

预紧式并联六维加速度传感器的解耦算法研究*

尤晶晶^{1,2}, 李成刚^{2,3}, 吴洪涛^{2,3}, 严飞⁴, 王进¹

(1. 南京林业大学机械电子工程学院 南京 210037; 2. 江苏省精密与微细制造技术重点实验室 南京 210016;
3. 南京航空航天大学机电学院 南京 210016; 4. 北京航空航天大学经济管理学院 北京 100191)

摘要:针对六维加速度传感器的解耦难度与构型复杂度存在矛盾的现状,给出了12支链预紧式并联六维加速度传感器的设计方案,并在四维位形空间内构建了解耦算法。通过重组输入量并联列求解正向动力学方程和力协调方程,剖析了输出量的构成成份。通过引入前置、后置矩阵以及“辅助角速度”的概念,将动力学方程转换成两组形式简单的一阶线性常微分方程,并运用梯形方法推导出关键特征量的显式递推公式。解耦算法与ADAMS仿真的相对误差为0.62%,且前者的计算效率更高;试验结果显示,实物样机在1 min内的测量误差为8.42%,验证了设计方案的可行性。通过在离散节点处进行Taylor展开,推导出局部截断误差的解析式,为解耦精度的提高提供了依据。进一步地,将解耦算法推广至更一般化的情形,通过引入两个关于向量独立元素的定理,证明出预紧式并联六维加速度传感器的最少支链数为7,对应拓扑构型的最少自由度为6。

关键词: 六维加速度传感器;预紧;解耦;拓扑构型;截断误差

中图分类号: TH825 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Research on the decoupling algorithm of pre-stressed parallel six-axis accelerometer

You Jingjing^{1,2}, Li Chenggang^{2,3}, Wu Hongtao^{2,3}, Yan Fei⁴, Wang Jin¹

(1. College of Mechanical and Electronical Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China;
2. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology, Nanjing 210016, China; 3. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
4. School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Aiming at the present situation of the contradiction existing between the decoupling difficulty and configuration complexity of six-axis accelerometer, a new design scheme of pre-stressed parallel six-axis accelerometer with 12 branch chains is presented, and the decoupling algorithm in four dimensional configuration-space is constructed. By recomposing the input parallel items and solving forward dynamics equations and force coordination equations, the ingredients of the outputs are dissected. Through introducing pre-matrix, post-matrix and aided angular velocity, the complex dynamic equations are transformed into two simple linear ordinary differential equations, and the explicit recursive formulas of key characteristic quantities are derived using trapezoidal method. ADAMS simulation is conducted to verify the decoupling algorithm, and the relative composite error between the decoupling algorithm and ADAMS simulation is only 0.62%, and the decoupling algorithm has higher calculation efficiency. Laboratory test results show that within one minute the composite error of the real physical prototype is 8.42%, which verifies the feasibility and correctness of the proposed design scheme. Through Taylor expansion around discrete nodes, the analytic formulas of local truncation error are derived, which provides a basis for improving the decoupling accuracy. Furthermore, the decoupling algorithm is generalized to be suitable for general configuration. Through introducing two theorems concerning vector independent elements, it is proved that the least number of branch chains for the pre-stressed

parallel six-axis accelerometer is 7, and the least degrees of freedom for corresponding topological configuration is 6.

Keywords: six-axis accelerometer; pre-stressed; decoupling; topological configuration; truncation error

1 引言

在机器人动力学控制、捷联惯性导航等领域常常需要获得运动载体相对于惯性系的六维加速度信息^[1],包括特征点平移的三维线加速度和绕特征点转动的三维角加速度。传统的测量设备主要是加速度计和陀螺仪的组合体^[2],它们分别检测载体系下的加速度和角速度,进一步基于角速度与姿态、角加速度之间的微积分关系^[3]推导出惯性系下的六维加速度。由于机械陀螺本身的特性,在测量角速度时往往存在着一定的漂移,并且不能承受较高的线加速度冲击。于是,出现了抗冲击能力强、动态范围大的光纤陀螺^[4]和激光陀螺^[5]。然而,在实际使用过程中,这两类陀螺受温度、磁场等外界因素的影响比较严重,需要采取复杂的抑制手段;另外,它们的加工和制造成本较高。

Schuler A. R. 等人^[6]提出利用线加速度计代替陀螺仪测量载体角运动的方法,给出了两种六加速度计构型。它们构造简单,但只能解算出角速度的平方,需要再借助于其他测量设备才能够确定方向;王劲松等人^[7]提出了九加速度计构型,通过对角加速度积分得到角速度的符号;Qin F. J. 等人^[8]提出了十三加速度计构型,利用插值重构后的角速度求解姿态矩阵。后两种方案均借助于角加速度、角速度平方、交叉乘积这9个或部分项解算出角速度,然而,由于多个加速度计需要安装在同一点,故对体积和加工的要求非常高,不利于工程实现;而且,加速度计安装位置、方向的微小偏差会对载体角速度的计算精度产生很大影响。尽管有学者提出了一些方法^[9-11]用于补偿上述尺寸效应误差,但要么由于添加昂贵的硬件设备而提高了系统成本,要么由于构建繁琐的修正算法而降低了计算效率,该问题至今尚未找到理想的解决方案。

无陀螺方案中每个加速度计内部均含有一个惯性质量块,多质量块的质心不重合是导致上述问题的根本原因。鉴于此,有学者考虑将多个质量块合并成一个,提出基于单惯性质量块的六维加速度传感器模型。Lv H. Y. 等人^[12]设计了基于六组、李敏等人^[13]设计了基于八组石英晶体的两种构型,并在假设晶组和质量块各向刚度、灵敏度绝对相等的前提下,构建输入、输出量的线性映射;孙治博等人^[14]选用标准的 Gough-Stewart 机构作为传感器的弹性体结构,并在假设质量块相对外壳静止的前提下推导了映射关系。文献^[12-14]的不足在于建立动力学方程时,默认载体系和惯性系平行,也即它们之间没

有相对转动,故模型不具有普遍性;另外,这几种拓扑构型的各向同性度差,不利于系统整体性能的提升。

考虑到台体型并联机构具有结构紧凑、动态特性好、各向同性好等优点,Wei F 等人^[15]和尤晶晶等人^[16-17]设计了基于9-3台体型冗余并联机构的六维加速度传感器,并建立了系统的动力学模型;同时,借助于系统内固有的几何约束关系,修正了动力学模型中的输入误差。然而,该方案及算法仍存在两点不足:1)由于结构限制,在支链轴线方向无法施加预紧力,故支链所受拉力较大时,敏感元件的输出信号会失真^[18];2)由于引入了广义动量,动力学模型中微分方程的个数过多,故当测量高频运动时,现有算法不满足实时性要求^[19]。鉴于此,本文首先提出一种可预紧的并联式六维加速度传感器结构模型;然后,构建支链预紧情况下的完全、通用解耦算法;接下来,分析解耦误差,并给出可解耦的构型条件;最后,通过软件仿真和实物样机试验对解耦算法的理论推导结果进行验证。

2 结构模型及工作原理

在文献^[16]结构模型的基础上进行改进,如图1所示:支链条数由9增加至12,三重复合铰链全部由二重复合铰链代替,故降低了实物样机的加工及装配难度。支链一端的复合铰链不再固联于质量块外表面的几何中心,而固联于质量块棱边的中点,故便于装配。支链的另一端不再与外壳固联,而固联于外壳上的副板,故通过预紧柱、锁紧板调节并固定副板位置,可以实现所有支链的预紧和防松^[20]。

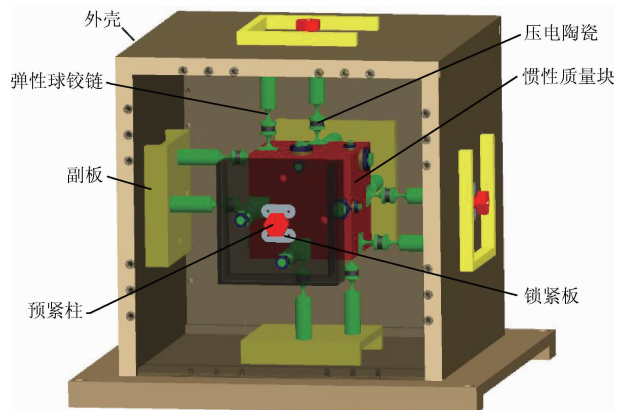


图1 预紧式并联六维加速度传感器的结构模型
Fig.1 Structure model of pre-stressed parallel six-axis accelerometer

将外壳刚性固定在待测载体上,当感应六维运动时,12条支链上会产生与之相对应的轴向力。由于正压电效应,12组压电陶瓷的两端会输出极化电荷,且电荷量(包括大小和正负号)与轴向力成正比例关系,比例系数为压电陶瓷组的压电常数^[16]。

3 动力学模型

预紧式并联六维加速度传感器的输入量为外壳加速度的6个独立分量,输出量为12条支链的轴向力。每个输入量均会引起全部输出量的变化,因此,该传感器属于多输入、多输出的非线性、强耦合系统。通过构建系统的动力学方程,由输入量推导输出量的过程称为“正向动力学求解”;反之,由输出量反推输入量的过程称为“反向动力学求解”,也称为“解耦”。

3.1 动力学方程

考虑到压电陶瓷质量轻、刚度大,且其两端连接球面副,12条支链可近似视为无变形的二力杆。这样,作用在质量块上的外力包括支链的轴向力 f_i (i 为支链序号)和自身的重力 mg ,如图2所示。其中, m 为质量块的质量, g 为测量当地的重力加速度。

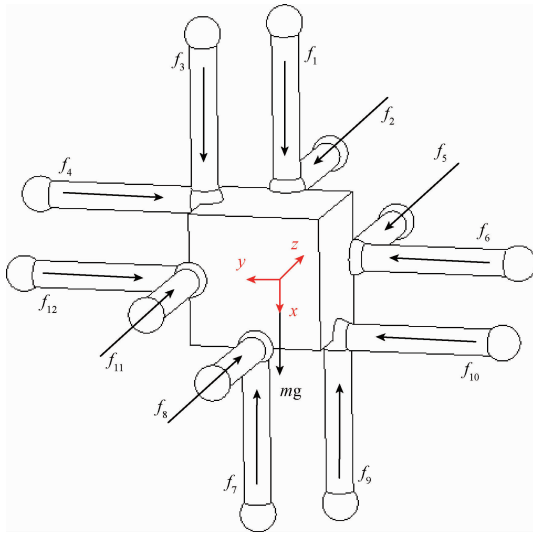


图2 惯性质量块的受力情况

Fig.2 Stress condition of the inertia mass block

定义前置矩阵和后置矩阵,通用表达式分别为:

$$\bar{\mathbf{S}}^+ = \begin{pmatrix} s_0 & -s_3 & s_2 & s_1 \\ s_3 & s_0 & -s_1 & s_2 \\ -s_2 & s_1 & s_0 & s_3 \\ -s_1 & -s_2 & -s_3 & s_0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} s_0 & s_3 & -s_2 & s_1 \\ -s_3 & s_0 & s_1 & s_2 \\ s_2 & -s_1 & s_0 & s_3 \\ -s_1 & -s_2 & -s_3 & s_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中:子元素 s_1, s_2, s_3, s_0 均为实数,由它们组成的列向量记作 \mathbf{S} ;上标“+”、“-”分别表示对应向量的前置矩阵和后置矩阵。

当子元素取四元数的虚部 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 和实部 λ_0 时,对应的矩阵称为前置四元数矩阵和后置四元数矩阵,分别记作 $\bar{\mathbf{A}}^+, \bar{\mathbf{A}}^-$ 。由此,可以将载体系和惯性系之间的姿态矩阵^[16]扩展成四阶正交矩阵 \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = (\bar{\mathbf{A}}^-)^T \bar{\mathbf{A}}^+ \quad (3)$$

在四维位形空间内,运用 Newton-Euler 法构建系统的两组动力学方程:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \mathbf{R} \begin{pmatrix} f_1 + f_3 - f_7 - f_9 \\ -f_4 + f_6 + f_{10} - f_{12} \\ -f_2 - f_5 + f_8 + f_{11} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \frac{3}{2mn} \mathbf{R} \begin{pmatrix} f_5 - f_6 + f_{11} - f_{12} \\ f_1 - f_2 + f_7 - f_8 \\ -f_3 + f_4 - f_9 + f_{10} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中: n 为质量块的半边长, $\mathbf{a}, \boldsymbol{\varepsilon}$ 分别为待测的三维线加速度矢量和三维角加速度矢量。

3.2 正向动力学求解

根据式(4)、(5),用六维加速度传感器的输入信息及结构参数描述12个输出量之间的映射关系:

$$\begin{cases} f_1 + f_3 - f_7 - f_9 = A_1 \\ -f_4 + f_6 + f_{10} - f_{12} = A_2 \\ -f_2 - f_5 + f_8 + f_{11} = A_3 \\ f_5 - f_6 + f_{11} - f_{12} = A_4 \\ f_1 - f_2 + f_7 - f_8 = A_5 \\ -f_3 + f_4 - f_9 + f_{10} = A_6 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $(A_1, A_2, A_3, 0)^T = m\mathbf{R}^T \begin{pmatrix} \mathbf{a} - \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \end{pmatrix}, (A_4, A_5, A_6,$

$$0)^T = \frac{2mn}{3} \mathbf{R}^T \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}。$$

文献[16]从尺度约束角度出发,挖掘了“隐藏”在并联式六维加速度传感器弹性体拓扑构型中的变形协调条

件,运用这种方法同样可以推导图1所示预紧式并联六维加速度传感器的6个力协调方程:

$$\begin{cases} f_1/k_1 - f_3/k_3 - f_7/k_7 + f_9/k_9 = B_1 \\ f_4/k_4 + f_6/k_6 - f_{10}/k_{10} - f_{12}/k_{12} = B_2 \\ f_2/k_2 - f_5/k_5 - f_8/k_8 + f_{11}/k_{11} = B_3 \\ f_5/k_5 + f_6/k_6 + f_{11}/k_{11} + f_{12}/k_{12} = B_4 \\ f_1/k_1 + f_2/k_2 + f_7/k_7 + f_8/k_8 = B_5 \\ f_3/k_3 + f_4/k_4 + f_9/k_9 + f_{10}/k_{10} = B_6 \end{cases} \quad (7)$$

$C =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{k_1} & 0 & -\frac{1}{k_3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{k_7} & 0 & \frac{1}{k_9} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_4} & 0 & \frac{1}{k_6} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{k_{10}} & 0 & -\frac{1}{k_{12}} \\ 0 & \frac{1}{k_2} & 0 & 0 & -\frac{1}{k_5} & 0 & 0 & -\frac{1}{k_8} & 0 & 0 & \frac{1}{k_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_5} & \frac{1}{k_6} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_{11}} & \frac{1}{k_{12}} \\ \frac{1}{k_1} & \frac{1}{k_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_7} & \frac{1}{k_8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_3} & \frac{1}{k_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_9} & \frac{1}{k_{10}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{F} = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9, f_{10}, f_{11}, f_{12})^T,$$

$\mathbf{D}_1 = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T, \mathbf{D}_2 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6)^T$.

矩阵 C 的行列式恒大于0,故 F 具有唯一解:

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{D}_1 + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{D}_2 \quad (9)$$

式(9)表明:1)当六维加速度传感器的外壳同步于载体的六维运动,并且所有支链的预紧力给定时,支链的输出轴向力是唯一确定的;因此,从集合论的观点看,该映射关系是可逆的,确保了系统解耦算法的可行性。2)支链的轴向力一部分用于平衡质量块的惯性力,另一部分用于平衡支链的预紧力。在保证预紧力不小于支链最大拉力(与传感器的量程有关)的前提下,预紧力的大小不受载体运动规律的限制。

3.3 解耦算法

根据角速度的定义,载体系相对于惯性系的角速度矢量 ω 与姿态矩阵 R 之间的转换关系可以表示成:

式中: $B_1 = \bar{f}_1/k_1 - \bar{f}_3/k_3 - \bar{f}_7/k_7 + \bar{f}_9/k_9, B_2 = \bar{f}_4/k_4 + \bar{f}_6/k_6 - \bar{f}_{10}/k_{10} - \bar{f}_{12}/k_{12}, B_3 = \bar{f}_2/k_2 - \bar{f}_5/k_5 - \bar{f}_8/k_8 + \bar{f}_{11}/k_{11}, B_4 = \bar{f}_5/k_5 + \bar{f}_6/k_6 + \bar{f}_{11}/k_{11} + \bar{f}_{12}/k_{12}, B_5 = \bar{f}_1/k_1 + \bar{f}_2/k_2 + \bar{f}_7/k_7 + \bar{f}_8/k_8, B_6 = \bar{f}_3/k_3 + \bar{f}_4/k_4 + \bar{f}_9/k_9 + \bar{f}_{10}/k_{10}, k_i, \bar{f}_i$ 分别为第 i 条支链的刚度系数和预紧力。

综合式(6)、(7),建立输出量与重组之后的输入量之间矩阵形式的线性映射关系:

$$\mathbf{CF} = \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 \quad (8)$$

式中:

$$\dot{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} \hat{\omega} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{R} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{0}$ 为三阶零矢量,上标“ \cdot ”表示矢量对时间求一阶导数,上标“ \wedge ”表示矢量的反对称矩阵。令:

$$\mathbf{W} = (\omega^T, \mathbf{0})^T \quad (11)$$

综合式(1)、(2)、(10)、(11):

$$2\dot{\mathbf{R}} = (\dot{\mathbf{W}} - \mathbf{W})\mathbf{R} \quad (12)$$

将式(3)代入式(12):

$$2(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} + 2(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{W}}(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} - \mathbf{W}(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} \quad (13)$$

前置矩阵与后置矩阵的乘法运算满足交换律:

$$\dot{\mathbf{S}}\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathbf{S}}\dot{\mathbf{S}} \quad (14)$$

此外,前置四元数矩阵、后置四元数矩阵还满足:

$$\dot{\mathbf{A}}(\dot{\mathbf{A}})^T = (\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{A}}(\dot{\mathbf{A}})^T = (\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} = \mathbf{E}_4 \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{S}}(\dot{\mathbf{A}})^T = \dot{\mathbf{S}} \quad (16)$$

式中: \mathbf{E}_4 为四阶单位矩阵。

分别将式(14)~(16)称为前置、后置矩阵的“性质1”、“性质2”和“性质3”。

运用性质1,式(13)可以转换成:

$$2\dot{\mathbf{A}}^+(\dot{\mathbf{A}})^T + 2\dot{\mathbf{A}}^+(\dot{\mathbf{A}})^T = \dot{\mathbf{W}}\dot{\mathbf{A}}(\dot{\mathbf{A}})^T - \dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{W}}(\dot{\mathbf{A}})^T \quad (17)$$

式(17)的等号两边同时右乘 $\dot{\mathbf{A}}$, 并运用性质1、性质2,整理后:

$$2(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{A}} + 2\dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{W}}\dot{\mathbf{A}} - \dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{W}} \quad (18)$$

式(18)的等号两边同时右乘 $(\dot{\mathbf{A}})^T$, 并运用性质2、性质3,整理后:

$$2(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} + 2\dot{\mathbf{A}}(\dot{\mathbf{A}})^T = \dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{W}} \quad (19)$$

式(19)展开并运用性质2,整理后:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} = 2(\dot{\mathbf{A}})^T \dot{\mathbf{A}} \quad (20)$$

令:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^* \\ \boldsymbol{\theta}^* \end{pmatrix} \quad (21)$$

由同一向量在不同坐标系间的转换关系可知, $\boldsymbol{\omega}^*$ 的物理意义为载体系相对于惯性系的绝对角速度在载体系中的投影,这里将其命名为“辅助角速度”。

由式(3)、(20)、(21),并运用性质2:

$$\dot{\mathbf{A}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{A}}^+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^* \\ \boldsymbol{\theta}^* \end{pmatrix} \quad (22)$$

式(21)等号两边对时间求一阶导数,结合式(10)得:

$$\begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta}^T & 0 \end{pmatrix} \mathbf{R} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^* \\ \boldsymbol{\theta}^* \end{pmatrix} + \mathbf{R} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}^* \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}^* \end{pmatrix} \quad (23)$$

又:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (24)$$

由式(21)、(23)、(24):

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} + \mathbf{R} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}^* \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}^* \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}^* \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}^* \end{pmatrix} \quad (25)$$

将式(25)代入式(5),结合式(3)并运用性质2:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^* = \frac{3}{2mn} \begin{pmatrix} f_5 - f_6 + f_{11} - f_{12} \\ f_1 - f_2 + f_7 - f_8 \\ -f_3 + f_4 - f_9 + f_{10} \end{pmatrix} \quad (26)$$

在求解六维加速度传感器的反向动力学问题时,式(26)等号右边的所有项均已知。由式(9)可知,在每一个采样时刻,该已知量均有唯一的确定值,不妨将其用 \mathbf{V} 代替,则:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^* = \mathbf{V} \quad (27)$$

这样,第2组动力学方程(5)就被等效替换成

式(22)、(27)这两个形式简单的一阶常微分方程组。

考虑到梯形方法的数值稳定性较好,运用该方法推导式(27)、(22)的数值递推公式:

$$\boldsymbol{\omega}_{(N)}^* = \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* + \frac{h}{2} (\mathbf{V}_{(N-1)} + \mathbf{V}_{(N)}) \quad (28)$$

$$\mathbf{A}_{(N)} = \mathbf{A}_{(N-1)} + \frac{h}{4} \dot{\mathbf{A}}_{(N-1)}^+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} + \frac{h}{4} \dot{\mathbf{A}}_{(N)}^+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}_{(N)}^* \\ \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} \quad (29)$$

式中: h 为输出信号的采样步长,右下标“(N)”、“(N-1)”分别对应第 N 个、 $N-1$ 个时刻的采样值。

值得一提的是,零时刻的辅助角速度需要通过初始对准获得,这与捷联惯导系统的处理方法^[8]完全一致;考虑到一般载体均是由静止开始运动,故通常情况下辅助角速度的初值取零矢量。另外,在初始状态下,载体系与惯性系重合,故:

$$\mathbf{A}_{(0)} = (0, 0, 0, 1)^T \quad (30)$$

式(29)等号两边同时左乘 $(\dot{\mathbf{A}}_{(N)})^T$, 运用性质2:

$$(\dot{\mathbf{A}}_{(N)})^T \boldsymbol{\alpha}_{(N-1)} = \begin{pmatrix} -\frac{h}{4} \boldsymbol{\omega}_{(N)}^* \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (31)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_0)^T = \mathbf{A} + \frac{h}{4} \dot{\mathbf{A}}^+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^* \\ \boldsymbol{\theta}^* \end{pmatrix}$ 。

将式(31)等号左边的两项交换次序,整理后:

$$\mathbf{Q}_{(N-1)} \mathbf{A}_{(N)} = \begin{pmatrix} -\frac{h}{4} \boldsymbol{\omega}_{(N)}^* \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\text{式中: } \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -\alpha_0 & -\alpha_3 & \alpha_2 & \alpha_1 \\ \alpha_3 & -\alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 \\ -\alpha_2 & \alpha_1 & -\alpha_0 & \alpha_3 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_0 \end{pmatrix}。$$

计算矩阵 \mathbf{Q} 的行列式:

$$|\mathbf{Q}| = -(\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\alpha})^2 \quad (33)$$

分解式(31),由最后一行可知, $\boldsymbol{\alpha}$ 不可能为零向量;再结合式(33)可知,系数矩阵 \mathbf{Q} 一定非奇异,故式(32)所示的非齐次线性方程组具有唯一解:

$$\mathbf{A}_{(N)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\alpha}} \mathbf{Q}^T \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_{(N-1)} \begin{pmatrix} -\frac{h}{4} \boldsymbol{\omega}_{(N)}^* \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (34)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_{(N)}^*$ 为式(28)的递推结果。

这样,隐式递推式(29)被显化为式(34)。将式(34)的结果代入式(3),得到载体系相对于惯性系的姿态矩阵;再将姿态矩阵以及12条支链的轴向力代入式(4)、(5),得到确定的、唯一的组合 $\{\mathbf{a}, \boldsymbol{\varepsilon}\}$ 。至此,实现了六维加速度的完全解耦。

4 解耦误差分析

预紧式并联六维加速度传感器的解耦算法最终归结为两个数值递推公式,即式(28)和(34)。它们的处理对象是离散节点,故相邻节点在递推过程中必然存在局部截断误差。

运用 Taylor 公式,第 N 个节点处的辅助角速度和四元数的准确值可以分别展开为:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{(N)}^* &= \\ \omega_{(N-1)}^* + h\dot{\omega}_{(N-1)}^* + \frac{h^2}{2}\ddot{\omega}_{(N-1)}^* + \frac{h^3}{6}\dddot{\omega}_{(N-1)}^* + O(h^4) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}_{(N)} &= \\ \Lambda_{(N-1)} + h\dot{\Lambda}_{(N-1)} + \frac{h^2}{2}\ddot{\Lambda}_{(N-1)} + \frac{h^3}{6}\dddot{\Lambda}_{(N-1)} + O(h^4) \end{aligned} \quad (36)$$

式中: $O(h^4)$ 表示步长 h 的四阶无穷小,上标“ $\cdot\cdot$ ”、“ $\cdot\cdot\cdot$ ”分别表示矢量对时间求二阶导数、三阶导数。

运用梯形方法后,第 N 个节点处的辅助角速度和四元数的实际解耦值可以分别展开为:

$$\begin{aligned} \omega_{(N)}^* &= \\ \omega_{(N-1)}^* + h\dot{\omega}_{(N-1)}^* + \frac{h^2}{2}\ddot{\omega}_{(N-1)}^* + \frac{h^3}{4}\dddot{\omega}_{(N-1)}^* + O(h^4) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{(N)} &= \\ \Lambda_{(N-1)} + h\dot{\Lambda}_{(N-1)} + \frac{h^2}{2}\ddot{\Lambda}_{(N-1)} + \frac{h^3}{4}\dddot{\Lambda}_{(N-1)} + O(h^4) \end{aligned} \quad (38)$$

六维加速度传感器的局部截断误差指的是准确值与解耦值之差,故:

$$T_{\omega_{(N)}} = \tilde{\omega}_{(N)}^* - \omega_{(N)}^* = -\frac{h^3}{12}\dddot{\omega}_{(N-1)}^* + O(h^4) \quad (39)$$

$$T_{\Lambda_{(N)}} = \tilde{\Lambda}_{(N)} - \Lambda_{(N)} = -\frac{h^3}{12}\dddot{\Lambda}_{(N-1)} + O(h^4) \quad (40)$$

式中: $T_{\omega_{(N)}}$ 为辅助角速度的局部截断误差, $T_{\Lambda_{(N)}}$ 为姿态四元数的局部截断误差

式(39)、(40)表明,1) 预紧式并联六维加速度传感器的解耦误差由采样步长的三次方、辅助角速度的三阶导数以及姿态四元数的三阶导数共同决定;2) 在不限制载体运动规律的前提下,可以采用减小采样步长的方法降低解耦误差,但这样会引入过多的舍入误差且增大了计算量。关于解耦精度、解耦效率之间的优化问题,将另文研究。

5 可解耦的构型条件

可解耦的六维加速度传感器的拓扑构型不唯一,且不同构型所对应的系统性能是有差异的^[19]。因此,有必

要将解耦算法推广至更一般化的情形,为未来提出其它的构型提供理论参考。假设支链条数为 γ ,第 i 条支链的方向矢量为 e_i ,连接质量块质心与第 i 条支链轴力作用点的矢量为 t_i ,重力加速度矢量为 g 。这样,式(4)、(5)的推广表达式可以写成:

$$mR^T \begin{pmatrix} a - g \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & \cdots & e_\gamma \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_\gamma \end{pmatrix} \quad (41)$$

$$\frac{2mn^2}{3}R^T \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 \times e_1 & t_2 \times e_2 & \cdots & t_\gamma \times e_\gamma \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_\gamma \end{pmatrix} \quad (42)$$

合并式(41)和(42),并移除矩阵中元素全部为0的行,整理后:

$$J(f_1, f_2, \dots, f_\gamma)^T = U \quad (43)$$

$$U = m \begin{pmatrix} \langle R \rangle^T & \theta_3 \\ \theta_3 & \frac{2n^2}{3} \langle R \rangle^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a - g \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$J = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & \cdots & e_\gamma \\ t_1 \times e_1 & t_2 \times e_2 & \cdots & t_\gamma \times e_\gamma \end{pmatrix} \quad (45)$$

式中: $\langle R \rangle$ 为移除姿态矩阵 R 最后一行和最后一列之后的三阶正交阵, θ_3 为三阶零矩阵。

考虑到 γ 个轴向力之间可能满足类似于式(7)所示的若干个协调方程,不妨假设其中仅有 η 个轴向力是独立的,显然 $\eta \leq \gamma$ 。

这样,其他 $\gamma - \eta$ 个轴向力可以用 η 个独立的轴向力线性表示。因此,式(43)可以改写成:

$$\hat{J}_{6 \times \eta}(f_1, f_2, \dots, f_\eta)^T = U_{6 \times 1} \quad (46)$$

式中: \hat{J} 表示用独立轴向力表示六维加速度时对应的新系数矩阵,其维数为 $6 \times \eta$ 。

引入并证明以下两个定理。

定理 1 若 p 维向量 β 中各元素相互独立, p 阶方阵 A 非奇异,那么,新的 p 维向量 β' 中各元素也相互独立。其中:

$$\beta'_{p \times 1} = A_{p \times p} \beta_{p \times 1} \quad (47)$$

证明:将式(47)展开:

$$\begin{pmatrix} \beta'_1 \\ \beta'_2 \\ \vdots \\ \beta'_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}\beta_1 + A_{12}\beta_2 + \cdots + A_{1p}\beta_p \\ A_{21}\beta_1 + A_{22}\beta_2 + \cdots + A_{2p}\beta_p \\ \vdots \\ A_{p1}\beta_1 + A_{p2}\beta_2 + \cdots + A_{pp}\beta_p \end{pmatrix} \quad (48)$$

假设存在 p 个实数 b_1, b_2, \dots, b_p , 满足:

$$0 = b_1\beta'_1 + b_2\beta'_2 + \dots + b_p\beta'_p = (b_1A_{11} + b_2A_{21} + \dots + b_pA_{p1})\beta_1 + (b_1A_{12} + b_2A_{22} + \dots + b_pA_{p2})\beta_2 + \dots + (b_1A_{1p} + b_2A_{2p} + \dots + b_pA_{pp})\beta_p \quad (49)$$

\therefore 向量 β 中各元素相互独立。

$$\therefore \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{p1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{p2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1p} & A_{2p} & \dots & A_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (50)$$

$\therefore \mathbf{A}$ 为非奇异方阵。

\therefore 齐次线性方程组(50)仅存在唯一的零解。

再由式(49)的第一个等号可知, 向量 β' 中各元素相互独立。得证。

定理2 若 p 维向量 β 中各元素相互独立, q 维向量 φ 中各元素也相互独立, 那么, 矩阵 \mathbf{A} 的秩(rank)等于 q 。其中:

$$\mathbf{A}_{q \times p} \beta_{p \times 1} = \varphi_{q \times 1} \quad (51)$$

证明: 将式(51)展开:

$$\begin{pmatrix} A_{11}\beta_1 + A_{12}\beta_2 + \dots + A_{1p}\beta_p \\ A_{21}\beta_1 + A_{22}\beta_2 + \dots + A_{2p}\beta_p \\ \vdots \\ A_{q1}\beta_1 + A_{q2}\beta_2 + \dots + A_{qp}\beta_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_q \end{pmatrix} \quad (52)$$

\therefore 向量 φ 中各元素相互独立。

\therefore 当且仅当 $b_1 = b_2 = \dots = b_q = 0$ 时, 才有:

$$b_1\varphi_1 + b_2\varphi_2 + \dots + b_q\varphi_q = 0 \quad (53)$$

将式(51)代入式(52), 整理后:

$$(b_1A_{11} + b_2A_{21} + \dots + b_qA_{q1})\beta_1 + (b_1A_{12} + b_2A_{22} + \dots + b_qA_{q2})\beta_2 + \dots + (b_1A_{1p} + b_2A_{2p} + \dots + b_qA_{qp})\beta_p = 0 \quad (54)$$

\therefore 向量 β 中各元素相互独立。

$$\therefore \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{q1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{q2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1p} & A_{2p} & \dots & A_{qp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (55)$$

\therefore 齐次线性方程组(55)仅存在唯一的零解。

$\therefore \text{rank}(\mathbf{A}) = \text{rank}(\mathbf{A}^T) = q$, 得证。

待测六维加速度的6个分量之间不存在任何线性关系, 它们是完全独立的, 因此, 式(44)等号右边第二项的6维向量中各元素相互独立。计算该6维向量的系数矩阵行列式:

$$\left| m \begin{pmatrix} \langle \mathbf{R} \rangle^T & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \frac{2n^2}{3} \langle \mathbf{R} \rangle^T \end{pmatrix} \right| = \frac{8}{27} m^6 n^6 > 0 \quad (56)$$

由式(44)以及定理1可知, 向量 \mathbf{U} 中各元素相互独立; 再由式(46)以及定理2可知, 新系数矩阵 $\hat{\mathbf{J}}$ 的秩等于6。又因为 $\hat{\mathbf{J}}$ 的维数为 $6 \times \eta$, 故 $\eta \geq 6$ 。

$\eta \geq 6$ 表明, 欲实现并联式六维加速度传感器输入量的完全解耦, 系统内独立轴向力的最少个数为6, 也即独立支链的最少条数为6; 再由并联机构的自由度理论可知, 六维加速度传感器弹性体拓扑构型的自由度数不能够小于6。

特别地, 假设支链的条数为6。由 $\eta \geq 6$ 可知, 这6条支链所对应的轴向力一定是相互独立的; 再由式(43)及定理2可知, 系数矩阵 \mathbf{J} 是可逆的, 因此:

$$(f_1, f_2, \dots, f_6)^T = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{U} \quad (57)$$

式(57)显示, 输出轴向力与预紧力无关, 即对六维加速度传感器施加的预紧力是无效的。因此 $\gamma \neq 6$ 。

综合 $\eta \leq \gamma, \eta \geq 6, \gamma \neq 6$ 可得 $\gamma \geq 7$ 。

6 样机的仿真及试验验证

ADAMS 是美国 MDI 公司开发的机械系统动力学仿真分析软件, 求解算法的通用性强、计算精度高。鉴于此, 将 ADAMS 的计算结果视为标准值, 以验证解耦算法的正确性。建立预紧式并联六维加速度传感器的虚拟样机, 如图3所示。12条支链上的预紧力分别设置为3.5、2.5、5.4、3、1、3.5、4.5、5、6、1、3 N; 质量块的质量和边长分别设置为0.577 96 kg、42 mm。

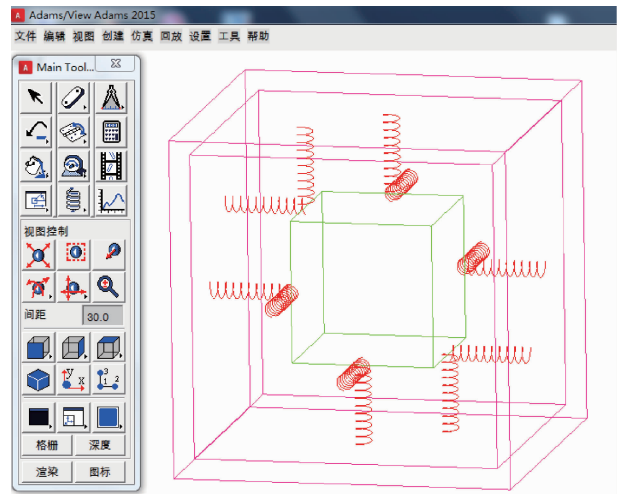


图3 预紧式并联六维加速度传感器的虚拟样机
Fig.3 Virtual prototype of pre-stressed parallel six-axis accelerometer

驱动外壳沿(0.758 1, -0.379 0, -0.530 7)方向平移,同时绕(0.655 4, 0.491 5, -0.573 5)方向旋转。线运动、角运动函数分别为 $20 \times \cos(10\pi \times TIME) - 20$ (mm)、 $0.5236 \times \cos(10\pi \times TIME) - 0.5236$ (rad),其中, $TIME$ 表示时间。采样步长设定为 0.001 s,仿真结束后,测量并导出 12 条支链的轴向力。结果显示,所有轴向力均保持为正压力,表明通过施加预紧力以改善输出信号失真现象的方案是有效的。进而,将解耦加速度与仿真加速度进行对比,如图 4 所示。结果显示,两者吻合得较好,相对误差为 0.62%。

引入定量指标“解算-采样时间比” τ :

$$\tau = \frac{t_{\text{解算}}}{t_{\text{采样}}} \quad (58)$$

式中: $t_{\text{解算}}$ 为解耦算法的总时间, $t_{\text{采样}}$ 为采样数据对应的实际时间跨度。

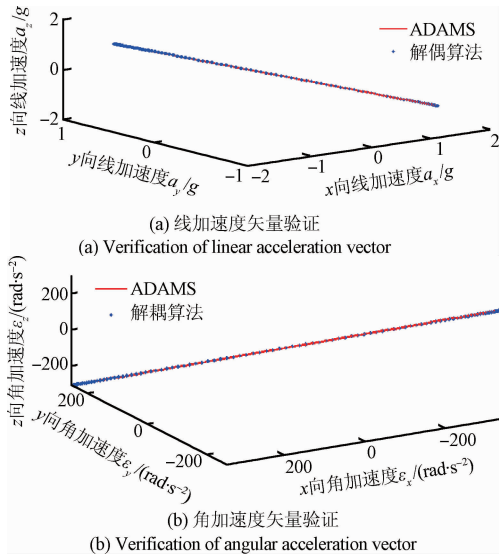


图4 理论计算与 ADAMS 仿真对比

Fig. 4 Comparison between theoretical calculation and simulation with ADAMS

显然,当 $\tau < 1$ 时,解耦算法满足实时性要求; τ 值越小,表明计算效率越高。表 1 所示为本文解耦算法、文献[16]解耦算法,以及 ADAMS 内核算法的“解算-采样时间比”。结果显示,当信号采样频率达到 1 000 Hz 时,只有本文的算法才满足实时性要求。

表 1 三类算法的计算效率对比

Table 1 Calculation efficiency comparison of these algorithms

	本文解耦算法	文献[16]解耦算法	ADAMS 内核算法
τ	0.23	1.99	10.53

加工制作了预紧式并联六维加速度传感器的实物样机,并将其安装在课题组自行研制的试验平台^[17]上进行测试,如图 5 所示。其中,惯性测量单元的型号为 GINS100,用于提供标准测量值;虚拟仪器是在 LabVIEW 平台上开发的,包括信号采集、数字滤波、去趋势项、剔除野值等模块;电荷放大器的型号为 SD1432,用于放大压电陶瓷(YT-5L)的输出信号,并实现阻抗变换;数据采集卡的型号为 USB-4716,用于采集模拟信号并转换为数字信号。

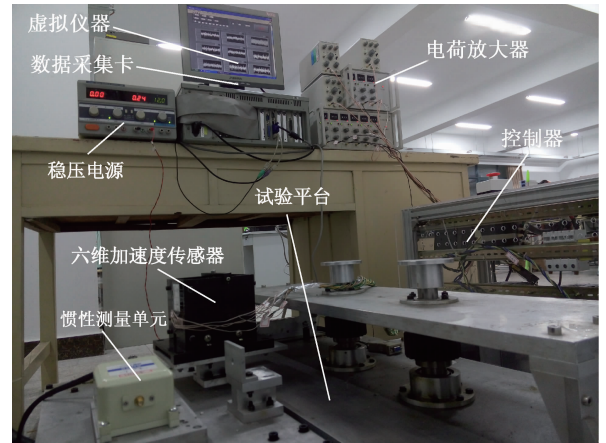


图5 预紧式并联六维加速度传感器的实物样机试验
Fig. 5 Real physical prototype experiment of pre-stressed parallel six-axis accelerometer

将惯性测量单元的输出值作为参考标准,统计实物样机在 1 min 内的试验误差,并将其与文献[16-17]中的误差进行对比,如表 2 所示。结果表明,本文的测量效果更优。

表 2 并联式六维加速度传感器的样机试验误差
Table 2 Test errors of the parallel type six-axis accelerometer

时间/s	9 支链未预紧构型 (文献[16-17])/%	12 支链预紧构型 (本文)/%
10	3.02	3.01
20	4.32	3.92
30	7.98	5.01
40	12.06	6.78
50	19.98	7.74
60	28.43	8.42

7 结 论

通过在外壳上增设副板,并利用预紧柱、锁紧板调整

其位置,可以实现六维加速度传感器内所有支链的预紧。支链的轴向力由两个独立部分构成:一部分为定常量,用于平衡支链的预紧力;另一部分为时变量,用于平衡质量块的惯性力。

通过引入前置、后置矩阵以及辅助角速度,六维加速度传感器的动力学可以表达成两组形式简单的一阶常微分方程。所构建解耦算法的计算效率是文献[16]的9倍,理论误差为0.62%,试验误差为8.42%,基本满足测量要求。另外,解耦误差主要由采样步长的三次方、辅助角速度和姿态四元数的三阶导数共同决定。

通过引入两个关于向量独立元素的定理,证明出六维加速度传感器拓扑构型的自由度最少为6;若还需对支链实施有效预紧,则支链的最少条数为7。在满足构型方案可行的前提下,设计配置方式更简单、综合性能更优的弹性体是下一阶段重点研究的内容。

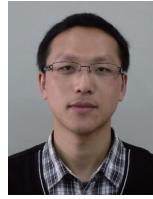
参考文献

- [1] ABDUL-WAHED A M, MAHMOUD M A E. Vibratory ring six-axis motion sensor [J]. *Microsystem Technologies-Micro-and Nanosystems-Information Storage and Processing Systems*, 2015, 21(10): 2133-2144.
- [2] BLAKE A P, OLOUGHLIN C D, MORTON J P, et al. In situ measurement of the dynamic penetration of free-fall projectiles in soft soils using a low-cost inertial measurement unit [J]. *Geotechnical Testing Journal*, 2016, 39(2): 235-251.
- [3] IBARRA M N, ESCAMILLA P J, RAMIREZ J M. Attitude estimation using a Neuro-Fuzzy tuning based adaptive Kalman filter[J]. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2015, 29(2): 479-488.
- [4] FU J, JIANG S, QIN F J, et al. Novel piecewise compensation method for FOG temperature error [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2016, 24(2): 242-244.
- [5] SHEN X R, ZHANG H, XU Y, et al. Observation of alpha-stable noise in the laser gyroscope data[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(7): 1998-2003.
- [6] SCHULER A R. Measuring rotational motion with linear accelerometers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1967, 3(3): 465-472.
- [7] 王劲松, 王祁, 孙圣和. 无陀螺微惯性测量装置[J]. *传感器技术*, 2003, 22(4): 43-45.
WANG J S, WANG Q, SUN SH H. Gyros-free inertial measurement unit[J]. *Journal of Transducer Technology*, 2003, 22(4): 43-45.
- [8] QIN F J, LI A, XU J N. Design of attitude algorithm for 13-accelerometer based inertial navigation system [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2011, 19(6): 637-641.
- [9] 任磊, 杜建邦, 王美娥. 旋转惯导中加速度计尺寸效应误差分析及补偿[J]. *航空学报*, 2013, 34(6): 1424-1435.
REN L, DU J B, WANG M E. Error analysis and compensation of size effect in INS with IMU rotation[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(6): 1424-1435.
- [10] 游金川, 秦永元, 杨鹏翔, 等. 捷联惯导加速度计尺寸效应误差建模及其标定[J]. *宇航学报*, 2012, 33(3): 311-317.
YOU J CH, QIN Y Y, YANG P X, et al. Modeling and calibration of the accelerometer size effect error of the SINS [J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(3): 311-317.
- [11] SONG J W, PARK C G. Optimal configuration of redundant inertial sensors considering lever arm effect[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(9): 3171-3180.
- [12] LV H Y, QIN L, LIU J. Principle research on a single mass six-degree-of-freedom accelerometer with six groups of piezoelectric sensing elements [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, 15(6): 3301-3310.
- [13] 李敏, 林志明, 刘俊, 等. 一种新型六维加速度传感器原理研究 [J]. *传感技术学报*, 2013, 26(9): 1213-1218.
LI M, LIN ZH M, LIU J, et al. Principle study of a six-axis acceleration sensor[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2013, 26(9): 1213-1218.
- [14] 孙治博, 刘晋浩, 于春战. 一种六维加速度传感器的测量属性分析 [J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(2): 467-473.
SUN ZH B, LIU J H, YU CH ZH. Research on measuring characteristic for a six-axis accelerometer [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(2): 467-473.
- [15] WEI F, WEI S M, ZHANG Y, et al. Algebraic solution for the forward displacement analysis of the general 6-6 Stewart mechanism [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 29(1): 56-62.
- [16] 尤晶晶, 李成刚, 吴洪涛. 并联式六维加速度传感器的哈密顿动力学研究 [J]. *机械工程学报*, 2012, 48(15): 9-17.
YOU J J, LI CH G, WU H T. Research on Hamiltonian

dynamics of parallel type six-axis accelerometer [J].
Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(15):9-17.

- [17] 尤晶晶,李成刚,吴洪涛,等. 并联式六维加速度传感器的混合解耦及误差自补偿算法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10):2249-2257.
YOU J J, LI CH G, WU H T, et al. Hybrid decoupling algorithm and error auto-compensation algorithm of the parallel type six-axis accelerometer[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(10):2249-2257.
- [18] 姚建涛,崔朋肖,朱佳龙,等. 预紧式并联六维力传感器容错测量机理与标定测试研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(8):58-66.
YAO J T, CUI P X, ZHU J L, et al. Fault-tolerant measurement mechanism and calibration experimental study of pre-stressed parallel six-axis force sensor[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(8):58-66.
- [19] XIA Y H, LI C G, YOU J J, et al. Influences analysis of configurations on the performance of parallel type six-axis accelerometers [J]. Transactions of FAMENA, 2013, 37(2):67-86.
- [20] 尤晶晶,严飞,王进,等. 压电式传感器的预紧及防松机构:中国,201610166378.8[P]. 2016-06-15.
YOU J J, YAN F, WANG J, et al. Pre-tightening and looseness-proof mechanism of piezoelectric sensors: China, 201610166378.8[P]. 2016-06-15.

作者简介



E-mail: youjingjing251010@126.com

You Jingjing (Corresponding author) received his M. Sc. and Ph. D. degrees both from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2010 and 2013, respectively. Now, he is a lecturer and supervisor for M. Sc student in Nanjing Forestry University. His main research interest includes six-axis accelerometer, parallel robot.



李成刚, 2001年于吉林大学获得硕士学位, 2004年于北京理工大学获得博士学位, 现为南京航空航天大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为机电控制与自动化、传感器技术。

E-mail: lichenggang@nuaa.edu.cn

Li Chenggang received his M. Sc. degree from Jilin University in 2001 and Ph. D. degree from Beijing Institute of Technology in 2004. Now, he is an associate professor and supervisor for M. Sc. student in Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His main research interest includes mechatronics control and automation, sensor technology.