

# 基于改进 PI 模型的压电陶瓷迟滞特性补偿控制\*

于志亮<sup>1</sup>, 刘杨<sup>1,2</sup>, 王岩<sup>1</sup>, 李松<sup>1</sup>, 谭久彬<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系 黑龙江 150001; 2. 哈尔滨工业大学超精密光电仪器工程研究所 黑龙江 150001)

**摘要:**压电陶瓷执行器的迟滞特性会降低星间激光通信精瞄系统的定位精度,对信标光的捕获以及链路的稳定性造成影响。针对这一问题,通过分析压电陶瓷执行器迟滞特性产生机理,提出一种基于 Prandtl-Ishlinskii (PI) 数学模型及其辨识方法,并利用该模型对压电陶瓷执行器迟滞特性进行前馈线性化逆补偿。并通过实验来验证数学模型和线性化的有效性,实验结果表明,通过对系统输入不同频率下等幅和减幅正弦控制信号来验证前馈逆补偿性能时,改进的模型最大拟合误差均在 1% 之内,通过前馈模型逆补偿的控制方法可使压电陶瓷驱动的线性度误差由 5% 减小到 1% 以内,并且改进 PI 模型在计算复杂度上由  $O(n)$  简化为  $O(1)$ 。

**关键词:**快速倾斜镜;压电陶瓷执行器;迟滞特性;改进 PI 模型

**中图分类号:** TL211.4 TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8010

## Hysteresis compensation and control of piezoelectric actuator based on an improved PI model

Yu Zhiliang<sup>1</sup>, Liu Yang<sup>1,2</sup>, Wang Yan<sup>1</sup>, Li Song<sup>1</sup>, Tan Jiubin<sup>2</sup>

(1. Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Center of Ultra-precision Optoelectronic Instrument, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The hysteretic nonlinearity of the piezoelectric actuator (PEA) will greatly reduce the pointing accuracy of a precision pointing system for inter-satellite laser communication, and affect the acquisition of beacon and link stability. To address this issue, an improved Prandtl-Ishlinskii (PI) model based on the PLAY hysteresis operator and parameter identification method is presented to characterize the hysteresis of the PEA. Based on this basis, a feedback forward linearization method for the piezoelectric is proposed and its effectiveness of mathematical model and linearization is verified. The experimental results show that the inverse of this model with maximum error less than 1% is employed for feedforward compensation of the PEA hysteresis to obtain an approximately linear system. The improved PI model entails less computation than the original PI model. The performance the feedforward compensation is verified by experiments using control signals with different frequencies, and with constant and decreasing amplitudes respectively. The results show that the feedforward inverse model compensation can reduce the linearity error of the PEA from 5% to less than 1%, which Prandtl-Ishlinskii model in computational complexity simplified from  $O(n)$  to  $O(1)$ .

**Keywords:** fast steering mirror; piezoelectric actuator; hysteresis; improved Prandtl-Ishlinskii (PI) hysteresis model

## 1 引言

压电陶瓷执行器 (piezoelectric actuators PEA) 定位精度高<sup>[1]</sup>、带宽大、位移分辨率高、响应速度快、输出力大<sup>[2]</sup>、体积小<sup>[3]</sup>,被广泛应用于电源驱动<sup>[4]</sup>、微定位平

台<sup>[5]</sup>、原子力显微镜<sup>[6]</sup>、磁盘驱动<sup>[7]</sup>、空间激光通信<sup>[8]</sup>和捕获、瞄准系统<sup>[9]</sup>中。然而 PEA 存在着多值映射的迟滞特性以及蠕变特性,其输入与输出之间存在着非线性特性<sup>[10]</sup>,其中迟滞特性的影响最为严重<sup>[11]</sup>。

针对压电陶瓷执行器的迟滞非线性问题,国内外学者进行了大量的研究。其中基于开环前馈模型逆补偿的

控制方法最为有效和便捷<sup>[12-13]</sup>, 该方法是根据对压电陶瓷执行器的迟滞特性进行数学建模, 获得 PEA 控制电压和输出位移的对应关系。Preisach 模型是最早描述压电陶瓷迟滞非线性过程的数学模型, 该方法是 1935 年由 Preisach F<sup>[14]</sup> 在描述铁磁材料的迟滞特性时提出的, 其原理是通过基本迟滞单元 Relay 迟滞算子来描述局部记忆的迟滞特性, 然后通过对 Relay 迟滞算子进行加权叠加来描述具有全局记忆的迟滞特性; Ge P 等人<sup>[15]</sup> 基于经典 Preisach 模型提出了一种广义 Preisach 模型; 李黎等人<sup>[16]</sup> 将广义非线性 Preisach 模型中次环一致性修改为等弦长特性来预测位移, 并且其误差绝对值的最大值降低了 0.22  $\mu\text{m}$ 。Preisach 模型可以描述大多数率无关情况下迟滞特性, 但是该模型存在参数多, 计算复杂, 权值函数辨识困难等缺点。Habineza D 等人<sup>[17]</sup> 基于 Bouc-Wen 迟滞模型设计出一种多值迟滞补偿器, 应用于 3 自由度压电扫描仪中, 并利用辨识方法得到模型中的参数, 但 Bouc-Wen 模型存在着对压电陶瓷迟滞特性曲线描述不完整, 并且精度有限的缺点。王钰锋等人<sup>[18]</sup> 建立了压电陶瓷执行器的 Hammerstein 迟滞模型, 设计了基于前馈自适应逆补偿和 PI 反馈的复合控制策略, 在实时跟踪的信号频率为 100 Hz 以内时, 相对平均误差在 0.020 5  $\mu\text{m}$ , 具有良好的实时性能; Liu F. T. 等人<sup>[19]</sup> 提出利用麦克斯韦电阻电容 (Maxwell resistive capacitor, MRC) 模型对迟滞特性进行补偿, 使其线性化, 并且通过动力学方程对补偿后的线性系统参数进行辨识; Biggio M 等人<sup>[20]</sup> 通过对压电陶瓷迟滞特性中的电流和电荷变化进行详细分析和建模, 并提出一种基于电流和电荷的控制策略来对迟滞非线性特性进行补偿。然而上述迟滞模型的复杂度较高, 不易实现。

PI (Prandtl-Ishlinskii) 模型结构简单, 所用参数少, 计算量小, 误差累积, 可以得到解析形式的逆模型, 在工程中易于实现<sup>[21]</sup>。因此本文基于 PI 模型提出一种改进 PI 模型, 进一步减少了计算复杂度, 适合于嵌入式处理器的求解运算。同时通过前馈逆补偿使迟滞线性化, 并通过实验来验证该方法的有效性。

## 2 PI 迟滞模型及控制方法

压电陶瓷迟滞特性曲线如图 1 所示, 输入与输出呈现多映射关系, 即在相同输入下, 有多个不同输出。或在相同输出下, 有多个不同的输入。输出不仅和当前的输入有关, 还与所输入的信号的最大值和最小值有关。

当输入的最大值或最小值发生改变时, 迟滞特性所记忆的极值也随之发生改变。由于压电陶瓷是铁电类电介质材料, 介电常数与频率依赖关系弱<sup>[22]</sup>, 因此可以忽

略输入信号频率对迟滞特性的影响。

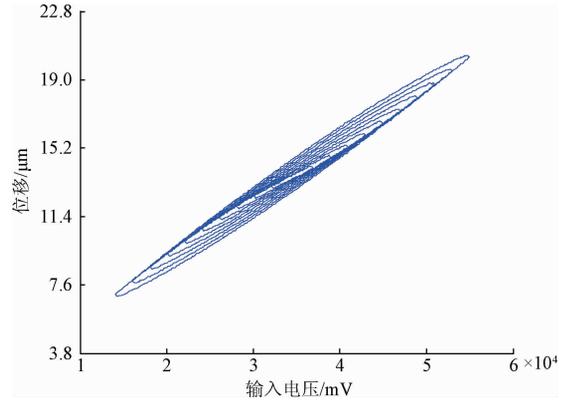


图 1 迟滞曲线

Fig. 1 Hysteresis curve of piezoelectric

传统 Prandtl-Ishlinskii 模型的输出是通过 PLAY 算子进行加权积分得到的, 而积分在实际工程中所需的参数较多, 计算实现复杂度大。

描述迟滞的 PLAY 算子  $w(t)$  可以表示为  $w(t) = F_r[u](t) = f_r(u(t), w(t_k))$ , 初值  $w(0)$  可表示为:

$$w(0) = F_r[u](0) = f_r(u(0), 0) \quad (1)$$

其中,

$$f_r(u, w) = \max\{u - r, \min(u + r, w)\} \quad (2)$$

通过对 PLAY 算子  $F_r[u](t)$  进行加权积分可以得到 PI 模型输出为:

$$y(t) = \int_0^{+\infty} p(r) F_r[u](t) dr \quad (3)$$

其中,  $p(r)$  是积分密度函数, 当满足  $p(r) \geq 0$  时有:

$$\int_0^{+\infty} rp(r) dr < +\infty \quad (4)$$

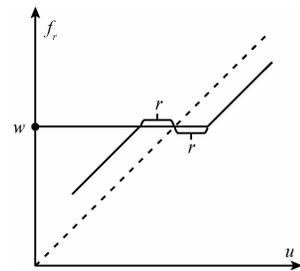


图 2  $f_r(u, w)$  函数

Fig. 2 The  $f_r(u, w)$  function

若 PLAY 算子输出  $F_r[u](t)$  保持不变, 则称算子  $F_r[u](t)$  是  $u_i$  的水平算子; 若 PLAY 算子的输出  $F_r[u](t)$  发生改变, 则称算子  $F_r[u](t)$  是  $u_i$  的环形算子, 如图 3 所示。

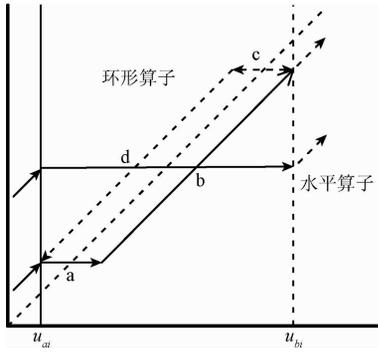


图 3 环形算子与水平算子

Fig. 3 The circular and level operators

当输入与输出位于图 3 中所示的 abc 区间时, 环形算子可表示为:

$$w_i = \begin{cases} u_i - r, & 0 \leq r < \frac{u_i - u_{a_i}}{2} \\ u_{a_i} + r, & \frac{u_i - u_{a_i}}{2} \leq r < \frac{u_{b_i} - u_{a_i}}{2} \\ w_{a_i}, & r \geq \frac{u_{b_i} - u_{a_i}}{2} \end{cases} \quad (5)$$

同理, 对于单调不增区间 cda, 有:

$$w_i = \begin{cases} u_i + r, & 0 \leq r < \frac{u_{b_i} - u_i}{2} \\ u_{b_i} - r, & \frac{u_{b_i} - u_i}{2} \leq r < \frac{u_{b_i} - u_{a_{i+1}}}{2} \\ w_{b_i}, & r \geq \frac{u_{b_i} - u_{a_{i+1}}}{2} \end{cases} \quad (6)$$

其中阈值  $r \geq 0$ ,  $u_i$  为输入,  $w_i$  为算子输出。PI 模型通过对线性 PLAY 算子加权积分来描述迟滞特性。由式(3)~(5), 对于单调不减区间 abc 有:

$$\frac{\Delta y}{2} = \int_0^{\Delta u/2} p(r) \left( \frac{\Delta u}{2} - r \right) dr \quad (7)$$

设

$$\begin{cases} Q(x) = H(x) - H(0) - xH'(0) \\ \frac{\partial^2 H(r)}{\partial r^2} = p(r) \end{cases} \quad (8)$$

则有:

$$\frac{\Delta y}{2} = \int_0^{\Delta u/2} p(r) \left( \frac{\Delta u}{2} - r \right) dr = H\left(\frac{\Delta u}{2}\right) - H(0) - \frac{\Delta u}{2} H'(0) \quad (9)$$

进而得出:

$$\frac{\Delta y}{2} = Q\left(\frac{\Delta u}{2}\right) \quad (10)$$

同理对于单调不增区间 cda, 有:

$$\frac{\Delta y}{2} = -Q\left(-\frac{\Delta u}{2}\right) \quad (11)$$

综合式(8)和(9)可得:

$$\left| \frac{\Delta y}{2} \right| = Q\left(\left| \frac{\Delta u}{2} \right|\right) \quad (12)$$

式中: 在单调不减区间时  $\Delta u$  为正,  $\Delta y$  取正号, 在单调不增区间时则相反。

式(10)将 PI 模型参数函数  $p(r)$  转化为新的参数函数  $Q(x)$ , 参数函数  $Q(x)$  又是输入变化量与输出变化的映射函数, 所以新的参数函数  $Q(x)$  具有物理意义明确、辨识方便、容易求解等优点。

该模型也将 PI 模型复杂的积分运算转换成输入变化量与输出变化量的单值映射计算, 使得 PI 模型计算的算法复杂度由  $O(n)$  降低至  $O(1)$ , 大大减少了系统计算时间, 适合于嵌入式处理器的求解运算。

### 3 实验验证及结果

#### 3.1 实验设备

为了验证改进 PI 模型前馈线性化方法的有效性, 建立了压电陶瓷驱动平台实验系统如图 4 所示。压电陶瓷控制器由控制电路和驱动放大电路组成, 上位机将控制指令通过串行接口传递给控制电路中的 DSP 处理器, 然后通过数模转换单元将处理后的指令转换成模拟电压, 并经驱动放大电路放大后作用于压电陶瓷驱动器; 同时, 压电陶瓷驱动器通过反馈电路将当前形变位置所对应的电压值经过模拟数字单元转换后上传到 DSP 处理器中。

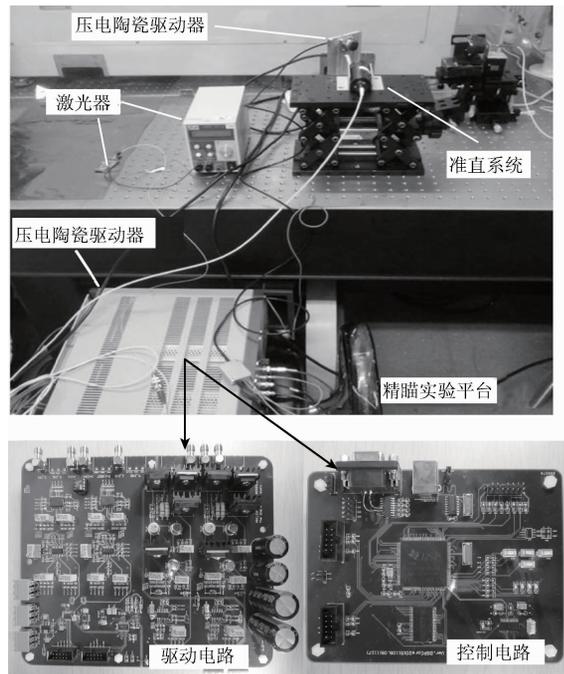


图 4 实验系统

Fig. 4 Experimental system

压电陶瓷执行器的型号为 S-330.2SL,由德国 Physik Instrumente (PI)公司所生产,最大转角为 2 mrad,响应时间达亚毫秒级,致动结构采用压电陶瓷加柔性铰链结构,供电电压为 100 V,控制电压为 0 ~ 100 V,反馈结构采用电阻应变式传感器,通过传感器将当前压电陶瓷形变位置所对应的电压值反馈到电路中。

3.2 PI 模型验证

为验证 PI 模型的有效性,通过开环控制压电陶瓷执行器,并采取不同频率下的迟滞数据,对式 (12) 进行多次拟合来得到最优  $Q(x)$ ,在拟合过程中要求拟合函数满足如下条件  $Q'(0) = Q(0) = 0$ ,在本文中选择的为:

$$Q(x) = x^2 \cdot \left( \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3}{1 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3} \right) \quad (13)$$

式 (13) 中系数的选取以拟合过程中拟合误差最小曲线来确定。对拟合得到的模型进行验证,验证方法是对实验设备与仿真模型输入相同的控制波形,再对比两者输出的误差,如图 5 所示。

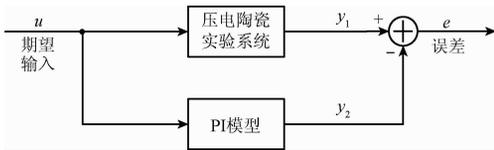


图 5 验证示意图  
Fig. 5 System validation

当输入信号为 60 V、10 Hz 减幅正弦波时,模型最大均方差约为 0.52%,如图 6 所示。

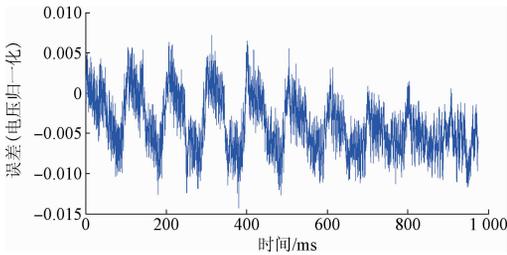


图 6 10 Hz 减幅验证示意图  
Fig. 6 Validation using 10 Hz decreasing input

当输入信号为 60 V、10 Hz 等幅正弦波时,模型最大均方差约为 0.23%,如图 7 所示。

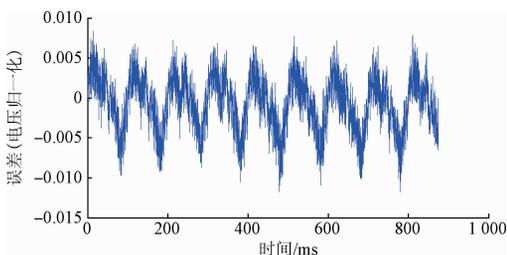


图 7 10 Hz 等幅验证示意图  
Fig. 7 Validation using 10 Hz constant-amplitude input

当输入信号为 60 V、100 Hz 等幅正弦波时,模型最大均方差约为 0.33%,如图 8 所示。这表明随着输入信号频率的增大,实际迟滞特性曲线与模型误差略微增大,但变化量小。验证了文献[21]中频率与迟滞的依赖关系弱这一结论。

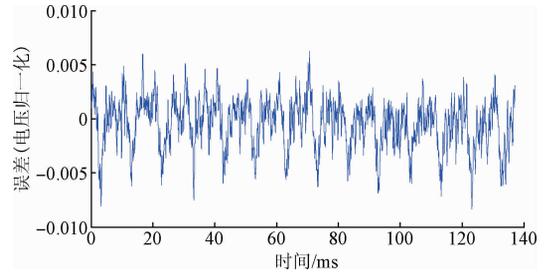
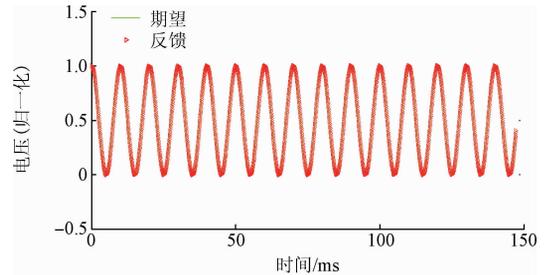


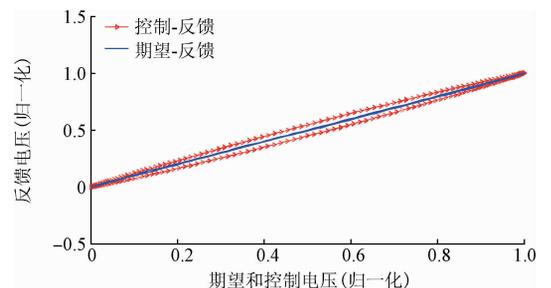
图 8 100 Hz 等幅验证示意图  
Fig. 8 Validation using 100 Hz constant-amplitude input

3.3 PI 模型前馈逆补偿控制

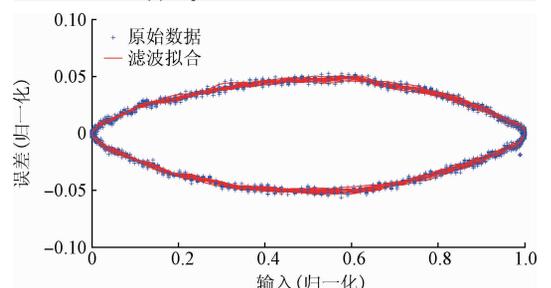
将 PI 模型放置在期望控制信号后即可实现对压电陶瓷的逆补偿控制。通过对系统输入频率为 100 Hz 的等幅正弦电压信号测试系统的前馈线性化性能,测试结果如图 9 所示。



(a) 100 Hz 期望曲线和反馈曲线  
(a) Expectations and feedback with 100 Hz sine input



(b) 期望反馈曲线和控制反馈曲线  
(b) Expected feedback and feedback control



(c) 无前馈补偿线性度误差曲线  
(c) The linearity error without feed-forward compensation

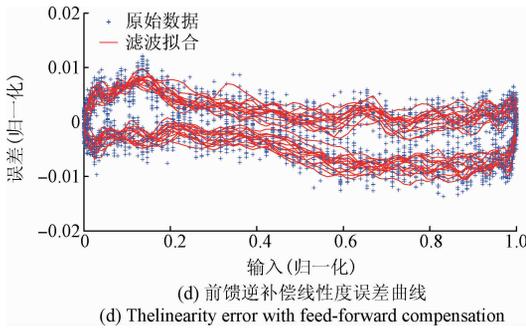


图 9 100 Hz 正弦输入测试曲线

Fig. 9 Test curve with 100 Hz sine input

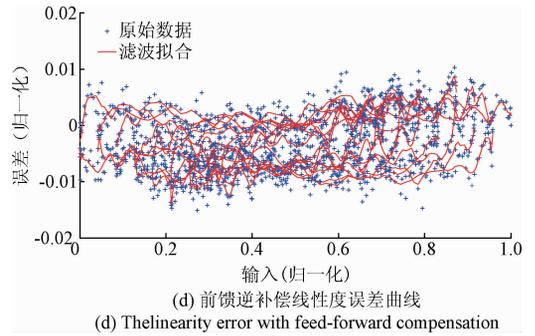


图 10 100 Hz 减幅正弦输入测试曲线

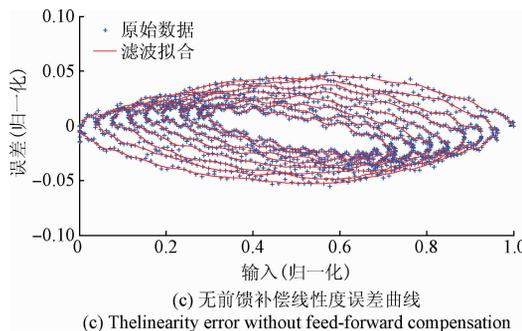
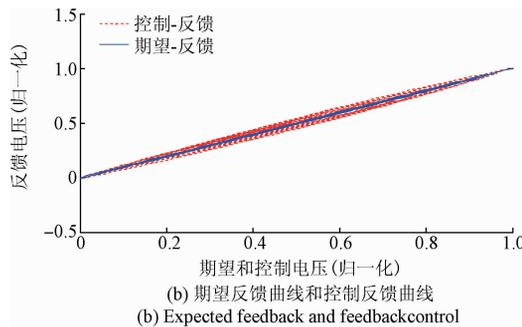
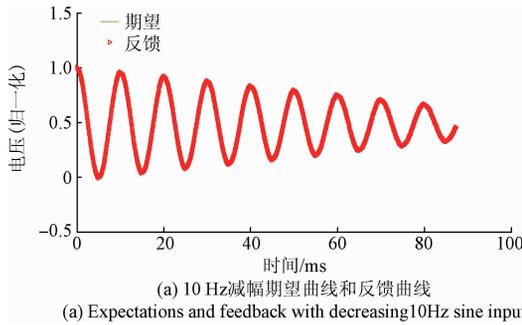
Fig. 10 Test curve with 100 Hz decreasing sine input

前文中提到当输入控制信号最大值或最小值发生改变时,迟滞特性所记忆的极值也随之发生改变。因此通过对系统输入频率为 100 Hz 减幅正弦电压信号测试系统的前馈线性化性能,测试结果如图 10 所示。

表 1 不同频率下线性度

Table 1 The different frequencies linearity

频率	线性度/%	
	未补偿	补偿
10 Hz 等幅	4.96	0.866
20 Hz 等幅	4.97	0.901
50 Hz 等幅	5.02	0.964
100 Hz 等幅	5.04	0.985
10 Hz 减幅	4.58	0.811
100 Hz 减幅	4.81	0.915



通过图 9(b) 和 10(b) 可以看出,补偿后的输出信号与输入信号之间呈现线性关系(图中实曲线)。从表 1 可以看出在相同的输入信号作用下经过前馈补偿之后的线性度要远远高于未补偿的线性度,并且随着控制信号的频率增大,压电陶瓷执行器的线性度略微增大,但是变化较小。

同时比较同频率下等幅和减幅的线性度,减幅的线性度相比等幅小。这是因为压电陶瓷的迟滞特性与所输入控制信号的电压大小有关,减幅曲线的控制电压随着时间的增加电压幅值减小,迟滞特性减小。

## 4 结 论

本文采用一种改进的 PI 模型对压电陶瓷执行器的迟滞特性进行前馈逆补偿,实现线性化。并通过实验进行了不同频率以及不同幅值控制信号情况下,压电陶瓷执行器线性度的测试,实验结果表明通过前馈 PI 模型逆补偿,迟滞特性的线性度误差减小到 1% 以内,将压电陶瓷执行器中的迟滞非线性特性进行线性化,有利于提高

压电陶瓷的控制精度。系统计算实现复杂度由原来的  $O(n)$  简化为  $O(1)$ , 大大减少了系统计算时间, 有利于提高系统带宽并适合于嵌入式处理器的求解运算, 有利于提高星间激光通信精瞄快速倾斜镜的控制性能。

### 参考文献

- [1] 刘艳梅, 金博伟, 魏阳杰, 等. 基于显微视觉的亚像素压电陶瓷驱动特性测量[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(5): 1163-1169.  
LIU Y M, JIN B W, WEI Y J, et al. Measurement on driving characteristic of a piezoelectric actuator based on the sub pixel of micro vision[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(5): 1163-1169.
- [2] 袁刚, 李世栋, 王代华. 一种压电陶瓷叠堆执行器刚度测量方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(3): 568-573.  
YUAN G, LI SH D, WANG D H. A stiffness measurement method for piezoelectric ceramic stack actuator [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(3): 568-573.
- [3] DEVASIA S, ELEFThERIOU E, MOHEIMANI S O R. A survey of control issues in nan positioning [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(5): 802-823.
- [4] GREGORY M, HEINE F F, H KEMPNER H, et al. Commercial optical inter-satellite communication at high data rates [J]. Optical Engineering, 2012, 53(3): 031202.
- [5] HEMMATI H. 深空光通信[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 283-296.  
HEMMATI H. Deep space optical communications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 283-296.
- [6] ARVIZU A, SANTOS J, DOMINGUEZ E, et al. ATP subsystem for optical communications on a cubesat[C]. IEEE International Conferences on Space Optical Systems and Applications, 2015: 1-5.
- [7] 李锐, 李洪祚, 唐雁峰, 等. 空间光通信复合轴 APT 系统[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(7): 1333-1336.  
LI R, LI H Z, TANG Y F, et al. Compound-axis APT system in space optical communication [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(7): 1333-1336.
- [8] 卢宁, 柯熙政, 张华. 自由空间激光通信中 APT 粗跟踪研究[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(5): 943-949.  
LU N, KE X ZH, ZHANG H. Research on APT coarse tracking in free-space laser communication [J]. Infrared and Laser Engineering, Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(5): 943-949.
- [9] TANG T, HUANG Y M, FU CH Y, et al. Acceleration feedback of a CCD-based tracking loop for fast steering mirror [J]. Optical Engineering, 2009, 48(1): 1-6.
- [10] MOHEIMANI S O R. Accurate and fast nan positioning with piezoelectric tube scanners: Emerging trends and future challenges [J]. Review of Scientific Instruments, 2008, 79(5): 1-11.
- [11] LIU W J, LIAO W J, JIA K M, et al. Hysteresis property of tip-tilt-piston micromirror based on tilt-and-lateral shift-free piezoelectric unimorph actuator [J]. Integrated Ferroelectrics, 2014, 150(1): 14-22.
- [12] IYER R V, TAN X B, KRISHNAPRASAD P S. Approximate inversion of the Preisach hysteresis operator with application to control of smart actuators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(6): 798-810.
- [13] XIAO SH L, LI Y M. Modeling and high dynamic compensating the rate-dependent hysteresis of piezoelectric actuators via a novel modified inverse Preisach model [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 21(5): 1549-1557.
- [14] PREISACH F. über die magnetische Nachwirkung [J]. Zeitschrift für Physik, 1935, 94(5): 277-302.
- [15] GE P, JOUANEH M. Generalized Preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuators [J]. Precision Engineering, 1997, 20(2): 99-111.
- [16] 李黎, 刘向东, 王伟, 等. 压电陶瓷执行器迟滞特性的广义非线性 Preisach 模型及其数值实现 [J]. 光学精密工程, 2007, 15(5): 706-712.  
LI L, LIU X D, WANG W, et al. Generalized nonlinear Preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuator and its numerical implementation [J]. Optical and Precision Engineering, 2007, 15(5): 706-712.
- [17] HABINEZA D, RAKOTONDRABE M, CORREC Y. Bouc-Wen modeling and feedforward control of multivariable hysteresis in piezoelectric systems: Application to a 3-DoF piezo tube scanner [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(5): 1797-1806.
- [18] 王钰锋, 郭咏新, 毛剑琴. 压电作动器的率相关迟滞建模与跟踪控制 [J]. 光学精密工程, 2014, 22(3): 616-625.  
WANG Y F, GUO Y X, MAO J Q. Rate-dependent modeling and tracking control of piezoelectric actuators [J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(3): 616-625.
- [19] LIU Y F, SHAN J J, QI N M. Creep modeling and identification for piezoelectric actuators based on fractional-order system [J]. Mechatronics, 2013, 23(7): 840-847.

- [20] BIGGIO M, OLIVERI A, STELLINO F, et al. A circuit model of hysteresis and creep [J]. IEEE Transactions on Circuits and systems, 2015, 62(5): 501-505.
- [21] MOHAMMAD A J, MICKY R, OMAR A. Further results on hysteresis compensation of smart micropositioning systems with the inverse prandtl - ishlinskii compensator[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2016, 24(2): 428-439.
- [22] 张学福,王丽坤. 现代压电学[M]. 北京:科学出版社,2002:93-97.  
ZHANG F X, WANG L K. Modern piezoelectricity[M]. Beijing: Science Press, 2002: 93-97.

### 作者简介



于志亮,分别在2010年和2012年于哈尔滨工业大学获得学士学位和硕士学位,现为哈尔滨工业大学博士研究生,主要研究方向为压电陶瓷迟滞建模以及补偿控制。

E-mail: yuzl@hit.edu.cn

**Yu Zhiliang** received his B. Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2010, and received his M. Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2012. His main research interests include hysteresis modeling and compensation for a piezoelectric actuator.



刘杨(通讯作者),分别在2004年、2006年和2011年于哈尔滨工业大学获得学士学位、硕士学位和博士学位,现为哈尔滨工业大学讲师,主要研究方向为超精密运动控制。

E-mail: hitlg@hit.edu.cn

**Liu Yang** (Corresponding author) received his B. Sc. from Harbin Institute of Technology (HIT) in 2004, received his M. Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2006, and received his Ph. D. degree from Harbin Institute of Technology in 2011. He is currently a lecture in HIT. His main research interest is ultra-precision motion control.