

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210816

# 圆弧螺旋型压电能量收集器的有限元模型研究\*

齐炫凯, 仇超群, 王子杰, 王德波

(南京邮电大学集成电路科学与工程学院 南京 210023)

**摘要:** 为了分析圆弧螺旋型压电能量收集器的振动特性和输出特性, 本文提出了一种有限元模型, 可以在简化模型的同时改善结果的精度。对近似前后的圆弧型压电能量收集器进行了建模、仿真和测试, 得到了圆弧螺旋型能量收集器的谐振频率、输出电压与输出功率。将圆弧型悬臂梁进行有限元分割成 6~16 个矩形结构悬臂梁, 并对不同程度的有限元近似下圆弧螺旋能量收集器的谐振频率与输出性能进行分析, 结果表明在有限元个数大于等于 10 时, 谐振频率与输出性能相对误差较小。加工制备了  $2\pi$  圆弧螺旋型压电振动能量收集并进行了性能测试。测试结果表明螺旋能量收集器谐振频率为 158 Hz, 采取 10 边型有限元模型的理论谐振频率为 153 Hz, 相对误差为 3.5%; 最大输出功率的测试结果为 53.5  $\mu\text{W}$ , 最大输出功率的理论结果为 55.2  $\mu\text{W}$ , 相对误差为 3.18%, 理论结果与测试结果较为符合。

**关键词:** 圆弧螺旋; 压电能量收集; 有限元模型; 谐振频率; 输出性能

中图分类号: TH89 TN62 TP212.1 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.3030

## A finite element model of circular arc spiral piezoelectric energy harvester

Qi Xuankai, Qiu Chaoqun, Wang Zijie, Wang Debo

(College of Integrated Circuit Science and Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** To analyze the vibration characteristic and output characteristic of the arc spiral piezoelectric energy harvester, a finite element approximation (FEA) model is proposed in this article. It is found that the FEA model can simplify the model while maintaining the accuracy of results. The modeling, simulation and measurement of the arc spiral piezoelectric energy harvester are implemented before and after the approximation. The resonant frequency, output voltage, and output power of the spiral piezoelectric energy harvester are obtained. The circular arc cantilever beam is divided into 6~16 rectangular cantilever beams with the finite element method. The resonant frequency and output performance of the arc spiral energy harvester under different degrees of FEA are analyzed. Results show that when the number of FEA sides is larger than 10, the performance of the spiral piezoelectric energy harvester has little error. A  $2\pi$  spiral piezoelectric energy harvester is fabricated and measured. The test results show that the resonant frequency is 158 Hz, the theoretical resonant frequency is 153 Hz with the 10 FEA model, and the error is 3.5%. The maximum output power is 53.5  $\mu\text{W}$ , the theoretical output power is 55.2  $\mu\text{W}$ , and the relative error is 3.18%. The test results is in good agreement with the theoretical results.

**Keywords:** circular arc spiral; piezoelectric energy harvester; finite element model; resonant frequency; output performance

## 0 引言

随着无线传感技术、通信技术和嵌入式计算技术的快速发展, 具有感知、计算和通信能力的微型传感网络引起了人们的极大关注<sup>[1]</sup>。压电振动能量收集技术利用正压电效应将环境中废弃的机械能转化为电能。因其结构

简单、能量转换效率较高、绿色环保和可持续等诸多优点在微型传感网络中得到广泛应用<sup>[2-3]</sup>。

国内外很多学者对压电能量收集器的力学和电学性能进行了建模和分析。2003年 Roundy 等<sup>[4]</sup>基于线性系统理论建立了机电耦合模型, 对矩形悬臂梁进行了研究, 最大功率的理论结果为 80  $\mu\text{W}$ , 测试结果为 68  $\mu\text{W}$ , 误差为 15%, 同时该模型仅适用于线性能量收集器。2007年

收稿日期: 2022-12-02 Received Date: 2022-12-02

\* 基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61904086)项目资助

DuToit 等<sup>[5-7]</sup>基于压电片的 d33 压电效应建立了一维电学模型,可以用于预测压电悬臂梁振动时产生的位移和电压,发现最佳输出功率决定于悬臂梁的结构和质量,而不是压电片的耦合系数。2018 年 Dos 等<sup>[8]</sup>分析建立了螺旋悬臂梁的集总参数模型并研究了矩形螺旋悬臂梁的谐振频率,理论结果与实验数据相差较小;但是输出功率的理论测试结果误差较大。2020 年 Chen 等<sup>[9]</sup>基于基尔霍夫板理论和等效阻抗法建立了弹性-电-机械模型,利用布洛赫定理和波动有限元法对模型进行了数值求解,得到的理论输出电压与测试结果较为接近,但是电压解析解和实测波形仍有较大差别。2021 年薛至诚等<sup>[10]</sup>提出一种圆弧螺旋能量收集器,并对输出特性进行了理论建模,理论结果与测试结果误差较大。2022 年周佳成等<sup>[11]</sup>将直角螺旋能量收集器的垂直振动视为弹簧的简谐振动,根据质量-弹簧模型建立了振动模型,计算的最佳负载功率为  $7.04 \mu\text{W}$ ,实际测试最大功率为  $5.79 \mu\text{W}$ ,相对误差为 17.8%。

综上所述,目前压电振动能量收集器的理论模型大多直接使用弹簧-质量块模型,该模型普遍存在参数难以估算,理论结果与测试结果误差较大的问题。因此本文针对圆弧螺旋型压电振动能量收集器建立了一种有限元模型,理论分析并仿真了不同有限元近似下的谐振频率、输出电压和输出功率。最后加工样机,与测试数据进行了对比,该有限元模型可以将误差控制在 7% 以内。

## 1 圆弧螺旋压电能量收集器的有限元模型

### 1.1 结构与原理

本文提出了圆弧螺旋型压电能量收集器如图 1 所示。当系统受到振动激励后,悬臂梁与附着在悬臂梁上面的压电层会产生应变,从而使压电层在受力方向上产生极化电荷,并随着受力方向而变化,进而产生交流电压<sup>[12-14]</sup>。

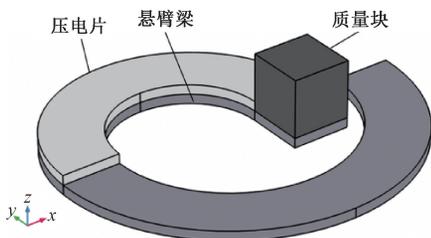


图 1 圆弧螺旋压电能量收集器结构

Fig. 1 Structure of circular arc spiral piezoelectric energy harvester

悬臂梁的厚度为 1 mm,宽度为 6 mm,中间的质量块用来降低谐振频率和增大输出电压,大小为  $6 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times$

6 mm。悬臂梁所用的材料是铜,压电层材料是 PZT-5H,质量块的材料是铜。其中材料参数如表 1 所示。

表 1 材料参数  
Table 1 Material parameters

| 材料   | PZT-5H                | 铜     |
|--|-----------------------|-------|
| 密度/( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )           | 7 500                 | 8 900 |
| 杨氏模量 $E/\text{GPa}$                              | 76                    | 119   |
| 泊松比 $\nu$  | 0.34                  | 0.35  |
| 介电常数 $\epsilon_r$                                | 1 433                 |       |
| 压电电压常数 $g_{33}/(\text{Vm} \cdot \text{kN}^{-1})$ | 19.9                  |       |
| 压电应力常数 $d_{33}/(\text{C} \cdot \text{N}^{-1})$   | $680 \times 10^{-12}$ |       |

### 1.2 圆弧螺旋结构的振动分析

首先根据应变和应力理论来分析矩形悬臂梁结构的受力,得到矩形悬臂梁的挠度计算公式,如式(1)所示<sup>[15]</sup>。

$$\delta = y = \frac{Fx^2}{6EI}(3L - x) \quad (1)$$

式中: $F$ 为悬臂梁自由端收到的竖直作用力, $x$ 为到固定端的距离, $E$ 为悬臂梁的杨氏模量, $L$ 为悬臂梁长度, $I$ 为第二面动量,可通过式(2)计算得到。

$$I = \int_{-t/2}^{t/2} wy^2 \cdot dy = \frac{1}{12}wt^3 \quad (2)$$

式中: $w$ 、 $t$ 分别为悬臂梁的宽度与厚度。

为了分析圆弧螺旋悬臂梁的受力及形变,可对圆弧螺旋悬臂梁采取有限元分隔,将圆弧悬臂梁拆解为若干个矩形悬臂梁。例如, $2\pi$ 圆弧螺旋悬臂的结构由两个半径不同的半圆弧形共面梁组成,若将 $2\pi$ 圆弧有限元近似为 12 边型,那么半圆弧形悬臂梁可简化为 6 根矩形悬臂梁相互连接而成,每个矩形梁的固定端都附着在前面的梁的自由端,每个梁相对于前一个梁的方向是  $30^\circ$ ,形成一个螺旋结构,如图 2 所示。

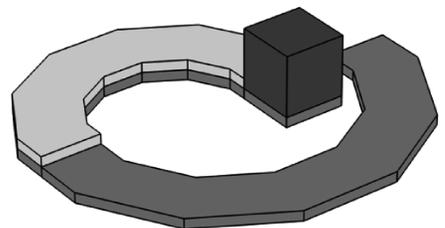


图 2 近似圆弧螺旋结构

Fig. 2 Diagram of approximate arc spiral structure

为了计算螺旋悬臂梁的总体受力与形变,需要计算出每根矩形悬臂梁的挠度  $z$  与扭转偏转  $\beta$ <sup>[16]</sup>。如图 3 所示,每个悬臂梁考虑 4 个荷载:1)由梁质量引起的分布荷

载  $W$ ; 2) 端部剪切荷载  $S$ , 来自连接到端部的所有质量, 包括质量块  $M_i$  和之前分布的质量; 3) 尖端力矩  $M$ ; 4) 尖端扭矩  $T$ 。

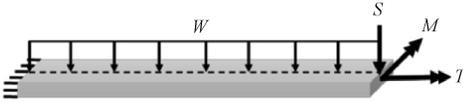


图3 每个梁构件荷载的位置和方向

Fig. 3 Location and direction of load of each beam

为了阐明每根悬臂梁上的4种荷载, 图4给出了螺旋结构最内端的梁1与2的荷载, 对于梁1, 4种荷载分布如下:

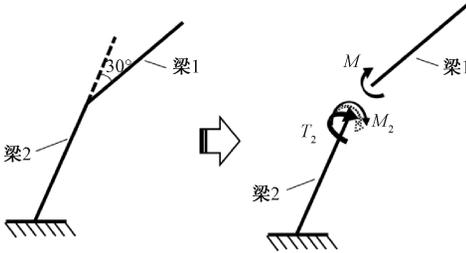


图4 梁1和2荷载

Fig. 4 Load diagram of beam 1 and beam 2

$$W_1 = m_1 \quad (3)$$

$$S_1 = m_i \quad (4)$$

$$T_1 = m_1 = 0 \quad (5)$$

对于梁2, 梁1的自重与梁1的端部剪切荷载  $S_1$  引起的连接点弯矩施加在梁2的自由端, 这个连接点弯矩将转化为梁2的尖端力矩  $M_2$  与尖端扭矩  $T_2$ ; 另外, 作用在梁2上的剪力包含梁1的质量和剪力:

$$W_2 = m_2 \quad (6)$$

$$S_2 = S_1 + m_1 l_1 \quad (7)$$

$$T_2 = \sin 30^\circ \left( S_1 l_1 + \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \right) \quad (8)$$

$$M_2 = \cos 30^\circ \left( S_1 l_1 + \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \right) \quad (9)$$

用同样的方法对梁3进行分析, 对于梁3, 梁2的尖端力矩  $M_2$  与尖端扭矩  $T_2$  将沿着梁2传递至梁3的自由端, 作为梁3的力矩和扭矩的一部分。因此梁3上的载荷为:

$$W_3 = m_3 \quad (10)$$

$$S_3 = S_2 + m_2 l_2 \quad (11)$$

$$T_3 = \cos 30^\circ T_2 + \sin 30^\circ \left( M_2 + S_2 l_2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \right) \quad (12)$$

$$M_3 = -\sin 30^\circ T_2 + \cos 30^\circ \left( M_2 + S_2 l_2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \right) \quad (13)$$

将式(10)~(13)进行推广, 当  $L_i \geq 2$  时

$$W_i = m_i \quad (14)$$

$$S_i = S_{i-1} + m_{i-1} l_{i-1} \quad (15)$$

$$T_i = \cos 30^\circ T_{i-1} + \sin 30^\circ \left( M_{i-1} + S_{i-1} l_{i-1} + \frac{1}{2} m_{i-1} l_{i-1}^2 \right) \quad (16)$$

$$M_i = -\sin 30^\circ T_{i-1} + \cos 30^\circ \left( M_{i-1} + S_{i-1} l_{i-1} + \frac{1}{2} m_{i-1} l_{i-1}^2 \right) \quad (17)$$

由此可得每根矩形悬臂梁的4种荷载, 每根矩形悬臂梁的局部弯曲挠度与局部扭转角度可以根据荷载的大小与悬臂梁的尺寸进行计算。

其中, 4种荷载中的前3种加载条件会导致弯曲挠度  $z$ 。  $W$ 、 $S$  和  $M$  的正值会导致正挠度, 结合式(1), 得到局部弯曲挠度  $z$  的计算公式为:

$$z_i(x) = \frac{S_i x_i^2}{6EI_i} (3L_i - x_i) + \frac{m_i x_i^2}{24EI_i} (x_i^2 - 4L_i x_i + 6L_i^2) + \frac{M_i x_i^2}{2EI_i} \quad (18)$$

扭矩位于梁的轴向,  $T$  的正值导致正扭转偏转  $\beta^{[16]}$ , 计算公式为:

$$\beta_i(x) = \frac{T_i x_i}{GJ_i} \quad (19)$$

式中:  $x_i$  为第  $i$  个梁的长度坐标(固定端到自由端的距离);  $GJ_i$  为第  $i$  段梁的扭转刚度, 是剪切模量  $G = \frac{1}{s_{44}}$

和扭转常数  $J$  的函数。

矩形截面  $J$  可定义为:

$$J = k_i w t^3 \quad (20)$$

式中:  $k_i$  是梁厚度  $t$  与宽度  $w$  之比的函数。

$$k_i = \frac{1}{3} - 0.21 \frac{t}{w} \left[ 1 - \frac{1}{12} \left( \frac{t}{w} \right)^4 \right] \quad (21)$$

为了求解每根矩形悬臂梁的全局挠度, 还需要知道每根矩形悬臂梁固定端与地面的夹角  $\theta$  和旋转角  $\gamma$ 。

每根矩形悬臂梁与地面的全局夹角  $\theta$  和旋转角  $\gamma$  是由所有矩形悬臂梁自身局部挠度导致的弯曲角  $\alpha$  与扭矩导致的扭转角  $\beta$  构成的, 并且受上一根悬臂梁的  $\theta$ 、 $\gamma$  影响。挠度确定后, 悬臂梁端部的弯曲角即可计算:

$$\alpha_i = \frac{dz_i}{dx_i} \Big|_{x_i=L_i} \quad (22)$$

得到弯曲角  $\alpha$  与扭转角  $\beta$  后, 可计算每根矩形悬臂梁与地面的全局夹角  $\theta$  和旋转角  $\gamma$ , 计算公式如下:

$$\theta_i = \cos 30^\circ (\theta_{i-1} + \alpha_{i-1}) + \sin 30^\circ (\gamma_{i-1} + \beta_{i-1}) \quad (23)$$

$$\gamma_i = \cos 30^\circ (\gamma_{i-1} + \beta_{i-1}) - \sin 30^\circ (\theta_{i-1} + \alpha_{i-1}) \quad (24)$$

因此可以求解每根矩形悬臂梁的全局挠度。除固定梁外,所有矩形悬臂梁的全局挠度应该为其所附着的梁的全局挠度加上其自身的局部挠度。因此首先需要确定固定梁的全局挠度,其等于它的局部挠度:

$$\varphi_1 = z_1 \quad (25)$$

余下的悬臂梁端部全局挠度应与上一梁的全局挠度、自身的局部挠度与全局夹角相关:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + z_i + \theta_i \cdot x_i \quad (26)$$

得到整体挠度之后,螺旋结构的一阶固有频率  $\omega_n$  可以用式(27)计算<sup>[17]</sup>。 $m_i$  和  $k_i$  分别为等效集总质量和刚度,  $\varphi_N$  为最后一根梁尖端的最大位移。当在最后一根梁上有质量块  $M_i$  时,  $\delta_{iN} = 1$ , 否则为 0。根据式(27),可以得到圆弧螺旋型能量收集系统的固有频率:

$$\omega_n^2 = \frac{k_i \varphi_N^2}{m_i \varphi_N^2} = \frac{\sum_{i=1}^N \int_0^{L_i} EI \left( \frac{d^2 \varphi_i}{dx_i^2} \right)^2 dx_i + GJ \beta_i^2}{\sum_{i=1}^N \int_0^{L_i} m_i \varphi_i^2 dx_i + \delta_{iN} M_i \varphi_i^2(L)} \quad (27)$$

### 1.3 输出电压功率分析

假设扭转应力与机电耦合系数无关<sup>[17]</sup>, 圆弧螺旋压电能量收集器的等效原理图如图 5 所示。

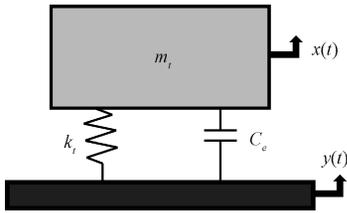


图 5 圆弧螺旋压电能量收集器等效原理图

Fig. 5 Equivalent schematic diagram of circular arc spiral piezoelectric energy harvester

系统的机电耦合系统运动方程:

$$m_i \ddot{x} + c_i (\dot{x} - \dot{y}) + k_i (x - y) + \chi v = 0 \quad (28)$$

$$C_e \dot{v} + \frac{v}{R_L} = \kappa (\dot{x} - \dot{y}) \quad (29)$$

其中,  $x(t)$  为一阶谐振频率下圆弧结构尾部的垂直位移大小,  $y(t)$  是激励的垂直位移大小。  $C_e$  为系统等效粘滞系数,  $k_i$  为等效刚度,  $m_i$  为等效质量,  $v$  为负载电阻  $R_L$  两端的电压,  $\chi$  为机械耦合系数,  $\kappa$  为电耦合系数,  $C_e$  为等效电容。  $\chi$ 、 $\kappa$ 、 $C_e$  的定义如下:

$$C_e = \frac{\epsilon_{33}^S b L_j}{h_p} \quad (30)$$

$$\chi = \sum_{j=1}^{N_i} - \frac{E_{11,p} d_{33} b}{2 h_p} (h_c^2 - h_b^2) [\varphi_j' |_{L_1}^{L_2} - \varphi_j' |_{L_2}^{L_3}] \quad (31)$$

$$\kappa = \sum_{j=1}^{N_i} - E_{11,p} d_{33} b h_{pc} [\varphi_j' |_{L_1}^{L_2} - \varphi_j' |_{L_2}^{L_3}] \quad (32)$$

其中,  $E_{11,p}$  是 PZT 层在悬臂梁垂直方向上的弹性模量,  $h_c$  是从中性轴到 PZT 材料顶部的距离,  $h_b$  是从中性轴到压电材料底部的距离,  $h_{pc}$  是从中性轴到 PZT 层中心的距离。  $N_i$  为有限元模型中等效矩形梁的总数,  $\varphi$  为归一化的悬臂梁挠度。长度  $L_1$ 、 $L_2$  和  $L_3$  是沿梁各段的电极边界位置。

假设激励为正弦信号,则其位移可以表示为:

$$y(t) = Y e^{i \omega_b t} \quad (33)$$

其中,  $Y$  是激励振幅,  $\omega_b$  是振动频率。由于圆弧形螺旋压电能量收集器结构的一阶振型为线性响应,因此位移和电压均为正弦信号,可以表示为:

$$x(t) = X e^{i \omega_b t} \quad (34)$$

$$v(t) = V e^{i \omega_b t} \quad (35)$$

由于实验中在调整激励大小时,通常是通过加速度而不是振幅来调整的,因此需要对式(35)进行调整。联立式(28),(29),(33)和(35),并利用正弦信号加速度与振幅的关系,可以计算出电压幅值的大小:

$$V = \frac{\dot{Y}}{\omega_b} \frac{\kappa [(k_i + i \omega_b c_i) - (k_i + i c_i \omega_b - \omega_b^2 m_i)]}{\left[ (k_i + i c_i \omega_b - \omega_b^2 m_i) \left( \frac{1}{R_L} + i \omega_b C_e \right) + i \omega_b \chi \kappa \right]} \quad (36)$$

因此可以求得输出功率大小为:

$$P_{rms} = \frac{V^2}{2 R_L} \quad (37)$$

根据式(36)和(37),可以发现输出电压与加速度成正比,输出功率与加速度成二次函数关系。

## 2 有限元仿真与分析

本文对  $2\pi$  圆弧螺旋型压电能量收集系统进行了不同程度的有限元近似,分别近似为 6、8、10、12、14、16 边形,对能量收集器的谐振频率、输出电压以及输出功率进行研究。能量收集器整体施加 0.1 g 加速度的激励,线弹性材料的阻尼类型为各向同性损耗因子,各向同性结构化损耗因子为 0.01。压电材料的阻尼类型为各向同性损耗因子,各向同性结构化损耗因子也为 0.01。

### 2.1 谐振频率仿真

对圆弧螺旋型压电能量收集系统有限元近似前后进行分析,得到近似前后的特征频率如图 6 所示。有限元近似后的圆弧螺旋悬臂梁能量收集器的谐振频率随着边数的增加而增大。由于每个半圆环采用了几根矩形悬臂梁相互连接而成,因此相较于圆弧形的螺旋结构,采取近似后的螺旋结构悬臂梁刚度有略微下降,因此谐振频率有所降低。未近似的圆弧螺旋悬臂梁能量收集器的谐振

频率为 158.44 Hz,6 边形有限元模型结构的谐振频率为 140.5 Hz,误差为 11.3%,16 边形有限元模型结构谐振频率为 156.4 Hz,误差为 1.3%。但是如图 7 所示在近似边数大于等于 10 时,误差开始小于 5%,并且发现悬臂梁内部的应力在近似前后分布极为相似。因此本文提出的对圆弧螺旋型压电能量收集系统采取多矩形有限元近似是可行的。

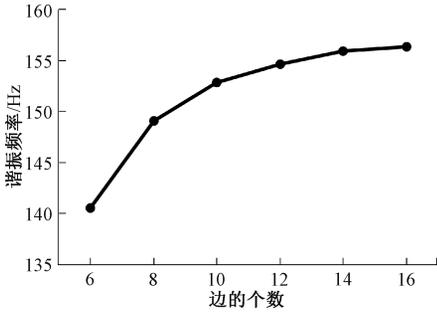


图 6 近似圆弧螺旋结构的谐振频率

Fig. 6 Resonance frequency of approximate arc spiral structure

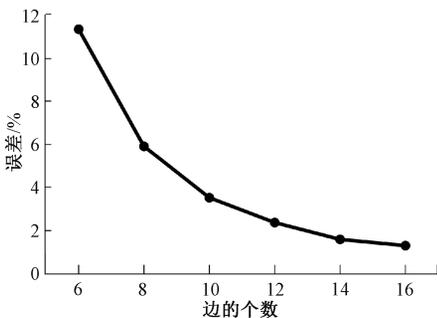


图 7 谐振频率误差与近似边数的关系

Fig. 7 Relationship between error of resonant frequency and approximate number of sides

### 2.2 开路电压仿真

分别对 6, 8, 10, 12, 14, 16 边型结构进行仿真分析,得到不同有限元近似程度下开路电压与振动频率的关系如图 8 所示,有限元变数越多,开路电压越接近理想情况。开路电压误差与近似边数的关系如图 9 所示,随着边数的增加误差不断下降,从 11.7% 下降到了 0.8%。从图 8 可以看出,螺旋能量收集器在未近似前振动频率为 158.44 Hz 时,输出电压最大为 4.64 V; 6 边形结构谐振频率下输出电压为 4.67 V,误差为 2.3%,16 边形结构谐振频率下输出电压为 4.65 V,误差为 0.7%。在近似边数大于等于 10 时,误差已经在可接受的范围 (<5%)。

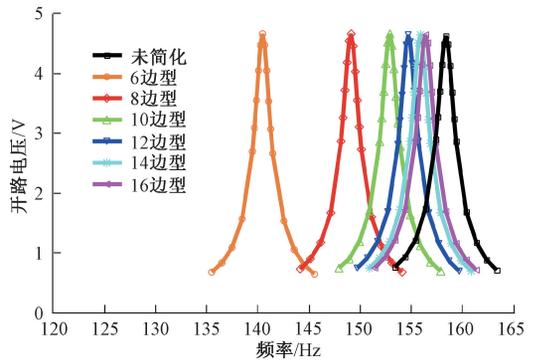


图 8 开路电压与振动频率的关系

Fig. 8 Relationship between open circuit voltage and vibration frequency

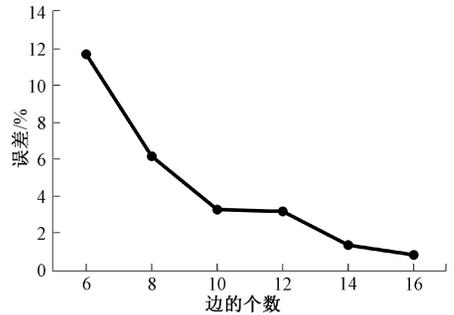


图 9 开路电压误差与近似边数关系

Fig. 9 Relationship between error of open circuit voltage and approximate number of sides

### 2.3 输出功率仿真

从 50~350 kΩ 扫描负载电阻阻值,得到谐振频率下不同电阻时的输出功率如图 10 所示。分别对不同有限元近似圆弧螺旋悬臂结构与近似前的结构进行分析,得到不同有限元近似下圆弧螺旋型压电能量收集器输出功率与负载大小的关系。从图 10 可知,谐振频率下,输出功率曲线在近似前后高度重合。尽管在 2.2 节中得到边

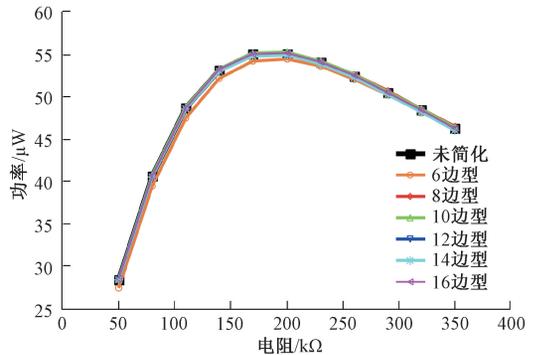


图 10 输出功率与负载电阻的关系

Fig. 10 Relationship between output power and load resistance

数小于 10 时开路电压误差大于 5%, 但是根据图 10 所示, 在最大功率点附近, 有限元分析前后的输出功率相差极小。

有限元近似前后圆弧螺旋型压电能量收集器的最大输出都在负载电阻为 200 kΩ, 其中近似前的能量收集器最大输出功率为 54.77 μW; 近似后的能量收集器最大输出功率为 54.48~55.17 μW, 与近似前误差如图 11 所示。从图中可以看出, 误差随着边数的增加不断下降, 从 1.46% 下降到了 0.10%, 并且只有在近似边数为 6 时误差较大, 边数增加到 10 时误差为 0.3%。根据上述分析, 对圆弧能量收集器采取有限元近似对其输出性能影响极小。

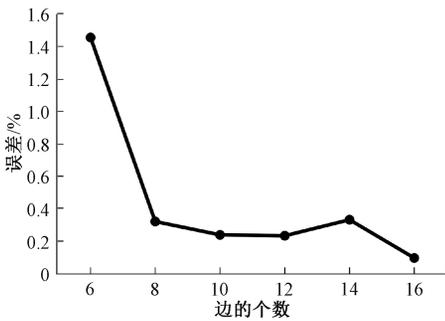


图 11 输出功率的误差与近似边数的关系

Fig. 11 Relationship between error of output power and approximate number of sides

### 3 测试与分析

#### 3.1 测试平台

实验使用由 YMC271A02 型功率放大器驱动的 SVT-01 型振动台进行。使用采样速率为 1 MHz 的 271A01 加速度计测量振动台的标准振动加速度。使用 YMC9204H 振动冲击测量仪及 YMC9800-05 软件来控制振动台的加速度和频率。分别使用示波器和 KEYSIGHT 34450A 五位半数字万用表测量功率放大器和负载两端的电压信号。测试平台连接关系如图 12 所示。对圆弧螺旋型压电能量收集器进行加工, 加工成品如图 13 所示。下方的 PCB 板用于固定能量收集器, 连接负载与外部测量探针, 并且便于测试电阻的更换与输出功率的测量。连接示意图如图 14 所示。

首先将圆弧螺旋型压电能量收集器固定在振动台上, 然后根据仿真结果大致调整 YMC9800-05 软件发送的正弦信号频率, 同时保持振动加速度始终为 0.1 g, 观察并记录电阻两端的电压有效值, 电压出现峰值时即为谐振状态, 此时的频率为谐振频率。

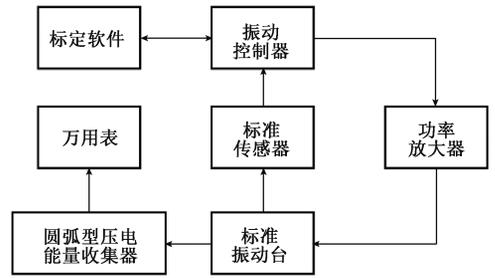


图 12 测试平台连接关系

Fig. 12 Connection relationship of test platform

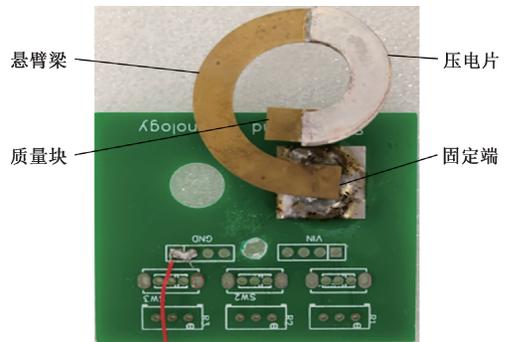


图 13 圆弧形螺旋压电能量收集器

Fig. 13 Circular arc spiral piezoelectric energy harvester

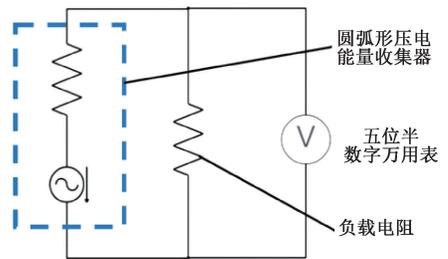


图 14 能量收集器连接示意

Fig. 14 Connection Schematic of energy collector

#### 3.2 开路电压测试

改变振动台振动频率, 利用 KEYSIGHT 34450A 数字万用表测量圆弧螺旋型压电能量收集器的开路电压有效值, 测试结果如图 15 所示。测得圆弧螺旋型压电能量收集器的谐振频率为 158 Hz, 最大开路电压为 4.40 V; 采取 10 边型有限元近似的圆弧螺旋型压电能量收集器的理论谐振频率为 153.0 Hz, 最大开路电压为 4.67 V。谐振频率误差为 3.5%, 开路电压误差为 6.14%。可以看到采取有限元近似后的理论谐振频率与测试误差十分小, 开路电压误差较大, 这是由于在将能量收集器固定于振动台时并不能很好的完全贴合, 导致能量收集器的固定端与振动台相互碰撞消耗了一部分振动能量<sup>[18-19]</sup>, 致使输出电压相比理论值偏小。

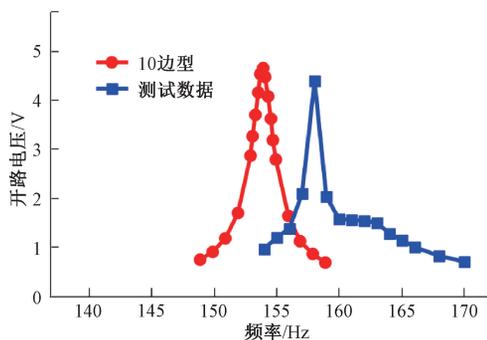


图 15 开路电压与激励频率的关系

Fig. 15 Relationship between open circuit voltage and excitation frequency

### 3.3 输出功率测试

通过调节负载的阻值,观察数字万用表上负载电阻的电压有效值。当负载阻值等于装置内阻时,此时可以得到最大输出功率,而此时的负载也是最佳负载,测试结果如图 16 所示。从图 16 可知,圆弧螺旋型压电能量收集器的输出电压随着电阻的增大也不断增大,但是增大趋势逐渐放缓,说明输出电压逐渐接近开路电压,测试输出电压最小值为 0.54 V,最大值为 3.5 V。

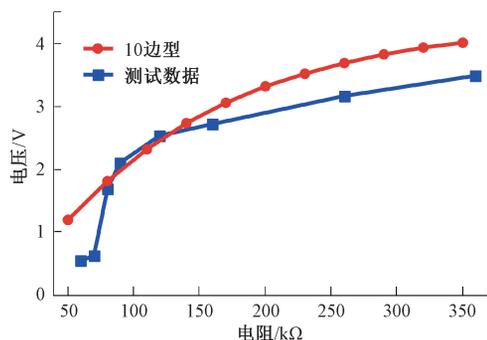


图 16 输出电压与负载电阻的关系

Fig. 16 Relationship between output voltage and load resistance

经过测试,圆弧螺旋型压电能量收集器的最大功率与负载电阻关系如图 17 所示。测试最大输出功率为 53.5  $\mu\text{W}$ ,10 边型近似的最大输出功率为 55.2  $\mu\text{W}$ ,误差为 3.18%,测试结果与理论结果误差较小。

测试发现负载电阻小于 75 k $\Omega$  时输出电压与输出功率的误差较大,电阻上升后的误差明显减小,这说明该圆弧螺旋能量收集器测试模型在负载要求高时的电流驱动能力不强。这可能是圆弧螺旋能量收集器测试模型在输出端的寄生电容、电感较大导致的,后续可更换精度更高、连接更密集的导线连接工艺替换现有的单导线连接

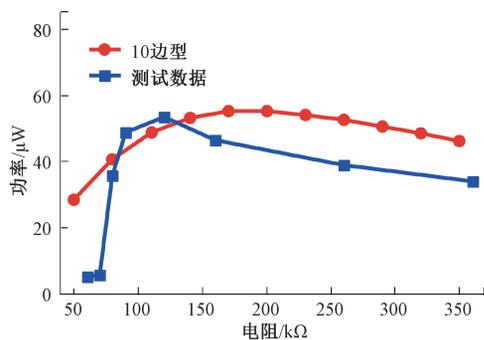


图 17 输出功率与负载电阻的关系

Fig. 17 Relationship between output power and load resistance

工艺减弱此问题的影响。另外,建模过程未考虑压电片的介质损耗、铜导体的损耗以及加工误差等因素,这也是造成误差的另一个原因。

## 4 结 论

本文针对圆弧螺旋型压电能量收集器模型提出了一种基于有限元近似的简化,对近似前后的悬臂梁结构进行建模、仿真并测试,旨在提出并验证一种可行的有限元简化近似模型。对圆弧形结构进行 6~16 边型的有限元近似,基于悬臂梁材料力学得到了螺旋悬臂梁的理论谐振频率,并对输出电压和功率进行了仿真与分析,得到采取 10 边型近似后的圆弧螺旋型能量收集器谐振频率为 153 Hz,最大功率为 55.2  $\mu\text{W}$ 。最后制备圆弧螺旋型能量收集器并进行了测试,测得圆弧螺旋型能量收集器的谐振频率为 158 Hz,最大功率为 53.5  $\mu\text{W}$ ;谐振频率和最大功率误差分别为 3.5% 和 3.18%,误差较小。

### 参考文献

- [1] 李从健,李兵,孟庆虎. 拱型压电能量收集器发电性能研究[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(增刊): 91-96.  
LI C J, LI B, MENG Q H. Research on energy harvesting performance of an arch energy harvester[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(supplement): 91-96.
- [2] 陈仁文,任龙,夏桦康,等. 多方向宽频带压电式振动能量采集器研究进展[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(12): 2641-2652.  
CHEN R W, REN L, XIA H K, et al. Research progress of multi-directional wideband piezoelectric vibration energy harvester [J]. Chinese Journal of

- Scientific Instrument, 2014, 35(12): 2641-2652.
- [ 3 ] 芮小博, 李一博, 曾周末. 压电悬臂梁振动能量收集器研究进展[J]. 振动与冲击, 2020, 39(17): 112-123.
- RUI X B, LI Y B, ZENG ZH M. Research progress of piezoelectric cantilever vibration energy harvester [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(17): 112-123.
- [ 4 ] ROUNDY S, WRIGHT P K, RABAEY J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes[J]. Computer Communications, 2003, 26(11): 1131-1144.
- [ 5 ] DUTOIT N E, WARDLE B L. Performance of microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters[J]. Integrated Ferroelectrics, 2006, 83(1): 13-32.
- [ 6 ] DUTOIT N E, WARDLE B L. Experimental verification of models for microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters [J]. AIAA Journal, 2007, 45(5): 1126-1137.
- [ 7 ] DUTOIT N E, WARDLE B L, KIM S G. Design considerations for mems-scale piezo-electric mechanical vibration energy harvesters[J]. Integrated Ferroelectrics, 2005, 71(1): 121-160.
- [ 8 ] DOS S, HOBECK J, INMAN D J. Orthogonal spiral structures for energy harvesting applications: Theoretical and experimental analysis [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2018, 29(9): 1900-1912.
- [ 9 ] CHEN Z S, XIA Y M, HE J, et al. Elastic-electromechanical modeling and analysis of piezoelectric metamaterial plate with a self-powered synchronized charge extraction circuit for vibration energy harvesting[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 143: 106824.
- [ 10 ] 薛至诚, 张顺毅, 惠文龙, 等. 一种螺旋悬臂梁结构压电能量收集器[J]. 微电子学, 2021, 51(5): 729-733.
- XUE ZH CH, ZHANG SH Y, HUI W L, et al. A circular arc spiral piezoelectric energy harvester [J]. Microelectronics, 2021, 51(5): 729-733.
- [ 11 ] 周佳成, 薛至诚, 王德波. 一种直角螺旋悬臂梁结构的压电能量收集器[J]. 微电子学, 2022, 52(4): 640-645.
- ZHOU J CH, XUE ZH CH, WANG D B. A piezoelectric energy harvester with right angle helical cantilever structure [J]. Microelectronics, 2022, 52(4): 640-645.
- [ 12 ] 陆颢瓚, 朱宇成, 刘琪才, 等. 悬臂梁压电式能量收集器方向性效率的研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(3): 181-187.
- LU H Z, ZHU Y CH, LIU Q C, et al. Study on directional efficiency of piezoelectric VEH based on cantilever beam [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(3): 181-187.
- [ 13 ] 袁江波, 谢涛, 单小彪, 等. 压电俘能技术研究现状综述[J]. 振动与冲击, 2009, 28(10): 36-42, 223-224.
- YUAN J B, XIE T, SHAN X B, et al. Review of the research of piezoelectric energy capture technology [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(10): 36-42, 223-224.
- [ 14 ] 贺学锋, 温志渝, 温中泉, 等. 振动式压电发电机的理论模型与实验[J]. 纳米技术与精密工程, 2007(4): 307-310.
- HE X F, WEN ZH Y, WEN ZH Q, et al. Theoretical model and experiment of vibrating piezoelectric generator[J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2007(4): 307-310.
- [ 15 ] 赵生平. 回形结构压电能量收集系统的设计与研究[D]. 南京: 南京邮电大学, 2022.
- ZHAO SH P. The design and study of recursive piezoelectric energy harvesters [D]. Nanjing: Nanjing University of Post and Telecommunication, 2022.
- [ 16 ] HOBECK J D, INMAN D J. Recursive formulae and performance comparisons for first mode dynamics of periodic structures[J]. Smart Materials and Structures, 2017, 26(5): 055028.
- [ 17 ] ESSINK B C, HOBECK J D, OWEN R B, et al. Magnetoelastic energy harvester for structural health

monitoring applications [ C ]. Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems. San Diego, California, United States: SPIE, 2015, 9431: 583-602.

- [ 18 ] JIA Y, SESHIA A A. Power optimization by mass tuning for MEMS piezoelectric cantilever vibration energy harvesting [ J ]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2016, 25(1): 108-117.
- [ 19 ] JIANG W A, MA X D, LIU M, et al. Dynamics and performance evaluation of a self-tuning multistable shape memory energy harvester [ J ]. The European Physical Journal Plus. 2021, 136(5): 595.

### 作者简介



齐炫凯,南京邮电大学本科生。主要研究方向为压电能量收集器。

E-mail:2643972583@qq.com

**Qi Xuankai** is currently an undergraduate at Nanjing University of Posts and Telecom-

munications. His main research interest is the piezoelectric energy harvester.



王德波(通信作者),2007年于河北科技大学获得学士学位,2010年和2012年于东南大学获得硕士学位和博士学位,现为南京邮电大学副教授,主要研究方向为RF MEMS,传感器与执行器。

E-mail:wdb@njpt.edu.cn

**Wang Debo** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Hebei University of Science and Technology in 2007, and received his M. Sc. and Ph. D. degrees both from Southeast University in 2010 and 2012, respectively. He is currently an associate professor at Nanjing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include RF MEMS, sensors and actuators.