

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210020

变分模式分解方法研究与应用综述*

江星星, 宋秋昱, 杜贵府, 黄伟国, 朱忠奎
(苏州大学轨道交通学院 苏州 215131)

摘要:自适应信号分解领域一个十分活跃的分支——变分模式分解(VMD)已经成为信号处理与检测技术学界一个热门的研究方向。VMD对非平稳、非线性信号具有良好的处理效果。针对VMD模型及其参数选择,发展了许多拓展模型及参数优化方法。本文回顾近十年来VMD的研究进展,对相关的文献进行总结与分析。首先,分析VMD的原理性优势及其在各个领域的应用潜力;其次,根据模型对不同信号类型的匹配能力,分类总结VMD拓展模型的不同特性和适用场景;然后,归纳VMD及其拓展模型参数优化方法的研究现状,探讨与分析不同模型参数优化方法的特点和最新研究趋势;最后,对VMD的未来发展提出6点展望,为后续的研究指明方向。

关键词:检测技术;变分模式分解;模式分解数目;带宽平衡参数;中心频率

中图分类号: T19 TH17 TP15 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.4 510.4 120.1

Review on research and application of variational mode decomposition

Jiang Xingxing, Song Qiuyu, Du Guifu, Huang Weiguo, Zhu Zhongkui
(School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131, China)

Abstract: Variational mode decomposition (VMD), a very active branch in the field of adaptive signal decomposition, has become a hot research direction in the field of signal processing. VMD shows good performance in processing non-stationary and nonlinear signals. Aiming at VMD model and its parameter selection, many extended models and parameter optimization methods have been studied. This article reviews the research progress of VMD in recent decade, summarizes and analyzes the relevant literature. Firstly, it analyzes the principle advantages of VMD and its application potential in various fields. Secondly, according to the matching ability of the model to different signal types, the different characteristics and applicable scenarios of extended models of VMD are summarized by classification. Then, the research progress of parameter optimization methods for VMD and its extended models are summarized to discuss and analyze the characteristics of different model parameter optimization methods and the latest research trends. Finally, 6 prospects are put forward for the future development of VMD, pointing out the direction for subsequent research.

Keywords: detection technology; variational mode decomposition; number of decomposed modes; bandwidth balance parameter; center frequency

0 引言

随着大数据时代的全面来临和智能信息检测技术的飞速发展,现代社会的信息化水平越来越高。信息化水平的提高对仪器设备的数字信号处理效率、准确度、安全性、灵活性等方面提出了更高的要求。信号处理的目的

是提取与识别有效成分,去除信号中混杂的干扰成分,以便进一步的分析和应用。目前,国内、外学者发展了许多有效的信号处理方法以实现信号降噪、特征增强等需求。

常用的现代信号处理技术包括时间序列分析^[1]、谱峭度^[2]、包络调制^[3]、稀疏表示^[4]、自适应信号分解(adaptive mode decomposition, AMD)^[5]等。与其他技术相比,AMD方法可以在不考虑先验变换的情况下,将任

收稿日期:2022-06-27 Received Date: 2022-06-27

* 基金项目:国家自然科学基金项目(52172406,51875376)、中国博士后科学基金(2021M702752,2022T150552)、苏州市重点产业技术创新项目(SYG202111)、城市轨道交通车辆服役性能保障北京市重点实验室开放课题(PGU2020K008)项目资助

意复杂的多分量信号分解成单分量信号。目前,常用的AMD方法,如经验模态分解^[6](empirical mode decomposition, EMD)、局部均值分解^[7](local mean decomposition, LMD)、希尔伯特振动分解^[8](Hilbert vibration decomposition, HVD)、本征时间尺度分解^[9](intrinsic time-scale decomposition, ITD)、同步挤压变换^[10](synchro squeezing transform, SST)、经验小波变换^[11](empirical wavelet transform, EWT)和自适应局部迭代滤波^[12](adaptive local iterative filtering, ALIF)等,通常被用于提取信号特征。其中,EMD作为一种经典的递归AMD方法,能够较好地处理非线性及非平稳信号,被广泛应用到各个领域。但是EMD存在因包络误差叠加导致的端点效应和模式混叠现象,限制了EMD的发展和应

用。2013年,Dragomiretskiy等^[13]提出了一种新的AMD方法——变分模式分解(variational mode decomposition, VMD),为自适应信号分解领域注入了新的动力。该方法是一种基于信号频率信息的变分分析方法,以维纳滤波、希尔伯特变换、频率混合等清晰的数学理论为基础,旨在通过非递归筛选,将一个实值分析信号 $x(t)$ 分解为 K 个有意义的模式分量 $u_k(t)$, $k \in (1, 2, \dots, K)$ 。VMD的本质是多个自适应维纳滤波器组,因此表现出良好的噪声鲁棒性,有效改善了EMD的端点效应和模式混叠现象。在Web of Science数据库中VMD原始文献^[13]被引频次已达2751次,说明VMD在国际上受到了广泛关注。诸多文献研究已证明VMD相比其他AMD方法更具有优势^[14-15],VMD也因此被应用于多个学科。但是,VMD在实际应用过程中,其多个模型参数的设置是一个关键问题,不恰当的模型参数会严重影响VMD的使用性能^[16]。因此,大量学者提出了针对VMD模型参数的优化策略,推动了VMD的研究热潮。

下文将阐述VMD的基本原理及其优势,梳理VMD在各领域的应用、拓展模型和模型参数优化等方面的最新研究进展,最后进行总结与展望,供相关领域的研究人员参考。

1 VMD模型及其应用现状

该部分将具体阐述VMD模型的基本原理,同时对比VMD及其他一些经典的AMD方法的优势与局限性,并简介VMD在各领域的应用研究现状。

1.1 VMD基本原理

VMD的核心思想是通过变分约束条件,自适应地将输入信号 $x(t)$ 同时分解为 K 个有限带宽的本征模式分量 $u_k(t)$,同时要求最小化所有模式分量的带宽之和。由VMD提取的模式分量具有特定的稀疏性、准正交性和窄带性。其滤波原理如图1所示。

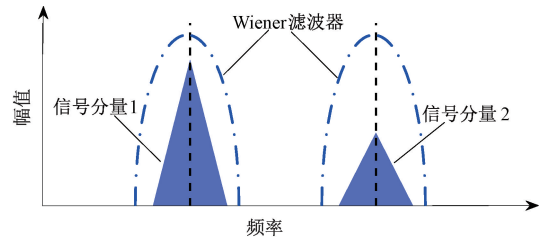


图1 VMD滤波示意图^[17]

Fig. 1 Schematic diagram of filtering

VMD的基本模型思想是将模式分量进行希尔伯特变换得到解析信号后,通过指数混合移动模式分量的频谱到基频带,最后通过H1高斯平滑估计模式分量的带宽。VMD模型如式(1)所示。

$$\min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \quad (1)$$

约束于 $\sum_{k=1}^K u_k(t) = x(t)$

式中: $\partial_t(\cdot)$ 为对时间 t 求偏导; $\delta(t)$ 为关于时间 t 的狄拉克分布; $*$ 为卷积算子; $-j^2 = 1$; ω_k 为 $u_k(t)$ 的中心频率。

随后,通过引入二次惩罚项和拉格朗日乘子项对变分约束问题进行重构。二次惩罚项有助于算法的收敛、提升重构精度,而拉格朗日乘子项有助于严格重构约束。因此,重构的无约束优化模型为:

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) = \alpha \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| x(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), x(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \rangle \quad (2)$$

式中: $L(\cdot)$ 为拉格朗日函数, α 为带宽平衡参数, $\lambda(t)$ 为关于时间 t 的拉格朗日乘子项。

式(2)中的3项分别是梯度函数的 L_2 范数、二次惩罚项和拉格朗日乘子项。第1项评估带宽,最后两项确保严格重构约束。

通过频域迭代方法搜寻式(2)的最优解:模式分量和中心频率根据交替方向乘法不断迭代更新。其中,模式分量的更新公式为:

$$u_k^{(n+1)}(\omega) = \frac{x(\omega) - \sum_{k=1}^{k-1} u_k^{(n+1)}(\omega) + \sum_{k=k+1}^K u_k^{(n)}(\omega)}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^{(n)})^2} \quad (3)$$

式中: $x(\omega)$ 为 $x(t)$ 的傅里叶变换; $u_k^{(n)}(\omega)$ 为 $u_k(t)$ 在傅里叶域第 n 次的迭代值; $\omega_k^{(n)}$ 为 ω_k 第 n 次的迭代值; ω 为频率参数。

相应的中心频率更新公式为:

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |u_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |u_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega} \quad (4)$$

基于更新得到的模式和相应的中心频率,对拉格朗日乘子进行更新:

$$\lambda^{(n+1)}(\omega) = \lambda^{(n)}(\omega) + \tau(x(\omega) - \sum_{k=1}^K u_k^{(n+1)}(\omega)) \quad (5)$$

式中: $\lambda^{(n)}(\omega)$ 为 $\lambda(t)$ 在傅里叶域第 n 次的迭代值; τ 为拉格朗日乘子项的步长。在不需要严格重构或强背景噪声下该值通常设置为 0 以获得较好的去噪效果。

上述更新过程的迭代终止条件如式(6)所示:

$$\sum_{k=1}^K \frac{\|u_k^{(n+1)}(\omega) - u_k^{(n)}(\omega)\|_2^2}{\|u_k^{(n)}(\omega)\|_2^2} < \varepsilon \quad (6)$$

式中: ε 为收敛参数,一般取小量 1×10^{-6} 。

1.2 VMD 与其它 AMD 方法的对比

从以上分解原理可以看出作为一类 AMD 方法,VMD 具有其独特的信号分解方式。当前,AMD 方法种类繁多,主要包括 EMD、LMD、ITD、SST、EWT、HVD、ALIF、自适应经验傅里叶分解^[18] (adaptive empirical Fourier decomposition, AEFD) 和 VMD 等。下面将从信号分解本质原理角度,讨论 9 类经典的 AMD 方法的优缺点,为研究人员选择相应的方法提供指引。表 1 对这些经典 AMD 方法的优势和局限性进行了简要总结。

表 1 AMD 方法的对比

Table 1 Comparison of AMD methods

分解原理	AMD 方法	时间 / 年	优势	局限性	文献
时域分解法	EMD	1998	高度自适应	缺乏数学基础、对采样和噪声敏感、误差的传递、波性的畸变、端点效应、模式混叠	[6, 19]
	LMD	2005	端点效应小、效率高	误差的传递、波性的畸变、模式混叠、端点效应	[7, 20]
	ITD	2006	端点效应小、效率高,适合在线分解	误差的传递、波性的畸变、时间分辨率低	[9]
迭代滤波分解法	HVD	2006	效率高、分辨率高	滤波器的选择、端点效应	[8]
	ALIF	2016	坚实的数学基础、高度自适应	滤波器的选择、端点效应	[12]
时频分解法	SST	2011	时频分辨率高、能量聚焦性高	需要先验知识、自适应性差、受前处理方法影响、易受噪声干扰	[10]
	EWT	2013	缓解模式混叠	频带划分和滤波器选择问题	[11, 21]
频域分解法	VMD	2013	坚实的数学基础、噪声鲁棒性、避免模式混叠、自适应性好	模型参数选择问题	[13, 22-65]
	AEFD	2020	良好的正交性、完备性、局部性、自适应性	边界集的设置问题	[18]

1) 时域分解法: EMD、LMD 和 ITD 等都是从时域角度分解多分量信号,分解思想是对输入信号时域上极值点进行插值以求取平均值,通过重复的迭代筛选过程求解潜在的模式分量。该方法对信号的分解是直观、直接和高度自适应的。但是通过时域极值点来检测波形会造成误差的传递、波性的畸变、模式混叠和端点效应等问题。

2) 迭代滤波分解法: HVD、ALIF 等遵循迭代递归式滤波的分解思想,利用低通滤波器对多分量信号进行提取,从而在有限的迭代过程中筛选出各阶潜在的模式分量。相比于 EMD、HVD、ALIF 既保留分解自适应性又避免了样条拟合,数学基础更加坚实,运算效率及分辨率更高。但是该方法需要设置滤波器,其结果受到多分量信号幅值强弱的影响很大,存在因低通滤波引起的端点效应等问题。

3) 时频分解法: SST 是一类基于时频分析的信号分解方法。其在短时傅里叶变换和小波变换的基础上,重置时频极点的位置,能够提高信号的时频分辨率和能量聚焦性。但是其重构过程需要一定的先验知识,自适应性较差。作为一种后验的处理方法,其结果受到前处理方法的影响很大,且易受噪声干扰。

4) 频域分解法: 从频域的角度分解信号,对无时频交叉的信号具有直接有效的处理效果。EWT、AEFD 和 VMD 均为频域分解方法。其中,EWT 和 AEFD 是一类依据频谱幅值的分布划分频带的经典频域分解方法,但由于其频带分割结果极易受干扰信息影响,缺乏对频谱形态信息的利用,要想获得理想效果需要复杂的预处理的方法。

由 1.1 节分析可以看出 VMD 本质上也是频域分解方法,其通过维纳滤波式模型去匹配形态相似的潜在分量,具有坚实的数学基础、良好的自适应性。正是 VMD 凭借自身独特的优势,受到了研究人员的广泛关注,也因此发展迅速。然而,VMD 面临的局限是维纳滤波式模型对于复杂形态信号的适配能力与模型最优参数的选择问题。当前针对 VMD 模型拓展与模型参数的优化方法等方面已经有了很大的进展,在第 2 和 3 节将会进行全面归纳与总结,为 VMD 进一步的广泛应用奠定基础。

1.3 VMD 模型在各领域的应用

图 2 为基于不同检索数据库的发表 VMD 相关论文的年度趋势,可见近年来发文量持续增长,围绕 VMD 的研究正蓬勃发展。图 3 给出了基于中国知网和 Web of Science 数据库检索的 VMD 相关文献前 10 门学科分布图,检索时间为 2022 年 6 月 16 日。其中,图 1(a)的检索范围为“中国知网总库”,检索条件为“主题:变分模式分解”;图 1(b)的检索范围为“Web of Science 所有数据库”,检索条件为“主题:variational mode decomposition”。由此可见,凭借特有的自适应分解优势,VMD 被国内外学者应用于多门学科。

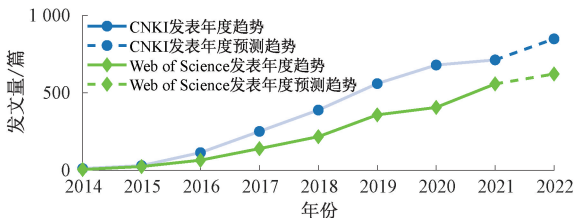


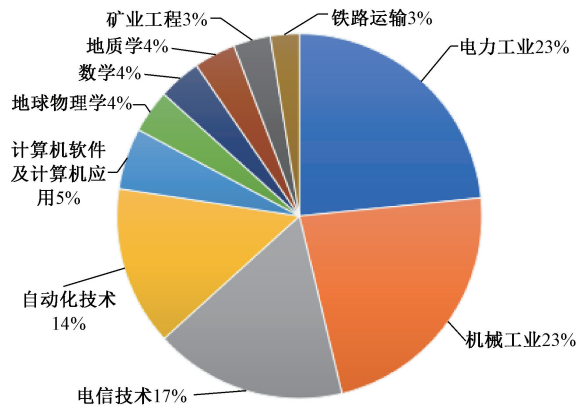
图 2 VMD 发展年度趋势图

Fig. 2 Annual trend chart of VMD development

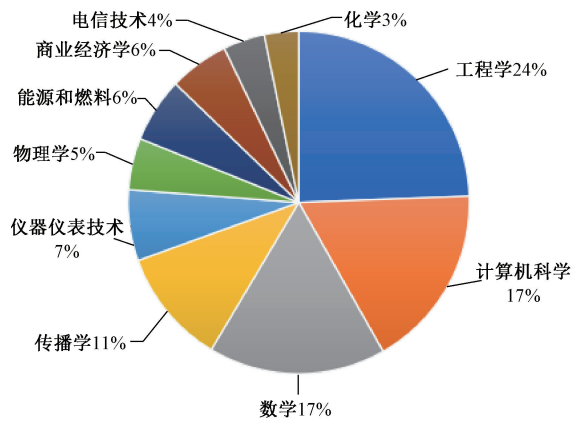
具体地,本节从机械故障诊断、生物医学信号分析、图像信号分析、环境科学以及其他领域等 5 个方面来阐述 VMD 的应用现状。

1) 机械故障诊断领域

在机械故障诊断领域,发动机、齿轮箱、风电机组等机械设备中关键零部件如轴承、齿轮故障等,易发生微弱故障。对其采集的状态特征信号中往往包含大量噪声和其它干扰成分,无法直接进行故障特征提取。因此,VMD 被广泛应用于分解强背景噪声下滚动轴承、齿轮箱微弱故障信号,得到一系列模式分量,再从中筛选有效故障分量进行后续分析^[14,66-70]。例如,Wang 等^[14]应用 VMD 分解燃气轮机振动信号,提取故障分量,检测冲击频率,对局部摩擦故障有很好的诊断效果。Chen 等^[67]用 VMD 分解三轴数控铣床的主轴轴承故障信号,结合缺陷尺寸估计模型得到了较精确的实际缺陷尺寸估计结果。Cai 等^[69]应用 VMD 分解测量的机械振动信号,成功地提取



(a) 中国知网数据库检索结果
(a) Retrieval results of CNKI database



(b) Web of Science 数据库检索结果
(b) Retrieval results of Web of Science database

图 3 VMD 相关文献前 10 门学科分布图

Fig. 3 Distribution map of top 10 disciplines of VMD related literature

出齿轮剥落和滚子故障等复合故障特征。VMD 在机械故障诊断领域已获得广泛的关注和应用。

2) 生物医学信号分析领域

生物医学信号能够有效反映生命体的活动状态。因此,去除干扰噪声,准确识别信号特征对生物研究及医学诊断具有重要意义。VMD 良好的降噪和分解性能使其在实际的生物医学信号降噪和特征提取中发挥了重要作用。Xu 等^[71]利用 VMD 分解心电信号,并从分解模式中提取 6 个特征来表征快速室性心动过速和心室颤动的细节,最后结合回归树分类器检测快速室性心动过速和心室颤动。该方法对 Creighton 大学室性快速心律失常数据库、MIT-BIH 恶性室性心律失常数据库和 MIT-BIH 心律失常数据库的原始数据进行了应用分析,检测准确率为 $98.29\% \pm 0.18\%$,灵敏度为 $97.32\% \pm 0.12\%$,特异性为 $98.95\% \pm 0.84\%$,具有很好的整体性能。张丹等^[72]利用 VMD 分解 MIT-BIH 心律失常数据库中的心电信号,提取

各分解模式的能量特征作为分类特征,结合 K 最近邻算法对信号进行分类识别,实现了对心电信号的快速准确分类。吴彭等^[73]利用 VMD 对毫米波传感器测得的呼吸信号进行降噪处理,可以很好地将信号分量和噪声分量分离,提升信噪比。目前的研究中,VMD 对心电、脑电和呼吸等信号均有良好的降噪和特征提取效果,具有十分重要的临床研究意义。

3) 图像信号分析领域

原始的图像在采集过程中易受到噪声影响,模糊有效信息。基于此,有研究人员将 VMD 的优良性能引入图像分析领域,并在图像增强、去噪中进行了运用和验证。具体地,樊博等^[74]利用 2D-VMD 分解含有噪声信号的芯片图像,再进行进一步的去噪和重构处理。该方法能在较好保留原始芯片图像的字符信息的基础上,去除不相关的噪声干扰,使去噪后的芯片图像的均方误差值变小,峰值信噪比增大,提高芯片图像质量。周光宇等^[75]应用二维 VMD 分解合成孔径雷达图像,获得多模式的表示,联合稀疏表示对多模态特征进行同时表征并基于最小重构误差的原则判定目标类别。该方法对包括坦克、装甲车、运输车等 10 类具有相近外形的地面军事目标合成孔径雷达图像的分类识别率达到 99.24%。Maheshwari 等^[76]将二维 VMD 迭代应用于来自印度马尼帕尔卡斯图巴医学院的彩色眼底图像的绿色通道,迭代过程中缩小新分解的 VMD 分量的频带,有助于从先前分解的 VMD 分量中提取更精细的细节。然后从 VMD 分量中提取各种特征输入分类器,进行正常眼和青光眼的自动诊断,获得了较高的分类准确率。在图像去噪和图像特征提取方面,VMD 仍有很广阔的应用前景。

4) 环境科学领域

在环境科学领域,VMD 的输入信号种类有了进一步拓展。孟凡利等^[77]用 SnO₂ 传感器采集乙醇、正丙醇、乙酸丁酯、2-丁酮 4 种挥发性有机化合物气体在不同浓度下的动态响应数据,用 VMD-希尔伯特变换作为特征提取方法,采用支持向量机作为分类识别方法,对挥发性有机化合物气体的种类和浓度进行识别,识别准确率高达 99.5833%。Wang 等^[78]将集合经验模式分解和 VMD 结合,对北京和广州两个城市的 PM_{2.5} 浓度序列进行双层分解,使用小波神经网络对双层分解得到的子序列进行建模和预测,获得了较好的预测效果。Fu 等^[79]将 VMD 引入气象混合估计模型,用 VMD 对从中国科学院沙坡头沙漠研究实验站 1991~2018 年的气象监测数据进行预处理,从测得的非平稳蒸散量时间序列中提取基本特征,再结合支持向量机进行蒸散量估计。在没有足够气象参数的情况下,该模型仍具有很好的计算性能。现有研究揭示了 VMD 在环境科学领域分解时间序列、提取特征方面具有广泛的应用前景,值得继续探索。

5) 其他领域

VMD 方法还被应用到其他各个领域,譬如识别电力系统中的机电振荡模态^[80],分解时空交通流量时间序列^[81]、风速数据^[82]、锂电池容量数据^[83]、机舱加速度响应^[84],检测梁型结构在弹簧质量作用下的局部损伤^[85],过滤原油新闻文本中无用信息^[86]等。总体而言,VMD 作为前处理手段,与其他科学方法协同作用时具有良好的应用效果^[87-89]。

2 VMD 拓展模型研究现状

尽管 VMD 模型已经被广泛应用于各领域,但是面对实际工程中复杂多样信号分析应用需求,如复值信号、调频信号和多维度信号等,原始模型还存在诸多的局限性。因此,很多学者提出了相应的拓展模型以匹配不同类型的信号,满足不同实际工程应用的需求。从适配信号类型角度来看,目前 VMD 拓展模型主要可以分为准稳态信号分析模型、缓变非线性信号分析模型、复值信号分析模型、强时变调频信号分析模型、线性调频信号分析模型、准二维信号分析模型和多维度信号分析模型等。表 2 对以上类拓展模型的适配信号类型和应用场景进行了简要总结。

2.1 准稳态信号分析模型

针对准稳态信号,研究人员提出了变分模式提取 (variational mode extraction, VME)、连续变分模式分解 (successive variational mode decomposition, SVMD)、自适应带宽傅里叶分解 (adaptive bandwidth Fourier decomposition, ABFD) 和自适应能量约束 VMD 模型。

1) VME

Nazari 等^[90]在 2018 年使用了在 VMD 中使用的相同的模式定义,提出了 VME 方法。VME 中将输入信号 $x(t)$ 分解为 2 个信号:目标模式分量 $u_d(t)$ 和残余信号 $f_r(t)$ 。构建 2 个约束:目标模式围绕其中心频率紧凑,最小化 $u_d(t)$ 和 $f_r(t)$ 的谱重叠。由此,VME 构建的变分约束模型为:

$$\min_{u_d, \omega_d, f_r} \left\{ \alpha \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_d(t) \right] e^{-j\omega_d t} \right\|_2^2 + \left\| \beta(t) * f_r(t) \right\|_2^2 \right\}$$

约束于 $u_d(t) + f_r(t) = x(t)$ (7)

式中: $\beta(t)$ 是滤波器 $\beta(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_d)^2}$ 的脉冲响应。

VME 中维纳式滤波器用来寻求一种特定的模式,因此无需设置模式分解数目,具有比 VMD 更高的收敛速度和更低的计算量。但是,应用 VME 时需要目标模式频率的先验知识。在已知呼吸信号频率大致范围的基础上,

表2 VMD的拓展模型
Table 2 Extended models of VMD

信号类型	VMD 拓展模型	时间/年	应用场景	文献
准稳态信号	VME	2018	心电图信号、滚动轴承故障信号等	[90-91]
	ABFD	2019	风力发电机塔的振动信号等	[92]
	SVMD	2020	心电图信号、稳态机械故障信号等	[93]
	自适应能量约束 VMD	2021	滚动轴承故障信号等	[94]
缓变非线性信号	STNBMD	2016	模态参数的辨识	[95]
复值信号	CVMD	2017	风速信号、海洋浮子漂流轨迹数据、转子碰摩信号等	[96-97]
强时变调频信号	VNCMD	2017	虎鲸等生物声信号	[98]
线性调频信号	VMD-FRFT	2020	滚动轴承故障信号、声信号、雷达信号等	[99]
准二维信号	QB-VMD	2018	湍流边界层的平行平面的瞬时二维速度场数据等	[100]
多维度信号	MVMD	2019	多通道脑电图数据、心电图信号等	[22]

Nazari 等^[90]验证了 VME 从心电图中提取呼吸信号时的良好降噪能力和较高的计算效率。而对于没有目标模式中心频率先验知识的情况下,则需要进行预处理估计目标中心频率,再应用 VME 提取目标模式分量。Pang 等^[91]在处理滚动轴承故障信号时,提出将频谱最大峰值的频率作为初始中心频率,对轴承故障信号使用 VME 进行分解,再对残余分量重复寻找频谱最大峰值的频率、VME 分解的步骤,直到满足迭代分解停止条件,进而成功地提取出了故障分量。

2) ABFD

Deng 等^[92]提出了 ABFD 方法,该方法将 VMD 中的解调信号的高斯平滑带宽估计替换为基于频谱能量分布带宽估计,构建的约束模型为:

$$\min_{\{u_k, \omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{u}_k(\omega)(\omega - \omega_k)|^2 d\omega \right\}$$

$$\text{约束于} \begin{cases} \sum_{k=1}^K |\hat{u}_k(\omega)| = |\hat{x}(\omega)| \\ |\hat{u}_k(\omega)| \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

ABFD 方法将功率谱的不同数目的最大值点作为初始中心频率,通过设置过分解判定条件,判定当前分解模式数目是否合适。

Deng 等^[92]应用 ABFD 有效地分解了风力发电机塔的振动信号,并实现了对轴承故障信号的微弱特征提取。相比于 VMD, ABFD 方法无需设置模型参数,实现了傅里叶频谱自适应分解的思想,降低了计算复杂度。

3) SVMD

Nazari 等^[93]在 VME 的基础上于 2020 年又提出了 SVMD,既是 VME 的连续实现,也可视为 VME 的扩展。SVMD 的分解是通过分析信号连续地应用 VME 来完成的,即一个接一个地提取模式,直到重建误差达到设定的阈值为止。相比于 VME,该方法又加入了第 3 个约束

准则,以避免所要提取的第 L 个模式 $u_L(t)$ 重复收敛到此前已提取的模式。因此,SVMD 构建的变分约束模型为:

$$\min_{\{u_L, \omega_L, f_r\}} \left\{ \alpha \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) \cdot u_L(t) \right] e^{-j\omega_L t} \right\|_2^2 + \right. \\ \left. \left\| \beta_L(t) \cdot f_r(t) \right\|_2^2 + \sum_{i=1}^{L-1} \left\| \beta_i(t) \cdot u_L(t) \right\|_2^2 \right\}$$

$$\text{约束于 } u_L(t) + f_r(t) = f(t) \quad (9)$$

式中: $\beta_L(t)$ 、 $\beta_i(t)$ 分别是滤波器 $\hat{\beta}_L(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_L)^2}$ 、 $\hat{\beta}_i(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_i)^2}$ 的脉冲响应。

在 SVMD 迭代求解过程中,引入了启发式方法来改变每次迭代中的带宽平衡参数 α 。设置 α_{\min} 为初始值,随着迭代的进行, α 指数增长但不超过设置的最大允许值 α_{\max} 。通过这种 α 的变化,该算法倾向于在残余信号中寻找最强健的模式。SVMD 将 VMD 中的多维优化问题转化为了多个一维优化问题,与 VMD 相比,SVMD 的优点如下:(1)避免了对分解模式数目先验知识的需要;(2)降低了计算复杂度;(3)降低了对中心频率初始化的敏感性。

Nazari 等^[93]应用 SVMD 分解含噪的心电图信号,研究表明 SVMD 不需要预设模式分解数目,能够提取出心电图信号中的潜在模式分量,且具有良好的降噪效果和较低的计算复杂度。

4) 自适应能量约束 VMD

Li 等^[94]2021 年提出了一种基于频谱分割的自适应能量约束 VMD 方法,提出的傅里叶谱分割算法可以自动确定模式分量的数量和每个模式的初始中心频率。能量

约束 VMD 方法的核心思想是最小化残差 $r(t)$ 和各模式分量 $u_k(t)$ 之间的频谱重叠,使模式分量的能量更加集中,从而有效地抑制模的混合,构建的约束模型如式(10)所示。同时根据各模式的基尼指数值,自适应地调整相应的带宽平衡参数。

$$\min_{\{u_k, \beta_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) \cdot u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \sum_{k=1}^K \|\beta_k(t) \cdot r(t)\|_2^2 \right\}$$

约束于 $\sum_{k=1}^K u_k(t) + r(t) = x(t)$ (10)

其中, $\beta_k(t)$ 是滤波器 $\hat{\beta}(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_k)^2}$ 的脉冲响应。

Li 等^[94]应用自适应能量约束 VMD 分解从风力发电机采集的滚动轴承振动信号,根据各模式的基尼指数值,自适应地调整相应的带宽平衡参数,实现了对滚动轴承振动信号中周期脉冲的有效提取。

2.2 缓变非线性信号分析模型

Mcneill 等^[95]提出了一种将信号分解为短时窄带模式分量之和的算法,称作短时窄带模式分解(short-time narrow-banded mode decomposition, STNBMD)。STNBMD 是 VMD 在信号包含时变频率或时变幅值成分情况下的拓展。具体地,信号通过其希尔伯特变换得到解析信号。然后寻找调制解析正弦信号的幅值分量和频率分量,每个正弦信号都具有缓慢变化的幅值和频率。该方法通过构建 3 个优化准则获得短时窄带模式:最小化瞬时幅值包络的平滑度,最小化瞬时频率的平滑度,最小化信号的重建误差度。求解过程中使用一系列幅值和相位的次优更新来逼近最优值。

Mcneill 等^[95]通过 STNBMD 对悬浮管回路的实测随机振动信号的处理验证了其对时变频率(幅值)信号的分解能力和模态参数辨识方面的优势。

2.3 复值信号分析模型

Wang 等^[96]在 2017 年提出了复变分模式分解(complex variational mode decomposition, CVMD),用于分析复值数据。通过白噪声分析得出了 CVMD 等效滤波器组结构,以及给出了中心频率初始化对该滤波器组性能的影响规律。基于 CVMD 算法的优点,它的双向希尔伯特时频谱也得到了发展,其中正负频率分量分别在正负频率平面上表示出来。基于 CVMD, Xia 等^[97]在 2021 年根据有效奇异值的阶数确定 CVMD 的最佳模式数目。

在风信号、海洋浮子漂流轨迹数据、机械摩擦信号等复值非平稳信号的处理中,如果使用 VMD 进行分解,会丢失方向和速度之间的关系^[96]。而 CVMD 能够在正频域和复频域分解得到相同数目的具有物理意义的模式分量,可以保存方向和速度之间的关系,便于物理分析。复值信号正在力学、电磁学、光学和声学等领域兴起,因此 CVMD 的研究应用是十分有益的。

2.4 强时变调频信号分析模型

Chen 等^[98]针对 VMD 在分析非线性调频信号方面的不足,提出了一种变分非线性调频模式分解(variational nonlinear chirp mode decomposition, VNCMD)方法,用来解决宽带信号模式分量的提取问题。VNCMD 的核心思想是将宽带转变为窄带信号。具体地,VNCMD 首先将宽带信号通过解调算子,消除调频项从而获得窄带信号,随后通过最小化解调信号的带宽来估计频率信息并重构一个非线性调频模式。因此,该问题变成了一个最优解调问题,如式(11)所示,可以通过乘子交替方向法得到有效解决。

$$\min_{\{a_k(t), b_k(t), \tilde{f}_k(t)\}} \sum_{k=1}^K (\|a_k''(t)\|_2^2 + \|b_k''(t)\|_2^2)$$

约束于 $\left\| x(t) - \sum_{k=1}^K \left[a_k(t) \cos \left(2\pi \int_0^t \tilde{f}_k(s) ds \right) + b_k(t) \sin \left(2\pi \int_0^t \tilde{f}_k(s) ds \right) \right] \right\|_2 \leq \eta$ (11)

式中: $a_k(t)$ 、 $b_k(t)$ 为第 k 个解调信号, $\tilde{f}_k(s)$ 为第 k 个解调算子的瞬时频率, η 为噪声强度决定的上界参数。

VNCMD 在分析具有时频交叉干扰特性的非平稳信号时具有很好的效果。目前研究验证了 VNCMD 对虎鲸声信号^[98]、机械设备振动信号的处理效果,能够分解强噪声干扰下的复杂信号,使得分解分量具有较高的时频分辨率,在特征提取方面具有明显优势。

2.5 线性调频信号分析模型

Li 等^[99]将分数傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)引入 VMD。FRFT 可以使有效信号能量集中在以一定频率为中心的窄带内,且每个频率分量在分数域中具有不同的能量聚集中心频率。因此,在针对线性调频信号的应用中,VMD-FRFT 可以更好地分离噪声部分,提高算法的抗噪声能力。同时,在 VMD 中使用 FRFT 估计中心频率可以有效抑制交叉干扰,提高各分量中心频率的估计精度。另外,VMD-FRFT 对模式分解数目不敏感。当模式分解数目设置较大时,剩余分量在分数域没有能量聚集,也就是说,它们被视为噪声部分,从而避免了信号的过度分解。

具体地, Li 等^[99]将 VMD-FRFT 应用于均匀加速度滚动轴承的故障诊断中,实现了准确的故障特征识别。与 VMD 相比,VMD-FRFT 具有较好的降噪效果,故障特征

系数的提取精度提高了4%。该方法还可广泛应用于制造业、机械业、交通运输业等旋转机械的故障诊断。然而,对于具有复杂转速的旋转机械的故障诊断,该算法仍有待改进。VMD-FRFT作为一种降噪算法,在未来会有进一步的发展,可用于处理类似于振动信号的非线性和非平稳信号,如声音信号和雷达信号等。

2.6 准二维信号分析模型

Wang等^[100]为了从边界层湍流的瞬时二维速度场中提出多尺度相干结构信息,将VMD拓展为准二元变分模式分解(quasi-bivariate variational mode decomposition, QB-VMD)方法。QB-VMD的本质是将准二维数据集 $f(x, z)$ 视为沿主维(假设 z 方向)的切片的集合。将原始的VMD应用于每一个切片获得各自的模式分量,然后在非分解维度(假设 x 方向)之间,具有相同层的模式分量的中心频率在所有的切片中重新平衡。该过程提供了切片间信息交换机制,旨在减少二维场景中的模式混合问题,是QB-VMD模型的一个特色功能。其变分约束问题构造如式(12)所示。其求解过程与VMD相似,也采用交替方向乘法。

$$\min_{\{u_k, \omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_z \left[\left(\delta(z) + \frac{j}{\pi z} \right) \cdot u_k(z, x) \right] e^{-j\omega_k z} \right\|_F^2 \right\},$$

约束于 $\sum_{k=1}^K u_k = f$ (12)

在该研究中, QB-VMD成功地从湍流边界层的平行平面的瞬时二维速度场分解多尺度条纹状结构,很好地解决了模式混合问题,是一种很有前途的尺度分解工具。

2.7 多维度信号分析模型

Rehman等^[22]在2019年提出了一种用于多通道数据集分解的通用扩展模型,称作多变量变分模式分解(multivariate variational mode decomposition, MVMD)。MVMD旨在提取多通道信号中固有的模式成分,要求最小化所有 C 个输入数据通道上所有模式分量的带宽总和,构造了多通道变分约束模型为:

$$\min_{\{u_{k,c}, \omega_{k,c}\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \sum_{c=1}^C \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) \cdot u_{k,c}(t) \right] e^{-j\omega_{k,c} t} \right\|_2^2 \right\},$$

约束于 $\sum_{k=1}^K u_{k,c}(t) = x_c(t), c = 1, 2, \dots, C$ (13)

在提取潜在模式分量时, MVMD协同所有输入通道,根据功率谱重心确定中心频率。因此, MVMD具有模式对齐特性,所有通道之间存在的公共频率分量都会对齐。同时, MVMD方法继承了原始VMD的所有优点与缺点。

Rehman等^[22]将MVMD成功地应用于脑机接口的多通道脑电图数据中 α 节律的分离,以及从心电图数据中分解出胎儿心率和母体子宫收缩记录,该研究结果凸显了MVMD优异的模式分解能力和模式对齐特性。但在

实际应用中,和VMD一样, MVMD需要预设合适的模型参数以得到最佳分解效果。

3 VMD及其拓展模型参数优化方法

VMD及其拓展模型的应用性能与模型参数的选择密切相关,包括分解模式数目^[23]、带宽平衡参数和初始中心频率^[16]。故而,确定最优模型参数对于VMD及其拓展模型本身的信号分解效果及其在各个领域的成功应用至关重要。当前,许多学者对VMD及其拓展模型的参数优化进行了深入的研究,提出了大量优化方法。总体研究思路如图4所示,针对VMD及其拓展模型的参数,即分解模式数目、带宽平衡参数和初始中心频率,考虑从指标准则、演化算法、迭代分解和初始中心频率估计4个角度设计优化方法,得到最优参数输入模型,获得最佳分解结果。基于目前的研究现状, VMD及其拓展模型的参数优化方法大致分为4类:模式分解数目的优化方法、带宽平衡参数的优化方法、模式分解数目与带宽平衡参数协同优化方法和中心频率诱导下模型参数优化方法。

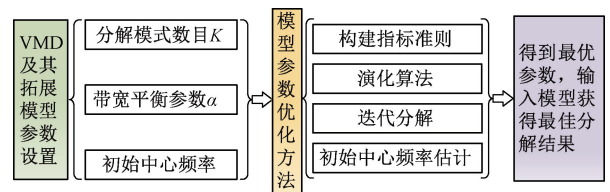


图4 VMD及其拓展模型的参数优化总体研究流程

Fig. 4 Flow chart of parameter optimization for VMD and its extended models

3.1 模式分解数目的优化方法

模式分解数目的设置对VMD最终的结果具有重要影响,设置不当容易造成过分解或欠分解问题。早期研究中, VMD的模式分解数目的选择方案一般简单直接,例如,较为常用的是中心频率观测法^[24],通过比较不同模式分解数下最大中心频率是否再分解,来确定最优模式分解数目。此外,也有研究人员基于人工经验^[25]或者EMD的分解结果选取模式分解数目^[26]。随后,有学者用信号的尺度空间谱分割技术来确定模式分解数目^[27]。赵知劲等^[28]于2019年提出了基于反馈机制的VMD单通道盲源分离算法。首先利用VMD将观测信号分解为2个模式分量,其次利用相似系数衡量模式分量纯度,将最纯的模式分量反馈到输入端并从输入信号中减去,最后根据由相似系数构造的循环迭代终止条件判断是否继续分解。

随着VMD模型应用的日益广泛,对模式分解数目的选择方案研究也更加科学与深入。目前,针对VMD模式

分解数目的选取方案都是通过构建指标进行寻优实现的。Li 等^[23]根据信号频谱的局部极值点数确定模式分解数目。Liu 等^[29]计算时间序列的长期相关标度指数,通过设置标度指数阈值,以判断大于阈值的模式分量标度指数的数量,然后利用模式分解数目与标度指数之间的相关模型确定模式分解数目。Liu 等^[30]根据不同模式分解数目下原始输入信号与分解残量的相关系数满足阈值条件来确定最优模式分解数目。Cai 等^[31]根据快速傅里叶变换谱图中的峰值数来确定模式分解数目。Lian 等^[32]根据排列熵、频域极值、峭度准则和能量损失系数等指标寻找满足所有指标要求的最优模式分解数目。王奉涛等^[33]定义了分解能量差值指标,根据分解分量能量的线性之和与原始信号能量差值的突变确定最优模式分解数目。Xiao 等^[34]针对数字散斑干涉法相位图的噪声干扰问题,根据图像正交值指标选择最合适的模式分解数目。Isham 等^[35]通过计算分解分量和输入信号之间各个统计参数包括峭度、均方根值、形状因子、偏度、波峰因数等的比值,以产生统计参数比图,由此选择最合适的模式分解数目。Zhang 等^[36]提出了互信息指标,可以定量地反映 2 个随机变量之间的相互依赖性。通过迭代分解,选择满足互信息迭代终止条件的模式分解数目作为最优值,其分析结果表明互信息指标比相对于相关系数,具有更强的识别虚假模式的能力。Liu 等^[37]在地震波信号特征提取研究中,为抑制地滚波干扰,将原始输入的带宽和地滚波带宽的比值作为 VMD 的模式分解数目输入。

3.2 带宽平衡参数的优化方法

当前,关于 VMD 参数优化方法中,只有少量研究单独考虑优化单一的带宽平衡参数,例如,Zhao 等^[38]提出了一种新的频域模式混合密度来定量测量模式混合严重程度。再结合相关系数和频域模式混合密度构造目标函数,并采用单目标樽海鞘群算法优化该目标函数,以得到最优带宽平衡参数。Xu 等^[71]在对带宽平衡参数进行类似演化算法式的寻优过程,得到最佳的频谱带宽。

3.3 模式分解数目与带宽平衡参数协同优化方法

考虑到 VMD 的性能不仅仅单独依赖于某一个参数,获得最佳参数对是确保 VMD 分解效果的条件。许多学者对模式分解数目与带宽平衡参数协同优化以提高 VMD 的应用性能。例如,Ren 等^[39]在对 VMD 进行参数选择时使用中心频率观测法确定模式分解数目,同时根据信噪比分析重构信号与原始信号差异确定最优带宽平衡参数。Wang 等^[40]通过构建基于故障特征尺度空间的谱分割策略对输入信号进行预处理,根据频谱分割结果确定模式分解数目;同时建立了带宽平衡参数与模式分量中心频率之间的映射关系,根据该映射关系确定带宽平衡参数。张爽等^[41]采取相似的谱分割策略,通过快速

傅里叶变换和快速傅里叶反变换计算信号的频谱趋势,对频谱趋势进行阈值去噪,以去噪后频谱趋势的极小值点作为分割边界,以此得到模式分解数目;同时,根据构建的带宽平衡参数与模式分量中心频率之间的映射关系优化带宽平衡参数。

随着对 VMD 模型参数优化方案研究的逐渐深入,目前模式分解数目与带宽平衡参数协同优化方案主要为 3 大类:基于指标引导的协同优化方法、基于演化算法的协同优化方法和基于迭代分解的协同优化方法。

1) 基于指标引导的协同优化方法

通过构建合理恰当的指标准则选择最优的模式分解数目与带宽平衡参数为许多学者所青睐,其基本思想如图 5 所示。具体地,Shi 等^[42]设置关于信号频谱幅值的阈值条件来筛选模式分解数目,同时建立能量分布比指标选择最佳带宽平衡参数。Zhang 等^[43]计算不同参数下每个分解模式与输入信号之间的相关系数比和能量比,并选择高值构建相关系数和能量比图,从而确定最适合的模式分解数目与带宽平衡参数。在 Zhao 等^[44]提出了改进措施,首先对信号进行多次包络以渐渐平滑原始信号,得到峰值相对较少时的结果,即采用包络嵌套的方法初步估计中心频率;然后根据一系列指标正交性、熵、能量损失比等,对模式分解数目进行调整,从而确定最优模式分解数目;最后,在模式分解数目和中心频率固定的前提下,利用多指标构建的评价函数确定每一个独立模式分量的最优带宽平衡参数。Ni 等^[45]结合广义高斯循环平稳模型和广义高斯平稳模型的对数似然函数构建指标,通过预设该指标的统计阈值,寻找满足阈值条件的所有模式分解数目。同时定义了故障特征幅值比,利用故障特征幅值比来优化带宽平衡参数,并找到最优的参数对。

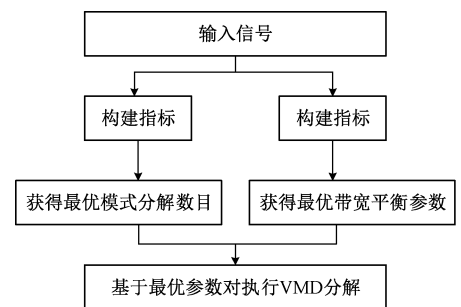


图 5 基于指标的参数优化流程

Fig. 5 Flow chart of parameter optimization based on indicators

2) 基于演化算法的协同优化方法

图 6 所示为基于演化算法的 VMD 参数优化流程,通过构建目标函数,根据自然演化行为推演全局优化,获得最优参数对。该类方法同时考虑模式分解数目与带宽平衡参数 2 个参数的优化,具有很好的适应性。同时,基于

演化算法的参数优化方法也因为演化算法的种类较多而具有多样性。

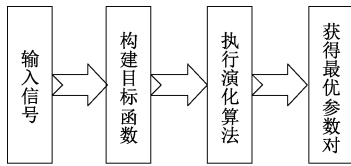


图6 基于演化算法的参数优化流程

Fig. 6 Flow chart of parameter optimization based on evolutionary algorithm

粒子群算法是获得 VMD 最优参数对中常用的优化算法。图 7 所示为粒子群算法求解最优问题过程示意图。典型地, Wang 等^[46]利用粒子群算法,以最小平均包络熵为目标函数寻找 VMD 最优参数。相似地, Diao 等^[47]采用粒子群算法,以最大熵为目标函数优化参数。

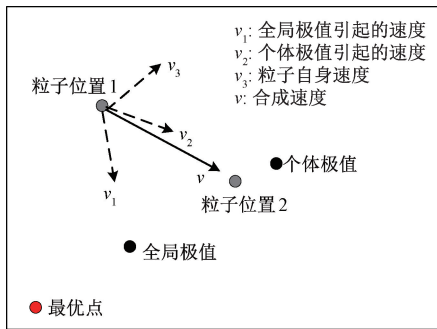


图7 粒子群优化算法求解最优问题过程示意图

Fig. 7 Schematic diagram of particle swarm optimization algorithm for solving optimal problems

此外, Gu 等^[48]采用灰狼优化算法,以最小平均包络熵为目标函数优化 VMD 参数。Zhang 等^[49]提出了基于加权峭度指标和蝗虫优化算法的参数自适应 VMD 方法。Yan 等^[50]以平均包络熵为目标函数,采用布谷鸟搜索算法对 VMD 参数进行优化。Wang 等^[51]以相关波形指数为目标函数,采用阿基米德优化算法获得最优 VMD 参数对。Li 等^[52]根据果蝇优化算法中味道浓度判定函数进行全局寻优,得到最优参数对。Li 等^[53]以局部最小能量熵值为目标函数,利用鲸鱼优化算法对 VMD 参数进行优化。Kumar 等^[54]采用基于互信息核估计的目标函数和遗传算法获得 VMD 最优参数。Xu 等^[71]提出了基于模式能量和独立性度量指标的人工蜂群算法自适应确定 VMD 参数。Miao 等^[55]基于集成峭度改进了蚱蜢优化算法的优化目标函数,对 VMD 参数进行优化选择。另外, Yang 等^[56]采用了模拟退火算法,优化包含峭度目标函数,以此确定 VMD 参数。

虽然基于演化算法的参数优化方法被众多学者所采用,但是,该类方法不可避免的存在 2 个问题。一方面,

演化算法通过种群的迭代更新来选择参数,带来了很大的计算量,时间效率低下。另一方面,不合适的目标函数无法引导全局寻优,可能陷入局部最优而无法得到全局最优解。

3) 基于迭代分解的协同优化方法

在对信号潜在模式数目无法预估的情况下,基于迭代分解的协同优化方法是提取出目标分量最为稳妥的方法,能够有效避免目标分量由于模式分解数目设置不当而被遗漏或者割裂。

Li 等^[57]建立了带宽平衡参数与模式分量中心频率之间的映射关系,对于不同的模式分解数目取值,带宽平衡参数随中心频率的更新在 VMD 中不断更新。以能量损失系数小于一定的值为终止条件,停止模式分解数目的遍历,确定此时的最优模式数目。

Dibaj 等^[58]对设定范围内的每一个模式分解数目,遍历取值范围内的带宽平衡参数,通过判断相邻模式之间的相关系数是否小于设定的阈值来决定遍历的终止。当相邻模式之间的相关系数小于设定的阈值时,保存此时的带宽平衡参数作为在此模式分解数目值下的最优解,则每一个模式分解数目值都会有一个匹配的带宽平衡参数值。然后,在信号能量损失系数小于设定的阈值的前提下,以最小化提取模式的平均带宽为优化目标,选取最佳的参数对。

Jiang 等^[59]提出了由粗到细的 VMD 迭代分解策略。将模式分解数目设置为 1,在每次迭代中用上一步的残余信号减去得到的分解模式作为输入信号,在此过程中根据峭度和中心频率粗略定位目标模式,随后再对目标模式根据峭度准则进行带宽平衡参数优化。接着,周睿等^[60]提出了基于定量带宽表示下的迭代变分模式分解方法,该方法利用定量带宽与平衡参数关系曲线,在确定信号带宽之后找到最佳平衡参数,并根据最佳平衡参数迭代提取信号分量。

Chen 等^[61]提出了一种自调整 VMD 来解决模式分解数目与带宽平衡参数选择问题。在所提出的方法中, VMD 模型每一次只提取一个模式分量,然后再对残余分量进行下一个模式分量提取,直到残量的能量小于一定的阈值。在每次更新模式分量和中心频率时,带宽平衡参数根据该映射关系随中心频率进行优化。

上述基于迭代分解的协同优化方法从分解策略的角度达到对 VMD 模型参数的协同优化,参数优化结果与分解结果同步实现,具有较高的处理效率。

3.4 中心频率诱导下模型参数优化方法

在 VMD 模型中,不同的中心频率初始化方式会产生不同的分解结果。在复杂的应用场景下,选择恰当的中心频率初始化方式能够获得理想的分解结果。进一步地,如果能提前对信号中潜在模式分量的中心频率进行

有效估计,就可以避免模式分解数目的选择问题,并且大大降低分解过程中的计算量。因此,从VMD的初始中心频率角度进行模型参数优化研究,是当下对VMD研究的新视角。

原VMD模型中提供了3种中心频率初始化方式:

1) 零初始化:

$$\omega_k^0 = 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (14)$$

2) 均匀分布初始化:

$$\omega_k^0 = \frac{k-1}{2K}, \quad k = 1, \dots, K \quad (15)$$

3) 随机分布初始化:

$$\omega_k^0 = \text{sort}(e^{(\ln(1/K) + (\ln(0.5) - \ln(1/K)) \cdot \text{rand}(1, K))}), \quad k = 1, \dots, K \quad (16)$$

由于上述中心频率初始化方式比较简单直接,而且中心频率初始化方式的不同会导致VMD模型的分解结果具有差异,难以直接获得最佳分解结果。因此,部分学者提出了更为深入的改进思路。其中,文献[62-65]对VMD初始中心频率优化做了大量研究工作。Jiang等^[62]2018年深入分析了不同初始中心频率下提取模式的最终中心频率的变化特征,发现了VMD的分解效率和有效性与中心频率的初始化方式密切相关,并提出了根据能量波动谱选择VMD的初始中心频率的方法。2020年通过研究所提取模式的收敛中心频率与其相对应的初始中心频率之间的关系,发现随着初始中心频率遍历整个分析频带,VMD迭代过程中存在着收敛趋势现象^[63-64],如图8所示,即初始中心频率的迭代更新值在到达真实中心频率前后的单调性是不同的,于是提出根据收敛趋势确定最优初始中心频率的方法。2022年,Song等^[65]把根据收敛趋势确定初始中心频率的方法拓展到了MVMD,并取得了一定成效。同时,Jiang等^[101]基于对VMD子模型的探究提出了中心频率模式分解方法。该方法由3部分组成。首先,利用VMD的第1个子模型构造了基于收敛趋势判别函数的初始中心频率定位策略;其次,通过VMD的第2个子模型,提出了定位初始中心频率引导的分解策略直接解耦分析信号,无需优化过程和带宽平衡参数;最后,建立了一种更新带宽平衡参数的二分法策略,在预先设置带宽平衡参数范围的情况下,快速识别分析信号的可能分解结果。

考虑到中心频率在VMD分解中的重要性,不少学者设计了分析信号中潜在模式分量中心频率的估计方案,旨在避免模式分解数目选择的同时更为高效地得到分解结果。具体地,Huang等^[102]定义了一个由局部极小值数的每次减少表示的尺度空间来分割数据的傅里叶频谱,由此得到各个初始中心频率。Wang等^[103]提出通过概率密度谱线峰值筛选和能量比筛选这两个筛选过程选择出各主要分量的初始中心频率。Zheng等^[104]对整个信号

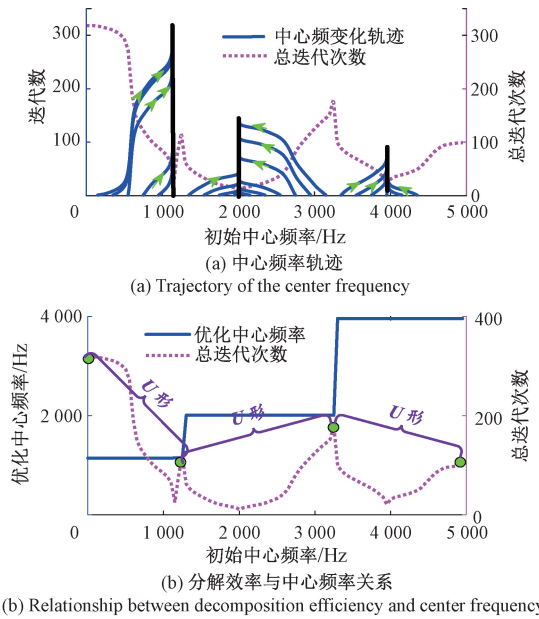


图8 中心频率对VMD分解的影响^[62]

Fig. 8 Influence of center frequencies on VMD decomposition

频带进行了基于二分法的逐步分割,从而得到各初始中心频率分量。Yao等^[105]根据原始信号自回归谱的峰值选择初始中心频率。

中心频率诱导下模型参数优化方法从更深入的VMD分解原理的角度进行参数优化,不仅能够高效地获得较好的分解结果,而且极大地加强了VMD的研究深度,推动了VMD的相关研究进程。

3.5 典型应用场景下模型参数优化方法应用效果比较

目前发展了大量的VMD及其拓展模型参数优化方法。在实际工程应用中,合适的模型参数优化方法可以得到最佳的应用效果,提高工程效率和质量。本节以机械故障诊断和心电信号分析两类应用场景为例,分析不同模型参数优化方法应用效果及适应方法,并对比不同应用场景下模型参数优化方法的异同点,以期为研究人员进行相应研究提供有价值的参考。

1) 机械故障诊断应用场景模型参数优化方法对比

VMD及其拓展模型在机械故障诊断领域有较为广泛的应用,发展模型参数优化方法较为多。例如,文献[65]应用MVMD对噪声干扰的多通道轴承故障信号进行分解,旨在提取出清晰的轴承微弱故障瞬态并进行故障诊断。该研究中探究MVMD的分解特性,分析初始中心频率和真实中心频率的关系,进而根据此关系自动判定多通道轴承故障信号的中心频率和分解模式数目。同时,带宽平衡参数根据经验公式得到相应的最优值。该参数优化方法从中心频率角度出发,对分解模式数目、带宽平衡参数和初始中心频率均进行了优化。在对实际

的多通道轴承故障信号处理中,该方法成功地提取出轴承微弱故障特征,所需时间为 6.02 s。对比研究中,经验选取模型参数的方法由于无法针对实际信号进行参数自适应调整而无法得到故障分量,未能成功提取出轴承微弱故障特征,分解所需时间为 9.99 s。另外,基于粒子群优化算法优化模型参数的方法获得的参数对未能产生最佳分解结果,所需时间为 1 042.42 s,效率低下。因此,中心频率诱导下模型参数优化方法在提取多通道轴故障信息的有效性和效率均有显著优越性。

总体而言,当前机械故障诊断应用中,在多种参数优化方法中,中心频率诱导下模型参数优化方法能够从模型内在特性出发,针对实际机械故障信号进行自适应的参数优化,具有广阔的应用前景。

2) 心电信号分析应用场景模型参数优化方法对比

在心电信号的分析应用中,一方面,VMD 作为前处理方法与机器学习技术相结合,将心电信号分解为多个子信号后,提取具有物理意义的统计特征输入分类器进行识别与分类。Xu 等^[71]在应用 VMD 分解心电信号时,重在带宽平衡参数进行类似演化算法式的寻优过程,得到最佳的频谱带宽。在该对比研究中,经验选取 VMD 参数的方法分解结果中模式能量方差的均值为 0.318 5,方差为 0.063 3,而提出方法得到的模式能量方差的均值为 0.346 9,方差为 0.023 0。提出方法显著增加了特征之间的分布差异,对室性心动过速和心室颤动的检测识别更有重要意义。在张丹等^[72]应用 VMD 分解心电信号时,重在选取最优的模式分解数目。

另一方面,VMD 作为降噪手段,对心电信号进行分解后去除噪声分量,实现高质量的心电记录和分析。Malghan 等^[106]使用演化算法对 VMD 的模式分解数目和带宽平衡参数进行了寻优,获得最佳参数对后对心电信号进行分解。在该研究中,提出的基于演化算法优化参数的 VMD 降噪方法对 MIT-BIH 心电图数据 100 降噪后的的信噪比提升了 33.153 2 dB,而基于经验选取参数的 VMD 降噪方法降噪后的的信噪比提升了 25.439 0 dB。提出的基于演化算法优化参数的 VMD 在对心电信号降噪方面更具优越性。

在该应用场景下,VMD 模型参数的优化方法从经验选取参数发展到单个参数优化,再逐渐深入到模式分解数目和带宽平衡参数协同优化。由于一般情况下研究人员对心电信号具备一定的先验知识,所以部分研究直接根据人为经验选取模型参数,能够获得有效的分析结果。但研究证明,对模型参数进行单个优化或者协同优化后,得到的分析结果比经验选取参数的结果更加精细与准确,去噪效果更加明显,更有利于后续心电信号的分析应用。因此,如何根据心电信号的内在特性和应用需求,设计出适应性更强的模型参数优化方法依旧值得探索。

3) 不同应用场景模型参数优化方法异同点对比分析
上述机械故障诊断和心电信号分析两种应用场景为例的分析中,VMD 及其拓展模型参数优化方法应用具有共性特点也存在差异,具体如下:

(1) 共性方面:机械故障信号和心电信号都具有非线性、非平稳、信号微弱和易受噪声污染的特点,十分符合 VMD 及其拓展模型的适用条件。在 2 种场景中,VMD 及其拓展模型的主要作用都是降噪或分解分量以提取统计特征。在 2 类应用场景下,随着研究的深入,VMD 的模型参数优化方法也愈加完善,从优化单个参数到优化参数对,并均以分解出目标频率成分为指导思想。尤其演化算法是两种应用场景中常见的参数优化方法。

(2) 差异性方面:在机械故障诊断应用中,由于轴承故障成分的频率范围无法凭先验知识确定,所以对 VMD 的模型参数优化方法的自适应性要求更高,促使其发展更加迅速。目前中心频率诱导下模型参数优化方法是研究的最新热点。而在心电信号的分析应用中,由于心电信号的频率范围有一定的先验知识,VMD 的模型参数能够满足将该范围内的频率成分分离出来即可,部分研究中根据简单的人为分析便可确定最优参数。故其优化要求没有轴承故障诊断中严格。如何设计出能够根据场景差异进行自适应调整的通用 VMD 及其拓展模型参数优化方法,值得进一步探索。

4 VMD 未来研究方向

VMD 在近几年无论是理论基础研究、工程技术应用研究都取得了很大进步。从当前 VMD 模型的相关研究现状来分析,如下 3 个方面的工作值得关注并深入研究。

4.1 模型拓展方面

匹配复杂形态信号的 VMD 模型的新型拓展与设计。当前的拓展模型都是基于特定形态的信号设计,它们的匹配能力具有一定的局限性。考虑到实际工程中信号的复杂特点,如高维度、强噪声、时频交叉、形态不一等,需要进一步深入研究适应性更强的 VMD 拓展模型,以提升在实际工程中复杂信号特征提取的匹配性能。针对包含多类型形态的复杂信号,考虑结合多个匹配不同信号类型的 VMD 拓展模型,构造一个能够自动匹配多类型信号的综合 VMD 模型,以提升其自适应性。

4.2 模型参数优化方面

1) 复杂工程场景下 VMD 模型参数优化方法的深入探索。VMD 在不同的工程应用场景中面临不同的复杂输入信号。如何在无需先验知识的条件下,从 VMD 模型的固有特性出发,根据不同场景下输入信号的差异自适应地得到最佳参数组合,是 VMD 模型参数优化方法研究

中一个值得持续的关注点。例如,近年来从中心频率角度研究的模型参数优化方法能够得到潜在分量的近似中心频率和谱边界信息,获得输入信号的谱结构信息,从而自适应确定模型参数。

2) VMD 模型参数优化策略到 VMD 拓展模型参数优化的有效迁移。由 VMD 原始模型衍生出了不少拓展模型,而这些模型基本沿袭了 VMD 模型需要设置初始参数的缺陷。目前已经提出的大量针对 VMD 模型参数优化策略,可以选择性地考虑迁移到拓展模型中,有望直接提升 VMD 拓展模型的分解性能。譬如中心频率诱导下模型参数优化方法,可以考虑引入到 VME、MVMD 等拓展模型,以获得最优模型参数。

4.3 与其他方法结合方面

1) VMD 及其拓展模型与其他类自适应信号分解方法的优势互补研究。目前信号分析领域发展了许多类型的自适应信号分解方法,如 EMD、LMD 和 EWT 等,都具备良好的应用前景。而这些自适应分解方法都有各自的优缺点。将这些方法与 VMD 及其拓展模型的进行优势互补、协同作用,可有望发展出潜力巨大的信号分析工具。考虑到 EWT 需要预设模式分解数目,而 VMD 中心频率的收敛特性可以自适应检测信号潜在分量的中心频率和边界信息,可以将 VMD 作为 EWT 的前处理,相互促进两者的信号分析效果。

2) 大数据背景下 VMD 及其拓展模型与深度学习理论的结合研究。当今大数据背景下,VMD 作为一种自适应的数据前处理算法,能够进行数据分解、数据降噪等预处理工作。引用类似具有显著物理意义的 VMD 及其拓展模型作深度学习方法的前处理嵌入大数据分析平台,自动从复杂输入数据中匹配有效信息,提取出具有物理意义的统计特征,有望提升深度学习的特征挖掘价值。建议考虑将 VMD 作为边缘计算中的特征提取工具,提升后续数据分析工作的效率。

4.4 应用方面

VMD 及其拓展模型的更多潜在应用领域与价值的探索。如今社会已步入信息时代,各行各业都离不开数据分析与信号处理,尽管目前 VMD 的应用已经较为广泛,但是依然存在更多潜在的应用领域值得探究,如生物信号、海洋数据、大气信息数据都存在多模特性。因此,后续研究中可以进一步寻找 VMD 及其拓展模型新的应用对象,探索更多的应用价值。

5 结 论

本文综述了近十年来 VMD 的研究进展。在近年的信号分解领域,VMD 凭借特有的信号自适应分解优势获

得了国内、外学者的广泛关注,应用学科分布广泛,相关文献的发文量也在逐年增长。VMD 具有清晰的数学理论框架,相比其他经典的 AMD 方法在噪声鲁棒性、避免模式混叠等方面具有独到的优势,也因此机械故障诊断、生物医学信号分析、图像信号分析以及环境科学等众多应用领域表现活跃。由于 VMD 的原始模型无法匹配强时变、多维度和复值等具有不同特点的信号,因此衍生出了许多 VMD 的拓展模型以满足不同信号的处理要求。然而,VMD 及其拓展模型的应用效果与模式分解数目、带宽平衡参数和初始中心频率等模型参数选择相关。为此,设计有效的模型参数优化方法成为 VMD 研究的热点问题。当前 VMD 模型参数优化方法种类繁多,依然没有统一的标准。从研究趋势来看,对 VMD 模型参数的优化研究从对模式分解数目或者带宽平衡参数单个参数优化,逐步发展成对两者协同优化,研究层次愈加深。尤其是,从初始中心频率角度进行优化成为一个新的研究点,值得继续关注。

最后,本文还总结了 VMD 的未来研究方向。VMD 模型拓展方面、模型参数优化方面、与其他方法结合方面和应用方面可能是未来 VMD 研究过程中的一些关键突破口。

参考文献

- [1] CUI L L, HUANG J F, ZHANG F B. Quantitative and localization diagnosis of a defective ball bearing based on vertical-horizontal synchronization signal analysis [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 8695-8706.
- [2] ANTONI J. The spectral kurtosis: A useful tool for characterising non-stationary signals [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(2): 282-307.
- [3] MOSHREFZADEH A, FASANA A, ANTONI J. The spectral amplitude modulation: A nonlinear filtering process for diagnosis of rolling element bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 132: 253-276.
- [4] 黄伟国,李仕俊,毛磊,等.多源稀疏优化方法研究及其在齿轮箱复合故障检测中的应用[J]. 机械工程学报, 2021, 57(7): 87-99.
HUANG W G, LI SH J, MAO L, et al. Research on multi-source sparse optimization method and its application in compound fault detection of gearbox [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57 (7): 87-99.
- [5] FENG Z P, ZHANG D, ZUO M J. Adaptive mode decomposition methods and their applications in signal

- analysis for machinery fault diagnosis: A review with examples[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 24301-24331.
- [6] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.
- [7] SMITH J S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data [J]. *Journal of the Royal Society Interface*, 2005, 2(5): 443-454.
- [8] FELDMAN M. Time-varying vibration decomposition and analysis based on the Hilbert transform [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295: 518-530.
- [9] FREI M G, OSORIO I. Intrinsic time-scale decomposition: Time-frequency-energy analysis and real-time filtering of non-stationary signals[J]. *Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2007, 463(2078): 321-342.
- [10] DAUBECHIES I, LU J F, WU H T. Synchro squeezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 30: 243-261.
- [11] GILLES J. Empirical wavelet transform [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(16): 3999-4010.
- [12] CIGONE A, LIU J F, ZHOU H M. Adaptive local iterative filtering for signal decomposition and instantaneous frequency analysis [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2016, 41(2): 384-411.
- [13] DRAGOMIRETSKIY K, ZOZZO D. Variational mode decomposition [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(3): 531-544.
- [14] WANG Y X, MARKERT R, XIANG J W, et al. Research on variational mode decomposition and its application in detecting rub-impact fault of the rotor system[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, 60-61: 243-251.
- [15] YANG W, PENG Z, WEI K, et al. Superiorities of variational mode decomposition over empirical mode decomposition particularly in time-frequency feature extraction and wind turbine condition monitoring[J]. *IET Renewable Power Generation*, 2017, 11(4): 443-452.
- [16] WANG Y X, MARKERT R. Filter bank property of variational mode decomposition and its applications[J]. *Signal Processing*, 2016, 120: 509-521.
- [17] 陈是扞, 彭志科, 周鹏. 信号分解及其在机械故障诊断中的应用研究综述[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(17): 91-107.
- CHEN SH Q, PENG ZH K, ZHOU P. Review of signal decomposition theory and its applications in machine fault diagnosis[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(17): 91-107.
- [18] ZHENG J, PAN H, CHENG J, et al. Adaptive empirical Fourier decomposition based mechanical fault diagnosis method[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(9): 125-36.
- [19] 杜陈艳, 张榆锋, 杨平, 等. 经验模态分解边缘效应抑制方法综述[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(1): 55-66.
- DU CH Y, ZHANG Y F, YANG P, et al. Approaches for the end effect restraint of empirical mode decomposition algorithm [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, 30(1): 55-66.
- [20] 程军圣, 张亢, 杨宇, 等. 局部均值分解与经验模式分解的对比研究[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(5): 13-16, 201.
- CHEN J SH, ZHANG K, YANG Y, et al. Comparison between the methods of local mean decomposition and empirical mode decomposition[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(5): 13-16, 201.
- [21] 李志农, 朱明, 褚福磊, 等. 基于经验小波变换的机械故障诊断方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(11): 2423-2432.
- LI ZH N, ZHU M, CHU F L, et al. Mechanical fault diagnosis method based on empirical wavelet transform[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(11): 2423-2432.
- [22] REHMAN N U, AFTAB H. Multivariate variational mode decomposition [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(23): 6039-6052.
- [23] LI Z P, CHEN J L, ZI Y Y, et al. Independence-oriented VMD to identify fault feature for wheel set bearing fault diagnosis of high speed locomotive [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 85: 512-529.
- [24] 刘长良, 武英杰, 甄成刚. 基于变分模态分解和模糊C均值聚类的滚动轴承故障诊断[J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(13): 3358-3365.
- LIU CH L, WU Y J, ZHEN CH G. Rolling bearing fault

- diagnosis based on variational mode decomposition and fuzzy C means clustering[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(13): 3358-3365.
- [25] LIU W, CAO S Y, CHEN Y K. Applications of variational mode decomposition in seismic time-frequency analysis[J]. Geophysics, 2016, 81(5): 365-378.
- [26] LI Y X, LI Y A, CHEN X, et al. Research on ship-radiated noise denoising using secondary variational mode decomposition and correlation coefficient[J]. Sensors, 2018, 18(1): 48.
- [27] MA J, WU J D, WANG X D. Incipient fault feature extraction of rolling bearings based on the MVMD and Teager energy operator[J]. ISA Transactions, 2018, 80: 297-311.
- [28] 赵知劲, 黄艳波, 强芳芳, 等. 基于反馈变分模式分解的单通道盲源分离算法[J]. 振动与冲击, 2019, 38(13): 268-273.
- ZHAO ZH J, HUANG Y B, QIANG F F, et al. Single channel blind source separation algorithm based on feedback variational mode decomposition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(13): 268-273.
- [29] LIU Y Y, YANG G L, LI M, et al. Variational mode decomposition denoising combined the detrended fluctuation analysis[J]. Signal Processing, 2016, 125: 349-364.
- [30] LIU S K, TANG G J, WANG X L, et al. Time-frequency analysis based on improved variational mode decomposition and teager energy operator for rotor system fault diagnosis [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016: 1713046.
- [31] CAI G W, WANG L X, YANG D Y, et al. Harmonic detection for power grids using adaptive variational mode decomposition[J]. Energies, 2019, 12(2): 232.
- [32] LIAN J J, LIU Z, WANG H J, et al. Adaptive variational mode decomposition method for signal processing based on mode characteristic[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 107: 53-77.
- [33] 王奉涛, 柳晨曦, 张涛, 等. 基于 k 值优化 VMD 的滚动轴承故障诊断方法[J]. 振动. 测试与诊断, 2018, 38(3): 540-547.
- WANG F T, LIU CH X, ZHANG T, et al. Fault diagnosis of rolling bearing based on k -optimized VMD[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(3): 540-547.
- [34] XIAO Q Y, LI J, ZENG Z M. A denoising scheme for DSPI phase based on improved variational mode decomposition [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 110: 28-41.
- [35] ISHAM M F, LEONG M S, MENG H L, et al. Variational mode decomposition for rotating machinery condition monitoring using vibration signals [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 35(1): 38-50.
- [36] ZHANG J W, HOU G, WANG H, et al. Operation feature extraction of flood discharge structure based on improved variational mode decomposition and variance dedication rate[J]. Journal of Vibration and Control, 2020, 26(3-4): 229-240.
- [37] LIU N H, LI F Y, WANG D H, et al. Ground-roll separation and attenuation using curvelet-based multichannel variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-14.
- [38] ZHAO X L, WU P F, YIN X X. A quadratic penalty item optimal variational mode decomposition method based on single-objective salp swarm algorithm [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 138: 106567.
- [39] REN H, LIU W Y, SHAN M C, et al. A new wind turbine health condition monitoring method based on VMD-MPE and feature-based transfer learning [J]. Measurement, 2019, 148: 106906.
- [40] WANG Z J, YANG N N, LI N P, et al. A new fault diagnosis method based on adaptive spectrum mode extraction [J]. Structural Health Monitoring-an International Journal, 2021, 20(6): 3354-3370.
- [41] 张爽, 王晓东, 李祥, 等. 基于 FVMD 的滚动轴承故障特征提取方法[J]. 振动与冲击, 2022, 41(6): 236-244.
- ZHANG SH, WANG X D, LI X, et al. Extraction method of rolling bearing fault characteristic based on FVMD [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(6): 236-244.
- [42] SHI P, YANG W X. Precise feature extraction from wind turbine condition monitoring signals by using optimized variational mode decomposition [J]. IET Renewable Power Generation, 2017, 11(3): 245-252.
- [43] ZHANG M, JIANG Z N, FENG K. Research on variational mode decomposition in rolling bearings fault diagnosis of the multistage centrifugal pump [J].

- Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 93: 460-493.
- [44] ZHAO Y J, LI C S, FU W L, et al. A modified variational mode decomposition method based on envelope nesting and multi-criteria evaluation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 468: 115099.
- [45] NI Q, JI J C, FENG K, et al. A fault information-guided variational mode decomposition (FIVMD) method for rolling element bearings diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 164: 108216.
- [46] WANG X, YANG Z, YAN X. Novel particle swarm optimization-based variational mode decomposition method for the fault diagnosis of complex rotating machinery[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(1): 68-79.
- [47] DIAO X, JIANG J C, SHEN G D, et al. An improved variational mode decomposition method based on particle swarm optimization for leak detection of liquid pipelines[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 143: 106787.
- [48] GU R, CHEN J, HONG R J, et al. Incipient fault diagnosis of rolling bearings based on adaptive variational mode decomposition and Teager energy operator [J]. Measurement, 2020, 149: 106941.
- [49] ZHANG X, MIAO Q, ZHANG H, et al. A parameter-adaptive VMD method based on grasshopper optimization algorithm to analyze vibration signals from rotating machinery [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 108: 58-72.
- [50] YAN X A, JIA M P. Application of CSA-VMD and optimal scale morphological slice bispectrum in enhancing outer race fault detection of rolling element bearings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 122: 56-86.
- [51] WANG J X, ZHAN C S, LI S P, et al. Adaptive variational mode decomposition based on Archimedes optimization algorithm and its application to bearing fault diagnosis[J]. Measurement, 2022, 191: 110798.
- [52] LI Y, XU F Y. Acoustic emission sources localization of laser cladding metallic panels using improved fruit fly optimization algorithm-based independent variational mode decomposition[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 166: 108514.
- [53] LI H X, CHANG J H, XU F, et al. Efficient lidar signal denoising algorithm using variational mode decomposition combined with a whale optimization algorithm [J]. Remote Sensing, 2019, 11(2): 126.
- [54] KUMAR A, ZHOU Y Q, XIANG J W. Optimization of VMD using kernel-based mutual information for the extraction of weak features to detect bearing defects[J]. Measurement, 2021, 168: 108402.
- [55] MIAO Y H, ZHAO M, LIN J. Identification of mechanical compound-fault based on the improved parameter-adaptive variational mode decomposition [J]. ISA Transactions, 2019, 84: 82-95.
- [56] YANG K, WANG G F, DONG Y, et al. Early chatter identification based on an optimized variational mode decomposition [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 115: 238-254.
- [57] LI J M, YAO X F, WANG H, et al. Periodic impulses extraction based on improved adaptive VMD and sparse code shrinkage denoising and its application in rotating machinery fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 126: 568-589.
- [58] DIBAJ A, ETTEFAGH M M, HASSANNEJAD R, et al. Fine-tuned variational mode decomposition for fault diagnosis of rotary machinery [J]. Structural Health Monitoring-an International Journal, 2020, 19(5): 1453-1470.
- [59] JIANG X X, WANG J, SHI J J, et al. A coarse-to-fine decomposing strategy of VMD for extraction of weak repetitive transients in fault diagnosis of rotating machines[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 668-692.
- [60] 周睿, 江星星, 郭文军, 等. 定量带宽表示下的迭代变分模式分解方法在机械故障诊断中的应用研究[J]. 机械设计与制造工程, 2019, 48(9): 19-22.
- ZHOU R, JIANG X X, GUO W J, et al. The application of iterative variational mode decomposition method in mechanical fault diagnosis based on quantitative bandwidth representation [J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2019, 48(9): 19-22.
- [61] CHEN Q M, CHEN J H, LANG X, et al. Self-tuning variational mode decomposition [J]. Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics, 2021, 358(15): 7825-7862.
- [62] JIANG X X, SHEN C Q, SHI J J, et al. Initial center frequency-guided VMD for fault diagnosis of rotating machines [J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 435: 36-55.

- [63] JIANG X X, WANG J, SHEN C Q, et al. An adaptive and efficient VMD and its application for bearing fault diagnosis [J]. *Structural Health Monitoring*, 2020, DOI:10.1177/1475921720970856.
- [64] 江星星, 宋秋昱, 朱忠奎, 等. 基于收敛趋势变分模式分解的齿轮箱故障诊断方法[J]. *交通运输工程学报*, 2022, 22(1): 177-189.
- JIANG X X, SONG Q Y, ZHU ZH K, et al. Gearbox fault diagnosis method based on convergent trend-guided variational mode decomposition [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2022, 22 (1): 177-189.
- [65] SONG Q Y, JIANG X X, WANG S, et al. Self-adaptive multivariate variational mode decomposition and its application for bearing fault diagnosis [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 3503913.
- [66] YANG C, JIA M P. A novel weak fault signal detection approach for a rolling bearing using variational mode decomposition and phase space parallel factor analysis[J]. *Measurement Science and Technology*, 2019, 30(11): 115004.
- [67] CHEN A Y, KURFESS T R. Signal processing techniques for rolling element bearing spall size estimation [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 117: 16-32.
- [68] LI G Z, TANG G, LUO G G, et al. Underdetermined blind separation of bearing faults in hyperplane space with variational mode decomposition[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 120: 83-97.
- [69] CAI W N, YANG Z J, WANG Z J, et al. A new compound fault feature extraction method based on multipoint kurtosis and variational mode decomposition[J]. *Entropy*, 2018, 20(7): 521.
- [70] 李肖, 冯志鹏. 基于变分模式分解的行星齿轮箱齿轮组合故障频率解调分析[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(3): 38-45,51.
- LI X, FENG ZH P. Combined fault frequency demodulation analysis for a planetary gearbox based on VMD [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(3): 38-45,51.
- [71] XU Y, WANG D, ZHANG W G, et al. Detection of ventricular tachycardia and fibrillation using adaptive variational mode decomposition and boosted-CART classifier[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2018, 39: 219-229.
- [72] 张丹, 隋文涛, 梁钊, 等. 基于 VMD 和 KNN 的心电信号分类算法[J]. *电子测量与仪器学报*, 2019, 33(4): 140-145.
- ZHANG D, SUI W T, LIANG ZH, et al. EGG signal classification algorithm based on VMD and KNN [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2019, 33(4): 140-145.
- [73] 吴彭, 常俊, 罗金燕, 等. 基于毫米波传感器的呼吸检测与去噪方法研究[J]. *电子测量技术*, 2022, 45(7): 27-34.
- WU P, CHANG J, LUO J Y, et al. Research on breathe signal detection and denoising method based on millimeter wave sensor[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2022, 45(7): 27-34.
- [74] 樊博, 金旭荣, 田瑞, 等. 一种 2D-VMD 与 NLM 结合的芯片图像去噪算法研究[J]. *计算机测量与控制*, 2021, 29(6): 199-204.
- FAN B, JIN X R, TIAN R, et al. Chip image denoising algorithm based on Bi-dimensional variational mode and non-local mean filtering [J]. *Computer Measurement & Control*, 2021, 29(6): 199-204.
- [75] 周光宇, 刘邦权, 张亶. 基于变分模态分解的 SAR 图像目标识别方法[J]. *国土资源遥感*, 2020, 32(2): 33-39.
- ZHOU G Y, LIU B Q, ZHANG D. Target recognition in SAR images based on variational mode decomposition[J]. *Remote Sensing for Natural Resources*, 2020, 32(2): 33-39.
- [76] MAHESHWARI S, BILASPACHORI R, KANHANGAD V, et al. Iterative variational mode decomposition based automated detection of glaucoma using fundus images[J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2017, 88(1): 142-149.
- [77] 孟凡利, 祝学斌, 张华, 等. SnO₂ 气体传感器对挥发性有机物的温度调制及信号处理方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(12): 85-94.
- MENG F L, ZHU X B, ZHANG H, et al. Research on SnO₂ gas sensor's temperature modulation and signal processing method for volatile organic compounds [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(12): 85-94.
- [78] WANG H, CHEN H F. A novel particulate matter 2.5 concentration prediction model based on double-layer decomposition and feedback of model learning effect[J].

- IEEE Access, 2022, 10: 12164-12178.
- [79] FU T L, LI X R, JIA R L, et al. A novel integrated method based on a machine learning model for estimating evapotranspiration in dryland[J]. Journal of Hydrology, 2021, 603: 126881.
- [80] PATERNINA M R A, TRIPATHY R K, ZAMORA-MENDEZ A, et al. Identification of electromechanical oscillatory modes based on variational mode decomposition[J]. Electric Power Systems Research, 2019, 167: 71-85.
- [81] 殷礼胜, 孙双晨, 魏帅康, 等. 基于自适应 VMD-Attention-BiLSTM 的交通流组合预测模型[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(7): 130-139.
- YIN L SH, SUN SH CH, WEI SH K, et al. Traffic flow combination prediction model based on adaptive VMD-attention-BiLSTM[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(7): 130-139.
- [82] LIU H, MI X W, LI Y F. Smart multi-step deep learning model for wind speed forecasting based on variational mode decomposition, singular spectrum analysis, LSTM network and ELM [J]. Energy Conversion and Management, 2018, 159: 54-64.
- [83] 王冉, 后麒麟, 石如玉, 等. 基于变分模态分解与集成深度模型的锂电池剩余寿命预测方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(4): 111-120.
- WANG R, HOU Q L, SHI R Y, et al. Remaining useful life prediction method of lithium battery based on variational mode decomposition and integrated deep model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(4): 111-120.
- [84] 闫阳天, 李春, 杨阳, 等. 基于 VMD 方法的海上风力机结构 TMD 抗震[J]. 机械工程学报, 2022, 58(4): 155-164.
- YAN Y T, LI CH, YANG Y, et al. ANTI-seismic of offshore wind turbine with TMD based on VMD method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(4): 155-164.
- [85] MOUSAVI M, HOLLOWAY D, OLIVIER J C, et al. Beam damage detection using synchronisation of peaks in instantaneous frequency and amplitude of vibration data[J]. Measurement, 2021, 168: 108297.
- [86] HAN T, LIU C, WU R, et al. Deep transfer learning with limited data for machinery fault diagnosis [J]. Applied Soft Computing, 2021, 103: 107150.
- [87] NAIK J, DASH P K, DHAR S. A multi-objective wind speed and wind power prediction interval forecasting using variational modes decomposition based multi-kernel robust ridge regression [J]. Renewable Energy, 2019, 136: 701-731.
- [88] LI F H, LI R, TIAN L L, et al. Data-driven time-frequency analysis method based on variational mode decomposition and its application to gear fault diagnosis in variable working conditions[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 462-479.
- [89] 马军岩, 袁逸萍, 柴同, 等. 基于组合神经网络的风机轮毂处短期风速预测[J]. 中国机械工程, 2021, 32(17): 2082-2089.
- MA J Y, YUAN Y P, CHAI T, et al. Short term wind speed prediction of wind turbine hubs based on combined neural network [J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(17): 2082-2089.
- [90] NAZARI M, SAKHAEI S M. Variational mode extraction: A new efficient method to derive respiratory signals from ECG[J]. IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics, 2018, 22(4): 1059-1067.
- [91] PANG B, NAZARI M, TANG G J. Recursive variational mode extraction and its application in rolling bearing fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 165: 108321.
- [92] DENG M Q, DENG A D, ZHU J, et al. Adaptive bandwidth fourier decomposition method for multi-component signal processing[J]. IEEE Access, 2019, 7: 109776-109791.
- [93] NAZARI M, SAKHAEI S M. Successive variational mode decomposition[J]. Signal Processing, 2020, 174: 107610.
- [94] LI J M, CHENG X, LI Q, et al. Adaptive energy-constrained variational mode decomposition based on spectrum segmentation and its application in fault detection of rolling bearing[J]. Signal Process, 2021, 183: 108025.
- [95] MCNEILL S I. Decomposing a signal into short-time narrow-banded modes [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 373: 325-339.
- [96] WANG Y X, LIU F Y, JIANG Z S, et al. Complex variational mode decomposition for signal processing applications [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 86: 75-85.
- [97] XIA S Q, YANG J, CAI W Y, et al. Adaptive complex variational mode decomposition for micro-motion signal

- processing applications [J]. *Sensors*, 2021, 21(5): 1637.
- [98] CHEN S Q, DONG X J, PENG Z K, et al. Nonlinear chirp mode decomposition: A variational method [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(22): 6024-6037.
- [99] LI X, MA Z Q, KANG D, et al. Fault diagnosis for rolling bearing based on VMD-FRFT [J]. *Measurement*, 2020, 155: 107554.
- [100] WANG W K, PAN C, WANG J J. Quasi-bivariate variational mode decomposition as a tool of scale analysis in wall-bounded turbulence [J]. *Experiments in Fluids*, 2018, 59(1): 1-18.
- [101] JIANG X X, SONG Q Y, WANG H E, et al. Central frequency mode decomposition and its applications to the fault diagnosis of rotating machines [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2022, 174: 104919.
- [102] HUANG Y, LIN J H, LIU Z C, et al. A modified scale-space guiding variational mode decomposition for high-speed railway bearing fault diagnosis [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 444: 216-234.
- [103] WANG R Q, NIU J B, SUN Y W. Chatter identification in thin-wall milling using an adaptive VMD method combined with the decision tree model [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B Journal of Engineering Manufacture* 2022, 236(1-2): 51-63.
- [104] ZHENG X, ZHOU Q, ZHO N, et al. A dichotomy-based variational mode decomposition method for rotating machinery fault diagnosis [J]. *Measurement Science and Technology*, 2020, 31(1): 015003.
- [105] YAO X J, YI T H, QU C X. Autoregressive spectrum-guided variational mode decomposition for time-varying modal identification under nonstationary conditions [J]. *Engineering Structures*, 2022, 251: 113543.
- [106] MALGHAN P G, HOTA M K. Grasshopper

optimization algorithm based improved variational mode decomposition technique for muscle artifact removal in ECG using dynamic time warping [J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2022, 73: 103437.

作者简介



E-mail: jiangxx@suda.edu.cn

Jiang Xingxing received his B. Sc. and Ph. D. degrees in the major of Vehicle Engineering from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2012 and 2016, respectively. He is currently an associate professor in the School of Rail Transportation at Soochow University. His main research interests include mechanical dynamic signal analysis and equipment intelligent diagnosis.



E-mail: zhuzhongkui@suda.edu.cn

Zhu Zhongkui (Corresponding author) received his B. Sc. degree of Automobile and Tractor (Automobile) and M. Sc. degree of Vehicle Engineering from the Hefei Polytechnic University in 1997 and 2002, respectively. He received his Ph. D. degree of Instrument Science and Technology from the University of Science and Technology of China in 2005. He is currently a professor in the School of Rail Transportation at Soochow University. His main research interests include vehicle system dynamics and control, vibration measurement and signal processing.

江星星, 2012年于南京航空航天大学获得车辆工程学士学位, 2016年于南京航空航天大学获得车辆工程博士学位, 现为苏州大学轨道交通学院副教授, 主要研究方向为机械动态信号分析与设备智能诊断。

朱忠奎 (通信作者), 1997年于合肥工业大学获得汽车与拖拉机(汽车)学士学位, 2002年于合肥工业大学获得车辆工程硕士学位, 2005年于中国科技大学获得仪器科学与技术博士学位, 现为苏州大学轨道交通学院教授, 主要研究方向为车辆系统动力学与控制、振动测试和信号处理。