. 计及套圈变形的电主轴角接触球轴承动刚度分析 [J]. *振动与冲击*, 2013, 32(2): 81-85.
- CHEN X AN, LIU J F, SHAN W T, et al. Analysis on the dynamic stiffness of motorized-spindle angular contact ball bearings considering the ferrule deformation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(2): 81-85.
- [12] 葛媛媛, 张宏基. 基于自适应模糊滑模控制的机器人轨迹跟踪算法 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2017, 31(5): 746-755.
- GE Y Y, ZHANG H J. Trajectory tracking algorithm for robot based on adaptive fuzzy sliding mode control [J]. *Journal of electronic measurement and instruction*, 2017, 31(5): 746-755.
- [13] CHI W L, JAY F T, JOE K. An integrated thermo-mechanical-dynamic model to characterize motorized machine tool spindles during very high speed rotation [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, 43(10): 1035-1050.
- [14] IM H, HONG H Y, CHUNG J. Dynamic analysis of a BLDC motor with mechanical and electromagnetic interaction due to air gap variation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(8): 1680-1691.
- [15] SHAN W T, CHEN X A, HE Y. A novel experimental research on vibration characteristics of the running high-speed motorized spindles [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013, 27(8): 2245-2252.

### 作者简介



单文桃, 分别在 2009 年和 2013 年于重庆大学获得学士学位和博士学位, 现为江苏理工学院在职副教授, 主要研究方向为高速电主轴技术、智能驱动控制算法研究。

E-mail: shanwentao520@163.com

**Shan Wentao** received his B.Sc. and Ph.D. degrees both from Chongqing University in 2009 and 2013, respectively. Now he is an associate professor in Jiangsu University of Technology. His main research interests include high speed motorized spindle technology and intelligent driver control algorithm.



陈小安, 1982 年于四川大学获得学士学位, 2000 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆大学教授, 主要研究方向为机械传动以及高性能机电耦合传动装置研究。

E-mail: xachen@cqu.edu.cn

**Chen Xiaohan** received his B. Sc. degree from Sichuan University in 1982, and received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2000. Now he is a professor in Chongqing University. His main research interests include mechanical transmission and high-performance electromechanical transmission mechanism.