

# 特征弦约束随机 Hough 变换在椭圆检测中的应用\*

李艳荻, 徐熙平, 钟 岩

(长春理工大学光电工程学院 长春 130022)

**摘要:**为了提高复杂图像中椭圆/类椭圆的检测效率及精度,提出了一种基于特征弦约束的随机 Hough 变换(RHT)思想的椭圆检测改进方法,借助特征弦的几何约束及特征弦端点的法向约束,大幅度降低 RHT 的无效采样和累积次数。通过对边缘图像中像素点的有效分布进行分析,建立用于存储特征弦的端点信息的二维数组累加器,在边界点提取之前利用椭圆幂剔除虚假椭圆中心的干扰,不仅能够提高空间采样点的可靠性,同时降低无效采样点的累积概率。实验表明,该算法具有更高的运行速度和检测精度,同时对于形变较大,轮廓缺失严重及噪声具有较强的抵抗能力。

**关键词:**椭圆检测;随机 Hough 变换;椭圆幂

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 520.60

## Application of RHT based on character string constraint in ellipse detection

Li Yandi, Xu Xiping, Zhong Yan

(School of Photoelectric Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** In order to improve the detection efficiency and accuracy of ellipse/similar ellipse in complex image, an improved ellipse detection method is proposed based on the randomized Hough transform (RHT) with character string constraint. The non-effective samplings and number of accumulations of RHT are greatly reduced with the help of the character string geometric constraint and the normal constraint at the endpoints of the character string. Through analyzing the effective distribution of the pixels in edge image, the two-dimensional array accumulator for storing the character string endpoint information is established, then the ellipse power is used to eliminate the interference of the false ellipse centers before extracting the boundary points, which not only improves the reliability of space sampling points, but also decreases the accumulation probability of non-effective sampling points. Experiments indicate that the proposed algorithm possesses high operation speed and detection accuracy in ellipse detection, as well as has strong resistance to large deformation, severely contour missing and noise.

**Keywords:** ellipse detection; randomized Hough transform (RHT); elliptic power

## 1 引言

在图像识别领域,椭圆作为一种经典的特征图形已被广泛使用。由于圆形轮廓倾斜地投影在二维平面时,也会变成椭圆的形状,因此在天文观测、工业设计自动化、计算机辅助制造、自动化检测、流水线装配、机器视觉及生物医学等多领域均具有重要的研究价值和广泛的应用前景。

在过去几十年的时间里,不少学者针对椭圆检测精

度及效率方面的改进进行了大量的研究。然而现有方法大多应用于背景简单的椭圆检测,在室外环境中,由于复杂背景因素的干扰,这些检测方法的可靠性明显下降,检测效率也很难达到要求,因此提出一种在复杂背景下鲁棒性依然很好的检测算法显得尤为重要。一直以来,针对椭圆拟合过程 Hough 变换较最小二乘法<sup>[1-2]</sup>具有更高的检测精度、灵活性及鲁棒性,因此备受青睐。但由于椭圆方程含有 5 个待定参数,文献[3]利用传统的 Hough 变换在 5 维参数空间中进行累积,使空间复杂度明显增加,严重影响算法效率。为降低边缘点的无效采样与累

积概率,目前通常采用两类改进方法:一类是利用椭圆的几何性质或边缘曲率信息<sup>[4,6]</sup>作为约束来降低参数空间的累加器维度,其中包括利用椭圆的极点与极弦中点连线必经过椭圆中心的性质,并结合边缘点的梯度方向将 5 点随机 Hough 变换(random Hough transform, RHT)转变为 3 点 RHT<sup>[7-9]</sup>(下文记作 RHT-3),此类方法虽然减小了算法的运算量及内存需求,但法对边缘梯度的精度要求较高,同时对椭圆的形变量也较为敏感;随后的一些改进研究直接采用 2 点 RHT 来确定椭圆特征点,例如长轴端点法<sup>[10]</sup>、长轴对偶性法<sup>[11][12]</sup>可以有效减少椭圆不确定参数的个数,降低了对边缘梯度精度的要求,但算法对椭圆完整度的要求较传统 Hough 变换高很多,在特征点信息缺失的情况下,算法鲁棒性较差;为克服算法对椭圆完整性的依赖,于海滨等人<sup>[13]</sup>利用椭圆的中心对称性搜索长/短轴对称点并确定对称中心,有效地实现了参数空间累加阵列的降维,但对称轴的检测增加了算法的运算量;另一类改进方法是根据采样点的特征信息来判断其可靠性,减少无效累积。王波涛等人<sup>[14]</sup>进一步运用了椭圆的极和极弦的性质首先判断随机采样点所在的曲线是否为椭圆,再利用参数匹配方法获取其他参数,虽然精度得到提高,但是检测效率随之下降。

针对复杂背景下椭圆个数未知且内部结构简单的情况,提出一种基于特征弦约束的 RHT 椭圆检测算法。首先定义椭圆中过任一边界点的最长弦为特征弦,充分利用特征弦的几何性质及端点法向约束确定椭圆的候选圆心位置,结合椭圆幂定理对椭圆边界进行有效性分析,检测出真实椭圆中心,通过坐标转换对椭圆参数空间实现降维处理,利用映射到同一有效圆心的边界点信息进行参数的计算和累积,拟合椭圆边界,最后作为最终检测结果。

## 2 算法原理

### 2.1 特征弦约束及端点法向约束

如图 1 所示,建立二维直角坐标系,使椭圆中心  $O_r$  与坐标原点重合,长轴对应于  $x$  轴,短轴对应于  $y$  轴。设椭圆方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$ ,连接椭圆边界任意两点

$P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  做直线  $l_{P_1P_2}$ , 其参数方程记为  $y_{l_{P_1P_2}} = k_{P_1O_r}x + m$ 。则弦长  $|P_1P_2|$  表示为:

$$|P_1P_2| = |x_1 - x_2| \sqrt{1 + k^2} = \frac{4a^2b^2(b^2 + a^2k^2 - m^2) \sqrt{1 + k^2}}{b^2 + a^2k^2} \quad (1)$$

根据式(1)可得,当  $|P_1P_2|$  取最大值时,直线  $l_{P_1P_2}$  必过原点,即椭圆中心  $O_r$ 。为此将过椭圆边界任一点的

最长弦定义为特征弦,首先根据特征弦必经过椭圆中心这一性质提出特征弦约束。

另外根据圆的垂径定理在椭圆上的推广,如图 1 所示,若以  $P_2(x_2, y_2)$  为切点做椭圆的切线  $MP_2$ ,则满足条件:  $k_{MP_2} \times k_{P_2O_r} = e^2 - 1 \in (-1, 0)$ ,其中  $e$  表示椭圆的离心率。因此再利用在最长弦斜率与其中一端点的切线斜率乘积在  $(-1, 0)$  范围内这一几何性质提出特征弦端点法向约束。

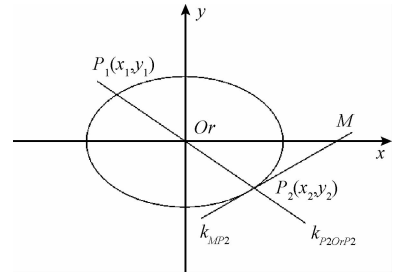


图 1 椭圆特征弦端点法向约束示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the normal constraint at the endpoints of the ellipse character string

将特征弦约束及特征弦端点法向约束作为椭圆中心检测的基础,能够有效地剔除大量的无效采样和累积,进而使椭圆中心检测的效率得到较大幅度的提升。

### 2.2 椭圆幂约束

如图 2 所示,从椭圆外一点  $M(x_0, y_0)$  引椭圆的两条切线  $MA, MB$ ,  $r_1$  和  $r_2$  分别为平行于切线  $MA$  和  $MB$  的两条半径。

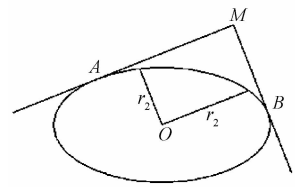


图 2 椭圆幂定理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of elliptical power theorem

根据圆幂定理<sup>[15]</sup>在椭圆上的推广,可得:

$$\begin{cases} \frac{MA^2}{r_1^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} - 1 \\ \frac{MB^2}{r_2^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} - 1 \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可以看出,若满足条件  $\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ ,则  $A, B$  属于同一椭圆,且  $O$  为真实的椭圆中心。

### 2.3 椭圆参数空间的降维

如图3所示,椭圆可由5个参数描述:中心点 $(x_c, y_c)$ ,长轴 $a$ 、短轴 $b$ ,姿态角 $-\alpha \in (-\pi/2, \pi/2)$ 。

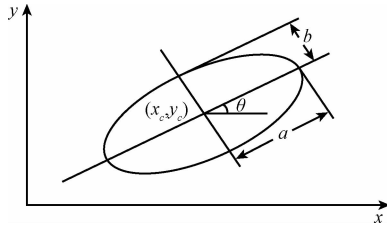


图3 椭圆主要参数

Fig. 3 Main ellipse parameters

为降低 Hough 变换参数空间的维度,进行坐标平移及旋转变换,使椭圆圆心与变换后的新坐标系下坐标原点重合。变换公式为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

得到坐标变换后的椭圆方程如式(4)所示:

$$\frac{(x'\cos\alpha - y'\sin\alpha)^2}{a^2} + \frac{(x'\sin\alpha + y'\cos\alpha)^2}{b^2} = 1 \quad (4)$$

化简得:

$$Ux'^2 + Vy'^2 + Wx'y' - 1 = 0 \quad (5)$$

式中:  $U = -\frac{a^2\sin^2\alpha + b^2\cos^2\alpha}{a^2b^2}$ ,  $V = -\frac{(a^2 - b^2)\sin 2\alpha}{a^2b^2}$ ,

$$W = -\frac{a^2\cos^2\alpha + b^2\sin^2\alpha}{a^2b^2}。$$

此时椭圆方程只有  $U$ 、 $V$ 、 $W$  3 个待定系数,随机选取 3 个椭圆边界点构成三元一次方程组,解出  $U$ 、 $V$ 、 $W$ ,带入式(5),即可得到椭圆方程。

## 3 基于特征弦约束的随机 Hough 变换的椭圆检测算法

基于特征弦约束的随机 Hough 变换的椭圆检测分为椭圆中心提取、有效椭圆中心检测以及椭圆边界拟合 3 个步骤。首先对边缘图像进行预处理,滤除图像中的噪声、角点以及直线的干扰,可以有效地排除大量的无效累积,提高检测效率。

### 3.1 椭圆中心提取

由于过椭圆边界任一点的特征弦必经过椭圆中心,因此椭圆中心在二维特征弦累加器中必然以极值的形态出现,特征弦累加过程如图4所示。

$P$  为预处理后图像空间的边缘轮廓点集,  $C$  为图像空间的待检中心点集,为动态链表结构,  $T_n$  为最大允许候选中心点数,算法实现步骤如下。

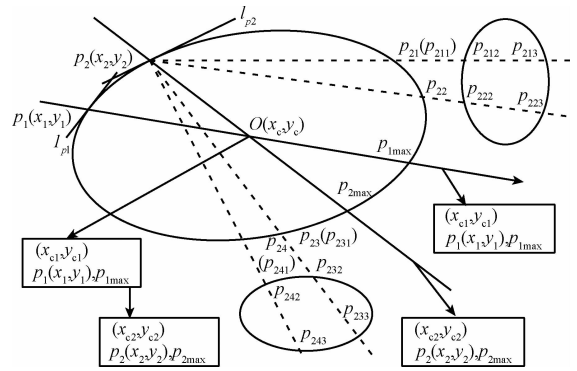


图4 特征弦累加过程

Fig. 4 Schematic diagram of accumulation process of the character string

1) 搜索可能边界点。在点集  $P$  中随机采样一点  $p_i(x_i, y_i)$ ,作边缘曲线在该点处的切线  $l_{pi}$  (切线由在其小邻域内进行直线拟合得到),以点  $p_i(x_i, y_i)$  为中心,将切线  $l_{pi}$  以  $10^\circ$  为分度进行顺时针旋转,并在切线  $l_{pi}$  上依次沿第  $j$  个方向 ( $j=1, 2, 3, \dots, 18$ ) 搜索可能边界点  $p_{ij}(x_{ij}, y_{ij})$ ,如图4所示。若点  $p_{ij}$  满足:  $\|p_i - p_{ij}\| = \min(\|p_i - p_{ij1}\|, \|p_i - p_{ij2}\|, \dots, \|p_i - p_{ijn}\|)$  则将  $p_{ij}$  记做可能边界点。其中点  $p_{ijn}(n=1, 2, 3, \dots)$  表示边缘点集  $P$  中位于切线  $l_{pi}$  上的点。另外为提高运行效率,该过程可以通过搜索窗口处理,窗口初始化由椭圆大小决定。

2) 搜索特征弦端点。在步骤1)中所得的可能边界点  $p_{ij}(x_{ij}, y_{ij})$  中搜索特征弦端点  $p_{imax}$ ,满足  $\|p_i - p_{imax}\| = \max(\|p_i - p_{i1}\|, \|p_i - p_{i2}\|, \dots, \|p_i - p_{i18}\|)$ 。

3) 特征弦端点法向约束。判断  $k_{l_p} \times k_{l_{p_{imax}}}$  的值是否在  $(-1, 0)$  范围内,若是,则采样成功,计数值  $success$  值加1,并且将  $p_i$  和  $p_{imax}$  从点集  $P$  中剔除,减少运算冗余。然后确定  $l_{p_{p_{imax}}}$  的方程,否则重复步骤1)。

4) 求解候选椭圆中心坐标。若步骤3)中  $success \geq 2$ ,将得到的直线方程与前一次采样成功所得方程联立。若有解,将所得解  $p_{ci}$  放入待检中心点集  $C$  中,计数值  $count$  值加1。若  $success < 2$ ,重复步骤1)~3),直至采样成功。

5) 当  $count$  达到阈值  $T_n$ ,停止采样。

由于图像中椭圆数量及大小未知,故搜索待检点集  $C$  中点数累积概率高于阈值  $T_p$  (本文  $T_p$  取5)的局部极值的待检单元坐标,均记为候选椭圆中心位置,并存储在二维累加器  $Q_c$  中。

### 3.2 有效椭圆中心检测

在椭圆中心提取过程中,根据局部极值,将映射在累加器  $Q_c$  中同一个候选中心的所有特征弦端点信息分别存储在同一动态链表结构中,该动态链表以候选中心在二维累加器中的映射位置作为索引,方便查找。

在提取椭圆中心过程中通常存在以下两点不足:

- 1) 为提高检测效率,椭圆中心检测过程中通常会设置一个较低的点数累积频率阈值  $T_p$ ,这样会造成误检测现象;
- 2) 由于图像边缘轮廓的不完整性以及含有粗大误差的边缘轮廓点的干扰,导致特征弦检测无效。

这些严重降低椭圆边界点提取的可靠性。因此需要对候选椭圆中心及其可能边界点进行有效性分析,在椭圆边界拟合之前利用椭圆幂约束来检测有效椭圆中心,能够减少大量虚假中心的无效累积,提高算法的检测精度,具体步骤如下。

1) 从二维累加器  $Q_c$  中随机采样一点  $O_{ri}$ ,从  $O_{ri}$  对应的链表中随机采样两点(不同为特征弦的两端点),分别记为  $A$ 、 $B$ ,如图 3 所示。若边缘轮廓曲线在这两点处的切线不平行,可求得交点  $M$ 。

2) 在用于存储候选中心  $O_{ri}$  的所有特征弦端点信息的动态链表中搜索  $A'$ 、 $B'$ ,待  $\left| \frac{MA^2}{MB^2} - \frac{O_{ri}A'^2}{O_{ri}B'^2} \right| \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon$  为容许误差),停止搜索。

3) 根据椭圆幂定理的可逆性,若满足约束  $|k_{MA} - k_{O_{ri}A'}| \leq \varepsilon_1$  且  $|k_{MB} - k_{O_{ri}B'}| \leq \varepsilon_2$ , 则表明  $A'$ 、 $B'$  为同一椭圆上两点,并将这两点信息存储在有效椭圆边界点集  $D$  中;否则,将  $O_{ri}$  从累加器  $Q_c$  中剔除。其中  $D$  为动态链表结构,并将有效中心在二维累加器中的映射位置作为索引。

### 3.3 椭圆边界拟合

检测到椭圆的有效中心后,在有效椭圆边界点集  $D$  中随机选取映射在同一有效中心的 3 个边界点,这样就构成了同一椭圆上的 3 点组合。利用式(4)对这 3 点进行椭圆参数的累积和计算,基于 Hough 变换求解方程组。考虑到边缘的梯度精度和椭圆的完整性影响,对所有的解进行投票累积,将累积极值作为最终结果<sup>[16]</sup>。

## 4 实验及结果分析

选取两组图像作为测试对象,第 1 组为人工合成图像,第 2 组为用于复杂背景中检测类椭圆轮廓的真实图像。在 VS2013 编译环境下配置 OpenCV2.4.9 开源视觉函数库实现编程,在仿真试验中,为了检验本文算法的鲁棒性及运行效率,将其与基于 RHT 的 3 点椭圆检测法(传统 RHT-3)和基于长轴估计和对偶性的方法进行比较,比较内容包括运行时间,Hough 变换的累积次数及椭圆各个参数的检测误差。

第 1 组实验对 15 幅大小为  $640 \times 480$  的合成图像进行测试,如图 5 所示。图 5 中含有 3 个已知椭圆,其中一个椭圆的长轴信息部分缺失,还包括重叠轮廓、相交直线、角点、噪声等干扰因素。首先利用  $3 \times 3$  中值滤波滤

除噪声干扰;为保证边缘检测结果中边缘梯度方向误差一致,用于仿真实验的 3 种算法均采用参数相同的 sobel 边缘检测算子<sup>[17]</sup>,图 6 为边缘检测结果,其中边缘点个数为 2 517。

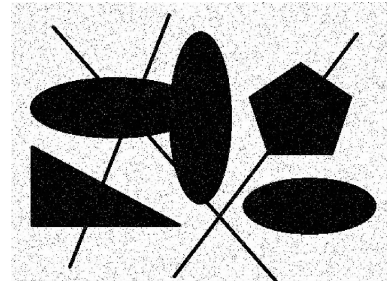


图 5 原始图像

Fig. 5 Original image

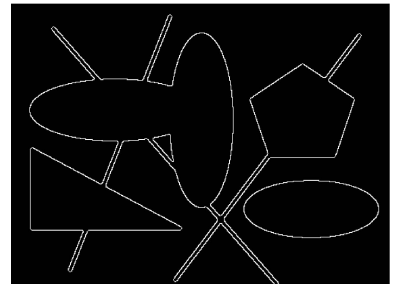
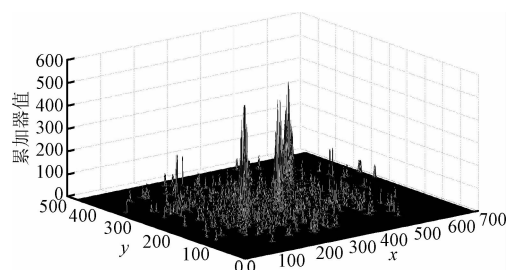


图 6 边缘检测结果

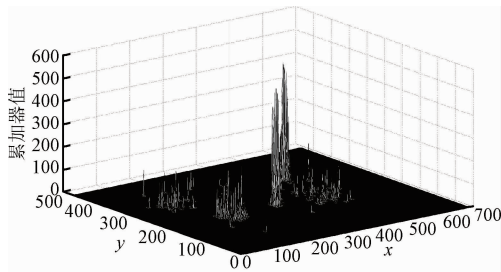
Fig. 6 Edge detection result

图 7 分别为传统 RHT-3 法、长轴估计和对偶性法及基于特征弦约束的 RHT 检测算法的参数映射空间投票结果的三维立体图。图 7 中峰值点对应图像域中候选椭圆的中心位置。比较 3 幅图像可清晰看到,基于特征弦约束的 RHT-3 算法得到的立体图中的峰值更为突出、易于分辨,而由传统 RHT-3 算法得到的立体图峰值点则不明显,且被次级峰值点包围。因此,一旦累加器的阈值设置较小,很容易造成误检测。而长轴对偶法虽然峰值点突出,但是由于对长轴特征较敏感,所以易造成漏检现象。

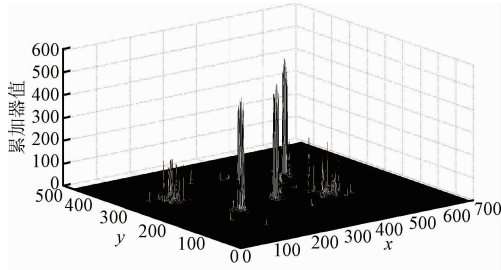


(a) 传统RHT-3算法累加结果

(a) The accumulated result of traditional RHT-3 algorithm



(b) 长轴估计和对偶性法累加结果  
(b) The accumulated result of long axis and duality method



(c) 本文算法累加结果  
(c) The accumulated result of the proposed method

图7 三种不同方法的二维累加结果

Fig. 7 The 2D accumulated results for three different methods

关于椭圆参数误差,本文采用文献[12]提出的检测精度评价方法。误差公式如式(6)所示。

$$\overline{\Delta x_c} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{|\hat{x}_c(i) - x_c(i)|}{x_c(i)} \quad (6)$$

式中:  $\hat{x}_c(i)$  为图中第  $i$  个椭圆中心横坐标的检测值,  $x_c(i)$  为真实值。表1中其他椭圆参数误差的定义均与  $\overline{\Delta x_c}$  相仿。3种算法的性能评价参数如表1所示,其中参数  $U$ 、 $V$ 、 $W$ 、 $x_c$ 、 $y_c$  为实际检测的参数。

基于特征弦约束的 RHT 检测方法在边界点提取之前去除虚假中心的干扰,极大地降低了 Hough 变换的累计次数,因此该方法的检测速度相对于传统 RHT-3 有明显提高。虽然在检测时间上次次于长轴端点法,但由图7的检测结果可以看出,对于图7(b)中轮廓信息不完整的椭圆,长轴对偶性方法失效,而另外两种算法,如图7(b)、(c)均能有效地获得检测结果。

由于人体头部的俯视投影轮廓近似椭圆,且内部纹理单一,因此第2组实验采用分辨率为  $640 \times 480$  的真实图像,利用本文算法对人体头部进行定位,进而验证该算法对具有明显形变的椭圆形状检测的鲁棒性。灰度图像如图8所示,首先利用 sobel 算子进行边缘检测<sup>[18]</sup>,并细

表1 人工合成图像检测参数比较

Table 1 Detection parameter comparison for artificially synthesized images

方法	$\overline{\Delta U}$	$\overline{\Delta V}$	$\overline{\Delta W}$	$\overline{\Delta x_c}$	$\overline{\Delta y_c}$	运行时间/s	累计次数
传统 RHT-3 检测方法	0.002 6	0.005 8	0.004 8	0.002 3	0.003 3	8.47	220 5236
长轴估计和对偶性检测方法	0.001 8	0.002 7	0.003 8	0.001 4	0.002 3	2.65	1 358 946
本文检测算法	0.001 6	0.001 9	0.001 7	0.001 2	0.001 5	6.34	285 410

化,其中边缘目标点个数为26 207。如图9所示,真实图像背景复杂,导致边缘检测结果中有效的轮廓信息并不突出;由于形变引起的边缘信息缺失现象明显。



图8 原始图像  
Fig. 8 Original image



图9 边缘检测及细化结果  
Fig. 9 Edge detection and refining result

图10分别为 RHT-3 检测算法、长轴估计和对偶性算法及本文提出的基于特征弦约束的 RHT-3 方法的检测

结果。由于真实图像中头部类椭圆的参数信息是不确定的,无法给出合理的误差评价方法,因此仅从 Hough 变换的累计次数及算法运行时间对3种方法的检测效率进行直观评价,并结合图10及表2的内容从视觉角度进行分析。

表2 真实图像检测参数比较

Table 2 Comparison of detection parameters for real images

方法	分辨率	运行时间/s	累积次数
传统 RHT-3 检测方法	640 × 480	11.02	3 035 487
长轴估计和对偶性检测方法	640 × 480	5.39	2 358 214
本文检测算法	640 × 480	7.58	409 423

长轴及对偶性法对椭圆的形变十分敏感,对椭圆的完整性要求较高,出现漏检现象,并且检测到的椭圆形状及大小在视觉上与真实人头偏差较大。尽管传统 RHT-3

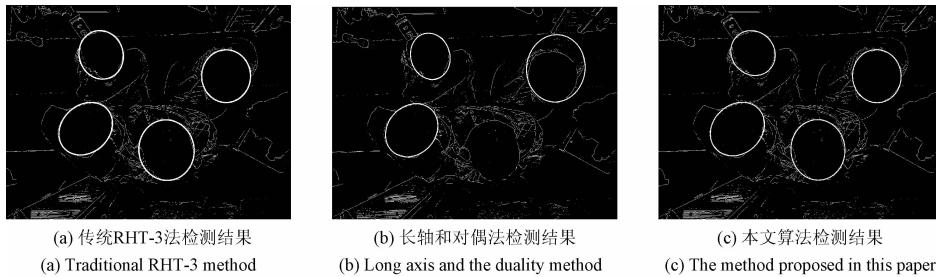


图10 三种不同椭圆检测方法结果比较

Fig. 10 Comparison of the ellipse detection results for three different methods

## 5 结 论

提出了一种基于特征弦约束的 RHT-3 变换算法,该算法借助椭圆几何性质提出特征弦约束及最长弦端点的法向约束,来降低椭圆参数空间的维数,结合椭圆幂定理在边界点提取之前去除虚假中心的干扰,极大地降低了 RHT 中的无效采样和累积数量,同时有效地避免了由于椭圆形变较大或轮廓缺失严重引入多个虚假候选椭圆的干扰。在保证算法精度的前提下,避免了标准 Hough 变换要求占用较大存储空间和较长计算时间的问题。与已有的经典椭圆检测算法对比,实验结果表明,对于复杂背景图像中具有部分缺失和较大形变的未知个数的椭圆的检测,本文的改进算法优于其他多数基于随机 Hough 变换的检测方法。

## 参考文献

- [1] 吕洪赫,姚振杰,易卫东. 基于对称性的最小二乘拟合随机椭圆检测算法[J]. 电子测量技术,2011,34(5): 37-41.  
LU H H, YAO ZH J, YI W D, et al. Randomly least square fitting elliptic detection algorithm based on symmetry[J]. Electronic Measurement Technology, 2011, 34(5): 37-41.
- [2] 周封,杨超,王晨光,等. 基于随机 Hough 变换的复杂

方法的成功率较高,但由于参数计算的盲目性及累积的复杂性,一旦边缘目标点的数目过大时耗时较长,严重影响算法的运算效率,无法实现实时检测。而本文算法将单个边缘点作为研究对象,其特征弦的几何性质相互独立,不同于长轴及对偶性法对轮廓具有严格的完整性要求。同时对圆心的定位采用累加器的极值处理,所以允许待检椭圆存在一定的形变。因此在背景复杂的情况下优势更加明显,针对轮廓信息不完整或形变明显的类椭圆的人头轮廓仍然具有较强的鲁棒性,利用椭圆幂定理去除虚假中心减少了无效采样,综合性能明显优于另外两种算法。

条件下圆检测与数目辨识[J]. 仪器仪表学报,2013, 34(3): 622-628.

ZHOU F, YANG CH, WANG CH G, et al. Circle detection and its number identification in complex condition based on random Hough transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(3): 622-628.

- [3] 宋晓宇,袁帅,郭寒冰,等. 基于自适应阈值区间的广义 Hough 变换图形识别算法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(5): 1109-1117.

SONG X Y, YUAN SH, GUO H B, et al. Pattern identification algorithm with adaptive threshold interval based extended Hough transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(5): 1109-1117.

- [4] GRBIĆ R, GRAHOVAC D, SCITOVSKI R. A method for solving the multiple ellipses detection problem [J]. Pattern Recognition, 2016, 60(11): 824-834.

- [5] 张新雨,刘丁,杨文,等. 基于人工鱼群霍夫变换的单晶硅直径检测[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(4): 940-947.

ZHANG X Y, LIU D, YANG W, et al. Diameter detection of single crystal silicon based on artificial fish swarm algorithm-Hough transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(4): 940-947.

- [6] PRASAD D K, LEUNG M K H, CHO S Y. Edge curvature and convexity based ellipse detection method[J]. Pattern Recognition, 2012, 45(9): 3204-3221.

- [7] 付琰, 卢荣胜, 夏瑞雪, 等. 基于重要性采样的随机 Hough 变换圆检测算法[J]. 电子测量技术, 2012, 35(5):45-48,82.  
FU Y, LU R SH, XIA R X, et al. A randomized Hough transform circle detection algorithm using importance sampling technique [J]. Electronic Measurement Technology, 2012, 35(5):45-48,82.
- [8] 段汝娇, 赵伟, 黄松岭, 等. 一种基于改进 Hough 变换的直线快速检测算法[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(12):2774-2780.  
DUAN R J, ZHAO W, HUANG S L, et al. Fast line detection algorithm based on improved Hough transformation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(12):2774-2780.
- [9] 陈健, 郑绍华, 潘林, 等. 结合椭圆拟合与参数传递的瞳孔检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(8):1890-1899.  
CHEN J, ZHENG SH H, PAN L, et al. Pupil detection method based on ellipse fitting and parameter passing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(8):1890-1899.
- [10] 周小明, 刘明, 徐飞. 一种基于长轴和对偶性的椭圆检测新算法[J]. 光学技术, 2007, 33(5):763-765  
ZHOU X M, LIU M, XU F, et al. A new ellipse detection algorithm using major axis of the ellipse and dual points method [J]. Optical Technique, 2007, 33(5):763-765.
- [11] YUAN WQ, ZHANG SH N. Fast ellipse detection and automatic marking in planar target image sequences[J]. Journal of Computers, 2014, 9(10):2379-2386.
- [12] 杨险峰, 蔡少虬, 杨学友. 基于亚像素边缘的椭圆中心检测方法研究[J]. 光学仪器, 2014, 36(6):481-485.  
YANG X F, CAI SH Q, YANG X Y, et al. Detection method of ellipse center based on sub-pixel edge [J]. Optical Instruments, 2014, 36(6):481-485.
- [13] 于海滨, 刘敬彪, 刘圆圆. 基于对称点搜索的一维 RHT 在椭圆检测中的应用[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(8):1830-1834.  
YU H B, LIU J B, LIU Y Y, et al. 1-D RHT method based on symmetry point searching for ellipse detection[J]. Journal of Electronic & Information Technology, 2009, 31(8):1830-1834.
- [14] 王波涛, 闫跃, 赵轩. 基于最小二乘法的鱼镜头轮廓提取算法[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(4):31-35.  
WANG B T, YAN Y, ZHAO X. Extraction algorithm of least square method based on fish-eye lens contour[J]. International Electronic Measurement Technology, 2015, 34(4):31-35.
- [15] 王静, 王海亮, 向茂生, 等. 基于非极大值抑制的圆目标亚像素中心定位[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(7):1460-1468.  
WANG J, WANG H L, XIANG M SH, et al. Subpixel accuracy central location of circle target based on nonmaximum suppression [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(7):1460-1468.
- [16] 乔寅骐, 肖健华, 黄银和, 等. 基于改进 RHT 的 SAR 图像机场区域提取算法[J]. 电子测量技术, 2016, 39(2):56-60.  
QIAO Y Q, XIAO J H, HUANG Y H, et al. Extraction algorithm for airport region in spaceborne SAR imagery based on improved randomised hough transform [J]. Electronic Measurement Technology, 2016, 39(2):56-60.
- [17] 屈玉福, 浦昭邦, 王亚爱. 视觉检测系统中亚像素边缘检测技术的对比研究[J]. 仪器仪表学报, 2003, 24(增刊1):460-462.  
QU Y F, PU ZH B, WANG Y AI. Contrast study of subpixel edge detection in vision measuring system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2003, 24(Suppl. 1):460-462.
- [18] 金汉均, 梅洪洋. Sobel 算子在提取视频运动目标轮廓中的应用研究[J]. 电子测量技术, 2014, 37(11):29-32.  
JIN H J, MEI H Y. A research of extracting the contour of moving target using Sobel operator [J]. Electronic Measurement Technology, 2014, 37(11):29-32.

## 作者简介



李艳荻, 2013 年于长春理工大学光电工程学院获得学士学位, 现为长春理工大学仪器科学与技术专业博士研究生, 主要研究方向为图像处理及模式识别。

E-mail: 15948314713@163.com

Li Yandi received her B. Sc. degree from School of Photoelectric Engineering, Changchun University of Science and Technology in 2013. Now she is a doctoral candidate in CUST, Changchun University of Science and Technology now. Her main research interest includes image processing and pattern recognition.



徐熙平 (通讯作者), 分别在 1993 年和 1999 年于长春光学精密机械学院获得学士学位和硕士学位, 2004 年于长春理工大学获得博士学位, 现为长春理工大学仪器科学与技术专业教授、博士生导师, 主要研究方向为光电检测技术及质量控制。

E-mail: xxp@cust.edu.cn

Xu Xiping (Corresponding author) received his B. Sc. degree in 1993 and M. Sc. degree in 1999 both from Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, and received his PH. D. degree in 2004 from Changchun University of Science and Technology. Now he is a professor and doctoral supervisor in CUST. His main research interest is photoelectric detection technology and quality control.