

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209286

# 齿轮三维测量中线结构光测头位姿的优化方法\*

石照耀<sup>1</sup>, 王 涛<sup>2</sup>

(1. 北京工业大学北京市精密测控技术与仪器工程技术研究中心 北京 100124; 2. 湘潭大学机械工程与力学学院 湖南 411105)

**摘 要:**采用线结构光传感器测量齿轮三维误差,具有快速、全信息和高重复性等特点,但测头与被测齿轮的位姿关系是影响齿轮测量准确度的关键问题。以优化测头与被测齿轮的位姿关系为目标,提出了测头位姿量化评价指标。为验证指标的有效性,进行了同一产品齿轮在不同位姿参数下的测量实验,并与克林贝格 P26 齿轮测量中心进行对比分析。结果表明,与“陡峭”的常规测量方法相比,本文方法点云密度比  $\Lambda_p$  指标高 33.6%,倾斜比  $v_p$  指标高 30.2%,所测量的齿廓单元更加完整、更符合国际标准 ISO1328 对数据的要求,齿轮单项误差评定结果也更准确。该方法预估的线结构光传感器的位置和姿态参数,用于齿轮测量前测头位姿的确定,进而提高齿轮测量精度,也为解决陡峭齿面非接触式测量问题的提供了途径。

**关键词:** 齿轮;线结构光;位姿;齿廓单元;三维测量

中图分类号: TH132.41 TG741 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40 520.99

## Optimization method of probe position and posture of linear structured light in three-dimensional gears measurement

Shi Zhaoyao<sup>1</sup>, Wang Tao<sup>2</sup>

(1. Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. School of Mechanical Engineering and Mechanics, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

**Abstract:** The linear structure light sensor is used to measure the three-dimensional error of the gear, which has advantages of fast, full information, and high repeatability. However, the position and posture relationship between the sensor and the gear under test is the key issue that has influence on the accuracy of gear measurement. To optimize the position and posture relationship between the probe and the gear, the quantitative evaluation index of the position and posture of the sensor is proposed. To evaluate the effectiveness and correctness of the proposed method, measurement experiments of the same gear product of different posture parameters are carried out, and compared and analyzed with the Klingberg P26 gear measurement center. Compared with the conventional measurement method, results show that the point cloud density ratio  $\Lambda_p$  of the optimization method is 33.6% higher than the index, and the inclination ratio  $v_p$  is 30.2% higher than the index. The measured tooth profile unit is more complete and more in line with the data requirements of the international standard ISO1328. The individual gear error evaluation results are also more accurate. By using this method, parameters of the position and posture of the linear structured light sensor are estimated, which are used for gear measurement. Thereby, the accuracy of gear measurement is improved. It provides a way to solve the problem of non-contact measurement of steep tooth surfaces.

**Keywords:** gear; linear structured light; position and posture; tooth profile unit; three-dimensional measurement

## 0 引 言

历经百年发展,齿轮测量技术伴随时代进步而得到相应发展;同时齿轮市场的不断扩大,对齿轮测量的需求

和要求也越来越高。传统的齿轮测量主要是基于齿轮齿面上少数点或线的接触式测量。近些年,齿轮三维非接触式测量技术得到快速发展,为满足大批量齿轮的齿面全信息的快速测量提供了手段。齿轮非接触测量方法有多种,诸如线结构光测量、点激光测量、激光全息测量、

收稿日期:2022-02-11 Received Date: 2022-02-11

\* 基金项目:国家重点研发计划(2018YFB2001400)、省教育厅科研启动项目(KZ08097)资助

CT 测量、摄影法等<sup>[1-2]</sup>。在这些方法中,线结构光测量齿轮三维误差<sup>[3-5]</sup>是近几年的研究重点。美国格里森、瑞典海克斯康等公司还推出了基于线结构光的齿轮测量仪器。

从原理上讲,线结构光测量齿轮的过程,实质上等效为工件、测头和仪器 3 个坐标系的转换问题。为取得满足要求的测量精度,确定 3 个坐标系间的位置关系成为关键问题。通常借助实物样板标定测头传感器与仪器主轴的几何关系,进而确定 3 个坐标系间的关系。文献[6]提出了一种线结构光测头与精密转台的六自由度快速标定方法,通过测量特殊样板上点、线和面几何特征,采用最小二乘法拟合特征与校准测量的最小偏差,最终计算传感器的 6 个自由度。

在线结构光测量齿轮中,存在“阴影效应”和“陡峭齿面”测量问题<sup>[7]</sup>。根据轮齿的圆周分布特点,前一个轮齿容易遮挡后面齿廓产生阴影效应,或者激光在陡峭的金属齿轮齿根齿面形成多重反射现象,为此提出了测头偏离齿轮轴平面的解决方案,其目的是在测头恰当的位姿下测量较“平缓”的齿廓。平缓齿廓益于测头激光斑点的精确定位以及齿廓在测头高精度测量区间<sup>[8]</sup>。

测头偏置的本质是工件、测头和仪器 3 个坐标系的最佳位置关系问题<sup>[9]</sup>。由于工件与仪器的位置关系基本上是固定不变的,而测头的位置是可改变的,因此,测头与工件齿轮的位置优化成为这种测量方法的关键问题。

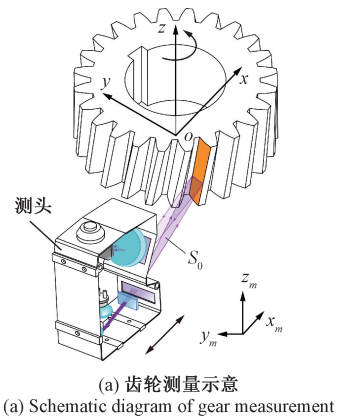
迄今,对测头最佳位姿确定还缺乏理论依据,实际测量中测头位姿靠人工进行调整,这是困扰线结构光测量齿轮的“黑箱”问题。为此,本文提出线结构光测头位姿量化识别指标,通过这些指标确定在仪器上测头相对被测齿轮的最佳位姿。

### 1 测量原理

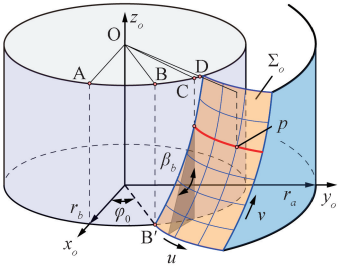
如图 1(a)所示,齿轮线结构光测量是根据被测齿轮参数模型,对线结构光测头进行位姿调整,使得“陡峭”的轮廓调整到相对“平缓”的齿廓单元,并结合机械轴向移动进行扫描,最终完成所有齿面上不同端截面齿廓测量与评价。

#### 1.1 齿轮三维模型

如图 1(b)所示,按照右手定则建立齿轮坐标框架 $(o_o, x_o, y_o, z_o)$ ,以齿轮设计基准 $o_o, z_o$ 为回转中心,渐开螺旋齿面 $\Sigma_o$ 的形状和位置以两簇曲线 $u-v$ 表征,其周向位置可用参数 $\varphi_o(\angle AOB)$ 限定。根据展成原理<sup>[10]</sup>,以端面压力角 $\alpha$ 描述渐开线上 $p$ 点的径向 $u$ 参数。投影点 C 和 D



(a) 齿轮测量示意  
(a) Schematic diagram of gear measurement



(b) 理论渐开螺旋齿面  
(b) Tooth surface of theoretical involute spiral

图 1 齿轮测量模型

Fig. 1 Gear measurement model

分别为任意渐开线起始点和 $u$ 线上 $p$ 点在基圆上的映射点。由于制造误差的不可避免和拓扑修形,任意 $p$ 点在理论展开长度上叠加法向误差,表示为:

$$L(z_p, \alpha, \varphi) = L_{\text{nom}} + e_{\text{error}} = r_b \tan(\alpha) + e(z_p, \alpha, \varphi) \quad (1)$$

式中: $\alpha$ 为压力角, $m$ 为齿轮模数。

根据齿面 $\Sigma_o$ 形状和位置参数,螺旋渐开齿面通式表示为:

$$\begin{pmatrix} x_p(z_p, \alpha, \varphi) \\ y_p(z_p, \alpha, \varphi) \\ z_p(z_p, \alpha, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_b \cos(\angle AOD + \alpha) + L(z_p, \alpha, \varphi) \sin(\angle AOD + \alpha) \\ r_b \sin(\angle AOD + \alpha) - L(z_p, \alpha, \varphi) \cos(\angle AOD + \alpha) \\ z_p \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中,

$$\angle BOC = \begin{cases} > 0, & v \text{ 线为右旋曲线} \\ 0, & v \text{ 线为直线} \\ < 0, & v \text{ 线为左旋曲线} \end{cases};$$

$$\angle COD = \begin{cases} \geq 0, & \text{右齿面} \\ \leq 0, & \text{左齿面} \end{cases}$$

## 1.2 线结构光位姿参数

齿轮线结构光测量是通过一系列齿廓单元测量来实现的。齿廓单元是指线结构光测头在单次测量中的轮廓,包含从齿根到齿顶完整的2D齿面信息。具体步骤如下。

1) 坐标框架的标定。以圆柱芯轴作为标定件,基于芯轴轴心在系统的唯一性提取中心基准点,实现坐标框架(图2(a))的标定,参见本研究前期工作<sup>[9,11-12]</sup>。

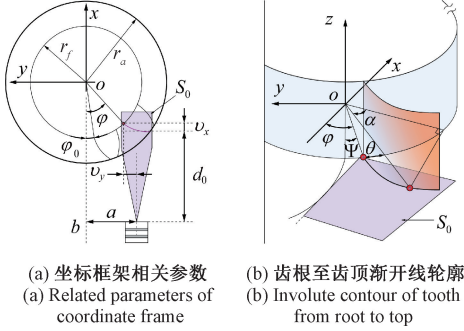


图2 齿轮线结构光测量

Fig. 2 Gear line structured light measurement

2) 轮齿旋转角  $\varphi$  根据初始旋转角  $\varphi_0$  计算:

$$\varphi = \varphi_0 + im\pi/r \quad (3)$$

式中:  $i = 1, 2, \dots, z-1$  轮齿间隔系数。

3) 存在遮挡的判断。根据对应旋转角  $\varphi$ , 可计算齿轮框架中结构光捕捉 A 点的齿根的空间坐标:

$$\begin{pmatrix} x_B(z_i, \alpha, \varphi) \\ y_B(z_i, \alpha, \varphi) \\ z_B(z_i, \alpha, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_f \cos(\varphi) \\ r_f \sin(\varphi) \\ z_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

左齿面的空间坐标为:

$$\begin{pmatrix} x_{B'}(z_i, \alpha, \varphi - \Psi) \\ y_{B'}(z_i, \alpha, \varphi - \Psi) \\ z_{B'}(z_i, \alpha, \varphi - \Psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_b [\cos(\varphi - \tan\alpha - \Psi) - \tan\alpha \sin(-\tan\alpha + \varphi - \Psi)] \\ r_b [\sin(\varphi - \tan\alpha - \Psi) + \tan\alpha \cos(-\tan\alpha + \varphi - \Psi)] \\ z_i \end{pmatrix} \quad (5)$$

如果存在阴影效应,则相邻齿廓会出现坐标干涉现象。如图2(b)所示,若旋转角  $\varphi$  继续增大,则左齿廓会对  $S_0$  光平面部分遮挡,即齿根 A 处坐标  $x_B(z_i, \alpha, \varphi) > x_{B'}(z_i, \alpha, \varphi - \Psi)$ , 遮挡导致右齿廓无法采集完整的齿廓单元。

4) 线结构光测头参数的建立。在不同旋转角  $\varphi$  和结构光测头  $(b, a, z)^T$  理论上有多组组合。结合遮挡判断条件,位姿参数通式为:

$$\begin{pmatrix} b \\ a \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_f \cos(\varphi) + d_0 + v_x \\ r_f \sin(\varphi) + v_y \\ z_i \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} r_f \cos(\varphi_0 + im\pi) + d_0 + v_x \\ r_f \sin(\varphi_0 + im\pi) + v_y \\ z_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中:  $d_0$  为线结构光的参考距离<sup>[13]</sup>。  $v_x$  和  $v_y$  分别为齿根至参考线的纵向距离、齿根至光轴线的横向距离。

## 1.3 阈值提取完整齿廓

通常在齿轮线结构光测量下,单次能测量齿面多个“陡峭”的轮廓数据,包括少量随机噪声点,首先要按照齿廓评价单元从轮廓数据中截取精确的完整齿廓。由于单个齿面往往高达数百上千万的数据量,通过阈值删减非目标区域数据,可提高运算效率。其次,阈值预处理也可滤除噪声和干扰区间(阴影、重反射等)的影响,益于后续依据齿轮精度标准对齿轮分析式评价。通过二阶中心方法逐点求导  $f'(x_0)$  将线结构光测量的齿轮进行轮廓分段。

$$f'(x_j) = (y_j - y_0)/2e_p \quad (7)$$

其中,  $y_0$  是用于计算第 1 个点和第 2 个点导数的值。依照这个思路逐点求导

$$f'(x_{j+1}) = (y_{j+1} - y_j)/2e_p, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

其中,  $f'(x_{j+1})$  是对第  $(j+1)$  次计算输出的微分数据点,  $n$  表示单次扫描的轮廓点数。如图3所示,实测线结构光最优位姿测量轮廓的微分阈值处理,设置  $f'(x_j) = 0$  计算有效齿廓的起始阈值  $^z y_L$  和终止阈值  $^z y_R$ , 即可自适应计算识别出渐开线与齿顶圆交点,以及过渡曲线与齿根圆的交点位置,再根据识别位置提取完整齿廓。

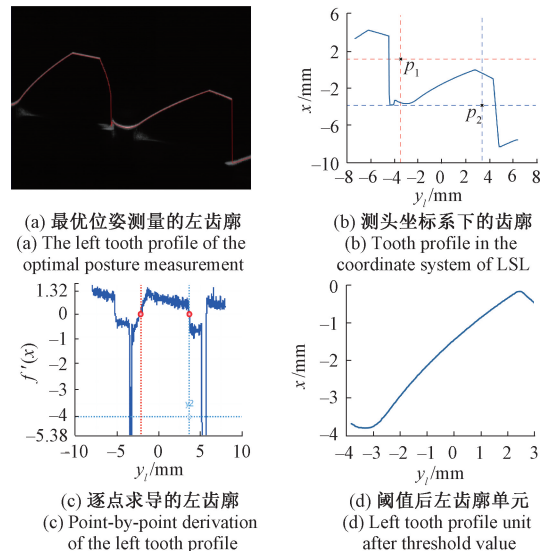


图3 线结构光测量时齿廓的阈值提取

Fig. 3 Threshold extraction of tooth profile during linear structured light measurement

### 1.4 齿面空间坐标的转换

为了实现齿轮 3D 表征及评价, 需要将测头框架中一系列 2D 完整齿廓转换到统一的齿轮坐标框架。如图 4 所示, 根据坐标框架间的平移和旋转关系实现坐标对的三维重构。由于采用最优位姿测量, 测量系统中的框架转换关系记为  $H_0^L$ , 坐标形式表示为:

$$\begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} = H_m^L + H_o^m = \left( R_o^L | T_o^L \right) \begin{pmatrix} x_L \\ y_L \\ z_L \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

一般坐标平移矩阵通式  $T_o^L$  表示为:

$$T_o^L = T_m^L + T_o^m = \begin{bmatrix} x_m + b + e_x \\ y_m \pm a + e_y \\ z_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中,  $T_m^L$  和  $T_o^m$  分别为线结构光框架原点  $o_L$  至数控坐标框架原点  $o_m$ , 和  $o_m$  至齿轮坐标框架原点  $o_o$  的平移矩阵。  $e_x$  和  $e_y$  分别为测头安装引起的  $x$  与  $y$  轴系误差。

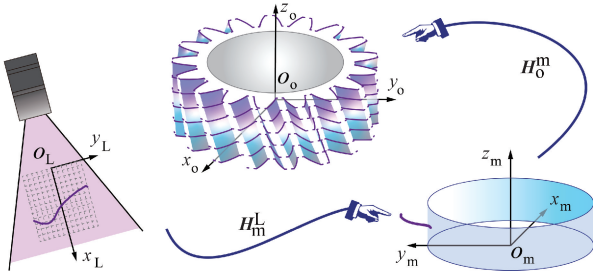


图 4 齿面重构转换模型

Fig. 4 Tooth surface reconstruction transformation model

最优位姿测量中, 测量截面  $x_L o_L y_L$  和齿轮端面  $x_o o_o y_o$  的实际角度一般表达式为:

$$\varphi_{L \rightarrow o} = \varphi + e_\varphi = \angle AOB + e_\varphi \quad (11)$$

实际角度的  $e_\varphi$  主要由安装误差引起, 导致重构 3D 齿面有相位差异。但是, 所有的齿面转换中都会叠加偏差角, 所以并不影响齿面重构的齿面质量和后续的精度评价, 所提出的计算方法是可行的。

从测头坐标框架  $(o_L, x_L, y_L, z_L)$  到齿轮坐标框架  $(o_o, x_o, y_o, z_o)$  中的空间旋转矩阵记为  $R_o^L$ , 该矩阵根据坐标框架的基本轴系计算:

$$R_o^L = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{L \rightarrow o}) & \cos(\pi/2 + \varphi_{L \rightarrow o}) & 0 \\ -\cos(\pi/2 + \varphi_{L \rightarrow o}) & \cos(\varphi_{L \rightarrow o}) & 0 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

综上所述, 任意在线结构光测头所测量的齿轮齿廓

点  $p_L(x_L, y_L, z_L)$  可变换至统一齿轮坐标框架:

$$p_o(x_o, y_o, z_o) = H_o^L p_L(x_L, y_L, z_L) \quad (13)$$

其中,  $p_L$  和  $p_o$  分别为相同空间向量在测头坐标框架  $(o_L, x_L, y_L, z_L)$  和齿轮坐标框架  $(o_o, x_o, y_o, z_o)$  中的表示。

## 2 最优位姿量化指标

所谓的最优位姿是指在最优位姿测量下, 线结构光获取齿面数据的测头姿态和被测齿轮空间位置的最佳关系, 解决“陡峭”齿面的线结构光测量问题, 提高齿面数据测量精度和轮廓的可信度。

### 2.1 齿廓单元指标

如图 5 所示, 本文以齿轮端面渐开线特征进行研究, 旨在检验仪器位姿参数是否合理的最基本识别指标。测量位姿下测量齿面轮廓是指, 结构光必须能全覆盖并得到完整轮廓。反之, 未包含完整齿廓的位姿参数即为非合理的位姿参数设置。文中将涵盖从齿顶到齿根几何信息的一个完整测量单元称为有效的齿廓单元 (图 6(a))。通常齿轮测量是按照几何特征为基础展开<sup>[14]</sup>, 包括: 螺旋线、端面渐开线、法向啮合齿形和接触线。

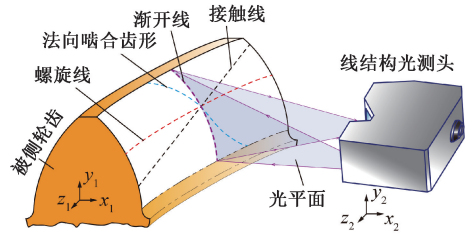


图 5 以特征线为基础的齿轮线结构光测量

Fig. 5 Structured light measurement of gear lines based on characteristic lines

### 2.2 全齿廓点云密度比

全齿廓点云密度比  $\Lambda_p$  是位姿参数下齿廓信息密度的关键指标。由于所包含的特征信息越丰富, 往往越能反映齿面真实情况, 所对应数据点云更有益于齿轮的表征、重构和评价。国际齿轮精度标准 ISO1328.1 对齿轮单项评价有严格的点数规定<sup>[15]</sup>, 但存在明显的缺陷: 点数指标未与齿轮基本参数相关联, 不能很好的反映测量范围的信息密度。

针对线结构光测量位姿问题, 提出全齿廓点云密度比指标确保单位轮廓上的信息密度, 即齿廓单元上的实际数据点数量与期望数据点数量  $E(X)$  的比值。由于区间范围和齿轮参数存在内在关联性, 那么实测齿面  $N(\text{cell})$  点云是否满足齿轮测量的信息密度, 可由  $\Lambda_p$  量



化指标识别:

$$\Lambda_p = \frac{N(\text{cell})}{E(X)} \times 100\% = \frac{\sum_{k=r_f}^{k=r_a} P_k}{(r_a - r_f)/e_p} \quad (14)$$

其中,  $N(\text{cell})$  为线结构光单次测量的齿廓单元数据点数,  $k=1, 2, \dots, n$ , 如图 6(b) 所示。  $e_p$  为线结构光传感器输出的  $y_L$  横向点间距离, 单位为  $\mu\text{m}$ 。点云密度比  $\Lambda_p$  为无量纲值, 能直接反映位姿参数是否有效。本文默认  $\Lambda_p$  低于 65% 时, 位姿参数为非最优参数, 并且该指标低于 50% 则位姿参数为不合理设置。

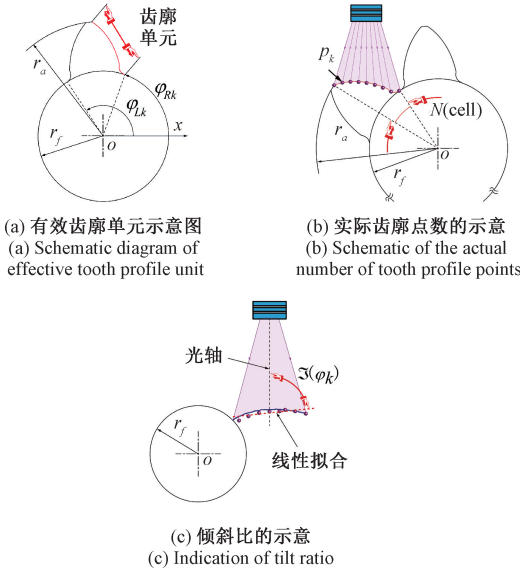


图 6 最优位姿指标示意

Fig. 6 Schematic diagram of the optimal posture index

### 2.3 齿廓数据的倾斜比

齿廓数据的倾斜比  $v_p$  是位姿参数下反映被测齿廓单元“陡峭”程度的重要指标。被测齿面通过初始调整角  $\varphi_k$  确定,  $E(\varphi_0)$  为期望的结构光光轴与线性化齿面的夹角, 本文取默认值  $\pi/2$ 。如图 6(c) 所示, 为了求解夹角  $\mathfrak{S}(\varphi_k)$ , 首先建立采样数据点集的最佳线性目标函数  $F(X)$ :

$$F(X) = KX + Y \quad (15)$$

其中,  $K$  为线性函数的斜率,  $Y$  和  $X$  测头框架下载距和齿廓单元数据  $x_L$ 。通过目标函数  $F(X)$  和  $y_L$  之间的均方差, 建立齿廓数据拟合约束:

$$\min[F(x_L)] = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (F(x_L) - y_L|_i)^2 \quad (16)$$

式中:  $n$  是实际齿廓单元点数,  $y_L$  为轮廓数据点。通过方位角公式求解得到夹角  $\mathfrak{S}(\varphi_k)$ , 即测量齿廓单元与测头框架  $o_L - x_L$  光轴的倾斜夹角:

$$\mathfrak{S}(\varphi_k) = \frac{\pi}{2} - \text{atan}(K) \quad (17)$$

注意, 由于齿廓左右齿廓单元的倾斜存在正负斜率问题, 需要将实际夹角转换成  $0 \leq \mathfrak{S}(\varphi_k) \leq \frac{\pi}{2}$ 。进而可求解, 量化的齿廓数据倾斜比:

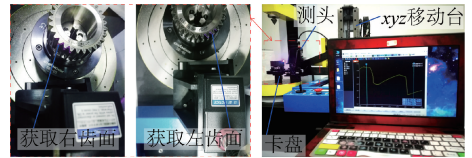
$$v_p = \frac{\mathfrak{S}(\varphi_k)}{E(\varphi_0)} \times 100\% \quad (18)$$

本文默认齿廓数据倾斜比  $v_p$  小于 50%, 仪器位姿参数则为不合理。

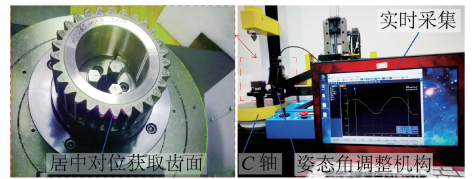
## 3 实验与分析

### 3.1 对比测量方案

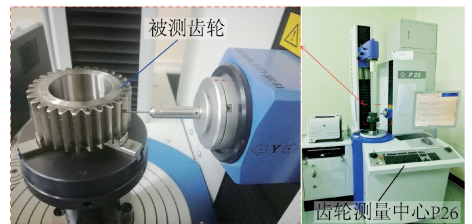
为验证本文最优位姿测量方法的准确性和有效性, 对同一齿轮目标进行了最优位姿测量(图 7(a))、居中对位测量(图 7(b))和接触式测量(图 7(c)), 3 种方法的对比实验。前两种测量实质上是在同一线结构光齿廓测量仪器上<sup>[9]</sup>, 不同位姿参数展开对比验证。而第 3 种方法是在克林贝格 P26 齿轮测量中心的接触式测量, 该仪器经过开源可导出实测点云数据, 用于对比单项误差评价结果分析。实验用的齿轮为  $m_n = 3, z = 28$  和  $\alpha_n = 27.5^\circ$  的直齿圆柱齿轮。计量环境下, 3 组对比实验严格控制在相同的  $24^\circ \pm 1^\circ$  实验室温度。



(a) 齿轮最优位姿测量(GBM)  
(a) Gear measurement of optimal posture (GBM)



(b) 齿轮居中对位测量(CAM)  
(b) Gear center alignment measurement (CAM)



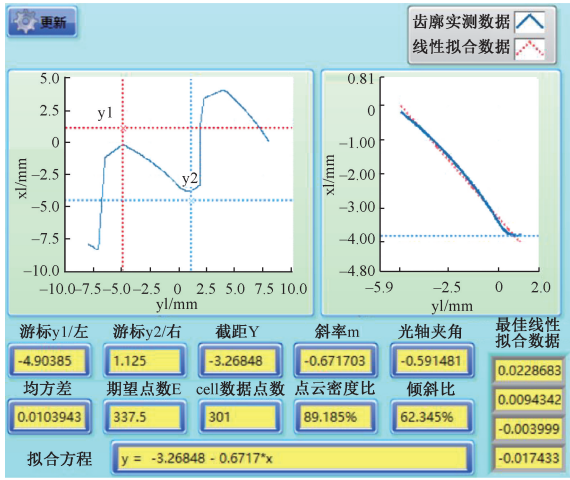
(c) 克林贝格P26接触式齿轮测量  
(c) Klingberg P26 contact gear measurement

图 7 3种测量方法对比实验

Fig. 7 Comparison experiments of three measurement methods

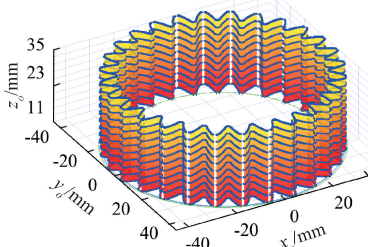
### 3.2 实测数据与量化识别指标

任意线结构光测量位姿参数可由所提出位姿量化指标直接评估和实时显示, 程序界面如图 8(a) 所示。通过



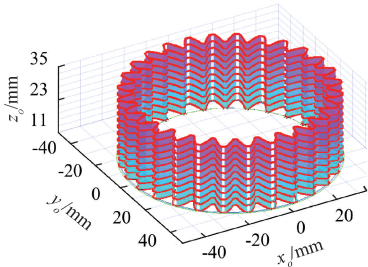
(a) 位姿量化指标

(a) Posture quantification index



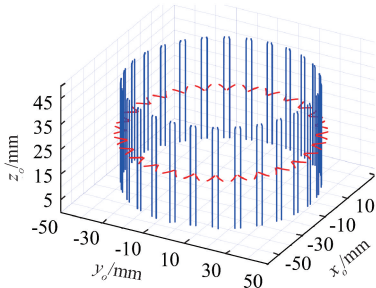
(b) 最优位姿测量三维齿面

(b) 3D tooth surface of GBM



(c) 居中对位测量三维齿面

(c) 3D tooth surface of CAM



(d) P26测量三维齿面

(d) 3D tooth surface of P26 measurement

图 8 位姿量化指标以及 3 种方法实测的三维齿面

Fig. 8 Quantitative indicators of posture and the 3D tooth surface measured by three methods

齿面轮廓数据中精确提取完整齿廓单元, 并根据被测齿轮参数, 计算期望数据点数  $E(X)$  为 337.5。继而 3 种方法的位姿量化指标可按 2.1~2.3 节进行估算。最终依据具体指标, 可在一系列位姿参数组合中快速锁定最优参数。

如表 1 所示, 最优位姿参数下量化指标非常显著的优于居中对位参数下齿廓单元, 具体表现在相同区域齿廓数据点数更多, 最优位姿参数下的数据量更符合国际齿轮精度标准 ISO1328 要求。其次, 通过左、右齿廓点云密度比  $\Lambda_p$  指标和倾斜比  $v_p$  可见, 最优位姿测量比居中对位测量分别高出 33.6% 和 30.2%。值得注意的是, 克林贝格 P26 接触式测量的齿廓单元点数及对应点云密度比  $\Lambda_p$  最高, 包含了丰富的齿面轮廓信息。但是, 完成相同的一个齿廓单元测量进行比较, 线结构光测量效率是 P26 接触式测量的 25 万倍。

实验中针对同一齿轮分别在不同的位姿参数下进行了线结构光实测, 目的是研究不同位姿参数对齿轮三维表征和评价结果的影响。测量的齿廓单元信息仅反映齿轮的局部状态, 无法反映齿轮全齿面和完整截面。因此, 为了实现齿轮各项误差计算及其精度评价, 需要将各空间状态下的齿面轮廓归一到相同的齿轮坐标系中表征, 并与齿轮理论模型进行评价分析。齿轮表征的信息越丰富, 则大样本的误差曲线为评价依据可减小随机误差影响, 更有益于弥补现行齿轮精度标准中仅以少数齿面数据的不足<sup>[16]</sup>。3 种方法实测齿廓经坐标转换后的三维表征齿面, 如图 8(b)~(d) 所示。显然, 线结构光最优测量和居中对位方法采用逐层扫描所得到的表征齿面信息比 P26 接触式更丰富。此外, 齿根及齿根过渡区域的表征信息一直是接触式测量盲区, 往往受限于测球的直径只能得到齿廓部分信息。而最优位姿和居中对位方法中可得到完整齿根区间信息, 可为齿面质量的精细控制提供新的参考。值得注意的是, 即使尽可能控制数控系统速度、测量环境等, 但最优位姿测量中的左右齿廓量化指标仍存在微小差异, 其主要来源于环境变量, 如空气扰动、所在位置房屋的低频振动等因素引入的随机误差。

### 3.3 齿距偏差对比分析

齿距偏差是齿轮测量最重要的几何偏心和运动偏心检测项目, 反映了齿轮轮齿在评价圆上相对于齿轮回转中心的分度精度。其中, 单个齿距偏差  $f_p$  表征齿轮工作时的平稳性; 齿距累积偏差  $F_{pi}$  和齿距累计总偏差  $F_p$  表征齿轮的运动精度。

在统一齿轮坐标系下, 按照国际齿轮精度标准 ISO1328 经过 4 次重复验证计算, 左侧齿廓的单个齿距偏差指标最优位姿测量方法 ( $7.8 \mu\text{m}$ ) 比 P26 方法 ( $2.6 \mu\text{m}$ ) 高  $5.2 \mu\text{m}$ , 而居中对位方法 ( $13.9 \mu\text{m}$ ) 比 P26 方法参考值高了  $9.3 \mu\text{m}$  存在较大的偏差; 左侧齿廓的

表1 齿轮测量中线结构光位姿量化指标的计算

Table 1 Calculation of quantitative index of linear structured light posture in gear measurement

对比方法	测量齿面	齿廓单元点数	点云密度比 $\Lambda_p/\%$	倾斜比 $v_p/\%$	光轴夹角 $\mathfrak{S}(\varphi_k)/\text{rad}$	测量齿廓单元耗时	线性拟合方程
最优位姿测量	左	306	90.7	64.3	0.56	32 $\mu\text{s}$	$y=0.6272x-2.8533$
	右	305	90.4	62.4	-0.59	32 $\mu\text{s}$	$y=-0.669x-3.2579$
居中对位测量	左	193	57.2	33.2	1.05	32 $\mu\text{s}$	$y=1.7436x+3.9487$
	右	191	56.6	33.2	-1.05	32 $\mu\text{s}$	$y=-1.7394x-4.6137$
P26 测量	左	480	142.2	-	-	8.2 s	-
	右	480	142.2	-	-	8.2 s	-

单个齿距累积总偏差,最优位姿测量方法(22.9  $\mu\text{m}$ )比P26方法(20.7  $\mu\text{m}$ )高2.2  $\mu\text{m}$ ,而居中对位方法(22.6  $\mu\text{m}$ )单个齿距累积总偏差比P26方法参考值仅高了1.9  $\mu\text{m}$ 。此外,图9所示在右侧齿廓的单个齿距偏差指标上,最优位姿测量方法(7.9  $\mu\text{m}$ )比P26方法(5.0  $\mu\text{m}$ )高2.9  $\mu\text{m}$ ,而居中对位方法(13.0  $\mu\text{m}$ )比P26

方法参考值高了8.0  $\mu\text{m}$  存在较大的偏差。右侧齿廓的单个齿距累积总偏差,最优位姿测量方法比P26方法低1.4  $\mu\text{m}$ ,而居中对位方法(20.8  $\mu\text{m}$ )单个齿距累积总偏差比P26方法参考值高2.7  $\mu\text{m}$ 。

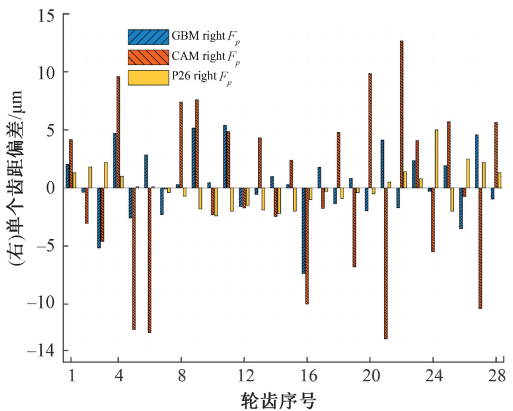
3种方法对同一目标齿轮进行的左、右齿距偏差计算。无论是左齿面还是右齿面,最优位姿方法测量结果都更接近P26的齿距偏差测量值,具有较高的可信度;而居中对位方法各项测量结果明显与前两种方法存在较大差异,这实质上反映出居中对位方法受“陡峭”齿面的形貌因素干扰有影响,导致所获取的表征数据可信度较差。

值得注意的是,最优位姿测量和居中对位测量的单个齿距偏差项结果略差于P26接触式测量,而在齿距累积总偏差却近似甚至优于P26测量结果。这个结果是符合最优位姿概念和量化指标预期的,对比结果反映出不同测量方法对齿面测量位姿的敏感程度。因为最优位姿测量方法在非接触测量时齿面空间的“形”实质上比居中对位方法测量时更平缓、定位精度和可信度更高。

### 3.4 齿廓偏差及精度对比分析

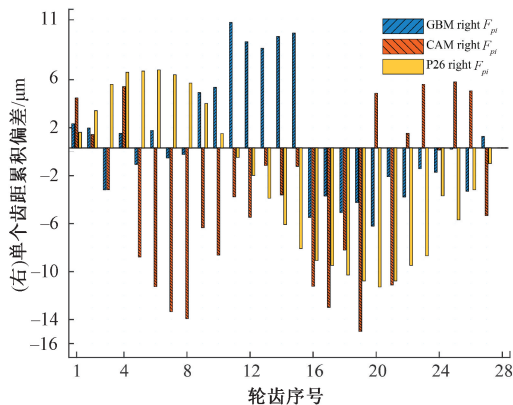
齿廓偏差是实际齿廓偏离标称齿廓的量值,是传动平稳性的最重要的指标之一<sup>[17-18]</sup>。图10分别为统一坐标系下,3种测量方法对齿宽中部端截面上所有轮齿的齿廓误差曲线,横坐标为齿廓法向误差,纵坐标为齿廓上各点对应的展开长度。

图10(a)中,最优位姿测量方法在有效评价范围内全部轮齿的右齿廓偏差贴近于设计齿廓迹线,最大偏差指标分别为  $f_{\alpha}(10.28)$ 、 $f_{f\alpha}(9.82)$ 、 $F_{\alpha}(11.63)$ ,各偏差指标相较于齿轮测量中心接触式的测量指标高3~4  $\mu\text{m}$ 。由图10(b)可知,居中对位方法在有效评价范围内右齿廓偏差与设计齿廓迹线存在明显差异,导致最显著的结果是齿廓总偏差  $F_{\alpha}$  与P26测量相比有10.66  $\mu\text{m}$  的差异。其中,图10(c)为同一齿轮在克林贝格P26测量1~10号右齿廓结果显示。



(a) 所有(右)轮齿单个齿距偏差评价

(a) Evaluation of single pitch deviation of all right gear flank



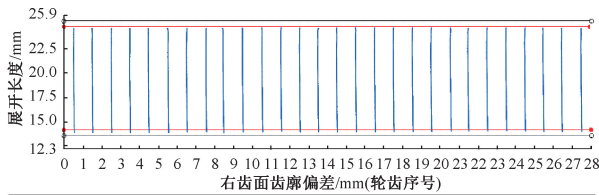
(b) 所有(右)轮齿单个齿距累积偏差评价

(b) Evaluation of accumulated deviation of single pitch of all right gear flank

图9 3种方法右齿距偏差结果对比

Fig. 9 Results comparison of three methods about the right pitch deviation

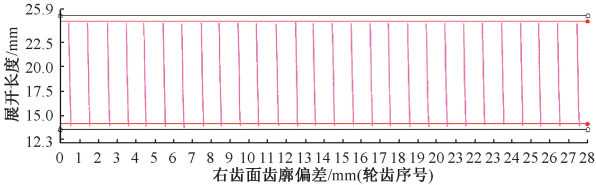




序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$f_p$	6.96	-1.31	8.88	1.24	2.18	-9.87	9.82	6.32	-4.28	2.27	-2.46	9.70	7.89	6.55	4.57	-0.44	7.37	9.81	0.02	7.39	4.05	8.87	9.82	6.16	6.78	-0.75	1.30	3.27
$F_p$	5.42	6.91	3.55	5.45	4.20	11.63	4.83	1.63	10.60	5.05	8.61	5.94	5.57	6.84	8.38	8.20	9.00	6.49	0.38	5.21	7.61	8.28	8.52	8.80	6.59	8.87	7.82	8.15
$f_{\alpha}$	0.75	-3.16	1.48	0.95	-9.07	5.88	4.27	-1.31	1.03	-3.83	-3.20	3.98	-0.11	10.04	3.14	1.97	2.32	3.31	2.32	10.28	1.38	7.20	3.05	-0.37	5.36	-4.02	-2.06	-1.22

(a) 最优位姿测量下的齿廓偏差

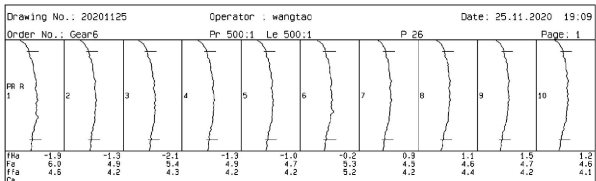
(a) Tooth profile deviation under optimal posture measurement



序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$f_p$	2.38	1.80	2.22	0.05	1.28	0.44	6.18	3.05	4.17	-0.78	1.36	0.42	-3.89	3.14	2.49	0.76	1.76	1.94	2.92	6.04	4.44	2.20	1.72	0.00	0.54	2.59	4.53	4.94
$F_p$	16.42	18.74	17.74	14.30	18.62	10.83	13.26	13.90	13.16	13.88	14.31	15.32	9.37	12.92	15.77	14.07	12.99	13.33	14.70	20.46	16.40	15.78	12.33	16.00	16.35	12.94	16.68	14.19
$f_{\alpha}$	6.08	9.86	7.21	7.43	6.51	7.00	10.42	6.54	8.82	9.27	6.93	7.69	14.44	7.71	7.51	6.59	7.23	8.15	5.18	8.63	6.16	9.12	4.12	6.38	6.33	6.76	6.79	7.89

(b) 居中对位测量下的齿廓偏差

(b) Tooth profile deviation under centered alignment measurement



(c) P26测量下的齿廓偏差

(c) Tooth profile deviation under P26 measurement

图 10 3 种方法右齿廓偏差结果对比

Fig. 10 Comparison of the right tooth profile deviation results of three methods

表 2 中对本文 3 种对比方法的左右齿面测量指标精度汇总, 实测结果表明, 基于齿轮线结构光的非接触测量与基于齿轮测量中心 P26 的接触式测量相比测量速度快、数据全、效率高, 但在评价指标上存在微米级差异, 其主要的原因 1) 线结构光本身的精度仍存在提升空间, 对比实验中线结构光测量的纵向精度 ( $0.1 \mu\text{m}$ )<sup>[10]</sup> 和重复性 ( $0.02 \mu\text{m}$ ) 较高, 而横向精度 ( $20 \mu\text{m}$ ) 相对差很多, 尤其是“陡峭”位姿参数下将会直接影响测量精度, 这是引起齿廓偏差差异不可忽视的主要因素之一。2) 3 种测量方法评价的数据源局限在单个端截面上, 这样小样本的数据源易受齿轮测量随机误差的干扰。

综上实测齿轮实验对比, 齿距偏差项测量时 3 种方法对应结果都在相同的精度等级, 齿轮线结构光测量具备快速齿距偏差测量的潜力。而齿廓偏差项测量时 3 种方法综合精度分别为 P26 (6 级)、最优位姿测量 (7 级) 和居中对位 (8 级), 表明本文提出的最优位姿测量方法具有切实可行的效果, 较居中对位测量具有明显的测量优势, 但较 P26 略差, 可考虑进一步提升非接触的线结构光测头的性能来进行改善。

表 2 3 种齿轮测量方法结果的精度评价对比

Table 2 Comparison of accuracy evaluation of the results of the three gear measurement methods

测量项目		最优位姿测量	居中对位	P26	极限值 (Qual. 6)	
左齿面	单个齿距偏差	$f_p$	7.8	13.9	2.6	9.0
	齿距累积偏差	$+F_{pi}$	15.9	12.9	2.2	-
		$-F_{pi}$	-6.9	-9.7	-18.6	-
	齿距累积总偏差	$F_p$	22.9	22.6	20.7	27.3
	齿廓总偏差	$F_{\alpha}$	13.3	19.3	10.2	12
	齿廓形状偏差	$f_{f\alpha}$	10.8	14.5	5.6	$\pm 9.4$
齿廓倾斜偏差	$f_{H\alpha}$	4.6	8.1	7.0	$\pm 7.4$	
实际精度等级 (Quality)		7	8	6		
右齿面	单个齿距偏差	$f_p$	7.9	13.0	5.0	9.0
	齿距累积偏差	$+F_{pi}$	10.0	5.5	10.0	-
		$-F_{pi}$	-6.6	-15.3	-8.1	-
	齿距累积总偏差	$F_p$	16.7	20.8	18.1	27.3
	齿廓总偏差	$F_{\alpha}$	11.6	20.5	9.8	12
	齿廓形状偏差	$f_{f\alpha}$	3.9	14.4	5.3	$\pm 9.4$
齿廓倾斜偏差	$f_{H\alpha}$	-9.8	6.2	-6.6	$\pm 7.4$	
实际精度等级 (Quality)		7	8	5		

## 4 结 论

在线结构光测量齿轮时, 测量位姿是齿轮有效测量的关键问题。首次提出可评估不同位姿参数有效性的位姿量化评价指标, 推导了线结构光测头与齿轮的数学关系、微分阈值取段和坐标转换模型, 在此基础上形成一整套最优位姿下齿轮线结构光测量方法。为了验证最优位姿新方法的有效性和准确性, 以克林贝格 P26 接触测量作为对比的参照, 进行了不同最优位姿参数下的测量实验。实验研究表明:

1) 测量金属齿轮时, 最优位姿和非偏置测量方法都能通过线结构光测头获取齿面点云数据, 但相同实验条件下, 不同最优位姿参数下线结构光所测量的齿面存在一定差异性, 最优位姿测量方法准确性更高, 所测结果更接近于克林贝格 P26 测量结果。

2) “平缓”的最优位姿方法显著优于“陡峭”测量位姿测量方法, 齿廓单元点数更符合预期点数  $E(X)$ , 点云密度比  $\Lambda_p$  指标高 33.6%, 倾斜比  $v_p$  指标高 30.2%。通过该方法可识别被测齿轮最优位姿, 并计算测量齿



廓是否满足国际齿轮标准 ISO1328.1 数据量要求,特别适用于产品齿轮基于线结构光技术的齿面点云快速测量。

3) 齿轮最优位姿测量下可以测量从齿根到齿顶完整的信息。可为传统接触式方法在齿根区域的测量难题提供一个全新的解决方案,为齿根过渡区及齿顶修缘区进一步的质量分析和研究提供新的参考依据。

4) 新方法部分单个偏差项结果优于 P26 测量,而综合精度等级低于 P26 评价,根本原因在于线结构光横向精度低于纵向精度所导致的,其线结构光测头精度仍有待进一步提升。

## 参考文献

- [ 1 ] GOCH G, NI K, PENG Y, et al. Future gear metrology based on areal measurements and improved holistic evaluations [ J ]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2017, 66(1) :469-474.
- [ 2 ] GOCH G. Gear metrology [ J ]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2003, 52(2) : 659-695.
- [ 3 ] 石照耀, 林虎. 齿轮误差多自由度理论 [ J ]. 机械工程学报, 2014, 50(1) : 55-60.  
SHI ZH Y, LIN H. Multi-degrees of freedom theory for gear deviation [ J ]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(1) : 55-60.
- [ 4 ] 石照耀, 于渤, 宋辉旭, 等. 20 年来齿轮测量技术的发展 [ J ]. 中国机械工程, 2022, 33(9) : 1009-1024.  
SHI ZH Y, YU B, SONG H X, et al. Development of gear measurement technology during last 20 years [ J ]. China Mechanical Engineering, 2022, 33 ( 9 ) : 1009-1024.
- [ 5 ] 石照耀, 赵保亚, 于渤, 等. 齿轮三维误差表征与分解 [ J ]. 机械工程学报, 2022, 58(6) : 1-9.  
SHI ZH Y, ZHAO B Y, YU B, et al. Characterization and decomposition of gear 3-D deviation [ J ]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(6) : 1-9.
- [ 6 ] MORSE E, JAGANMOHAN P. 6 DOF calibration of profile sensor locations in an inspection station [ J ]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2020, 69(1) : 465-468.
- [ 7 ] AUERSWALD M M, VON FREYBERG A, FISCHER A. Laser line triangulation for fast 3D measurements on large gears [ J ]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 100:2423-2433.
- [ 8 ] XIE Z, WANG X, CHI S. Simultaneous calibration of the intrinsic and extrinsic parameters of structured-light sensors [ J ]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 58: 9-18.
- [ 9 ] SHI Z Y, WANG T, LIN J. A simultaneous calibration technique of the extrinsic and turntable for structured-light-sensor-integrated CNC system [ J ]. Optics and Lasers in Engineering, 2021, 138 :106451.
- [ 10 ] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory [ M ]. Cambridge University Press, 2004.
- [ 11 ] WANG T, SHI Z, YU B. A parameterized geometric fitting method for ellipse [ J ]. Pattern Recognition, 2021, 116:107934.
- [ 12 ] 石照耀, 孙衍强. 齿轮三维测量中线激光传感器位姿标定方法 [ J ]. 仪器仪表学报, 2021, 42(12) : 39-46.  
SHI ZH Y, SUN Y Q. A position and attitude calibration method for the linear laser sensor in gear 3D measurement [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(12) : 39-46.
- [ 13 ] 王晓嘉, 高隽, 王磊. 激光三角法综述 [ J ]. 仪器仪表学报, 2004, 25(z3) : 601-604.  
WANG X J, GAO J, WANG L. Survey on the laser triangulation [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(z3) : 601-604.
- [ 14 ] 石照耀. 复杂螺旋曲面特征线测量的理论与技术研究 [ D ]. 合肥:合肥工业大学, 2000.  
SHI ZH Y. Research on theory and technology of measuring characteristic line of complex spiral surface [ D ]. Hefei: Hefei University of Technology, 2000.
- [ 15 ] ISO 1328-1: 2013(E), Cylindrical gears-ISO system of flank tolerance classification-part 1: Definitions and allowable of value of deviations relevant to flanks of gear teeth [ S ]. Geneva: Central Secretariat Geneva, 2013.
- [ 16 ] 王笑一, 石照耀. 基于全信息的齿轮精度评价体系 [ J ]. 中国科学:技术科学, 2017, 47(1) :46-59.  
WANG X Y, SHI ZH Y. Evaluation system of gear accuracy based on full information [ J ]. Scientia Sinica Technologica, 2017, 47(1) :46-59.
- [ 17 ] 张泰昌. 齿轮检测 500 问 [ M ]. 北京:中国标准出版社, 2007.  
ZHANG T CH. Gear detection 500 questions [ M ].

Beijing: Standards Press of China, 2007.

- [18] 汤洁, 柴玲玉, 石照耀. 圆柱齿轮新老国际精度标准的差异[J]. 机械传动, 2017, 41(3): 203-210.

TANG J, CHAI L Y, SHI ZH Y. Difference between two versions of the international standard of cylindrical gears ISO 1328-1 [J]. Journal of Mechanical Transmission 2017, 41(3): 203-210.

## 作者简介



石照耀(通信作者), 1984年于合肥工业大学获得学士学位, 1988年于陕西机械学院获得硕士学位, 2001年于合肥工业大学获得博士学位, 现为北京工业大学教授、博士生导师、教育部长江学者特聘教授, 主要研究方向为精密测试技术和仪器、齿轮工程和精密减速器。

E-mail: shizhaoyao@bjut.edu.cn

**Shi Zhaoyao** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Hefei University of Technology in 1984, M. Sc. degree from Shanxi Institute of Mechanical Engineering in 1988

and Ph. D. degree from Hefei University of Technology in 2001. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Beijing University of Technology. He is a “Yangtze River Scholar” distinguished professor awarded by the Ministry of Education. His main research interests include precision measurement technology and instrument, gear engineering and precision reducer.



王涛, 2013年于湖南理工学院获得学士学位, 2016年于昆明理工大学获得硕士学位, 2021年于北京工业大学获得博士学位, 现为湘潭大学讲师, 主要研究方向为精密测试技术及仪器。

E-mail: wangtao@xtu.edu.cn

**Wang Tao** received his B. Sc. degree from Hunan Institute of Science and Technology in 2013, M. Sc. degree from Kunming University of Science and Technology in 2016 and Ph. D. degree from Beijing University of Technology in 2021. He is currently a lecturer at Xiangtan University. His main research interests include precision measurement technology and instrument.