

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209995

定心矫形骨外固定机器人设计与分析^{*}

苏 鹏¹, 来钰梁¹, 张 力², 刘 霖¹, 李 剑³

(1. 北京信息科技大学机电工程学院 北京 100192; 2. 国家康复辅具研究中心附属康复医院 北京 100176;
3. 北京邮电大学自动化学院 北京 100876)

摘 要: 骨外固定技术为肢体矫形的重要治疗手段。针对现有骨外固定矫形机构在肢体旋转和牵伸矫形时存在的运动耦合、旋转错位等问题, 借鉴 RCM 机构的构型优势, 在传统 Ilizarov 外固定器的基础上设计了一种具有定心运动特征, 易于实现单自由度独立运动的 2R1T 定心矫形骨外固定机器人。基于旋量理论, 开展了传统 Ilizarov 骨外固定支架矫形的数学分析, 并在此基础上, 建立了 2R1T 定心矫形骨外固定机器人的旋量系与反旋量系, 进行了支链选型与构型综合。最后, 分析了机器人运动学位姿及工作空间, 并结合矫形要求对机器人进行了矫形运动仿真分析和样机实验, 基于胫骨的运动轨迹, 得出机器人转动矫形范围为 $-15^{\circ} \sim 15^{\circ}$, 误差范围为 $\pm 0.5^{\circ}$, 牵伸矫形范围为 $0 \sim 30$ mm, 误差范围为 ± 0.2 mm, 实现了矫形的量化与精准调控, 保障了肢体矫形的安全性。

关键词: RCM 机构; 旋量理论; 机构构型; 运动学; 仿真分析

中图分类号: TH781 TP242 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510. 80

Design and analysis of centering orthopedic bone external fixation robot

Su Peng¹, Lai Yuliang¹, Zhang Li², Liu Lin¹, Li Jian³

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China; 2. Rehabilitation Hospital, National Research Center for Rehabilitation Technical Aids, Beijing 100176, China;
3. School of Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: Bone external fixation is an important treatment for limb orthopedics. There are some problems such as motion coupling and rotation dislocation in the existing fixator during limb rotation and stretching orthopedics. Drawing on the configuration advantages of RCM mechanism, a 2R1T centering orthopedic external fixation robot based on traditional Ilizarov external fixator is proposed in this paper. The proposed robot has centering motion characteristics and is easy to realize single freedom independent motion. Based on the Spinor theory, the mathematical analysis of the traditional fixation orthopedics is firstly carried out, then establish the Spinor system and anti-spinor system of the 2R1T centering fixation robot, and complete the branch chain selection and assembly. Finally, this paper analyzes the motion degree and workspace of the robot, and carries out the orthopedic dynamic simulation analysis and prototype experiment based on tibia motion trajectory. The experiment result shows that the rotation correction range of the robot is $-15^{\circ} \sim 15^{\circ}$, the error range is $\pm 0.5^{\circ}$, the range of drafting correction was $0 \sim 30$ mm, and the error range is ± 0.2 mm, which realizes the quantification and accurate regulation of orthosis and ensures the safety of limb orthopedics.

Keywords: RCM mechanism; spinor theory; mechanism configuration; kinematics; simulation analysis

收稿日期: 2022-06-20 Received Date: 2022-06-20

^{*} 基金项目: 北京市自然科学基金-海淀原始创新联合基金(L192018)、北京市教委科技计划(KM202011232009)、国家自然科学基金(52005045, 52005120)项目资助

0 引言

具有 180 余年历史的骨外固定技术,已成为骨科临床不可缺少的重要治疗手段。我国人口众多,需要关节病、先天畸形和骨缺损等骨科疾病治疗的患者难计其数,自 1987 年以来,我国已累积了近十万例骨外固定矫形临床经验,其中,60% 以上的病例为疑难复杂病例,但最终疗效的优良率仍在 98% 以上,严重并发症不足 1%^[1]。骨外固定器,由于独特的构型与良好的临床效果受到研究者的关注,其主要通过固定或限制肢体运动来改变骨骼力线,实现矫治肢体骨骼的功能,如胫骨高位截骨术,其在“保膝”治疗膝骨关节炎和四肢矫形等方面具有良好的临床应用前景^[2-3]。

上世纪 60 年代,俄罗斯 Ilizarov 医生提出牵拉成骨技术和张力-应力学说,结合矫形骨科临床的实际需求,设计出一种骨骼矫形外固定支架,应用于各类复杂肢体矫形难题。Ilizarov 环形固定支架的使用,为骨科矫形开辟了前景。但随着中国各类肢体畸形病症的增多,基于患者对治疗效果,便捷性的矫形需求,Ilizarov 环形固定支架的使用效果已无法满足需求^[4]。基于其在矫形中存在的缺陷,国内外研究者基于计算机技术及矫形需求对传统 Ilizarov 骨外固定支架进行改进,开发新型外固定系统并投入临床使用,应用较为广泛的有:Taylor spatial frame (美国)、Ortho-SUV(俄罗斯)、及 Ilizarov 双边、四边、半环式改良机构等。其中,Taylor 架矫形精准度较高^[5],但在实际应用中,安装前需精准测量 13 项矫形参数,且其复杂的安装过程易导致旋转矫形错位及运动耦合特征。Ortho-SUV(俄罗斯)固定器^[6],虽极大的降低了机构的安装要求。但其构型中的 Z 型板极易与患者肢体产生碰撞,为保证矫形精确性,需患者保持一定姿态,影响患者生活的便利性。其余 Ilizarov 改良机构虽在稳定性上有所改善,但矫形精准性仍无法满足要求^[7]。

医工结合助力医疗技术水平的提高。随着骨外固定技术需求的增加,以及手术量化与精准调控的需求,有必要在现有外固定器械矫形原理的基础上,有针对性的进行机构设计,以实现更好的手术效果。骨外固定矫形手术涉及外固定器绕空间中某点进行多自由度转动以及沿直线移动,矫形过程需保证外固定器不与肢体产生干涉。远程运动中心(remote center of motion, RCM)机构可以通过独特的机构构型实现虚拟中心的多自由度转动和移动,且在此虚拟中心点处无实际的转动副^[8]。独特的虚拟中心运动不仅与临床矫形需求契合,还可有效避免现有外固定器在矫形过程中的旋转矫形错位及运动耦合特征。在构型方面,可与传统外固定器构型相结合,避免肢体干涉,创新性的改善骨科矫形的精准性与使用灵活性。

很多研究者在探索新型的 RCM 机构综合方法与应用。目前 RCM 机构主要的综合方法有旋量理论法、位移子流形法以及单开链法,裴旭^[9]对这 3 种方法之间的联系进行讨论,其中,旋量理论法具有物理意义明确、表达形式简单、代数运算方便等优点^[10]。Chen 等^[11]基于旋量理论法,提出了四自由度运动全解耦并联 RCM 机构,依靠一个转动副轴线交于一点的圆弧分支来保证机构可绕固定点转动和移动。Xiao 等^[12]基于旋量理论法进行了 RCM 手术机器人机构构型,应用于视网膜手术辅助系统。

RCM 机构中,2R1T-RCM(R 为转动自由度,T 为移动自由度)机构的运动模式为两转一移,可满足多数骨外固定矫形手术的运动要求,本文基于模块化设计理念,进行 2R1T-RCM 机构构型设计,其构型可与临床中多种矫形器械串联,实现更广泛的精准矫形功能。首先,根据旋量理论分析 Ilizarov 骨外固定支架的骨骼力线矫形要求,然后,基于旋量理论进行 2R1T 定心矫形骨外固定机器人设计,实现机构绕 RCM 点处 X、Y 轴的旋转和沿 Z 轴牵伸的独立运动,最后,对 2R1T 定心矫形骨外固定机器人进行运动学分析及矫形仿真分析,通过样机实验验证机构运动可行性及矫形准确性。

1 骨外固定机构矫形运动分析

Ilizarov 骨外固定支架是临床应用最为广泛的骨外固定矫形机构,对其进行骨骼矫形运动数学分析,可得到骨骼力线的矫形要求,以此作为理论指导设计定心矫形骨外固定机器人。

临床中 Ilizarov 骨外固定支架有多种构型形式,以典型的一例 Ilizarov 胫骨力线矫形手术分析,固定支架模型参数如表 1 所示。

表 1 Ilizarov 骨外固定支架矫形模型参数
Table 1 Orthopedic model parameters of Ilizarov bone external fixator

参数	值	参数	值
洞孔环/个	2	洞孔环直径/mm	190
连接杆件/根	4	杆件长度/mm	180
单向铰链/根	4	克氏针直径/mm	2.5
克氏针/根	2	患者断骨间隙/mm	15
克氏针固定器/个	4	胫骨内翻角度/(°)	6.85

其模型参数需根据患者骨骼力线的偏移情况制定,众多研究者对其参数进行了定量研究,验证这些参数对骨骼组织愈合情况的影响^[13-14]。图 1 为 Ilizarov 骨

外固定支架的矫形示意图,如图1所示,首先建立静平台坐标系 $\{S\}$ 和胫骨端坐标系 $\{N\}$ 。基于旋量理论分析外固定支架调节杆的螺旋系。然后,对所得螺旋系进行刚体坐标变换,分析在调节杆作用下胫骨坐标系的位姿变化,得出 Ilizarov 骨外固定支架在矫形过程中胫骨的几何运动。

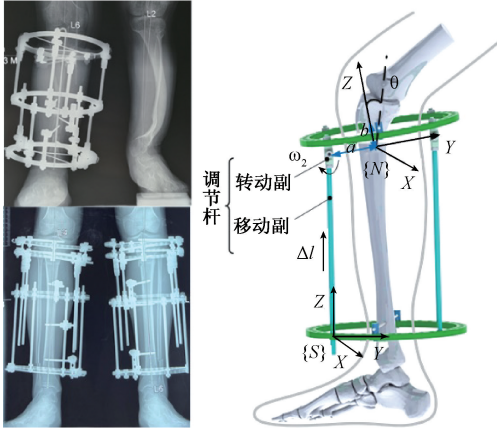


图1 胫骨力线矫治过程示意图

Fig.1 Schematic diagram of tibial force line correction process

旋量理论中,任何旋量都可以看作1个线矢量和1个力偶的同轴叠加,表达式为 $\$ _1=(s;r\times s+h\times s)$,当 $h=0$ 时,表示刚体的转动自由度和作用在沿直线方向上的约束力;当 $h=\infty$ 时,表示刚体移动自由度和沿直线方向的约束力偶^[15]。Ilizarov 骨外固定支架中调节杆为一个约束力和约束力偶的组合,分析调节杆在矫形过程中的旋量系得到其位姿变化。

$\xi _1$ 表示调节杆初始旋量系,杆件只沿坐标系 Z 轴移动,旋量系 $\xi _1$ 中只包含杆件沿轴线运动的线速度 v_1 ,方向竖直向上,杆件绕轴线转动的角速度 $\omega _1$ 为0。采用 Plücker 坐标^[16]表示为:

$$\omega _1=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_1=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix}, \xi _1=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

矫治中间阶段,调节杆转动副绕 $\{S\}$ 坐标系 X 轴转动,旋量理论中,采用角速度线矢量表示转动副的运动,即角速度的大小与一个表示旋转轴作用线的单位线矢量 $(S;S_0)$ 之积^[17]。

$$\omega \$ _1=\omega (S;S_0)=\omega S+\in \omega S_0 \quad (2)$$

式中: S 是单位矢量, $S\times S=1$; S_0 是 S 对原点的线距,且与 S 正交。此时调节杆转动角速度 $\omega _2=(1,0,0)$ 、其相

对于坐标系 $\{S\}$ 的位置坐标 $s_2=(0,0,l_1)$,调节杆旋量系 $\xi _2$ 为:

$$\omega _2=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, S_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix}, \xi _2=\begin{pmatrix} \omega _2 \\ S_2\times \omega _2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

因调节杆转动副旋转中心到坐标系 $\{S\}$ 原点的距离保持不变,符合刚体变换规律。将旋量系 $\xi _1, \xi _2$ 代入刚体变换公式:

$$e^{\theta \xi }=\begin{pmatrix} I & v\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \omega =0$$

$$e^{\theta \xi }=\begin{bmatrix} e^{\theta \omega} & (I-e^{\theta \omega})(\omega \times v)+\theta \omega \omega ^T v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \omega \neq 0 \quad (4)$$

得到转动副相对于坐标系 $\{S\}$ 的刚体变换矩阵:

$$e^{\theta _1 \xi _1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$e^{\theta _2 \xi _2}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & l_1 \sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & l_1(1-\cos \theta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

式中: θ 为转动副转动角度变化量, Δl 为螺纹杆的移动距离, l_1 为杆件长度, $e^{\theta \omega}$ 为指数映射。

将上述参数代入指数积公式^[18],分析得出调节杆转动副在矫形时的位姿变化:

$$p(\theta)=e^{\theta _1 \xi _1} e^{\theta _2 \xi _2} p(0)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & l_1 \sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & \Delta l+l_1(1-\cos \theta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中: $p(0)$ 为矫形初始阶段,转动副在 $\{S\}$ 坐标系中的位置矩阵, $p(\theta)$ 为矫形过程中,转动副的形态矩阵。

其中,

$$p(0)=\begin{bmatrix} I & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

转动副旋转中心沿 $\{S\}$ 坐标系 y, z 轴平移 a, b ,即为胫骨端坐标系 $\{N\}$ 。

综上所述,由于患者胫骨力线偏移,Ilizarov 骨外固定支架在矫形过程中,随着调节杆中移动副与转动副的运动,使得调节力沿调节杆传递至上圆环并作用于胫骨,带

动胫骨沿坐标系 $\{N\}$ Z 轴移动及绕 X 轴转动,从而实现骨骼力线的矫正。在此基础上,为使矫形范围更广泛且保证矫形的精确性,进行定心矫形骨外固定机器人构型设计。

2 2R1T 定心矫形外固定机器人构型

2.1 机构旋量系与反旋量系的建立

在机器人机构设计过程中,首先建立相关构型坐标系,然后基于旋量理论确定机构的旋量系和反旋量系,依

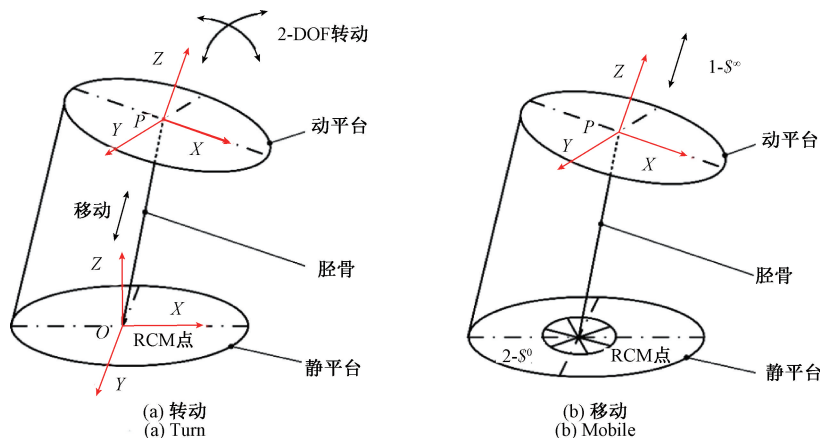


图 2 坐标系及旋量示意

Fig. 2 Coordinate system and spiral schematic

综合上述情形,结合旋量理论可得出 2R1T-RCM 机构运动向量的标准基:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_1 &= (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_2 &= (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_3 &= (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) \end{aligned} \quad (7)$$

将上式进行反螺旋求解,得出反旋量系的标准基为:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}'_1 &= (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}'_2 &= (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}'_3 &= (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) \end{aligned} \quad (8)$$

在 RCM 点处的坐标系中, $\mathcal{S}'_1$ 、 $\mathcal{S}'_2$ 、 $\mathcal{S}'_3$ 分别为沿 X 、 Y 、 Z 轴方向的约束力线矢。

反旋量系的确立:结合机构的运动方式和反旋量系的标准基可得到反旋量系的约束条件为:

1) 两个零节距反旋量相交,相交面不与无穷节距反旋量平行;

2) 两个零节距反旋量相交面平行于机构动坐标系 XY 轴张成平面;

3) RCM 点位于零节距的反旋量的相交面上。

$2 - \mathcal{S}^0 - 1 - \mathcal{S}^\infty$ 反旋量系中具有 2 个零节距反旋量和一个无穷节距反旋量,以此为基础结合机构反旋量约束条件进行机构的支链选取与构型综合。

据反旋量系的约束条件进行构型。如图 2(a) 所示, $O - xyz$ 为固定坐标系, $P - xyz$ 为动平台坐标系,为使机构具有运动连续性,将固定坐标系的坐标原点作为期望的 RCM 点。基于矫形要求,胫骨下方轴线需与静平台垂直,上方轴线与动平台垂直,动平台坐标系 Z 轴与胫骨轴线重合。由此可以确定机构的旋量系为 $2 - \mathcal{S}^0 - 1 - \mathcal{S}^\infty$ 。如图 2(b) 所示,旋量系的约束条件为:

A1: $1 - \mathcal{S}^\infty$ 的轴线平行于动平台坐标系的 Z 轴。

A2: $2 - \mathcal{S}^0$ 的中心与静平台中心(RCM 点)重合,动平台坐标系 Z 轴不在 $2 - \mathcal{S}^0$ 张成的平面。

2.2 支链选取与构型综合

为满足反旋量系中的约束条件 1,将反旋量系 $2 - \mathcal{S}^0 - 1 - \mathcal{S}^\infty$ 中两个零节距反旋量的交点设置为 RCM 点,以此保证机构运动的连续性。机构运动过程中,RCM 点为固定位置,选取多轴线相交的转动副组成的运动支链 $(R \dots R)_s$ 或 $R \dots R$,且所选运动支链靠近机构静平台,保证 RCM 点不受机构运动影响。在空间中,独立旋量能够相交于一点的最多数量为 3^[17-19],故满足约束要求的运动支链有两种,记为 $(RR)_s$ 和 $(RRR)_s$ 。约束条件 2 中,选择轴线平行于动坐标系 XY 轴平面的转动副组成的运动支链即可。此类运动支链记为 $(R \dots R)_E$,去除冗余自由度后,此类运动支链记为: $(RR)_E$ 和 $(RRR)_E$ 。约束条件 3 为非平行条件,自动满足,综合过程中可忽略。

将上述两类运动支链串联,即可得出 3 类能够保证机构运动连续性的支链,分别为 $(R \dots R)_s(R \dots R)_E$ 、 $(R \dots R)_sP$ 、 $R(R \dots R)R$,将此 3 类运动支链作为偏好应用到机构支链的构型中。

在进行机构的构型时^[20],遵循以下偏好准则;

1) 对于 2R1T-RCM 机构,为方便驱动机构,选取 3 条运动支链进行构型综合,并对支链进行非冗余运动副综合,保证机构具有特定运动的同时避免冗余驱动。

2) 在综合过程中需避免使用存在寄生运动和过约束的机构。

3) 尽可能简化构型, 确保机构运动连续性。

基于上述构型准则, 选择合适的 3 条运动支链将机构的动平台和静平台进行连接, 为避免产生过量约束, 3 条支链对应的子系应当线性无关, 且 3 条支链的组合为

反旋量系 $2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$ 。

在反旋量系 $2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$ 中, 其对应子系总共有 5 种, 分别为 $2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$ 、 $1 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$ 、 $2 - \dot{\0 、 $1 - \dot{\0 、 $1 - \dot{\$}^\infty$, 5 种子系对应支链类型如表 2 所示。从表 2 中的支链类型进行构型综合, 可得出如表 3 所示的 3 种符合要求的 2R1T-RCM 机构构型。

表 2 五种子系对应的支链列表

Table 2 List of branched chains corresponding to five seed lines

$2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$	$1 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$	$2 - \dot{\0	$1 - \dot{\0	$1 - \dot{\$}^\infty$
$(RR)_sP$	$(RR)_s(RR)_E$ $R(RRR)_E$	$(RRR)_sP$	$(RRR)_s(RR)_E$ $(RR)_s(RRR)_E$ $R(RRR)_ER$	$(RRR)_E(RR)_E$ $(RR)_E(RRR)_E$

表 3 2R1T-RCM 机构的 3 种构型

机构类型	支链 1	支链 2	支链 3
1	$2 - \dot{\0	$1 - \dot{\$}^\infty$	Φ
2	$1 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$	$1 - \dot{\0	Φ
3	$2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$	Φ	Φ

分析表中 3 种机构类型, 相较于前 2 种构型, 在机构类型 3 中, 支链一为子系 $2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$ 对应支链, 支链 2、3 无其他旋量约束, 构型本质上为串联的 2R1T-RCM 机构, 此类机构最为常见且构型简易, 在临床骨科矫形的过程中可有效避免因构件过多造成的运动复杂性, 保证机构矫形运动的平稳性及矫形精确性。在该机

构类型中, 支链一为子系 $2 - \dot{\$}^0 - 1 - \dot{\$}^\infty$ 对应支链 $(RR)_sP$, 选取转动副 R 和移动副 P 进行构型, 转动副 R 为驱动副, 移动副 P 为随动副, 根据现有矫形机构的矫形要求, 为保证机构在矫形时可绕 RCM 点精确运动, 将其中的一个转动副替换成圆弧导轨^[20], 导轨弧线到 RCM 点的距离与静平台的圆环半径相同, 其本质等同于转动副。两个转动副的轴线相交于 RCM 点, 移动副 P 沿坐标系 Z 轴移动。支链二选择虎克副 U 作为驱动副, 其转动轴线 1 平行于固定坐标系 $X、Y$ 轴组成的平面, 转动轴线 2 沿坐标系 Y 轴。移动副 P 和球副 S 为随动副, 保证旋量系不受约束。支链三选取移动副 P 作为驱动副, 两个球副 S 分别位于动平台和静平台, 保证机构沿坐标系 Z 轴做独立的移动。3 种支链的机构简图如图 3 所示。

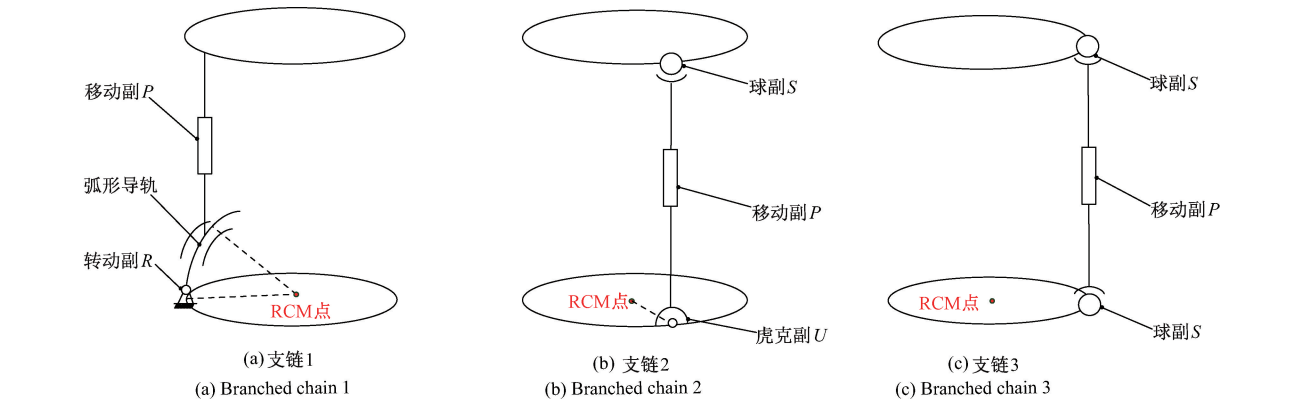


图 3 支链结构简图

Fig. 3 Branched chain structure diagram

3 骨外固定机构矫形运动分析

3.1 机构位姿分析

参考 Ilizarov 骨外固定支架模型参数, 设计 2R1T 定

心矫形骨外固定机器人的虚拟样机, 并对其进行运动学位姿分析, 求解机构在 3 条运动支链的驱动下, 动平台的位置姿态, 为后续的样机控制奠定基础^[21]。

1) 位姿正解分析。如图 4 所示, 在矫形机构中, 机构静、动平台为半径 $R=100\text{ mm}$ 的圆环, 3 条运动支链的初

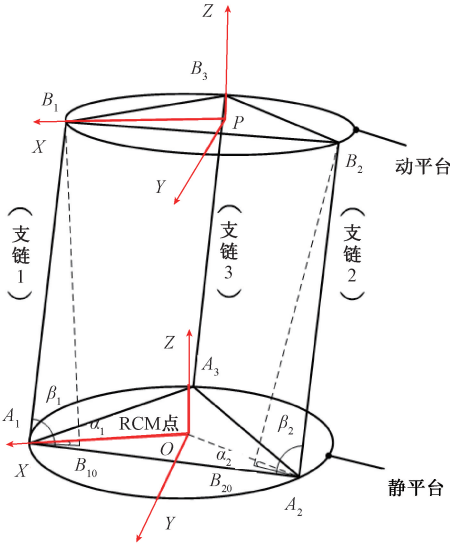


图 4 机器人机构简图

Fig. 4 Schematic diagram of robot mechanism

始长度为 $L = 185 \text{ mm}$, 位于 3 条支链底部且与静平台相连的运动副两两之间转动轴线的夹角为 120° , 沿圆周分布。

在静平台中心点处建立固定坐标系 $O - XYZ$, 固定坐标系中, X 轴穿过与静平台相连的转动副, Y 轴在平面内与 X 轴垂直, Z 轴垂直 $O - XY$ 平面, 可由右手定则判断。同理, 在动平台中心点处, 建立动坐标系 $P - XYZ$ 。 $A_i (i = 1 \sim 3)$ 为运动支链与静平台连接的铰接点, $B_i (i = 1 \sim 3)$ 为运动支链与动平台连接的铰接点。其中, B_1, B_2 在静平台中的投影为 B_{10}, B_{20} 。

由机构的位置分析可知, 动平台中的坐标系 $P - XYZ$ 相对于固定坐标系 $O - XYZ$ 的运动参数为分别绕 X, Y, Z 轴转动和沿着 X, Y, Z 轴移动。设立绕 X, Y, Z 轴转动的角度分别为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, 沿 X, Y, Z 轴移动的位移为 X_1, Y_1, Z_1 。由几何关系可以求解出支链底部铰接点 A_1, A_2, A_3 在静平台坐标系中的坐标值。分别表示为: $A_1 = (R, 0, 0), A_2 = \left(-\frac{R}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}R, 0\right), A_3 = \left(-\frac{R}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}R, 0\right)$ 、动平台中的动坐标系相对与静坐标系的变换矩阵为:

$$H = \begin{bmatrix} \cos\theta_2\cos\theta_3 & \sin\theta_2\cos\theta_3\sin\theta_1 - \sin\theta_3\cos\theta_1 & \sin\theta_2\cos\theta_3\cos\theta_1 + \sin\theta_3\sin\theta_1 & X_1 \\ \sin\theta_3\cos\theta_2 & \sin\theta_3\sin\theta_2\sin\theta_1 + \cos\theta_3\cos\theta_1 & \sin\theta_3\sin\theta_2\cos\theta_1 - \cos\theta_3\sin\theta_1 & Y_1 \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2\sin\theta_1 & \cos\theta_2\cos\theta_1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

上文中已通过旋量理论对机构进行构型综合, 并得出机构运动模式为 2R1T, 动平台相对于静平台的自由度为绕 X 轴、 Y 轴的转动和沿 Z 轴的移动, 故在变换矩阵 H 中, $\theta_3 = 0, X_1 = 0, Y_1 = 0$ 。由此, 新的变换矩阵 H' 的表达式为:

$$H' = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & \sin\theta_2\sin\theta_1 & \sin\theta_2\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2\sin\theta_1 & \cos\theta_2\cos\theta_1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

在动平台坐标系中, 3 条支链与动平台连接点的坐

$$[B'_i] = \begin{bmatrix} R\cos\theta_2 & -\frac{R}{2}\cos\theta_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}R\sin\theta_1\sin\theta_2 & -\frac{R}{2}\cos\theta_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}R\sin\theta_1\sin\theta_2 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_1 & -\frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_1 \\ -R\sin\theta_2 + Z_1 & \frac{R}{2}\sin\theta_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_2\sin\theta_1 + Z_1 & \frac{R}{2}\sin\theta_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_2\sin\theta_1 + Z_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

结合运动支链 1、2 绕其旋转轴线转动角度分析得出相应支链的运动伸长量。支链 1 中, 转动副沿其轴线转动的角度为 α_1 , 沿圆弧导轨转动轴线的偏移角度为 β_1 , 支链 2 沿虎克副转动轴线 1 转动的角度为 α_2 , 沿转动轴线 2 转动的角度为 β_2 。 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ 及 L_{A3B3} 均为已知量。由几何关系可得:

$$R - L_{A1B1}\cos\beta_1\cos\alpha_1 = R\cos\theta_2 \quad (13)$$

标为 $B_1 = (R, 0, 0), B_2 = \left(-\frac{R}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}R, 0\right), B_3 = \left(-\frac{R}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}R, 0\right)$, 当机构进行矫形运动时, 其位置姿态相较于初始位置发生变化, 将动平台的连接点通过变换矩阵 H' 变换到固定坐标系中, 表达式为:

$$\begin{bmatrix} B'_i \\ 1 \end{bmatrix} = H' \times \begin{bmatrix} B_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

B'_i 在固定坐标系中的位置矩阵为:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}R - L_{A2B2}\cos\beta_2\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha_2\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_1 \quad (14)$$

$$L_{A1B1}^2 = (R - R\cos\theta_2)^2 + (Z_1 - R\sin\theta_2)^2 \quad (15)$$

$$L_{A2B2}^2 = \left(-\frac{R}{2} + \frac{R}{2}\cos\theta_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}R\sin\theta_1\sin\theta_2\right)^2 +$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\sin\theta_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_2\sin\theta_1 + Z_1\right)^2 \quad (16)$$

$$L_{A3B3}^2 = \left(-\frac{R}{2} + \frac{R}{2}\cos\theta_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}R\sin\theta_1\sin\theta_2 \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}R \right)^2 + \left(\frac{R}{2}\sin\theta_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\theta_2\sin\theta_1 + Z_1 \right)^2 \quad (17)$$

联立式(13)~(17),即可得出机构在相应驱动构件下的动平台的位姿正解。

2) 位姿反解分析。在求解 2R1T 定心矫形骨外固定机器人位姿反解时,动平台转动时,沿 Z 轴移动的位移 Z_1 及沿 X 、 Y 轴转动的角度 θ_1 、 θ_2 、为已知量,支链 1 中,转动副 R 的转动角度 α_1 、支链 2 中沿虎克副轴线 1 转动角度 α_2 、以及支链 3 中移动副的移动距离 T 为代求的未知量。

由投影关系可得,运动支链铰接点 B_i 在静坐标系中的位置坐标。如下式所示:

$$OB_{i0} = OA_i + A_iB_{i0} \quad (18)$$

由 $|B_iB_{i0}| = B'_{iz} = l_i \sin\beta_i$ 得:

$$\beta_i = \arcsin[(B'_{iz})/L_{AiBi}] \quad (19)$$

结合支链杆长可求得:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \arccos[(R - B'_{ix})/(L_{A1B1}\cos\beta_1)] \\ \alpha_2 = 30^\circ - \arccos\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R - B'_{2y}\right)/(L_{A2B2}\cos\beta_2)\right] \\ T = L_{A3B3} - L \end{cases} \quad (20)$$

式中: B'_{ix} 、 B'_{iy} 、 B'_{iz} 分别为铰接点 B_i 在固定坐标系 X 、 Y 、 Z 轴中的位置坐标。

3.2 工作空间分析

基于临床的矫形需求,对机器人进行工作空间分析,可为临床使用提供数据支持。矫形机器人的末端执行器为动平台,动平台圆心为坐标系原点。求解动平台圆心在空间中活动的最大范围即可得到机器人的工作空间。目前,常用求解工作空间的方法为空间搜索法^[16],利用空间搜索法求解机构的工作空间时,需考虑选取的末端执行器坐标原点是否与机构的移动副的移动范围、转动副的旋转角度、或者球副的旋转角度发生干涉。基于上述原则,矫形机器人机构位型的约束条件为:

$$\begin{cases} l_{\min} < l_i < l_{\max} \\ \theta_i < \theta_{\max} \\ P < P_i \end{cases} \quad (21)$$

l_i = 输入杆的长度, θ_i = 转动副(R)、虎克副(U)及球副(S)的转动角度, P = 杆件之间的距离。对于定心矫形外固定机器人机构,移动副的约束条件为动平台圆环与静平台圆环之间的杆长距离 $L_i^2 = |A_i - B_i|^2$, 令 L 满足移动副的行程即可,其行程为 $0 \sim 30$ mm;转动副(R)、虎克副(U)球副(S)的约束条件为杆与轴线 OZ 、 PZ 的夹角小于于各自的最大运动角度。杆件之间不干涉的约束条件

为支链 RRP 中,圆弧导轨与转动副以及固定点 A_i 的距离是否大于各自的不干涉距离 P 。基于空间搜索法结合机器人位姿分析可得出机构的工作空间。图 5 所示为机器人在三维坐标系下的工作空间,结果表明机器人工作空间范围广,具有较好的运动连续性。图 6 所示为机器人在二维空间中动平台中心点所能到达的范围。通过工作空间的求解,可为机器人在临床骨骼矫形的使用过程中提供数值依据。

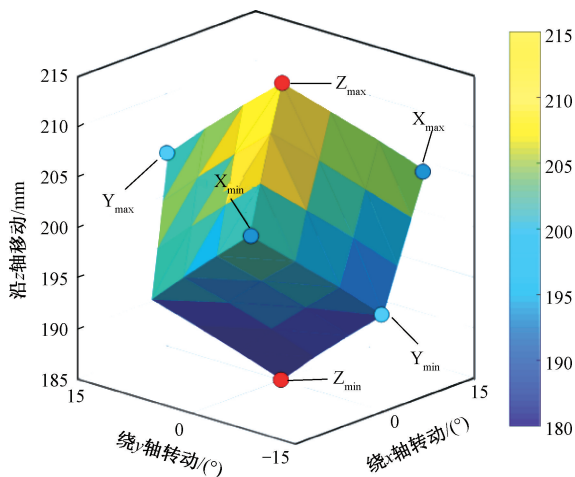


图5 三维工作空间

Fig. 5 3D workspace

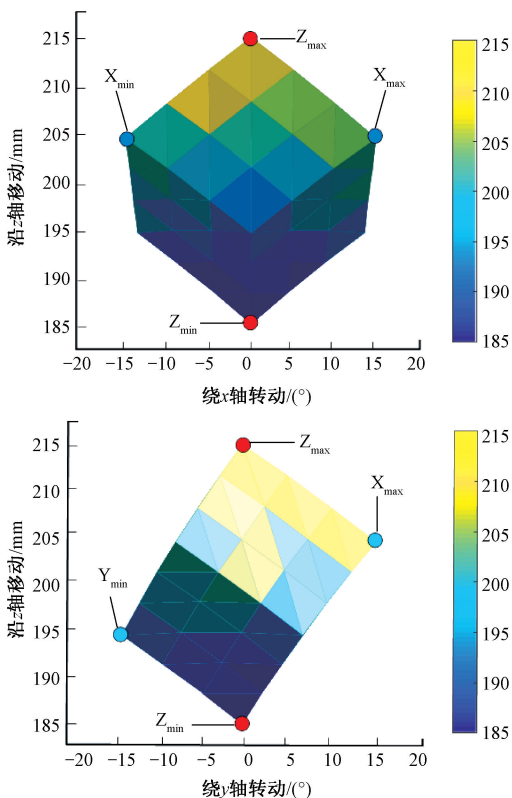


图6 二维工作空间

Fig. 6 2D workspace

3.3 机器人矫形运动仿真及样机实验

基于 Ilizarov 骨外固定支架的临床矫形要求以及安装方式,将骨骼及机器人虚拟样机进行装配,图 7 为机器人矫形模型示意。

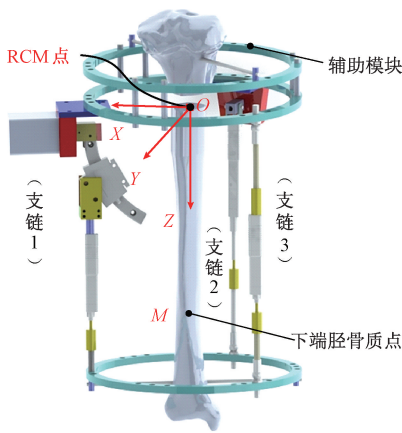


图 7 机器人矫形模型示意

Fig. 7 Robot orthopaedic model schematic

将模型导入到 Adams 软件中进行矫形运动仿真分析,验证机构可完成独立的 3 种矫形运动及矫形的准确性。如图 8(a) 所示,在软件中建立相关坐标系,标定 RCM 点和胫骨下端质点 M 所在位置。首先,验证机构的第一种独立运动方式,即绕 RCM 点 X 轴转动,如图 8(b) 所示,驱动支链 1 绕转动副 R 轴线旋转,支链 1 为主动链,支链 2 和支链 3 为从动链。图 8(c) 为机构绕 RCM

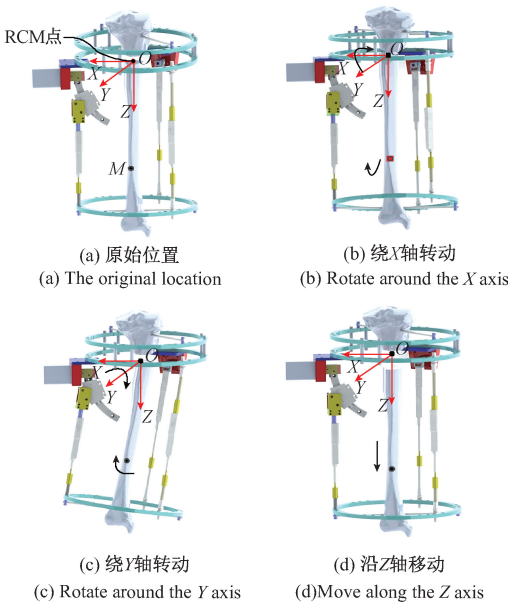
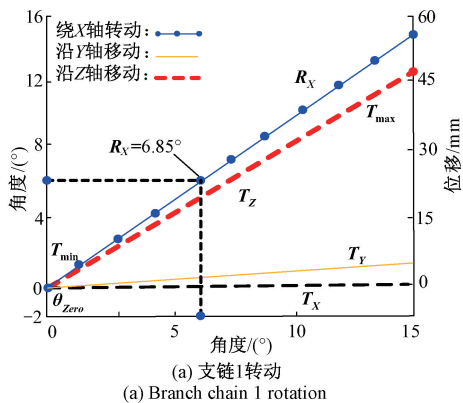


图 8 机器人定心矫形运动仿真示意图

Fig. 8 Simulation diagram of robot centering and orthopaedic motion

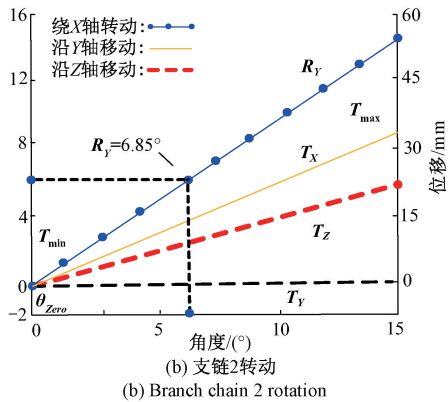
点 Y 轴转动,驱动支链 2,使其绕虎克副转动轴线 1 转动,支链 1 和支链 3 为从动链。图 8(d) 为动平台沿 RCM 点 Z 轴运动,驱动支链 3 沿移动副轴线运动,支链 1、支链 2 为从动链。

基于 Adams 仿真软件中输出的数据,得出机在 3 种运动方式下,胫骨下端质点的运动轨迹。如图 9(a) 所示,机构在支链 1 驱动下,质点沿 Y 、 Z 轴运动,依据坐标关系可得出胫骨绕 X 轴转动范围为 R_x 。图 9(b) 所示,机构在支链 2 驱动下,质点沿 X 、 Z 轴运动,绕 Y 轴转动范围为 R_y 。图 9(c) 所示,机构在支链 3 驱动下,质点沿 Z 轴移动,位移量为 T_z ,沿 X 、 Y 轴的位移量为 0,图(9)d 为机构在 3 种矫形运动下的矫形范围。



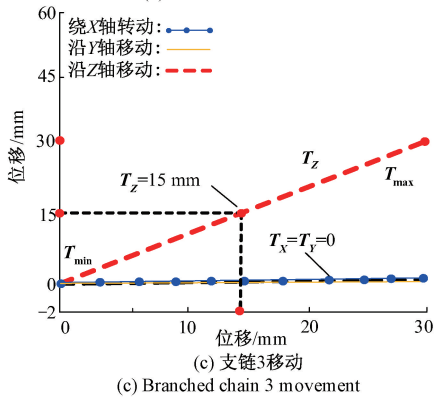
(a) 支链1转动

(a) Branch chain 1 rotation



(b) 支链2转动

(b) Branch chain 2 rotation



(c) 支链3移动

(c) Branch chain 3 movement

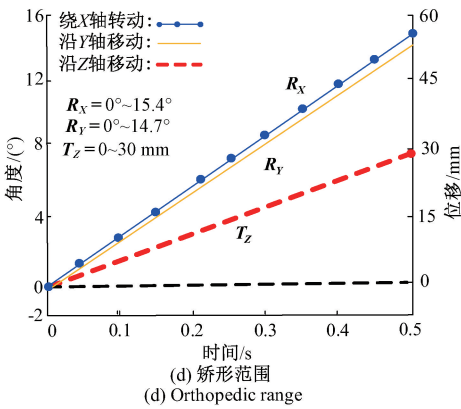


Fig. 9 Trajectory map of particle motion at the lower end of tibia

分析胫骨质点在 3 种矫形运动下的运动轨迹,结果表明,当机构绕 X、Y 轴进行旋转矫形运动时,运动无耦合特征,旋转矫形无错位。沿 Z 轴移动时,质点沿 X、Y 轴无位移,胫骨力线垂直牵伸。上文所描述的一例典型胫骨力线矫形手术(模型参数表 1)中,Ilizarov 骨外固定支架绕 X 轴转动矫形时可带动胫骨转动 6.85°,沿 Z 轴断骨间隙牵伸 15 mm。与之相比,2R1T 定心矫形骨外固定机器人矫形范围更广,且 3 种独立运动在矫形过程中更具灵活性,矫形更加精确。

综上所述,由于 RCM 机构的创新性构型,在机器人的矫形运动仿真过程中,由胫骨质点的运动轨迹验证了机器人能够带动胫骨实现绕 RCM 点 X、Y 轴转动、和沿 Z 轴移动的矫形特性。符合 2R1T 的矫形运动需求,同时验证了机构矫形运动的精准性。基于机构的特征,易于在独立运动的基础上实现多自由度的精准矫形运动,体现所构造机构的优越性能。创新性的为临床骨外固定矫形机构的设计开辟了前景。

基于机器人的设计与分析,进行样机研制,如图 10 所示,样机由洞孔环、三条运动支链、驱动电机及若干连接件组成,各部件之间紧密连接,保证矫形试验过程稳定、无微位移。

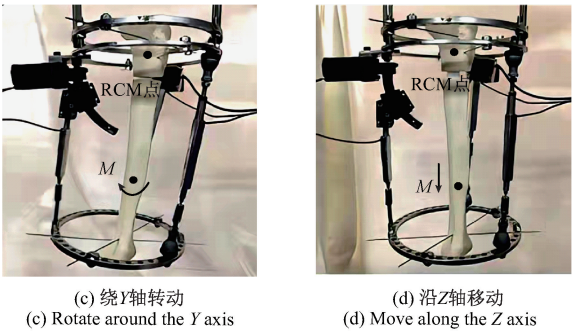
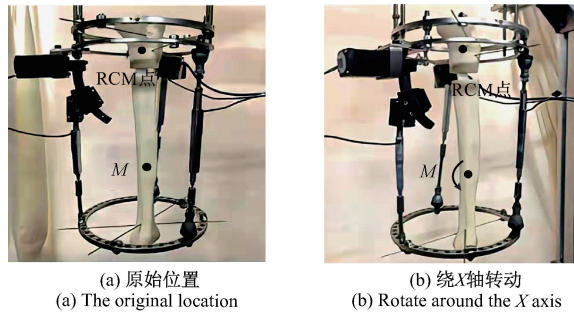
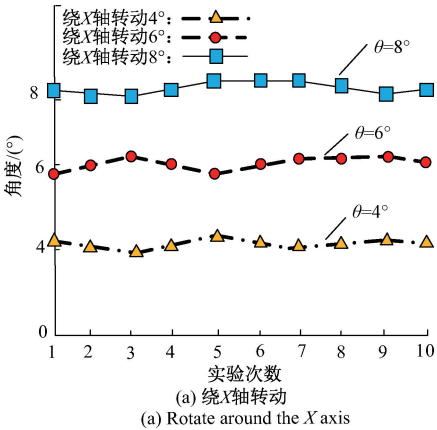


图 10 机器人样机实验图

Fig. 10 Experimental diagram of robot prototype

通过样机矫形运动实验,测得机器人可带动胫骨绕 X、Y 轴旋转 15.2°、15°,沿 Z 轴移动 30 mm。为验证机器人 3 种独立矫形运动的有效性,参考表 1 典型的胫骨力线矫形手术,术中胫骨绕水平轴线旋转的角度为 6.85°,沿竖直轴线移动距离为 15 mm,设立机器人带动胫骨旋转的目标角度为 4°、6°、8°,沿轴线移动的目标距离为 10、15、20 mm,进行多组实验并测量胫骨运动范围。

当胫骨绕 X、Y 轴转动时,旋转角度由 0°逐渐逼近目标值,取 10 次实验结果进行分析。如图 11(a)、(b)所示,3 条曲线分别表示旋转目标角度为 4°、6°、8°时的实验值波动曲线,其误差范围为±0.5°,同理,图 11(c)中 3 条曲线为胫骨沿 Z 轴移动 10、15、20 mm 的实验值波动曲线,误差范围为±0.2 mm。验证了机器人能够有效的实现定心矫形运动及空间多自由度的独立矫形调整,为机构的柔顺性控制及控制系统的建立奠定基础。在实际矫形的使用过程中,可根据患者体型制定构件参数,避免矫形过程中影响患者肢体运动,保障肢体矫形精准性。



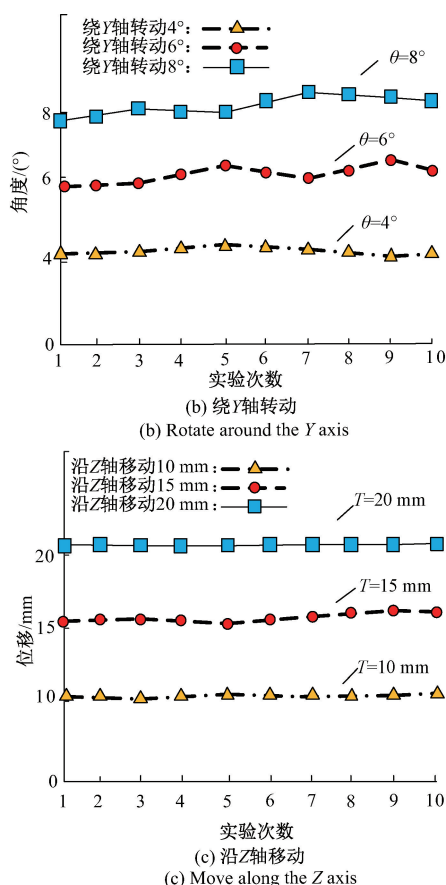


图 11 机器人样机实验数据

Fig. 11 Robot prototype experimental data

4 结 论

文章针对现有临床中使用的骨外固定矫形器械存在旋转矫形错位,矫形运动耦合,难以实现独立矫形调整,影响矫形精确性等问题,通过分析现有常用骨外固定矫形机构的矫形需求,借鉴 RCM 机构独特的构型方式,创新性的提出了一种新型 2R1T-RCM 定心矫形骨外固定机构的构型方法。基于旋量理论建立机构的旋量系与反旋量系,依据反旋量约束条件进行机构构型,得出符合矫形需求的 2R1T 定心矫形骨外固定机器人。

基于机器人矫形的控制需求,对机器人进行了运动学分析,包括位姿正解与反解分析,并结合空间搜索法得出机器人矫形的工作空间,可为临床应用提供理论依据。

为验证机器人矫形的可靠性与精确性,将机器人与骨骼模型组合,通过矫形仿真与样机实验,分析胫骨运动范围,得出胫骨运动的实验值与目标值拟合较好,机器人

可带动骨骼完成精确的定心矫形运动,矫形过程无耦合特征,矫形无错位,验证了机器人矫形的有效性。

定心矫形骨外固定机器人将目前 RCM 机构的构型方法创新应用到骨外固定矫形中,将 RCM 机构虚拟中心运动的特性与临床骨骼矫形需求结合,创新性的解决了当前骨外固定矫形机构存在的问题,可实现骨外固定矫形的安全操控与量化精准调控,为人体畸形骨骼的矫形提供了安全保障,在“保肢”治疗方面具有一定学术价值与临床应用前景。

参考文献

- [1] 夏和桃. 实用骨外固定学[J]. 人民卫生出版社, 2013.
XIA H T. Practical external fixation of bone [J]. People's Health Publishing House, 2013.
- [2] 姚玉峰, 杨云龙, 郭军龙, 等. 膝关节术后康复训练机器人研究综述[J]. 机械工程学报, 2021, 57(5): 1-18.
YAO Y F, YANG Y L, GUO J L, et al. A review of post-operative knee rehabilitation robot research [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(5): 1-18.
- [3] 孟琳, 董洪涛, 侯捷, 等. 面向下肢康复的柔性外骨骼机器人进展研究[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(4): 206-217.
MENG L, DONG H T, HOU J, et al. Soft exoskeleton robot facing to lower-limb rehabilitation: A narrative review [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(4): 206-217.
- [4] KANI K K, PORRINO J A, CHEW F S. External fixators: Looking beyond the hardware maze[J]. Skeletal Radiol, 2020, 49(3): 359-374.
- [5] GESSMANN J, FRIELER S, KNIGSHAUSEN M, et al. Accuracy of radiographic measurement techniques for the Taylor spatial frame mounting parameters [J]. BMC Musculoskeletal Disorders, 2021, 22(1).
- [6] 傅超, 范佳程, 王石刚, 等. Ortho-SUV 支架空间位姿建模与求解[J]. 上海交通大学学报, 2020, 54(10): 1007-1014.
FU CH, FAN J CH, WANG SH G, et al. Ortho-SUV bracket space pose modeling and solution[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2020, 54 (10): 1007-1014.

- [7] ARVESEN J E, WATSON J T, ISRAEL H. Effectiveness of treatment for distal tibial nonunions with associated complex deformities using a hexapod external fixator[J]. *J. Orthop Trauma*, 2017, 31(2): 43-48.
- [8] 黄龙, 杨洋, 苏鹏, 等. 1R1T 远程运动中心机构的型综合[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(13): 131-136.
- HUANG L, YANG Y, SU P, et al. Type synthesis of the 1R1T telekinetic center mechanism [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(13): 131-136.
- [9] 裴旭. 基于虚拟运动中心概念的机构设计理论与方法[D]. 北京:北京航空航天大学, 2009.
- PEI X. Design theories and methods of mechanism based on virtual center of motion Concept [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [10] CHAUDHARY M M. Role of the ilizarov fixator in high tibial osteotomy[J]. *Journal of Clinical Orthopaedics and Trauma*, 2021, 25(2): 101724.
- [11] CHEN G L, WANG J, WANG H, et al. Design and validation of a spatial two-limb 3R1T parallel manipulator with remote center-of-motion [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 149(7): 103807.
- [12] XIAO J J, HUANG L, SHEN L J, et al. Design and research of a robotic aided system for retinal vascular bypass surgery [J]. *Transactions of ASME Journal of Medical Devices*, 2013, 8(4): 44501-1-6.
- [13] MITOUSOUDIS A S, MAGNISSALIS E A. A biomechanical analysis of the ilizarov external fixator[J]. *EPJ Web of Conferences*, 2010, 95-105.
- [14] SOLOMIN L N, GREEN S A. The basic principles of external skeletal fixation using the ilizarov and other devices[M]. Springer Milan, 2012.
- [15] JUAN I V R, JOSÉ M R, J. JESÚS C S. A screw theory approach to compute instantaneous rotation axes of indeterminate spherical linkages [J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2020: 1-41.
- [16] LACOMBE J, GOSSELIN C. Singularity analysis of a kinematically redundant (6+2)-DOF parallel mechanism for zero-torsion configurations [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2022, 170: 104682.
- [17] HUANG Z, LI Q C, DING H F. Theory of parallel mechanisms [M]. Netherlands: Springer, 2013.
- [18] NGUYEN V T, PHAN B K. A svd-least-square algorithm for manipulator kinematic calibration based on the product of exponentials formula [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(11): 5401-5409.
- [19] LI X, QU H B, GUO S. Kinematic performance and static analysis of a 2-dof 3-rps/us parallel manipulator with two passive limbs [J]. *J. Mechanisms Robotics*, 2022: 1-22.
- [20] 李永泉, 张阳, 郭雨, 等. 两转一移冗余驱动并联机构构型综合新方法研究[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(23): 25-37.
- LI Y Q, ZHANG Y, GUO Y, et al. Research on a new method for configuration synthesis of two-turn, one-shift redundantly driven parallel mechanisms [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(23): 25-37.
- [21] 邓雄峰, 余磊, 魏利胜, 等. 输入受限下非完整轮式移动机器人迭代学习跟踪控制[J]. *电子测量与仪器学报*, 2021, 35(9): 58-64.
- DENG X F, YU L, WEI L SH, et al. Iterative learning tracking control of nonholonomic wheeled mobile robot with input constraints [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2021, 35(9): 58-64.

作者简介



苏鹏, 2011 年于北方工业大学获得硕士学位, 2016 年于北京航空航天大学获得博士学位, 2020 年民政部国家康复辅具研究中心博士后出站, 现为北京信息科技大学机电工程学院副教授、硕士生导师, 主要研究方向医疗机器人技术、康复辅具技术等。

E-mail: supeng@bistu.edu.cn

Su Peng received his M. Sc. degree from North China University of Technology in 2011, and receive his Ph. D. degree from Beihang University in 2016. He finished his post-doctoral from Ministry of Civil Affairs national Rehabilitation AIDS Research Center in 2020. He is currently an associate professor and a master advisor in School of Mechanical and Electrical Engineering at Beijing Information Science and Technology University. His main research interests include medical robot technology and rehabilitation accessory technology.



张力, 2007 年于锦州医科大学获得硕士学位, 2012 年于辽宁中医药大学获得博士学位, 现为国家康复辅具研究中心附属康复医院骨二科主任、硕士生导师, 主要研究方向骨科肢体畸形矫正生物力学及骨外固定器应用研究等。

E-mail: zhangli@nrcrta.cn

Zhang Li received his M. Sc. degree from Jinzhou Medical University in 2007, and receive his Ph. D. degree from Liaoning University of Traditional Chinese Medicine in 2012. He is currently the director and a master advisor at the second Department of Orthopedics of the affiliated Rehabilitation Hospital of the National Rehabilitation Accessories Research Center. His main research interests include the biomechanics of orthopedic limb deformity correction and the application of bone external fixator.



李剑 (通信作者), 2010 年于中国矿业大学 (北京) 获得硕士学位, 2019 年于北京航空航天大学获得博士学位, 现为北京邮电大学自动化学院特聘研究员、博士生导师, 主要研究方向医疗康复机器人、助老助残机

器人、医用 3D 打印等。

E-mail: jianli_628@126.com

Li Jian (Corresponding author) received his M. Sc. degree from China University of Mining & Technology in 2010, Beijing, and receive his Ph. D. degree from Beihang University in 2019. He is currently a specially appointed researcher and a Ph. D. advisor in the School of Automation at Beijing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include medical rehabilitation robot, elderly and disabled robot, medical 3D printing, etc.