

稳健的仿射投影符号自适应滤波算法*

郭莹,白艳梅

(沈阳工业大学信息科学与工程学院 沈阳 110870)

摘要:非高斯的冲击噪声在现实世界广泛存在,严重影响了基于 l_2 范数优化准则的自适应滤波算法的性能。在各类自适应滤波算法中仿射投影符号算法(APSA)结合了仿射投影算法(APA)良好的收敛特性和符号算法对非高斯冲击噪声干扰的抑制能力,因而其在非高斯冲击噪声条件下具有良好的性能。但是该算法的步长选择是固定的,且未考虑系统稀疏特性,因而在参数选择和收敛速度方面有一定的局限性。将变步长的方法和比例矩阵的思想融合到一起,引入步长函数,提出了一种稳健的仿射投影符号自适应滤波算法—变步长的改进比例仿射投影符号算法(VSS-IPAPSA)。该算法不仅可以缓解收敛速度与稳态失调之间的矛盾,同时也可以增加其对系统的不同稀疏特性和噪声特性的适应性。理论分析和仿真实验结果验证了其稳健性和有效性。

关键词:自适应滤波;仿射投影符号算法;冲击噪声;步长函数;稀疏系统

中图分类号: TN911.7 TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Robust affine projection sign adaptive filtering algorithm

Guo Ying, Bai Yanmei

(School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: Non-Gaussian impulsive noises widely exist in real world, which seriously impacts on the performance of the adaptive filtering algorithms based on l_2 norm optimization criterion. In various types of adaptive filtering algorithms, the affine projection sign algorithm (APSA) combines the good convergence feature of the affine projection algorithm (APA) and the suppression capability of the sign algorithm (SA) for non-Gaussian impulsive noises. Thus, it has good performance in non-Gaussian impulsive noise conditions. However, the step size of APSA is fixed and does not consider the system sparsity, so that there are certain limitation in parameter selection and convergence speed. Therefore, in this paper, the variable step-size method and proportion matrix thought are combined together, the step size function is introduced, and a robust affine projection sign adaptive filtering algorithm -- the variable step-size improved proportion affine projection sign algorithm (VSS-IPAPSA) is proposed, which can not only alleviate the contradiction between convergence speed and steady-state mis-adjustment, but also increase the adaptability of the system to different sparsity and noise characteristics. Theoretical analysis and simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the algorithm.

Keywords: adaptive filtering; affine projection sign algorithm; impulsive noise; step size function; sparse system

1 引言

自适应滤波算法在很多领域都有广泛的应用,如声学和网络回声消除、噪声抑制,信道估计等^[1-4]。文献[5]提出的仿射投影算法(affine projection algorithm, APA)及其改进算法是一类重要的自适应滤波算法,该类

算法在输入信号相关性较高的情况下仍具有良好的收敛性能。目前大多数算法是基于高斯噪声假设和 l_2 范数优化准则的。然而,现实世界中广泛存在着各类非高斯的冲击噪声,如图像中的椒盐噪声、电力开关中的脉动噪声等,这些噪声的存在破坏了基于 l_2 范数优化准则的自适应滤波算法的性能。为了提高算法对非高斯噪声的抑制性能,文献[6-8]相继提出了一些代替基于 l_2 范数优化

收稿日期:2016-08 Received Date: 2016-08

* 基金项目:辽宁省自然科学基金(2015020162, 201602538)、辽宁省教育厅优秀人才项目(LJQ2014011)、辽宁省教育厅一般项目(L2014041)、沈阳工业大学第三批青年学术骨干教师项目(3029906)资助

准则的自适应滤波算法,如基于 l_1 范数优化准则的仿射投影符号算法 (affine projection sign algorithm, APSA), 该算法在存在非高斯噪声干扰时具有良好的稳健性,但是该算法的步长选择是固定的,因而在参数选择和收敛速度方面有一定的局限性,因此,固定步长参数的选择势必要在收敛性能、跟踪性能、稳态误差等之间做出妥协。针对上述问题,文献[9]引入了变步长的概念,提出了基于最小均方偏差 (mean square deviation, MSD) 准则的变步长仿射投影符号算法 (variable step-size APSA, VSS-APSA), 该算法通过引入步长函数,采用随机逼近和移动平均的方法得到算法收敛的最优步长,该算法很大程度上减少了收敛速度与稳态失调之间的矛盾。

上述算法均未考虑系统的稀疏特性^[10] (车载电话、电话会议等系统中声环境的温度和压力的变化或者电话持有者的位置变化会导致系统的稀疏性在一个较大的范围内变化)。针对稀疏系统的典型算法之一是由 Duttweiler D. L.^[11] 提出的比例归一化最小均方算法 (proportionate normalized least mean square, PNLMS), 此后其他改进算法被相继提出,例如针对不同系统稀疏性均适用的改进的比例归一化最小均方算法 (improved PNLMS, IPNLMS)^[12]。

本文将 IPNLMS 中比例系数的思想应用于 APSA, 得到了改进的比例仿射投影符号算法 (improved proportionate APSA, IPAPSA), 同时结合变步长的方法,提出了一种变步长的改进比例仿射投影符号算法 (variable step-size IPAPSA, VSS-IPAPSA), 本算法一方面引入步长函数,采用随机逼近和移动平均的方法得到算法收敛的最优步长,另一方面结合比例矩阵的优势,使得算法对不同系统稀疏性具有广泛的适用性,仿真结果和理论分析表明所提出的算法在非高斯噪声和高斯噪声干扰下均具有良好的收敛性能、稳态性能和跟踪性能。

2 传统算法分析

2.1 α -稳定分布

α -稳定分布作为非高斯冲击噪声模型既可以满足随机噪声产生过程的合理假设又计算方便,从而可以当作信号处理中噪声的理想模型来使用。 α -稳定分布有很多种定义方式^[13], 本文主要介绍基于特征函数的定义^[14]。

α -稳定分布的概率密度函数并没有统一的闭合形式,但它的特征函数具有统一的表达式,这是表示 α -稳定分布最简便的方法。若一个随机变量 X 服从 α -稳定分布,那么其特征函数可以这样描述:

$$\varphi(t) = \exp\{j\delta t - \gamma |t|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t)w(t, \alpha)]\} \quad (1)$$

式中: $-\infty < \delta < \infty$, $\gamma > 0$, $0 < \alpha \leq 2$, $-1 \leq \beta \leq 1$ 。4 个参数 δ 、 γ 、 α 、 β 分别代表不同的物理意义, δ 表示位置参数, γ 表示尺度参数, α 表示特征指数,用来表征 α -稳定分布概率密度函数拖尾的厚重程度 (当 $\alpha = 2$ 时为高斯分布), β 为对称参数 (当 $\beta = 0$ 时,稳定分布是关于 δ 的对称分布,称为对称 α -稳定分布 (SaS))。

所用的非高斯冲击噪声模型是用 α -稳定分布来描述,图 1 所示为标准 SaS 分布在不同特征指数 α 下的概率密度函数曲线图,图 2 所示为不同 α 值的 SaS 稳定噪声。

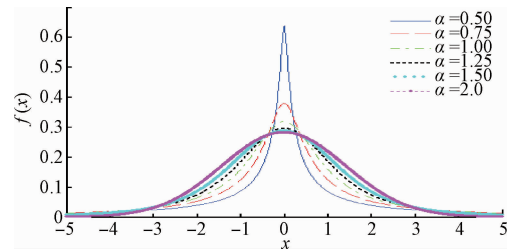
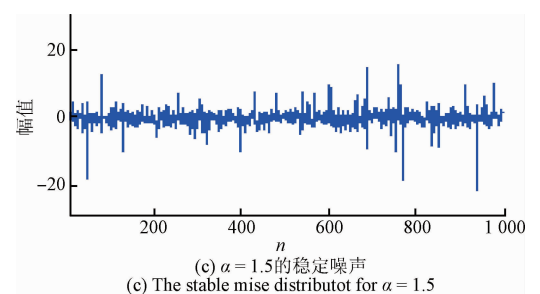
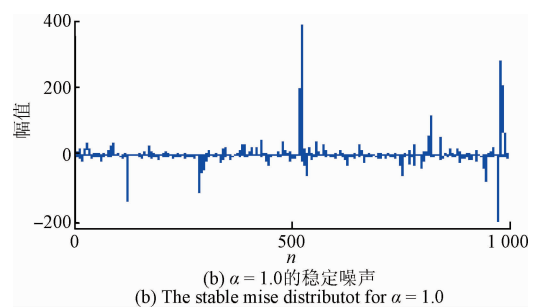
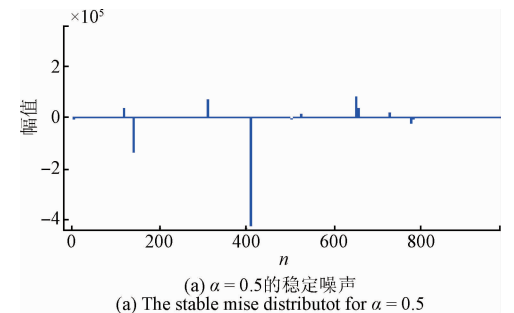


图 1 不同特征指数条件下的概率密度函数

Fig. 1 The probability density functions under different characteristic index conditions



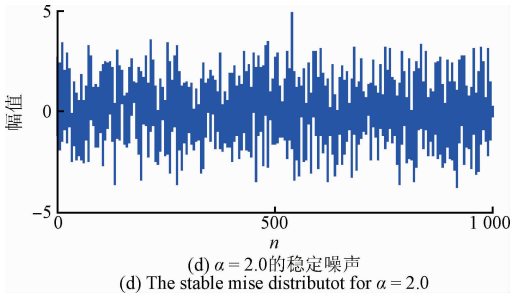


图2 α -稳定噪声分布

Fig. 2 α -stable noise distributions

由图1和2可以看到,当 $\alpha = 2$ 时,S α S 概率密度函数曲线实质上为均值为零且方差为2的高斯分布,由此可见,S α S 概率密度函数曲线拥有许多的特征与高斯分布相同,例如曲线光滑、单峰分布、关于中值对称、钟形等特征。而与高斯分布不同之处在于 S α S 概率密度函数的拖尾要比高斯分布的更厚重,且特征指数的值越小,其拖尾越厚重,即大幅度样本发生的概率越大。因此,S α S 分布非常适合来描述那些类似于高斯分布,却具有很强冲击性的非高斯分布。由于非高斯冲击噪声条件下的稳定分布不存在二阶距,因此服从 S α S 分布的随机变量的方差也不存在,即该分布破坏了基于 l_2 范数优化准则的自适应滤波算法的性能。

2.2 APSA

以系统辨识^[4]为例来分析各类自适应滤波算法的性能,图3所示为自适应滤波器系统辨识原理图。

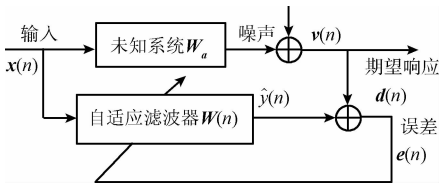


图3 自适应滤波器系统辨识原理

Fig. 3 The system identification principle of adaptive filter

在图3中, $\hat{\mathbf{W}}(n) = [\hat{w}_0(n), \hat{w}_1(n), \dots, \hat{w}_{L-1}(n)]^T$ 表示所估计的自适应滤波器系数向量,用于辨识未知系统 \mathbf{w}_0 , L 是滤波器长度, n 是时间系数,输入信号向量为 $\mathbf{x}(n) = [\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n-1), \dots, \mathbf{x}(n-L+1)]^T$ 则未知系统的期望响应信号为:

$$\mathbf{d}(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}_0 + \mathbf{v}(n) \quad (2)$$

$$\text{设先验输出误差向量和后验输出误差向量分别为:} \\ \mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{x}^T(n)\hat{\mathbf{W}}(n) \quad (3)$$

$$\mathbf{e}_p(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{x}^T(n)\hat{\mathbf{W}}(n+1) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{d}(n) = [\mathbf{d}(n), \mathbf{d}(n-1), \dots, \mathbf{d}(n-M+1)]^T$ 是期

望输出信号向量, M 为投影阶数, $\mathbf{X}(n)$ 是 APA 滤波器结构中包含 M 维输入向量的输入矩阵,即 $\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n-1), \dots, \mathbf{x}(n-M+1)]^T$ 。

传统 APSA 的滤波器系数更新公式可根据式(5)和(6)推导:

$$\min_{\hat{\mathbf{w}}(n+1)} \|\mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{W}}(n+1)\|_{l_1} \quad (5)$$

$$\|\hat{\mathbf{W}}(n+1) - \hat{\mathbf{W}}(n)\|_2^2 \leq \tau^2 \quad (6)$$

式中: $\|\cdot\|_{l_1}$ 表示某矢量的 l_1 范数, τ^2 是保证滤波器系数在一次迭代中不会发生太大的变化的参数,一般 τ^2 取较小值。利用拉格朗日乘数法,APSA 算法的权系数更新公式为:

$$\hat{\mathbf{W}}(n+1) = \hat{\mathbf{W}}(n) + \frac{\mu \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \quad (7)$$

式中: μ 为步长参数,式(7)中用先验误差向量 $\mathbf{e}(n)$ 代替后验误差向量 $\mathbf{e}_p(n)$ 。这是由于 $\mathbf{e}_p(n)$ 在实践中无法获得,而先验误差向量 $\mathbf{e}(n)$ 是对其较好的近似。

由式(7)可见,APSA 利用输出误差向量 $\mathbf{e}(n)$ 的符号进行滤波器系数更新,因此,它可有效地抑制非高斯冲击噪声干扰。此外,APSA 通过重复利用过去的输入向量提高了算法在输入信号严重相关时的收敛性能。但是,式(7)中固定步长 μ 使得 APSA 算法不能同时满足高速收敛与低稳态误差的性能需求,VSS-APSA 算法^[9]可有效改善这一缺陷。

2.3 VSS-APSA

该算法的推导是基于最小 MSD 准则的。定义滤波器系数误差向量 $\tilde{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{w}_0 - \hat{\mathbf{w}}(n)$,并将固定步长 μ 替代为可变步长 $\mu(n)$ 。据此,式(7)可改写为:

$$\tilde{\mathbf{w}}(n+1) = \tilde{\mathbf{w}}(n) - \frac{\mu(n) \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \quad (8)$$

对式(8)两边取 2 范数平方的期望,并对所得等式关于 $\mu(n)$ 求导并令其为零,得:

$$\mu(n) = E \left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{X}^T(n) \tilde{\mathbf{w}}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \right) \quad (9)$$

式中: $\mathbf{X}^T(n) \tilde{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{e}(n) - \mathbf{v}(n)$,式(9)可进一步变换为:

$$\mu(n) = E \left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_{l_1}}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \right) - E \left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{v}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) \text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \right) \quad (10)$$

该方法首先假定噪声向量与误差向量不相关即 $E\left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) = 0$, 其次用 $\mu(n)$ 的时间平均替代统计平均, 从而进一步得到最优步长:

$$\mu(n) = \alpha\mu(n-1) + (1-\alpha) \cdot \min\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}, \mu(n-1)\right) \quad (11)$$

式中: α ($0 \leq \alpha \leq 1$) 为平滑因子, 最小函数 $\min(\cdot)$ 是为保证算法在冲激噪声干扰下的稳定性, 即保证步长在迭代过程中一直减小。

由此得出变步长的仿射投影符号算法权系数的更新表达式为:

$$\hat{\mathbf{W}}(n+1) = \hat{\mathbf{W}}(n) + \mu(n) \frac{\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \quad (12)$$

3 新算法的提出及分析

上述 VSS-APSA 算法虽然提高了 APSA 的收敛性能与稳态误差性能, 但其对噪声项 $E\left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right)$ 进行了删除, 导致其步长的计算并非最优的。同时, 式(11)中最小函数 $\min(\cdot)$ 的应用使得算法在非稳定环境下性能严重衰减。

引入步长函数, 并将变步长的方法和比例矩阵的思想融合到一起, 提出了一种新的算法, 即 VSS-IPAPSA 算法。该算法不仅降低了 IPAPSA 算法在非稀疏系统下稳态误差, 而且在存在冲击噪声环境下稳健性和收敛速度都要优于传统的仿射投影算法, 之后的理论分析和仿真结果验证了其有效性和稳健性。

3.1 本文算法中成比例思想的引入

将 PNLMS 算法^[11]中的成比例的方法引入 APSA 算法中, 可得到 PAPSA 算法^[15]的更新公式

$$\hat{\mathbf{W}}(n+1) = \hat{\mathbf{W}}(n) + \frac{\mu\mathbf{G}(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{G}^T(n)\mathbf{G}(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \quad (13)$$

式中: $L \times L$ 对角矩阵 $\mathbf{G}(n)$ 表示成比例矩阵, $g_i(n)$ 表示滤波器第 i 个抽头参数在 n 时刻的成比例比重。其对角矩阵 $\mathbf{G}(n)$ 的对角元素 $g_i(n)$ 计算方法如下:

$$1) \mathbf{G}(n) = \text{diag}\{g_0(n), \dots, g_{L-1}(n)\} \\ 2) g_i(n) = \frac{\varphi_i(n)}{\sum_{i=0}^{L-1} \varphi_i(n)} \quad i = 0, 1, \dots, L-1$$

$$3) \varphi_i(n) = \max(f(n), |\hat{\mathbf{w}}_i(n)|)$$

$$f(n) = \rho \max(\delta_p, \|\hat{\mathbf{w}}(n)\|_\infty)$$

式中: 参数 δ_p 是一个很小的正数, 它在所有滤波器抽头权值为零的时候启动更新; ρ 和 $f(n)$ 能够防止远小于最大抽头的权值停止更新。

同理, 将 IPNLMS 算法^[12]的思想应用于 APSA 算法中, 得到本文的 IPAPSA 算法, 其与 PAPSA 算法的权系数更新公式相同, 不同之处在于对角元素上。

$$g_i(n) = \frac{1}{2L} \frac{\theta + (1+\theta)|\mathbf{w}_i(n)|}{2\|\mathbf{w}(n)\|_1 + \varepsilon} \quad 1 < \theta < 1 \quad (14)$$

式中: θ 是与系统稀疏度(稀疏度越大表示回声路径越稀疏)有关的参数, ε 是一个比较小的正数, 以防止分母为 0。

3.2 本文算法的最优步长推导及分析

3.2.1 最优步长推导

由于式(10)中噪声项的删除, 使得传统的滤波算法中所得步长不是最优的, 因此, 为了得到最优步长, 本文不作噪声向量与误差向量相关性的假设, 即不删除噪声项, 采用随机逼近的方法推导出步长, 具体推导过程如下:

对式(8)两边取 2 范数平方的期望得:

$$E\|\tilde{\mathbf{w}}(n+1)\|_2^2 = E\|\tilde{\mathbf{w}}(n)\|_2^2 - 2\mu(n) \cdot$$

$$E\left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\tilde{\mathbf{w}}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) + \mu^2(n) = E\|\tilde{\mathbf{w}}(n)\|_2^2 + f(\mu(n)) \quad (15)$$

式中: $f(\mu(n))$ 是关于步长的一个函数, 且 $\mathbf{X}^T(n)\tilde{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{e}(n) - \mathbf{v}(n)$ 。为了使 MSD 的值达到最小化, 本文的改进算法从 n 到 $n+1$ 的迭代过程中通过选择最优步长来使步长函数最小化, 即步长函数可写为:

$$f(\mu(n)) = 2\mu(n)E\left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))(\mathbf{e}(n) - \mathbf{v}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) + \mu^2(n) = -2\mu(n)E\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1 - \text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) + \mu^2(n) \quad (16)$$

当自适应滤波器收敛到最佳状态时,

$$E\left(\frac{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n)}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) \approx E\left(\frac{\|\mathbf{v}(n)\|_1}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) \quad (17)$$

此时, $\text{sign}(\mathbf{e}^T(n)) \approx \text{sign}(\mathbf{v}(n))$, 且在稳定状态时,

$$E(\|\mathbf{X}^T(n)\tilde{\mathbf{w}}(n)\|_1) < E(\|\mathbf{v}(n)\|_1) \quad (18)$$

由于准确地计算出 $\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n)$ 的值比较困难, 所以不能直接获得 $f(\mu(n))$ 。因此, 本文根据 $\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n)$ 的上限, 运用随机逼近方法得到:

$$\begin{aligned} & \text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{v}(n) = \\ & \text{sign}(\tilde{\mathbf{w}}^T(n)\mathbf{X}(n) + \mathbf{v}^T(n))\mathbf{v}(n) \leq \|\mathbf{v}(n)\|_1 \end{aligned} \quad (19)$$

但是, $\mathbf{v}(n)$ 的绝对值不是精确的测量值, 本文可以将 $\mathbf{v}(n)$ 的绝对值近似为其期望值, $\mathbf{v}(n)$ 有半正态分布的属性, 且 $\|\mathbf{v}(n)\|_1 = \sum_{n=0}^M 1|\mathbf{v}(n)|$, 即 $\|\mathbf{v}(n)\|_1$ 可改为:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{v}(n)\|_1 & \approx E(\|\mathbf{v}(n)\|_1) = E\left(\sum_{n=0}^{M-1} |v(n)|\right) = M \times \\ E(|v(n)|) & = M \times \int_0^M \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-v^2/2\sigma_v^2} dv = M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v \end{aligned} \quad (20)$$

式中: M 为投影阶数, σ_v 为噪声信号 $v(n)$ 的方差。

运用随机逼近的方法, 步长函数的上限可以重写为:

$$\begin{aligned} f(\mu(n)) & \leq \\ 2\mu(n)E\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1 - \|\mathbf{v}(n)\|_1}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) + \mu^2(n) & \approx \\ 2\mu(n)E\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1 - M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) + \\ \mu^2(n) & = f_\mu(\mu(n)) \end{aligned} \quad (21)$$

$n \sim n+1$ 的迭代过程中, 最小化步长函数 $f(\mu(n))$

$$\mu(n) = \begin{cases} \alpha, & \mu(n-1) + (1-\alpha)\min(\beta(n), \mu(n-1)), \beta(n) > 0 \\ \mu(n-1), & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

式中: α ($0 \leq \alpha < 1$) 为平滑因子, 本文平滑因子的值设为 $\alpha = 1 - \frac{M}{kL}$, k 为一个恒定的值(本文 k 取 4)。

因此, 本文所提出的 VSS-IPAPSA 算法的滤波器系数更新公式为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{W}}(n+1) & = \hat{\mathbf{W}}(n) + \\ & \frac{\mu(n)\mathbf{G}(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{G}^T(n)\mathbf{G}(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}} \end{aligned} \quad (25)$$

3.3 算法总结

综上所述, 所提出的 VSS-IPAPSA 算法的具体流程如下。

1) 确定参数: $\theta = -0.5$, $\varepsilon = 0.01$, $\alpha = 1 - \frac{M}{kL}$, $k = 4$, $M = 4$, $L = 120$, $N_w = 8$, $C = 1.483(1 + \frac{5}{N_w - 1})$ 。

2) 对滤波器初始值及步长参数初始值的初始化: $\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$, $\mu(0) = 0.1$ 。

3) 运算过程: 对角元素为 $g_i(n) = \frac{1-\theta}{2L} + \frac{(1+\theta)|\mathbf{W}_i(n)|}{2\|\mathbf{W}(n)\|_1 + \varepsilon}$, $-1 < \theta < 1$; 比例矩阵为 $\mathbf{G}(n) =$

大幅度降低了 MSD 的值。因此, 对式(21)关于 $\mu(n)$ 求偏导, 且令求导结果为 0, 得到的步长为:

$$\mu(n) = E\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1 - M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) \quad (22)$$

3.2.2 最优步长分析

由于式(22)的期望项的存在, 要得到最优步长是非常困难的, 需要考虑以下两种情况。

定义:

$$\beta(n) = E\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1 - M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right) \quad (23)$$

1) 当 $\|\mathbf{e}(n)\|_1 > M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v$ 时, $\beta(n) > 0$, 此时 $\mu(n)$ 的值开始更新;

2) 当 $\|\mathbf{e}(n)\|_1 \leq M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v$ 时, $\beta(n) \leq 0$, 此时 $\mu(n)$ 的值停止更新, 且 $\mu(n) = \mu(n-1)$ 。

采用移动平均法来处理上式中的期望项。具体推导如式(24)所示。

$\text{diag}\{g_0(n), \dots, g_{L-1}(n)\}$;

误差信号为 $\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{W}}(n)$; 最优步长

$$\text{为 } \beta(n) = E\left(\frac{\|\mathbf{e}(n)\|_1 - M \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_v}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}\right),$$

if $\beta(n) > 0$, $\mu(n) = \alpha\mu(n-1) + (1-\alpha)\min(\beta(n), \mu(n-1))$, else $\mu(n) = \mu(n-1)$;

权系数更新为 $\hat{\mathbf{W}}(n+1) = \hat{\mathbf{W}}(n) + \frac{\mu(n)\mathbf{G}(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}{\sqrt{\text{sign}(\mathbf{e}^T(n))\mathbf{X}^T(n)\mathbf{G}^T(n)\mathbf{G}(n)\mathbf{X}(n)\text{sign}(\mathbf{e}(n))}}$

由于上述运算过程中需要估算噪声信号 $v(n)$ 的方差 σ_v , 考虑到冲击噪声干扰对噪声方差估算方法的影响, 通过使用中值滤波器^[16]来提高输出噪声方差对冲击噪声的稳健性。推导如下:

if $\text{mod}(n, N_w) = 0$

$\hat{\mathbf{r}}(n) = \alpha\hat{\mathbf{r}}(n-1) + C(1-\alpha)x(n)\text{median}[\mathbf{A}_e(n)]$

$\sigma_x^2(n) = \alpha\sigma_x^2(n-1) + (1-\alpha)\mu^2(n)$

$\sigma_e^2(n) = \alpha\sigma_e^2(n-1) + C(1-\alpha)\text{median}[\mathbf{B}_e(n)]$

$\sigma_v^2(n) = \sigma_e^2(n) - \frac{\hat{\mathbf{r}}^T(n)\hat{\mathbf{r}}(n)}{\hat{\sigma}_x^2(n)}$ end

$$\mathbf{A}_e(n) = [e(n)e(n-1)\dots e(n-N_w+1)]$$

$$\mathbf{B}_e(n) = [e^2(n)e^2(n-1)\dots e^2(n-N_w+1)]$$

式中: $\text{mod}(n, N_w)$ 模表示整数 n 和 N_w 之间的余数, N_w 为估计窗的长度, $C = 1.483\left(1 + \frac{5}{N_w - 1}\right)$ 为有限样值校正因子, 为了减少所提出的输出噪声方差估计算法在每 n 次迭代时计算复杂性。

4 仿真实验

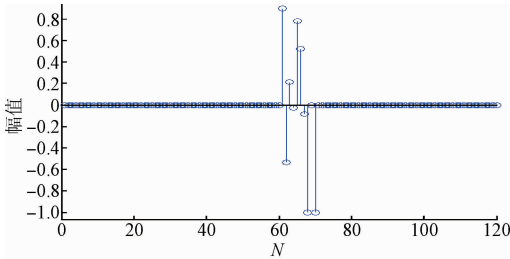
4.1 仿真条件

将算法应用到图3系统中, 用 MATLAB 仿真。输入的有色信号均由零均值高斯白噪声通过一阶 AR 系统 $G(Z) = \frac{1}{1 - 0.9Z^{-1}}$ 产生, 这里假设自适应滤波器的长度和未知系统的长度相等, 均为 120。实验中变步长算法的初始步长统一设置为 $\mu(0) = 0.1$, 各个算法的投影阶数 $M = 4$, 且算法的比较都在公平原则下进行。每个仿真均是 20 次实验的平均结果。信道由式(26)产生^[17-18]:

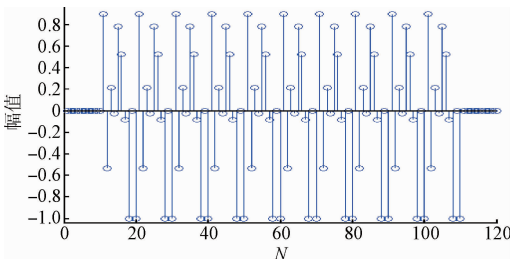
$$h_k = \frac{1}{k} \exp\left[\frac{(k-6)^2}{20}\right] \times \sin\left[\pi\left(\frac{k-1}{6}\right)\right] \quad (26)$$

式中: k 表示自适应滤波器的长度, k 取 120。

图4(a)和(b)分别为仿真中所用的稀疏信道和非稀疏信道。



(a) 稀疏度为0.853 49的稀疏信道
(a) The sparse channel for the sparsity of 0.853 49 used in simulation



(b) 稀疏为0.328 83的非稀疏信道
(b) The sparse channel for the sparsity of 0.328 83 used

图4 仿真中用的信道

Fig. 4 The channels used in simulations

4.2 性能指标及参数设置

实验是使算法在等效步长的条件下, 以权误差向量 (weight error vector, WEVN) 和归一化均方偏差 (normalized MSD, NMSD) 的收敛曲线来评价算法的收敛性能。

$$\text{WEVN} = 10 \times \log_{10} \frac{\|\mathbf{w}_0 - \hat{\mathbf{w}}(n)\|}{\|\mathbf{w}_0\|_2^2} \quad (27)$$

WEVN 的值愈小意味着自适应滤波器愈逼近未知系统。

$$\text{NMSD} = 10 \times \log_{10} \left(\frac{E[(\mathbf{X}^T(n)\mathbf{w}_0)^2]}{\mathbf{w}_0^T \mathbf{w}_0} \right) \quad (28)$$

NMSD 用于度量自适应滤波器与目标系统的逼近程度。仿真中的参数是在等效步长^[19]的条件下设定的, 如表1所示。

表1 实验中的参数设置

Table 1 Parameter settings in the experiment

算法	参数
APA	$\mu_1 = 0.7, \mu_2 = 0.5$
APSA	$\mu_1 = 0.07, \mu_2 = 0.03$
VSS-APSA	$\mu(0) = 0.1, \alpha = 1 - \frac{M}{kL}, k = 4$
IPAPSA	$\delta = 0, \mu = 0.5, \theta = -0.5, \varepsilon = 0.01,$ $\mu(0) = 0.1, \alpha = 1 - \frac{M}{kL}, k = 4, N_w = 8$
VSS-IPAPSA	$\theta = -0.5, \varepsilon = 0.01,$ $C = 1.483\left(1 + \frac{5}{N_w - 1}\right)$

4.3 仿真结果与分析

将需要仿真的算法应用到图3中的系统辨识系统中, 用 MATLAB 进行仿真实验。

1) 高斯噪声条件下各类算法在非稀疏系统中的性能比较

图5所示为 APA、APSA、VSS-APSA 和本文改进的新算法 (VSS-IPAPSA) 在高斯噪声条件下的 NMSD 收敛曲线, 各算法参数设置如表1所示。

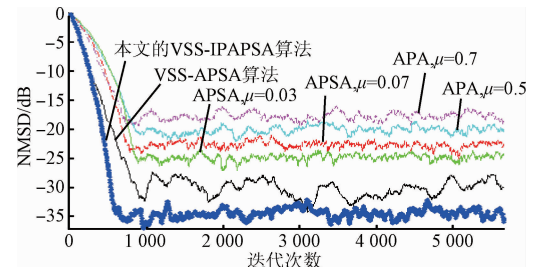


图5 高斯噪声条件下各类算法在非稀疏系统下性能比较

Fig. 5 Performance comparison of various algorithms under Gaussian noise condition in non-sparse system

由图5可以看到,步长参数对APA算法和APSA算法收敛速度有明显的影响,VSS-APSA算法利用变步长的方法使得其在保证收敛速度加快的同时,稳态误差降低。本文提出的VSS-IPAPSA算法结合了变步长方法和比例矩阵的优势,既具有快的收敛速度又具有小的稳态误差。

2) 非高斯噪声条件下各类算法在非稀疏系统中的性能比较

图6所示为APA、APSA、VSS-APSA、IPAPSA和本文改进的新算法(VSS-IPAPSA)在非高斯噪声条件下的NMSD收敛曲线,各算法参数设置如表1所示。

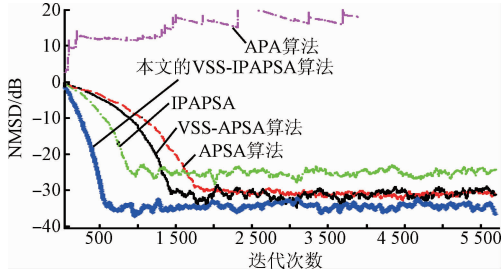


图6 非高斯噪声条件下各个算法在非稀疏系统下性能比较

Fig. 6 Performance comparison of various algorithms under non-Gaussian noise condition in non-sparse system

由图6可以看到,当干扰噪声为非高斯噪声时,APA算法失效,APSA算法的收敛速度变慢,VSS-APSA算法的收敛速度要优于APSA算法,IPAPSA算法的稳健性和收敛速度要优于APSA算法和VSS-APSA算法,但是IPAPSA算法的稳态性能比APSA和VSS-APSA差。本文提出的新的算法,即变步长IPAPSA算法(VSS-IPAPSA),在保证其他性能优于传统算法的同时稳态性能得到了大大的提高。

3) 非高斯噪声条件下各类算法在稀疏系统中的性能比较

图7所示为APSA、VSS-APSA、IPAPSA和本文改进的新算法(VSS-IPAPSA)在稀疏系统且存在非高斯噪声条件下的NMSD收敛曲线。

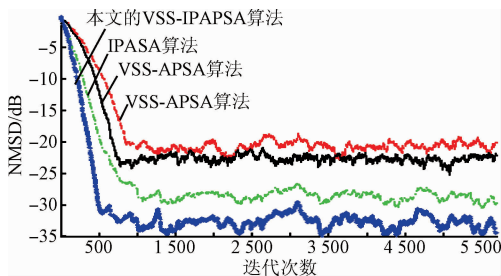


图7 非高斯噪声条件下各个算法在稀疏系统下性能比较

Fig. 7 Performance comparison of various algorithms under non-Gaussian noise condition in sparse system

由图7可以看到,在稀疏系统下IPAPSA算法的性能要优于APSA算法和其VSS-APSA算法,本文提出的VSS-IPAPSA算法结合了变步长算法和比例矩阵对收敛速度的优势,使其收敛速度、稳健性及稳态误差都要优于传统的仿射投影算法。

4) 非高斯噪声条件下各类算法的跟踪性能比较

图8(a)和(b)为非高斯噪声条件下的APSA、VSS-APSA、IPAPSA和新算法(VSS-IPAPSA)分别在稀疏系统与非稀疏系统下的跟踪性能比较图。当迭代次数 $n \leq 3000$ 时,所使用的信道是稀疏度为0.85349的稀疏信道(见图4(a)),当迭代次数 $n \geq 3000$ 时,所使用的信道是稀疏度为0.32883的非稀疏信道(见图4(b))。

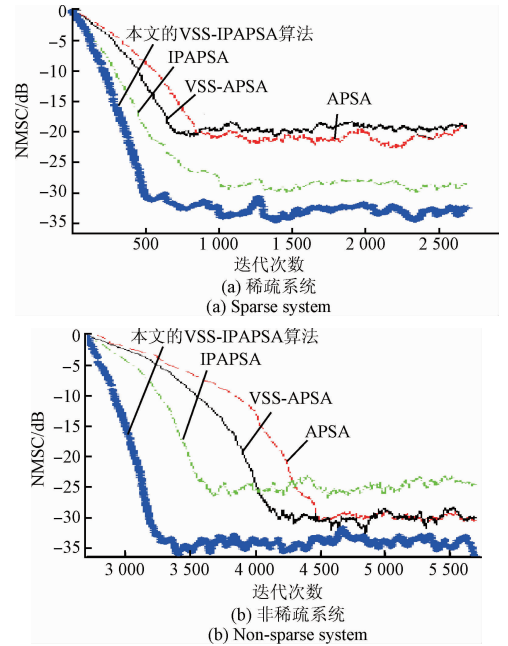


图8 非高斯噪声条件下各个算法在不同系统下的跟踪性能

Fig. 8 The tracking performance of various algorithms under non-Gaussian noise condition in different systems

由图8可以看到,本文改进的新算法(VSS-IPAPSA)在系统突变时的跟踪性能稳定,且优于其他算法。

5) 不同信噪比下,各类算法的权误差向量

在以上仿真实验中,测量噪声 $\mathbf{v}(n)$ 加到输出信号上,其信噪比为(signal noise ratio, SNR) 25 dB。SNR的定义如下:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{E[\mathbf{y}^2(n)]}{E[\mathbf{v}^2(n)]} \right) \quad \mathbf{y}(n) = \mathbf{X}^T(n) \mathbf{w}_0 \quad (29)$$

然而,不同的SNR对自适应算法的影响也是不一样的,表2为各类算法在不同信噪比下的权误差向量对比表,其中,其他实验条件同实验3一致。

表2 各类算法在不同信噪比下的 WEVN

Table 2 The WEVN of various algorithms under different SNRs

算法	SNR/dB			
	15	20	25	30
APSA	16.5	22	30	32
VSS-APSA	19	25	31	34
IPAPSA	13.5	19	25	27
VSS-IPAPSA	25	30	35	36

由表2可得,通过对比,发现本文改进的新算法(VSS-IPAPSA)在不同信噪比条件下的稳态性能要优于同一条件下的其他算法。

6) 各算法计算复杂度对比

各算法的计算复杂度对比如表3所示(M 为投影阶数, L 为滤波器的长度, N_w 为估计窗口的长度)。

表3 各类算法计算复杂度

Table 3 Computational complexity of various algorithms

算法	加法	乘法	除法	比较
APSA	ML	$2L$	1	0
VSS-APSA	$ML+1$	$2(L+1)$	2	L
IPAPSA	$(M+2)L$	$5L$	2	0
VSS-IPAPSA	$(M+2)L+1$	$5L+2$	2	$L+(2N_w+1)$

由表3可得本文改进的新算法(VSS-IPAPSA)虽然计算复杂度略微高于传统的算法,但是从图5~8中可以看出,其收敛速度、稳态性能、稳健性及在不同系统下的跟踪性能都要优于传统的算法。

4.4 算法在回声消除中的应用

将VSS-IPAPSA算法应用到如图9所示的自适应回声消除系统中,与现有的APSA、VSS-APSA及IPAPSA算法进行比较。以图10所示的真实语音信号作为输入信号,其采样频率为8 kHz,样本长度为400 000。采用文献[10]中的实测室内信道来进行回声消除仿真实验,在非高斯噪声条件下,比较各个算法的收敛性能,仿真中的参数是在等效步长^[19]的条件下设定的,如表1所示,实验结果如图11所示,其中实验条件同图8一致。

图9中, $x(n)$ 是远端信号,即近端扬声器的输入信号, $v(n)$ 是近端的背景噪声信号, $\hat{W}(n) = [\hat{w}_0(n), \hat{w}_1(n), \dots, \hat{w}_{L-1}(n)]^T$ 用于建模未知的回声信道 w ,当远端语音信号通过 w 时,会产生回声信号 $y(n)$, $d(n)$ 为自适应滤波器的期望信号。当自适应滤波算法收敛后,自适应滤波器的输出 $\hat{y}(n)$ 即为回声信号 $y(n)$ 的一个复

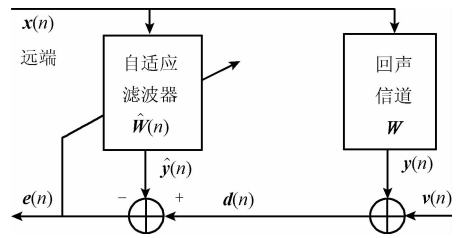


图9 自适应回声消除系统

Fig. 9 Adaptive acoustic echo cancellation system

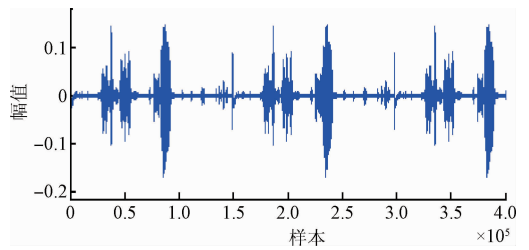


图10 语音信号

Fig. 10 Speech signal

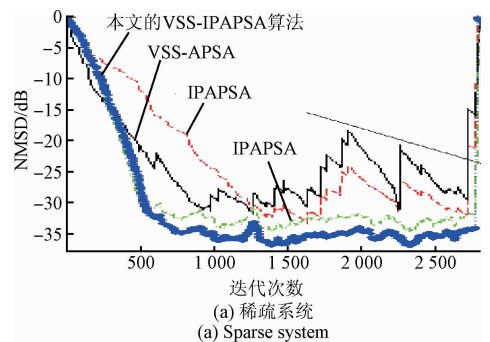
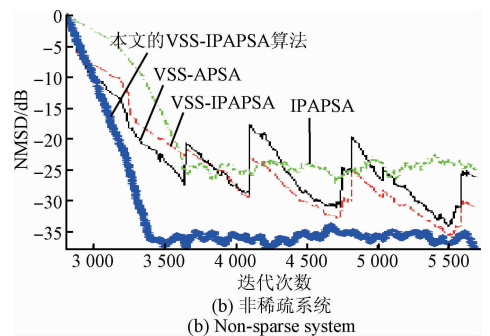
(a) 稀疏系统
(a) Sparse system(b) 非稀疏系统
(b) Non-sparse system

图11 各算法在语音输入的非高斯噪声条件下收敛性能

Fig. 11 The convergence performance of various algorithms under the non-Gaussian noise condition of speech input

制,将其从期望信号中减去即可实现回声消除。

由图11可以看到,输入信号为语音信号时,各算法的收敛性能真实地体现了各算法在回声消除中的应用效

果。以上仿真结果验证了 VSS-IPAPSA 的稳健性,并且相比于 IPAPSA、VSS-APSA 和 APSA 算法,本文提出的 VSS-IPAPSA 具有明显的有效性。

5 结 论

基于 l_1 范数的改进的变步长比例仿射投影符号自适应滤波算法(VSS-IPAPSA)是针对非高斯噪声干扰对自适应滤波算法性能的影响和系统的不同稀疏性所提出的。具体地,主要进行了4个方面的工作:1)引入步长函数的概念,采用随机逼近的方法推导得最优步长;2)在实际情况分析过程中,采用移动平均法处理期望项,得出准确的步长;3)将比例矩阵的思想引入传统的仿射投影算法中,提高算法在不同稀疏系统中的适用性,同时利用符号算法对非高斯噪声干扰的抑制能力;4)将所提出的新算法(VSS-IPAPSA)分别应用到系统辨识和回声消除领域中。实验结果和理论分析表明,本文算法对不同稀疏特性的系统具有更好的适应性,且对非高斯噪声的抑制能力、收敛速度、稳态性能、系统发生突变时的跟踪性能均优于其他的自适应滤波算法。在系统辨识和回声消除领域,本文算法也具有有良好的稳健性和有效性。

参考文献

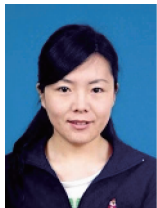
- [1] HAYKIN S. Adaptive filter theory [M]. Upper Saddle River New Jersey: Prentice-Hall, 2002.
- [2] 蔡宇,洪纓,原建平,等. 语音系统中的子带自适应回声消除技术[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(7): 1448-1453.
CAI Y, HONG Y, YUAN J P, et al. Subband adaptive echo cancellation technique in speech system[J]. Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(7): 1448-1453.
- [3] 张红梅,韩万刚. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法研究及其应用[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(8): 1822-1830.
ZHANG H M, HAN W G. A new variable step LMS algorithm and its application[J]. Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(8): 1822-1830.
- [4] 倪锦根, 马兰申. 分布式子带自适应滤波算法[J]. 电子学报, 2015, 43(11): 2225-2231.
NI J G, MA L SH. Distributed subband adaptive filtering algorithms [J]. Chinese Journal of Electronics, 2015, 43(11): 2222-2231.
- [5] OZEKI K, UMEDA T. An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties [J]. Electronics Communication, 1984, 67(5): 19-27.
- [6] XIAO L S, WU M, YANG J. A new efficient filtered-x affine projection sign algorithm for active control of impulsive noise [J]. Signal Processing, 2016, 120(3): 456-461.
- [7] NI J G, LI F. Efficient implementation of the affine projection sign algorithm [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(1): 24-26.
- [8] SHAO T, ZHENG Y R, BENESTY J. An affine projection sign algorithm robust against impulsive interferences [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(4): 327-330.
- [9] SHIN J, YOO J, PARK P. Variable step-size affine projection sign algorithm [J]. Electronics Letters, 2012, 48(9): 483-485.
- [10] 郭莹, 侯明云. 基于指数梯度和凸组合的稀疏自适应滤波算法 [J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(4): 894-900.
GUO Y, HOU M Y. Sparse adaptive filter algorithm based on exponentiated gradient and convex combination [J]. Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(4): 894-900.
- [11] DUTTWEILER D L. Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancellers [J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 2000, 8(5): 508-518.
- [12] BENESTY J, GAY S L. An improved PNLMS algorithm [C]. IEEE International Conference On Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2002: 1881-1884.
- [13] 张凯, 单甘霖. 基于高斯和 SCKF 的非线性非高斯滤波算法 [J]. 仪器仪表学报, 2015, 35(11): 2524-2530.
ZHANG K, SHAN G L. Nonlinear non-Gaussian filtering algorithm based on Gaussian sum filter and SCKF [J]. Journal of Scientific Instrument, 2015, 35(11): 2524-2530.
- [14] SAMORODNITSKY G, TAQQU M S. Stable non-Gaussian random processes: stochastic models with infinite variance [D]. New York: Chapman and Hall, 1994.
- [15] ALBU F, KWAN H K. New proportionate affine projection sign algorithms [C]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2013: 521-524.
- [16] ZOU Y, CHAN S C, NG T S. A recursive least M-estimate (RLM) adaptive filter for robust filtering in impulse noise [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2000, 7(11): 324-326.
- [17] HAYKIN S. Adaptive filter theory [M]. Upper Saddle River New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- [18] GRATON G, GUAY M, ARINEZ J. Variable-step-size

based sparse adaptive filtering algorithm for channel estimation in broadband wireless communication systems [J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2014, 2014(1): 1-7.

- [19] 郭莹, 高媛. 几种稀疏自适应滤波算法的对比研究[J]. 微型机与应用, 2014, 33(8): 1-3.

GUO Y, GAO Y. Contrast and research of several sparse adaptive filtering algorithms [J]. Microcomputer and Its Applications, 2014, 33(8): 1-3.

作者简介



郭莹 (通讯作者), 1998 年于兰州交通大学获得学士学位, 2004 年于东北电力大学获得硕士学位, 2009 年于大连理工大学获得博士学位, 现为沈阳工业大学副教授, 主要研究方向为自适应滤波算法及其应用。

E-mail: gy20072009@sina.com

Guo Ying (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Lanzhou Jiaotong University in 1998, M. Sc. degree from Northeast Dianli University in 2004 and Ph. D. degree from Dalian University of Technology in 2009. She is currently an associate professor in Shenyang University of Technology. Her research interest is adaptive filter algorithm and its application.



白艳梅, 2013 年于大连理工大学城市学院获得学士学位, 现为沈阳工业大学硕士研究生, 主要研究方向为自适应滤波算法。

E-mail: 834571794@qq.com

Bai Yanmei received her B. Sc. degree from City Institute, Dalian University of Technology in 2013. Now she is a master candidate in Shenyang University of Technology. Her research interest is adaptive filter algorithm.