DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2210123

基于交叉矢量的视觉-激光测距系统结构参数标定*

李云辉1,修贤超1,苗中华1,崔家山2

(1.上海大学机电工程与自动化学院 上海 200444;2.西安电子科技大学空间科学与技术学院 西安 150001)

摘 要:视觉与三维激光测距组成的测量系统是运动估计与环境建模的主要传感设备。为了实现测量系统感知数据坐标系的 统一,提出了一种基于空间向量自组合的视觉与三维激光测距系统结构参数标定方法。主要包括 3 个方面:1)利用平面标定法 求解摄像机内部参数及摄像机坐标系下平面靶标的法向量,利用迭代拟合算法求解激光雷达坐标系下平面靶标的法向量,并构 建两个坐标系下的平面靶标法向量集合;2)根据向量之间夹角大小在平面靶标法向量集合中自主选取交叉向量,建立结构参 数标定目标函数;3)利用非线性优化算法求解最小二乘问题,获得外部参数的最优估计。通过仿真与实际标定实验验证了方法 的有效性和准确性。实验结果表明:该方法的反向投影误差小于 30 mm(3σ),满足高精度三维测量的同时还具有高的标定效 率。所提方法满足传感器融合测量精度的要求。

关键词:信息融合;摄像机;三维激光测距雷达;结构参数标定

中图分类号: TP242 TP391 TH74 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 4131025

Structural parameter calibration of the Cam-LiDAR system based on cross vector

Li Yunhui¹, Xiu Xianchao¹, Miao Zhonghua¹, Cui Jiashan²

(1. School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China;
2. School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 150001, China)

Abstract: The measurement system consisted of vision and 3D laser ranging is the main sensing device for motion estimation and environment modeling. To realize the unification of the sensing data coordinate system of the measurement system, a method for calibrating the structural parameters of the vision and 3D laser ranging system based on the self-combination of space vectors is proposed in this article. It mainly includes three aspects: 1) The plane calibration method is used to solve the internal parameters of the camera and the normal vector of the plane target in the camera coordinate system and the plane iterative fitting algorithm is utilized to solve the normal vector of the plane target in the LiDAR coordinate system. The plane target normal vector set is established under two coordinate systems. 2) According to the angle between the vectors, the cross vector is independently selected in the plane target normal vector combination, and the structural parameters is established. 3) The nonlinear optimization algorithm is used to solve the least-squares problem and obtain the optimal estimation of external parameters. The effectiveness and accuracy of the method are evaluated by simulation and obtain the optimal estimation of external parameters. The effectiveness and accuracy of the method are evaluated by simulation and calibration experiments. Results show that the error between the image object-side projection and the 3D point cloud of this method is less than 30 mm (3σ) , which not only satisfies high-precision 3D measurement but also has a high calibration efficiency. It meets the requirements of accurate measurement of sensor fusion measurement.

Keywords: information fusion; camera; 3D LiDAR; structural parameter calibration

收稿日期:2022-07-12 Received Date: 2022-07-12

^{*}基金项目:上海市科技兴农项目(2022-02-08-00-12-F01164)、中国博士后科学基金(2021M702078)项目资助

0 引 言

随着机器人技术的飞速发展,多传感器信息融合技术被广泛应用,尤其是在无人驾驶、机器人导航等应用中^[1-2]。摄像机具有纹理信息丰富,功耗低、非接触,且为被动感知而广受欢迎,但因其只能获取环境的 2D 信息以及很容易受到环境光照变化的影响;而激光雷达(light detection and ranging, LiDAR)可直接测量感知环境三维(three-dimensional, 3D)信息,且不受光照条件变化的影响,但其为稀疏感知,无法很好的获取环境纹理信息,因此,充分利用两者的优点,对缺点进行相互补充,是目前广受欢迎的一种环境感知方案^[3]。实现两者数据融合的关键在于如何实现不同传感器采集数据的坐标系统一,即传感器之间外部参数标定。

为了解决 LiDAR 与摄像机之间外部参数的标定,除 可直接利用 CAD 尺寸信息外主要可以分为两类:基于靶 标的标定算法与无靶标的自标定算法^[4]。基于靶标的标 定算法包括:基于平面靶标(棋盘格靶标、ArpriTag 靶标、 科罗拉多大学增强现实靶标 (Augmented Reality University of Cordoba, ArUco)) 与基于三维靶标(球形靶 标、立方体靶标)两类,两者的实现都是分别利用 LiDAR 坐标系下 3D 点云提取点特征、直线特征、面特征,以及在 摄像机坐标系下提取相应的点、线、面特征,进行匹配实 现参数标定。基于平面靶标的方法如文献[5]提出的一 种基于平面向量标定的方法,其利用奇异值分解 (Singular value decomposition, SVD)分解求解外部参数旋 转部分,利用摄像机坐标系原点与激光雷达坐标系原点 到平面的距离信息求解外部参数的平移部分,该方法实 现简单,但容易受到采集靶标数据位姿的影响,且相对平 移标定精度较低;相较于文献[5],Unnikrishnan 等^[6]在 上述标定方法的基础之上增加了非线性优化环节,利用 摄像机坐标系原点到每一个靶标平面距离信息,充分考 虑了所有标定靶标位姿下靶标平面上激光点云信息,优 化标定结果所得,该方法可以充分利用所有平面信息,对 标定结果进行捆集调整优化求解,提高了平移标定精度, 但依然受到采集靶标数据位姿的影响。文献[7]在上述 方法的基础之上,同时提取靶标边缘直线,利用边缘点共 线约束与平面点共面约束,结合列文伯格-马夸尔特 (Levenberg-Marquardt, LM)优化算法求解外部标定参 数,该方法可在单次靶标数据采集下实现标定,但其标定 精度仍受到靶标位姿分布的影响,而且直线的拟合精度 对标定结果影响也很大:文献[8]针对上述标定方法存 在的问题,提出了一种点、线、面特征联合约束的标定方 法。增加线约束与面约束并采用 Kabsch 方法求解闭式 解,降低了点约束中的噪声影响,提高了标定的精度和稳

定性。此外,Huang 等^[9]针对点云特征设计了一种特殊 的标定靶标 LiDARTag,其可很好的兼容摄像机靶标的优 点,并通过最小化靶标模板几何参数与激光雷达点云拟 合之间误差的 L1 范数求解标定参数,另外其还通过鲁棒 再生核函数解决了点云稀疏问题。Tang 等^[10]基于多个 AprilTags 标定靶标,结合最小化激光点云到标定靶标平 面的反向投影误差与非线性优化算法,实现了多个摄像 机与多个 2D 激光雷达之间外部参数的标定。Dhall 等利 用 ArUco 二维码作为标定靶标,其原理是通过构建 3D 空 间角点之间的约束,并采用 Kabsch 方法进行求解,其优 点是标定靶标易于制作、成本低廉,但该方法的角点提取 易受到噪声影响^[11]。基于 3D 靶标的方法有:如 Pusztai 等[12]以处的采用普通立方体靶标的标定方法,其通过构 建一系列约束求解立方体的角点,然后据此求解外参数, 其局限在于立方体必须具有正交特性。Lee 等^[13]利用球 作为标定靶标进行标定,通过分别提取球中心的对应关 系求解外参数,但球形标定物难以制作,且球心在摄像机 成像中还具有偏心误差。除此以外,还有如文献[14]利 用不同标定物上不同颜色反射率与图像灰度相关的性 质,提取特征并进行特征匹配,然后基于非线性优化算法 进行优化求解。无靶标自标定算法主要包括利用环境中 结构化特征实现以及基于传感器主动运动的方法两类。 基于环境特征主要用于无人驾驶领域,利用现有的特征 提取算法,检测与匹配环境中道路边缘、路面、护栏等特 征实现两者之间的标定[15-16]。基于运动的方法主要是利 用里程计分别在各自的坐标系下,估计平台的运动,然后 将两条运动轨迹进行对齐优化求解获取两者之间的外部 参数[17-19]。上述两种方法中,无标定靶标的自标定方法精 度较低、鲁棒性较差,但可以在线标定,基于靶标的标定方 法由人工设置高精度的标定靶标,精度与鲁棒性较好,但 不适于在线标定。

针对摄像机与激光雷达外部参数标定问题,本文提 出一种基于自适应加权平均靶标选取策略的视觉-激光 雷达测量系统外部参数标定方法。该方法同时采集平面 靶标的图像与3D点云数据;然后,分别利用平面单应矩 阵算法与3D平面拟合算法求解平面靶标在摄像机坐标 系与 LiDAR 坐标系中的法向量,并通过构建平面差异性 指标动态选取标定靶标构建交叉向量集;最后,通过测量 系统中向量的分析构建结构参数标校目标函数,并利用 非线性优化算法对其进行寻优求解,最终实现视觉-激光 雷达结构参数的高精度标定。

1 测量系统描述

如图1所示,测量系统由双目立体视觉系统与3D激 光雷达测距系统组成,两个系统之间通过刚性连接,设测 量系统的坐标系为激光雷达坐标系,则测量系统的标定 可以描述为:如何根据标定靶标的图像与 3D 点云信息, 恢复摄像机内部参数与激光雷达与左摄像机之间的旋转 平移参数(即测量系统外部参数标定)。



图 1 双目视觉-激光雷达测量系统坐标系关系图 Fig. 1 Coordinate relationship between binocular

and LiDAR system

2 测量系统结构参数标定

2.1 系统结构参数初值求解方法

如图 1 所示,若假设双目立体测量单元的坐标系为 $o_c = xyz$, 3D 激光雷达测距系统的坐标系为 $o_l = xyz$,标定 靶标坐标系为 $o_i = xyz$,在激光雷达坐标系下标定靶标平 面法向量为 n_i^l ,在立体视觉测量单元坐标系下标定靶标 法向量为 n_i^c ,其中下角标i表示标定靶标位置标号,上角 标 $l \downarrow c$ 分别表示法向量所属的坐标系。任选两个位置有 显著差别的标定靶标法向量 $n_i^l, n_j^l, n_i^c, n_j^e$ 并进行向量运 算,并构建虚拟"V"型靶标坐标系,其在视觉与激光雷达 坐标系下的坐标轴 $(n_m^c, n_j^c, n_k^c) = (n_m^l, n_j^l, n_k^l)$ 可以通过 式(1)求解得到:

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{k}^{c} = \mathbf{n}_{i}^{c} \times \mathbf{n}_{j}^{c} \\ \mathbf{n}_{k}^{l} = \mathbf{n}_{i}^{l} \times \mathbf{n}_{j}^{l} \end{cases} \stackrel{\mathbf{n}_{m}^{c}}{\Longrightarrow} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{m}^{c} = \mathbf{n}_{j}^{c} \times \mathbf{n}_{k}^{c} \\ \mathbf{n}_{m}^{l} = \mathbf{n}_{j}^{l} \times \mathbf{n}_{k}^{l} \end{cases}$$
(1)

其中, n^{*}_m 为构建坐标轴,由此可构建如下4个矩阵:

$$\begin{cases} \boldsymbol{D}_{t}^{l} = [\boldsymbol{n}_{m}^{l}, \boldsymbol{n}_{j}^{l}, \boldsymbol{n}_{k}^{l}], \boldsymbol{D}_{n}^{l} = [\boldsymbol{n}_{m}^{l}, \boldsymbol{n}_{j}^{l}, \boldsymbol{n}_{k}^{l}] = \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{D}_{t}^{c} = [\boldsymbol{n}_{m}^{c}, \boldsymbol{n}_{j}^{c}, \boldsymbol{n}_{k}^{c}], \boldsymbol{D}_{n}^{c} = [\boldsymbol{n}_{m}^{c}, \boldsymbol{n}_{j}^{c}, \boldsymbol{n}_{k}^{c}] = \boldsymbol{I} \end{cases}$$

$$\tag{2}$$

其中, **D**^{*}_n 表示标定平面法向量构造的坐标系的坐标轴向量构成的矩阵,可以表示为单位向量**I**;**D**^{*}_i 表示由标定靶标平面法向量在摄像机坐标系或激光雷达坐标系

下构建的矩阵,因此摄像机坐标系与激光雷达坐标系之间的变换关系可以表示为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_{ll} = \boldsymbol{D}_{n}^{t} (\boldsymbol{D}_{l}^{l})^{-1} \\ \boldsymbol{R}_{lc} = \boldsymbol{D}_{n}^{t} (\boldsymbol{D}_{l}^{c})^{-1} \Longrightarrow \boldsymbol{R}_{lc} = \boldsymbol{R}_{ll}^{-1} \boldsymbol{R}_{lc} \end{cases}$$
(3)

若假设标定靶标的中心点在视觉与激光雷达坐标系 下分别为 P_{i}^{c} 、 P_{i}^{c} 与 P_{i}^{l} 、 P_{i}^{l} ,则坐标系原点可以表示为 $P_{i}^{l}P_{i}^{l}$ 与 $P_{i}^{c}P_{i}^{e}$ 的中点:

$$\begin{aligned} X_{a}^{l} &= 0.5(P_{ci}^{l} - P_{cj}^{l}) \\ X_{a}^{c} &= 0.5(P_{ci}^{c} - P_{cj}^{c}) \end{aligned} \tag{4}$$

因此,视觉-激光测量系统结构参数中的平移 **T**_{e0} 可 以通过求解式(7)得到:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{cl0} = \boldsymbol{X}_{o}^{l} - \boldsymbol{R}_{lc} \boldsymbol{X}_{o}^{c} \tag{5}$$

综上所述,测量系统结构参数标定问题转化为如何 求解摄像机坐标系与激光雷达坐标系中平面标定靶标的 法向量与中心点连线的中点。

2.2 平面靶标法向量求解方法

1)摄像机坐标系下平面靶标法向量与中心点求解

因为平面标定靶标与成像平面之间的映射关系可用 单应矩阵描述。若设摄像机内部参数为 K_e,标定靶标平 面角点坐标为 Pⁱ_m,摄像机成像平面提取到的特征点坐标 为 P^e_m。根据摄像机透视投影成像模型与单应变换可知, 成像平面与靶标平面之间的单应矩阵变换可以表示为:

$$P_{m}^{c} == [\boldsymbol{h}_{1}, \boldsymbol{h}_{2}, \boldsymbol{h}_{3}]P_{m}^{t} = \lambda K_{c}[\boldsymbol{r}_{1}, \boldsymbol{r}_{2}, \boldsymbol{T}_{tc}]P_{m}^{t}$$
(6)

其中, r_1 , r_2 表示平面靶标坐标系与摄像机坐标系之间的旋转矩阵 R_{c} 的前两列, T_{u} 分别表示平面靶标坐标系与摄像机坐标系之间的平移关系, λ 表示尺度因子。

因为单应矩阵 H 具有 8 个自由度,因此当检测到非 共线匹配特征点得数目 n ≥ 4 时,上式可通过最小二乘算 法进行求解得到单应矩阵 H,然后依据文献[20]对单应 矩阵进行分解得:

$$\boldsymbol{r}_{1} = \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{K}_{c}^{-1} \boldsymbol{h}_{1}, \boldsymbol{r}_{2} = \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{K}_{c}^{-1} \boldsymbol{h}_{2}, \boldsymbol{T}_{tc} = \lambda \boldsymbol{K}_{c}^{-1} \boldsymbol{h}_{3}, \lambda = \frac{1}{\|\boldsymbol{K}_{c}^{-1} \boldsymbol{h}_{1}\|\|}$$
(7)

因此,摄像机坐标系下的平面靶标的法向量 n_i° 可通 过下式求解得到:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_{x}^{c}, \boldsymbol{n}_{y}^{c}, \boldsymbol{n}_{z}^{c} \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_{u} \begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_{x}^{t}, \boldsymbol{n}_{y}^{t}, \boldsymbol{n}_{z}^{t} \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_{u} \boldsymbol{I} =$$

$$(\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{n}^{c} = \boldsymbol{n}^{c} = \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{r}$$
(8)

其中, n 表示靶标在摄像机坐标系与靶标坐标系下 坐标轴单位向量, r_1 , r_2 为旋转变换矩阵 R_a 第 1、2 列 元素。

对于平面靶标的中心点 P_{a}^{e} ,可根据上述分解得到的 平移向量 T_{u} 与标定靶标的几何尺寸信息求解得到:

$$\mathbf{r}_{ci}^{c} = \mathbf{T}_{tc} + \mathbf{R}_{ci} \Delta t^{t} \tag{9}$$

其中,Δt 为平面靶标坐标系原点到靶标中心的平 移量。

2) 激光雷达坐标系下法向量与中心点求解

设平面靶标上的激光点在激光雷达坐标系中的坐标 为 P_m^l ,靶标所在平面的方程为 π_i ,则点 P_m^l 到平面的距离 d_i 可以表示为:

$$d_i = |ax_i + by_i + cz_i - d| \tag{10}$$

其中, a, b, c 为平面单位法向量元素, 且满足 $a^2 + b^2 + c^2 = 1, d$ 为坐标系原点到平面的距离。

为了实现靶标平面在激光雷达坐标系中的最佳拟合,可最小化点到平面的距离 *d_i*,为此可以构建如下非 线性优化目标函数:

$$f = \sum_{i=1}^{M} d_i^2 - \omega (a^2 + b^2 + c^2 - 1)$$
(11)

目标函数f分别对d,a,b,c求偏导,并整理得:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i} \Delta x_{i} \Delta x_{i} & \sum_{i} \Delta x_{i} \Delta y_{i} & \sum_{i} \Delta x_{i} \Delta z_{i} \\ \sum_{i} \Delta x_{i} \Delta y_{i} & \sum_{i} \Delta y_{i} \Delta y_{i} & \sum_{i} \Delta y_{i} \Delta z_{i} \\ \sum_{i} \Delta x_{i} \Delta z_{i} & \sum_{i} \Delta y_{i} \Delta z_{i} & \sum_{i} \Delta z_{i} \Delta z_{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$
(12)

通过求解上述系数矩阵得特征值与特征向量即可实 现靶标平面在激光雷达坐标系中坐标的求解。在实际应 用平面靶标点云拟合平面法向量的过程中,采用随机采 样一致(random sample consensus,RANSAC)算法^[21],排 除异常点,然后再利用上述平面拟合算法求解平面法向 量 n_i^{\prime} 。

由于激光雷达点云在标定合作靶标上的点云稀疏, 因此单纯的利用常用的重心法求解得到的重心与靶标几 何中心一般不会重合,会导致外部参数标定的平移部分 产生原理性误差,且限制标定算法对不同线数的激光雷 达的适应。因此,有必要寻找一种对于激光雷达坐标系 下的合作靶标几何中心点求解方法。

设激光雷达坐标系下合作靶标中心点为 P_{ci}^{l} ,靶标平 面上的点云为 $P_{p}^{l} = (X_{pn}^{l}, Y_{pn}^{l}, Z_{pn}^{l})$,靶标边缘点云为 $P_{e}^{l} = (X_{ci}^{l}, Y_{ci}^{l}, Z_{ci}^{l})$,构建的匹配模板为 M,模板中心为 M_{c} ,则 合作靶标中心求解问题可归纳为:

已知搜索空间 $S \in L, L$ 定义为从所有边缘点 P_e^l 任取 2个点构建的直线集合,其数目为 $C_N^2, N = \text{num}(P_e^l)$,模板 边缘直线为 $l_1, l_2, l_3 与 l_4, 边缘点到所有直线的距离的最$ $小值为 <math>d_{l_p}$,如何求解当式(13) 最小时模板中心 M_e 的 坐标。

$$\min_{M_c} \sum_{i=1}^{l} e_i = \min \sum_{i=1}^{l} \left(d_{l_1 p} + d_{l_2 p} + d_{l_3 p} + d_{l_4 p} \right)$$
(13)

在应用时,上述求解算法如算法1所示。

算法1:激光雷达坐标系下靶标中心定位算法

输入:标定靶标边缘点 P_e^{l} 标定靶标模板边缘直线 l_1 , l_2 , l_3 , l_4

输出:标定靶标中心坐标 M_e

 $l_1 \leftarrow y = 0, \ l_2 \leftarrow x = 0, \ l_3 \leftarrow y = H, \ l_4 \leftarrow x = L, \ M_c \leftarrow (L, H)/2$

while (True) do

转换点云 P¹到目标坐标系

在边缘点云中任取两点构建直线集合 L

for $i=1, \dots, \operatorname{num}(\boldsymbol{P}_{e}^{l})$ do

任取一点 P_{ei}^{l} 作为铆接点,并让 l_{1} 通过该点

for $j = 1, \dots, C_N^2$ **do**

设S作为直线搜索域,并计算边缘点 P_e 到直线 l_1 的距离 d_{ll_p}

if num
$$(d_{lin} < 5) > 2$$
 do

$$M_{c} \leftarrow M_{cii}$$
, break;

end

end

end

end

2.3 系统外部结构参数非线性优化

1) 靶标平面选取准则

如图 2 所示,设摄像机坐标系下合作靶标的法向量为 n_i^c ,待选取靶标平面的法向量为 n_i^c ,则为了选取差异性最大的两个候选的合作靶标,根据余弦定理有:

$$|\nabla \boldsymbol{n}_{ij}^{c}| = \sqrt{|\boldsymbol{n}_{i}^{c}|^{2} + |\boldsymbol{n}_{j}^{c}|^{2} - 2|\boldsymbol{n}_{i}^{c}||\boldsymbol{n}_{i}^{c}|\cos\theta}$$

s.t. $|\mathbf{n}_{i}^{c} - \mathbf{n}_{j}^{c}| \leq |\nabla \mathbf{n}_{ij}^{c}| \leq |\mathbf{n}_{i}^{c} + \mathbf{n}_{j}^{c}|$ (14) 其中, $0 \leq \theta \leq 180^{\circ}$, 方向差异描述夹角可以表

示为:

$$\theta = \arccos \frac{|\mathbf{n}_{i}^{c}|^{2} + |\mathbf{n}_{j}^{c}|^{2} - |\nabla \mathbf{n}_{ij}^{c}|^{2}}{2\mathbf{n}_{i}^{c}\mathbf{n}_{i}^{c}}$$
(15)

因此,根据上述方向差异性描述夹角可知,当 $\theta = 90^{\circ}$ 时,两法向量之间的方向差异性最大,此时的标定结果最为稳定与准确;当 $\theta = 0^{\circ}$ 或 $\theta = 180^{\circ}$ 时,两法向量之间的差异性最小,应该排除这两个法向量进行参数标定求解。

图 2 标定靶标选取示意图 Fig. 2 Schematic diagram of calibration target selection

最后,依据相同的选取准则在激光雷达坐标系下进 行标定靶标平面的选取,并将其与摄像机坐标系下选取 的标定平面靶标进行交叉验证,最终确定参与结构参数 标定的平面靶标。并依据差异性描述夹角对求解的姿态 角参数进行加权平均获取姿态角估计初值。

$$\boldsymbol{R}_{lc} = \sum_{i=1}^{c} \alpha_i(\boldsymbol{\omega}_i) \widetilde{\boldsymbol{R}}_{lc}^i$$
(16)

其中, $\omega_i = normlize(\theta_i)$, 为了使得上述方法更加的 鲁棒, 可以通过如下启发式方法抑制异常值。

$$\alpha_{i} = \begin{cases} 1, & \theta_{i} > \bowtie \\ \varpi (i / \theta_{i}), & \sharp (17) \end{cases}$$

此处,阈值的设置依据经验设为10°。

2) 非线性优化目标函数构建与优化

由于初始位姿求解得到的值存在误差,尤其是平移 量误差,且激光雷达的水平与垂直分辨率有限,以及图像 坐标提取误差,导致构造靶标坐标系原点解算不准确。 为了减小标定误差,选取得到一系列不同的标定靶标组 合Γ,通过上述视觉测量单元坐标系与激光雷达坐标系 之间的旋转平移参数标定初值求解方法可构建非线性优 化目标函数:

$$\boldsymbol{T}_{lc}^{i} = \boldsymbol{T}_{l\iota}^{i} \cdot \boldsymbol{T}_{lc}^{i} \tag{18}$$

其中, **T**^{*i*}_{*i*} 表示第 *i* 个组合时左摄像机坐标系到激光 雷达坐标系刚体变换的李群表示, 为需要标定求解的参 数; **T**^{*i*}_{*i*} 表示第 *i* 个组合时左摄像机坐标系到标定靶标坐 标系之间的刚体变换的李群表示; **T**^{*i*}_{*i*} 表示 *i* 时刻标定靶 标坐标系到激光雷达坐标系的刚体变换的李群表示。

当组合 $i = num(\Gamma) \ge 2$ 时,可以采用最小二乘的方 式求解式(19)的最小二乘解,因此可以构建误差:

 $\boldsymbol{e}_i = \ln(\boldsymbol{T}_{lc}^i \boldsymbol{T}_{lt}^i \boldsymbol{T}_{tc}^i)^{\vee} =$

 $\ln(\exp((-\boldsymbol{\xi}_{i}^{i})^{\wedge})\exp((-\boldsymbol{\xi}_{i}^{i})^{\wedge})\exp(((\boldsymbol{\xi}_{i}^{i})^{\wedge}))^{\vee} (19)$ 若设*i*最大取值为*M*,则目标函数可以表示为:

$$f(\boldsymbol{\xi}) = \min_{\boldsymbol{\xi}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{e}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{i}^{-1} \boldsymbol{e}_{i}$$
(20)

其中, **Σ**_i 表示上述标定误差协方差矩阵,**ξ** 为测量系 统结构参数标定结果李代数。利用 LM 优化算法即可实 现对上述优化问题的求解。本文提出的算法如算法 2 所示。

3 仿真实验验证与分析

为了验证算法的可行性与鲁棒性,假设摄像机分辨 率为2048×2048 pixel,等效焦距 $f_x = f_y = 2900$ pixel,主点 像素坐标为(1024,1024),像元大小为dx = dy =0.0055 mm,双目摄像机坐标系之间的旋转角度关系为: $(Ax, Ay, Az) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ), 平移关系为:(Tx, Ty, Tz) =$ (-1000 mm, 0 mm, 0 mm)。图像特征点的提取噪声满 算法 2:视觉-激光外部结构参数标定算法

输入:图像集合 I { I_1 , I_2 , …, I_N }, 点云集合 P { P_1 , P_2 , ···, P_N},标定参数 S 输出:外部标定参数 T_u $T_{a} \leftarrow 0, \Delta x \leftarrow 10$ while (True) do for $i = 1, \dots, K$ do 从图像集合 I, 中提取靶标平面图像特征点 从点云集合 P. 中提取靶标平面点云 分别求解标定靶标标定靶标的法向量" n_i , n_i 分别求解靶标屏幕面中心点 p_i , p_i 从集合 $\{{}^{\circ}n_{i}, \cdots, {}^{\circ}n_{\kappa}\}$ 中选取标定靶标 构建子集合 $\{{}^{\circ}n_{i}, {}^{\circ}n_{i}, {}^{\circ}p_{i}, {}^{l}p_{i}\}$ 计算外部参数标定初值^dT. end 构建目标函数 $f(\xi)$ while $(\Delta x > 0.05)$ do 计算目标函数误差 if $\Delta x < 0.05$ do $T_{cl} \leftarrow T_{cl}$ end

end

end

return T_{cl}

足均值为 0, 方差为 0.5 pixel 的高斯白噪声, 棋盘格标定 靶标的尺寸为 1 000 mm×1 000 mm; 3D 激光雷达线数为 16, 线束之间夹角 $\theta \in (-15^{\circ}, 15^{\circ})$, 水平角分辨为 0. 25°, 设激光雷达坐标系为世界坐标系, 左摄像机坐标 系为双目立体视觉测量坐标系, 激光雷达坐标与视觉测 量坐标系之间的旋转角度关系为: $(Ax, Ay, Az) = (-90^{\circ}, 0^{\circ})$, 两者之间的平移关系为: (Tx, Ty, Tz) = (-500 mm, 0 mm, 0 mm)。

如图 3 为视觉-激光雷达测量系统外部结构参数标 定仿真示意图,仿真过程中设平面标定靶标的姿态角在 $(\alpha,\beta,\gamma) \in (-30^\circ,30^\circ)$ 内随机取值,平移量在 $(t_x,t_y,t_z) \in (-400,400)$ 内随机取值,标定靶标与激光 雷达之间的距离设置为 3 000 mm。进行了 3 种类型的仿 真分析:标定靶标位姿数对标定结果精度影响、标定靶标 尺寸大小对标定结果精度影响、以及激光雷达点云测量 精度对标定结果精度影响。

3.1 对于标定靶标位姿的数目对标定精度的影响

设标定靶标位姿数在 3~16 中取值,每个位姿下进 行 50 次仿真,并统计其标定结果的均值与方差,其标定



Fig. 3 Sketch diagram of simulation analysis

结果如图 4 与表 1 所示,其中表 1 中的统计数据除本文 提出算法的非优化值以外均为标定靶标位姿数为 16,仿 真次数为 100 时的值。图表中分别统计了文献[5-6]以 及本文提出的标定算法对视觉-激光雷达测量系统外部 结构参数标校的结果,其中旋转角度误差与平移误差分 别为:

$$\begin{cases} \Delta \gamma = \sqrt{(\alpha - \alpha_0)^2 + (\beta - \beta_0)^2 + (\gamma - \gamma_0)^2} \\ \Delta t = \sqrt{(t_x - t_{x0})^2 + (t_y - t_{y0})^2 + (t_z - t_{z0})^2} \end{cases} (21)$$







observations

表1 视觉-激光外部结构参数标定仿真计算结果

 Table 1
 Simulation results of visual-LiDAR external

parameter calibration						
方法	(α, β, θ)	(Tx, Ty, Tz)	$\Delta \gamma$	Δt		
文献[5]	0.08, 0.02, -0.03	-5.75, -11.23, 3.30	0.09	13.04		
文献[6]	0.07, -0.01, 0.01	5.03, -0.57, -7.47	0.07	9.02		
非优化	0.08, 0.04, -0.07	-5.75, -11.23, 3.30	0.12	13.04		
本文	0.06, 0.01, 0.01	4.36, -0.44, -6.87	0.06	8.15		

如图 4 所示,姿态角与平移部分的标定误差均值与标准差都随着参与标定得靶标数目的增加而减小,但所提方法的标准差相比于其他方法更小,这表明该方法具有更好的标定稳定性,当靶标数据达到 12 个后标定结果收敛,这说明所有标定算法都具有较好的收敛性。值得注意的是优化类方法在参与标定的靶标数较少时,平移量的标定精度显著高于非优化类方法,对于姿态角标定,非优化类方法表现得较为稳定,这是因为在优化过程中算法平衡了姿态角标定精度与平移量的标定精度。因此,这一现象启发我们在实际算法应用中,可以利用优化前的姿态角标定结果代替优化后的姿态角标定结果,充分结合优化前后算法的优点,得到高精度标定结果。

如表1所示,本文所提算法的标定精度最高,且与文 献[6]同为优化类方法,其标定精度显著高于非优化类 方法,本文所提算法未优化前与文献[5]所提算法所得 平移量标定误差相等,这是由于本文所提标定算法得平 移部分初值求解方法与文献[5]等价。

3.2 对于不同靶标尺寸大小标定精度的影响

在仿真中,设标定靶标平面的尺寸在(1000 mm× 875 mm、700 mm×800 mm、525 mm×600 mm、350 mm× 400 mm、200 mm×175 mm 中取值,参与标定的靶标数设置 为15,仿真次数设置为50,激光雷达的测量精度设置为 2 cm,统计不同靶标尺寸下标定结果的均值,其统计结果如 图 5 所示,标定精度与标定靶标尺寸的大小相关,当靶标 尺寸大于 500 mm×500 mm 时,标定结果收敛;在每一尺 寸下所有算法的标定相对标定精度相似,且也符合优化 类算法的位移量标定精度优于非优化类算法的情况。





Fig. 5 The relationship between the mean calibration of the pose error and the size of the calibration target

3.3 激光雷达点云测量精度对标定结果精度影响

设激光雷达 3D 点云测量噪声满足均值为 0,方差为 $\sigma \in (1,2,\dots,10)$ cm 的高斯白噪声,标定靶标位姿数设

置为10,仿真次数设置为100,统计不同点云测量精度下标定结果的均值与误差,其结果如图6所示。







由图 6 可知,优化类姿态角的标定精度与所有的平 移量标定精度都随着激光雷达点云测量精度的增大而增 大,但非优化类姿态角的标定精度不随点云的测量精度 的增加而增加,分析其原因可能是由于仿真分析时,点云 的测量噪声符合高斯分布,在而姿态角求解的法向量由 所有标定靶标平面上的点云拟合得到,因此,噪声对平面 拟合的误差相互抵消,使得非优化类算法姿态角标定精 度不随点云精度的变化而变化。

4 实验验证与分析

为了实现对本文提出算法进行实际性能测试,如 图 7 所示,本文采用矩形棋盘格对测量系统外部结构参 数进行标定。其中摄像机采用 ZED 双目立体相机(焦距 f=4 mm,最大分辨:1 280 pixel×720 pixel,双目测量基线 为 12 cm),激光雷达采用 RSlidar RS-16 雷达(线数为16, 激光波长为 905 nm,点云测量误差为±2 cm,测量距离 0.4~150 m,范围为水平视场范围为 360°,垂直视场范围 为±15°,实验时水平角分辨了设置为 0.2°),将两个传感 器固定在硬质基板上,相互之间为刚性连接,标定靶标尺 寸为 1 400 mm×1 000 mm,棋盘格大小为 1 300 mm× 1 000 mm,棋盘单元格尺寸为 100 mm,标定试验时,在测 量单元前约 3 000 mm 处随机采集 15 帧靶标的图像与点 云数据,并采用文献[20]所提算法对摄像机内部参数进 行标定,采用文献[22]所示算法提取标定靶标平面上的 点云数据,利用本文所提算法与文献[5-6]所述算法对相 互之间的外部参数进行标定,其中摄像机的内部参数的 标定结果如表2所示。



图 7 视觉-激光雷达测量单元及其标定靶标图 Fig. 7 Vision-LiDAR measurement unit and its calibration target diagram

表 2 摄像机标定结果 Table 2 Camera intrinsic parameters calibration

参数名称	1#摄像机	2#摄像机		
焦距ƒ∕mm	1 400. 01	1 401.15		
径向畸变 k	$k_1 = -0.\ 175\ 5$, $k_2 = 0.\ 028\ 8$	$k_1 = -0.\ 171\ 8$, $k_2 = 0.\ 002\ 58$		
主点	(953.52,555.98)	(980.40,542.51)		
旋转参数	$\theta_{c1c2} = [-0.010 \ 1, 0.009 \ 8, -0.000 \ 1]$			
平移参数	$T_{c2c1} = (-119.996, -0.006, -0.0538)$			

4.1 外部参数标定及激光雷达点云反向投影结果

如表3所示,其结果为分别利用本文所提算法与文 献[8]所提算法标定得到,以及由两个摄像机分别与激 光雷达标定求解得到的立体视觉相机之间外部参数标定 结果,图8为反向投影激光雷达点云到摄像机图像坐标 系下的示意图。

表 3 视觉-激光雷达测量系统外部参数标定结果 Table 3 Calibration results of external parameters of

vision-LiDAR measurement system

	参数	(Pitch, Yaw, Roll)/(°)	(tx, ty, tz)/mm
相机	文献[6]	(-56.47, -84.33, 146.98)	(-234.8,95.4,24.2)
1	本文	(-55.07,-81.02,145.12)	(231.2,94.1,25.1)
相机	文献[6]	(-45.20,-86.05,136.12)	(-346.9,39.7,9.0)
2	本文	(-45.35, -85.87, 135.98)	(349.4,41.2,10.1)
立体	文献[6]	(-0.017,0.018,-0.01)	(124.3,1.6,4.2)
相机	本文	(-0.013,0.0095,-0.006)	(123.4,0.8,1.8)



图 8 视觉-激光雷达测量单元及其标定靶标图 Fig. 8 Vision-Lidar measurement unit and its calibration target diagram

由表3可知,本文所提算法相较文献[7]具有更高的标定精度,对双目立体视觉的标定精度优于文献[7] 所示方法,且通过图8也可以说明本文所提算法可很 好的实现激光雷达点云数据与图像数据的坐标系统 一。

4.2 向量之间的夹角与靶标中心误差

为了更加直观的定量的评估本文所提算法的标定精度,利用本文与文献[7]所示算法的标定结果将激光雷达点云转换到摄像机坐标系下,并拟合求解平面法向量, 然后计算两向量之间余弦值大小并进行统计,用于评估姿态角标定精度,计算点云到摄像机坐标系下标定靶标 平面之间的距离的均方根之和,并进行统计,用于评估平移量标定精度,其结果如图9所示。



calibration accuracy evaluation

根据图9所示可知:

1)本文所提算法可以有效的实现视觉-激光雷达测 量系统外部结构参数标定,角度标定精度分布方差小于 0.5°(3σ),位移量标定精度分布方差小于5 mm(3σ),相 比于仿真分析的结果更小,这是由于所采用的误差投影 方式的差异所导致,并不影响本文所提算法的准确性与 合理性;

2)由旋转角度标定结果可知,本文所提算法的非优 化标定结果精度最高,这主要是由于本文所提算法的标 定靶标选取策略充分考虑了参与标定结果的差异性,并 采用了加权平均的方式求解最终的标定结果,减小了观 测条件交较差的标定靶标参与权重。

3)由平移量标定结果可知,本文所提算法也是最高 的,且相较于非优化算法有很明显的提升,考虑其原因可 能是由于旋转角度的标定精度较高,给了优化算法较好 的初值。

5 结 论

针对视觉-激光雷达测距系统外部结构参数标定问 题提出了一种基于标定靶标自适应选取策略的标定方 法,解决了视觉-激光雷达数据坐标系统一问题。该方法 利用向量交叉式方法解算标定参数初值,利用非线性优 化算法求解最小二乘问题,并对几种基于特征的标定算 法进行了仿真分析与实际标定实验结果显示,相比于闭 式求解算法,优化类的方法对平移部分的标定具有更高 的精度和更好的稳定性,但对于姿态角的标定确呈现出 相反的现象,因此,在算法的实际使用中,应该以闭式算 法求解的姿态角标定结果作为最终的姿态角标定结果, 以非线性优化算法求解的平移部分标定结果作为最终的 平移部分标定结果。

需要指出的是,文章仅对单摄像机与3D激光雷达进 行了标定,后续将在基础上将算法扩展到多摄像机与多 激光雷达测量系统的标定中。

参考文献

- [1] SHAN T, ENGLOT B, RATTI C, et al. Lvi-sam: Tightly-coupled lidar-visual-inertial odometry via smoothing and mapping [C]. 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2021: 5692-5698.
- [2] LIN J, ZHENG C, XU W, et al. R² LIVE: A robust, real-time, lidar-inertial-visual tightly-coupled state estimator and mapping [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 7469-7476.
- [3] ZHAO S, ZHANG H, WANG P, et al. Super odometry:

第10期

IMU-centric LiDAR-visual-inertial estimator for challenging environments [C]. 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2021: 8729-8736.

- [4] PUSZTAI Z, HAIDER L. Accurate calibration of LiDARcamera systems using ordinary boxes [C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision Workshops, 2017: 394-402.
- [5] Autoware community. LiDAR-camera fusion-pixel-cloud fusion node, Accessed Feb. 7, 2021 [EB/OL]. Available: https://autoware.readthedocs.io/en/featuredocumentationrtd/DevelopersGuide/PackagesAPI/detection/pixel cloud fusion.html.
- [6] UNNIKRISHNAN R, HEBERT M. Fast extrinsic calibration of a laser rangefinder to a camera[R].
 Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Tech. Rep. CMU-RI-TR-05-09 (2005).
- ZHOU L, LI Z, KAESS M. Automatic extrinsic calibration of a camera and a 3D lidar using line and plane correspondences [C]. 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2018: 5562-5569.
- [8] 谢婧婷, 蔺小虎, 王甫红, 等. 一种点线面约束的激光 雷达和相机标定方法[J]. 武汉大学学报(信息科学 版), 2021, 46(12):1916-1923.

XIE J T, LIN X H, WANG F H, et al. Extrinsic calibration method for LiDAR and camera with joint pointlineplane constraints [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, 46(12): 1916-1923.

- [9] HUANG J K, WANG S, GHAFFARI M, et al. LiDARTag: A real-time fiducial tag system for point clouds [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021: 4875-4882.
- [10] TANG D, HU T, SHEN L, et al. AprilTag array-aided extrinsic calibration of camera-laser multi-sensor system[J]. Robotics and Biomimetics, 2016, 3(1): 1-9.
- [11] DHALL A, CHELANI K, RADHAKRISHNA V, et al. LiDAR-camera calibration using 3D-3D point correspondences [EB/OL]. [2017-05-27]. https:// arxiv.org/abs/170 5. 09785.
- [12] PUSZTAI Z, HAIDER L. Accurate calibration of lidarcamera systems using ordinary boxes [C]. IEEE

International Conference on Computer Vision Work shops, Venice, Italy, 2017.

- [13] LEE G M, LEE J H, PARK S Y. Calibration of VLP-16 LiDAR and multi-view cameras using a ball for 360 degree 3D color map acquisition [C]. IEEE International Conference on Multi-sensor Fusion and Integration for Intelligent Systems, Daegu, Korea, 2017.
- [14] PANDEY G, MCBRIDE J R, SAVARESE S, et al. Automatic extrinsic calibration of vision and LiDAR by maximizing mutual information [J]. Journal of Field Robotics, 2015, 32(5):696-722.
- [15] GOMEZ-OJEDA R, BRIALES J. Extrinsic calibration of a 2D laser-rangefinder and a camera based on scene corners [C]. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2015: 3611-3616.
- [16] BAI Z, GUANG J, XU A. LiDAR-camera calibration using line correspondences [J]. Sensors, 2020,20(21): 6319.
- [17] 刘今越, 唐旭, 贾晓辉, 等. 三维激光雷达-相机间外参的高效标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(11): 64-72.
 LIU J Y, TANG X, JIA X H, et al. High efficient extrinsic parameter calibration method of 3D LiDR-camera system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(11): 64-72.
- [18] HUANG K H, CYRILL S CH. Extrinsic multi-sensor calibration for mobile robots using the Gauss-Helmert model[C]. 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2017: 1490-1496.
- [19] 康国华,张琪,张晗,等. 基于点云中心的激光雷达与相机联合标定方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(12):118-126.
 KANG G H, ZHANG Q, ZHANG H, et al. Joint calibration of camera and lidar based on point cloud center [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(12): 118-126.
- [20] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [21] XU X, ZHANG L, YANG J, et al. LiDAR-camera calibration method based on ranging statistical

characteristics and improved RANSAC algorithm [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2021, 141: 103776.

 [22] 李明磊,李广云,王力,等.采用八叉树体素生长的 点云平面提取[J].光学精密工程,2018,26(1): 172-183.

> LI M L, LI G Y, WANG L, et al. Planar feature extraction from unorganized point clouds using octree voxel-based region growing [J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(1): 172-183.

作者简介



李云辉,2012 年于湖南工业大学获得学 士学位,2015 年于哈尔滨理工大学获得硕士 学位,2019 年于哈尔滨工业大学获得博士学 位,现为上海大学讲师,主要研究方向为无 人系统定位导航。

E-mail: liyunhui@ shu. edu. cn

Li Yunhui received his B. Sc. degree from Hunan University of Technology in 2012, received his M. Sc. degree from Harbin University of Science and Technology in 2015, and received his Ph. D. degree from Harbin Institute of Technology in 2019. He is currently a lecturer at Shanghai University. His main research interests include unmanned system localization and navigation.



苗中华(通信作者),1999 年于山东大 学获得学士学位,2005 年于山东大学获得硕 士学位,2010 年于上海交通大学获得博士学 位,现为上海大学教授,主要研究方向为智 能机器人。

E-mail: zhhmiao@ shu. edu. cn

Miao Zhonghua (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shandong University in 1999, received his M. Sc. degree from Shandong University in 2005, and received his Ph. D. degree from Shanghai Jiaotong University in 2010. He is currently a professor at Shanghai University. His main research interest is intelligent robots.