DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2209129

# 不依赖精密转台的 MEMS-IMU 误差标定补偿方法\*

鹿珂珂,刘陵顺,寇昆湖,唐大全

(海军航空大学 烟台 264001)

**摘 要:**微机电惯性测量单元(MEMS-IMU)具有尺寸小、重量轻、成本低、可靠性高等优点,在机器人、虚拟现实以及智能穿戴等 诸多领域广泛应用。低成本的微机电惯性测量单元在使用过程中受噪声和零偏误差等影响,需要通过测试和误差补偿手段来 提高其实际使用精度。本文提出了一种全面测试和补偿惯性测量单元误差的方法,通过建立 MEMS-IMU 的误差模型,使用优 化方法标定误差模型中的系统误差参数;使用 Allan 方差分析方法确定随机误差参数;基于上述结果,采用与视觉融合的非线 性优化方法在线实时估计并补偿零偏,最终达到提高定位精度的目的。通过实验分析,上述组合方法不需要使用专门测试标定 设备,能够有效补偿低成本微机电惯性测量单元的误差,提高定位精度。

关键词: MEMS; IMU; 误差; 标定; 非线性优化

中图分类号: TH702 TP212.9 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.4

# MEMS-IMU error calibration compensation method independent of precision turntable

Lu Keke, Liu Lingshun, Kou Kunhu, Tang Daquan

(Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

Abstract: The MEMS IMU has the advantages of small size, lightweight, low cost, and high reliability. It is widely used in many fields such as robotics, virtual reality and smart wear. Low-cost MEMS inertial measurement units are affected by noise and zero-bias errors in practical deployment, hence testing and error compensation methods are required to improve their actual use accuracy. This article proposes a method that comprehensively tests and compensates for the error in the inertial measurement unit. Firstly, the error model of MEMS-IMU is established, and the deterministic parameters in the error model are calibrated by the optimization method. Secondly, the Allan variance analysis method is utilized to calibrate the random error parameters. Finally, the nonlinear optimization method fused with vision is used to estimate and compensate the zero bias online and in real-time, thereby achieving the goal of improving the navigation and positioning accuracy of the MEMS-IMU. Through experimental analysis, the above combined method does not need to use the specific test and calibration equipment, and can effectively compensate for the error of the low-cost MEMS inertial measurement unit and improve the positioning accuracy.

Keywords: MEMS; IMU; error; calibration; nonlinear optimization

0 引 言

微机电系统(micro electro mechanical system, MEMS),是指尺寸在几毫米乃至更小的机械电子设备。 惯性测量单元(inertial measurement units, IMU)通常包 含三轴角速率陀螺仪和三轴加速度计,是用于测量角速 度和加速度的装置<sup>[1]</sup>。MEMS-IMU 即微机电惯性测量单 元,具有如下优点:尺寸小、重量轻、结构坚固、功耗低、启 动快、成本低、可靠性高、维护性好、环境适应性强<sup>[2]</sup>。由 于惯性导航系统中的积分运算特点,即便是微小的惯性 器件测量误差,随着时间增长都会引起惯性导航姿态、速 度和位置计算误差的不断积累。因此,通过测试和误差 补偿手段提高现有惯性器件的实际使用精度具有非常重

收稿日期:2022-01-04 Received Date: 2022-01-04

<sup>\*</sup>基金项目:国防科技项目基金(2019-JCJQ-JJ-057)、山东省自然科学基金(ZR2020MF090)、山东省自然科学基金(ZR2020QF057)项目资助

要的意义<sup>[3]</sup>。传统 IMU 的标定通常由特殊的精密转台 来完成,通常使用机械转台按照一组精确控制的姿态以 已知的转动角速度控制 IMU 来完成标定<sup>[4]</sup>。基于转台 的标定方法简单、精度高,然而,用于标定的装置通常都 非常昂贵,对于低成本的 MEMS-IMU,利用精密转台标定 的成本甚至超出 IMU 硬件的成本,也往往并不需要使用 这么高精度的标定方法。对于 IMU 的静态误差, 文 献[5-6]提出了一种不依赖于外部设备对 IMU 进行标定 的鲁棒便捷方法。然而这种方法仅仅校正了 IMU 的系 统误差,包括静态零偏、标度因数和轴间非正交误差,没 有对 IMU 的随机误差进行建模分析。文献 [7-9] 提出了 使用 Allan 方差分析方法<sup>[10]</sup>对 IMU 随机误差进行分析的 方法,Allan 方差分析的是静态误差,须在静基座下进行 IMU 数据采集。IMU 实际应用中,需要综合基座运动特 性。此外,IMU 受零偏重复性和工作温度影响,只有在线 补偿才能够满足导航精度和实时性的要求。文献[11] 提出了一种基于视觉的 IMU 误差在线修正方法,该方法 采用了 IMU 预积分,并通过卡尔曼滤波将 IMU 与视觉传 感器进行融合,实现了 IMU 偏差的在线估计。IMU 与视 觉传感器的组合系统属于非线性系统,扩展卡尔曼滤波 是在固定点做一次泰勒展开,引入非线性误差的同时,永 久丢弃了旧的状态信息,相比而言,非线性优化方法则在 每次迭代后,状态估计发生改变时,重新对新的估计点做 泰勒展开,能够进一步减小误差<sup>[12]</sup>。

本文在上述研究的基础上,提出了一种不需要使用 高精度标定测试设备,可以对 MEMS-IMU 误差进行实 时、全面和准确估计的方法。本方法相比传统方法,综合 考虑了 MEMS-IMU 的系统误差和随机误差特性,离线标 定基础上,利用相关数据,结合视觉信息采用非线性优化 方法在线得到 MEMS-IMU 的实时偏差,并进行补偿,标 定补偿效果更为理想。方法的具体实现过程如下:建立 MEMS-IMU 的误差模型,采集 MEMS-IMU 数据,采用优 化方法对 MEMS-IMU 系统误差进行估计,使用 Allan 方 差方法对随机误差进行分析,基于 MEMS-IMU 的误差估 计数据,通过视觉辅助 IMU 联合非线性优化,实时在线 估计 MEMS-IMU 的零偏,从而更好的补偿 MEMS-IMU 的 位姿估计结果。通过实际采集 MEMS-IMU 数据,进行分 析验证,结果显示上述方法取得了理想的结果,有效补偿 了 IMU 的误差,提高了位姿估计的解算精度。

# 1 MEMS-IMU 误差建模

MEMS-IMU 的误差可以分为系统误差和随机误差。 系统误差可以通过传感器的校准消除,随机误差可以直 观的理解为零偏的波动和漂移程度,通常假设低成本 MEMS-IMU 的零偏噪声服从高斯分布。IMU 误差包括陀 螺仪误差和加速度计误差,陀螺仪与加速度计的误差特 性类似,陀螺仪相比加速度计,还包含加速度引起的 误差<sup>[13]</sup>。

应用于低成本 MEMS-IMU 的角速度和加速度测量 模型可以用下式表达:

$$\widetilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{T}_{g}\boldsymbol{K}_{g}\boldsymbol{f}_{g}(\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{b}_{g} + \boldsymbol{\eta}_{g} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{n}_{g}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{T}_{g}\boldsymbol{K}_{g}\boldsymbol{f}_{g}(\boldsymbol{a}) + \boldsymbol{b}_{g} + \boldsymbol{\eta}_{g} + \boldsymbol{n}_{g}$$
(1)

式中:包含系统误差和随机误差两部分。系统误差包括:  $\hat{a}, \hat{\omega}$ 分别表示三轴加速度计和陀螺仪输出的加速度和角速度测量值; $a, \omega$  表示加速度和角速度的真实值; $T_a, T_g$ 表示加速度计和陀螺仪的轴间非正交误差; $K_a, K_g$  表示 角速度计和陀螺仪的标度因数; $b_a, b_g$  表示加速度计和陀 螺仪的零偏; $\eta_a, \eta_g$  表示温度变化引起的误差,Ba 表示加 速度变化引起的误差, $f_g$  和 $f_a$  表示非线性误差。

IMU 的随机误差通常包括量化噪声、角度(速度)随 机游走、角速率(加速度)随机游走、零偏不稳定性、速率 斜坡和零偏重复性等。在对低成本 MEMS-IMU 的随机 误差进行分析时,难以得到上述每种典型误差系数,通常 认为随机误差只包含随机游走误差和零偏不稳定性,在 相关文献[14-15]中,将式(1)中的 $n_g$ 和 $n_a$ 认为是高斯 白噪声项,由随机游走误差和一部分零偏不稳定性误差 组成, $b_a$ 和 $b_g$ 是维纳过程,由另外一部分零偏不稳定性 组成,满足:

$$\dot{\boldsymbol{b}}_{a} = \boldsymbol{n}_{\boldsymbol{b}_{a}}, \dot{\boldsymbol{b}}_{\omega} = \boldsymbol{n}_{\boldsymbol{b}_{\omega}}$$
 (2)  
即式(2)中  $\boldsymbol{n}_{b}$ 和  $\boldsymbol{n}_{b}$ 满足高斯分布。

## 2 基于优化方法的 MEMS-IMU 系统误差标定

假定搭载 IMU 的载体上,存在理想正交坐标系 **F**<sup>°</sup>, 轴间非正交误差则是由于三轴加速计坐标系 **F**<sup>°</sup> 和陀螺 仪坐标系 **F**<sup>\*</sup> 的封装误差和轴到轴之间的对齐误差 造成。

在基于转台的标定方法里, IMU 的坐标系  $\mathcal{F}^{b}$  规定 为与转台的坐标系重合,这样转台的输入,才能成为 IMU 测量的真实值。当不使用转台进行标定时,坐标系  $\mathcal{F}^{b}$ 可以人为规定,基于此,可以对误差模型进行简化。令坐 标系  $\mathcal{F}^{b}$  的  $X_{b}$  轴与加速度计的  $X_{a}$  轴重合, 且  $X_{b}OY_{b}$  与  $X_{a}OY_{a}$  共面。

在这样的假设下,加速度计的轴间非正交误差简 化为:

$$\boldsymbol{T}_{a} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ 0 & 1 & -\alpha_{zx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3)

为了标定加速度计非对齐误差,需要估计如式(4) 所示的参数向量。  $\boldsymbol{\theta}^{acc} = [\alpha_{yz}, \alpha_{zy}, \alpha_{zx}, s_{ax}, s_{ay}, s_{zx}, b_{ax}, b_{ay}, b_{az}]$  (4) 将 MEMS-IMU 静置在 *M* 个可以区分的,短时间内稳 定的位置。在不同静置位置之间,以较为稳定的速度旋 转移动 MEMS-IMU。于是,在每一个静止区间内,通过平 均加速度计的读数,可以提取在非对齐的坐标系中 *M* 个 加速度向量 $\tilde{\boldsymbol{a}}_{k}$ 。由于对每一个静止区间信号进行了平 均,所以忽略测量噪声,由式(1)推导定义如下的函数:

$$\boldsymbol{a} = h(\tilde{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{\theta}^{acc}) = \boldsymbol{K}_{a}^{-1} \boldsymbol{T}_{a}^{-1} (\tilde{\boldsymbol{a}} - \boldsymbol{b}_{a})$$
(5)

当 IMU 位于静止区间时,输入只有重力加速度  $\|g\| = g_0$ ,定义代价函数:

$$F(\boldsymbol{\theta}^{acc}) = \sum_{k=1}^{M} \left( \|\boldsymbol{g}\|^2 - \|h(\tilde{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{\theta}^{acc})\|^2 \right)^2$$
(6)

采用 LM (Levenberg-Marquardt)<sup>[16-17]</sup> 优化算法最小 化代价函数  $F(\theta^{acc})$  得到  $\theta^{acc}$ 。

将 **θ**<sup>eee</sup> 作为已知量,进一步标定陀螺仪的轴间非正 交误差,所需标定的陀螺仪参数为:

$$\boldsymbol{\theta}^{gyro} = \left[ \boldsymbol{\gamma}_{yz}, \boldsymbol{\gamma}_{zy}, \boldsymbol{\gamma}_{xz}, \boldsymbol{\gamma}_{zx}, \boldsymbol{\gamma}_{xy}, \boldsymbol{\gamma}_{yx}, \boldsymbol{s}_{gx}, \boldsymbol{s}_{gy}, \boldsymbol{s}_{gz} \right]$$
(7)

根据六面法<sup>[18]</sup>,将静止的 IMU 陀螺仪信号进行平均 即可得到陀螺仪的零偏,因此这里假设陀螺仪的输出是 无偏的。通过标定后的加速度计输出,就可以确定每个 静止区间内重力矢量方向,令 *u*<sub>*a,k-1*</sub>为利用归一化四元数 表示的 *k* - 1 个静止区间的重力矢量方向。

定义操作符  $\Psi$ ,通过使用 k - 1 个静止位置到 k 个静止位置之间的角速度  $\omega_i$  可以得到:

 $u_{g,k} = \Psi[\omega_i, u_{a,k-1}]$  (8) 式中:  $\Psi$  表示任意角速度积分算法, $u_{g,k}$  表示使用角速度 向量序列  $\omega_i$ ,通过积分运算得到的第 k 个静止位置重力 矢量方向。因此,定义损失函数:

$$F(\boldsymbol{\theta}^{gyro}) = \sum_{k=2}^{m} (\boldsymbol{u}_{a,k} - \boldsymbol{u}_{g,k})^{2}$$
(9)

采用 LM 优化算法最小化式(9)得到 θ<sup>εντο</sup>。

对于 MEMS-IMU,采集得到标定所需数据的步骤 包括:

1) 将 IMU 水平静止 50 s 以上;

2) 转动 IMU 到另一不同姿态的位置;

3) 静止至少1s;

4) 连续进行步骤 2)、3) 操作 50 次以上。

得到的传感器数据后,需要对其中的静止区间进行 了识别,具体方法可以参考文献[5]和[6]。

#### 3 基于 Allan 方差的随机误差系数分析

在统计学中描述随机变量的两个经典参数是均值和 方差,早期在定量表征原子钟的频率稳定度时采用的就 是经典方差方法。1966年,Allan<sup>10</sup>在分析铯原子钟频 标的频率稳定度时发现经典方差随着时间的增长而发 散,为了解决该问题,提出了一种新的评定方法,后来称 为艾伦(Allan)方差。由于惯性器件也具有振荡器的特 征,Allan 方差分析也被广泛应用于惯性器件的随机误差 建模,IEEE 标准中就将 Allan 方差方法引入到了激光陀 螺的建模分析<sup>[19]</sup>。

Allan 方差的物理意义以及应用本质来源于它与功 率谱之间的关系,从功率谱入手推导艾伦方差的具体过 程可以参考文献[3]。Allan 方差法是一种时域分析技 术,对实际静态条件下采集的惯性器件数据进行分析得 到双对数曲线图,根据不同拟合直线的斜率可以辨识不 同的误差系数<sup>[20]</sup>。Allan 方差对 MEMS-IMU 误差模型进 行标定的方法可以总结如下:

1) 保持 IMU 传感器静止获取时间长度为  $\Omega(t)$  的 IMU 数据,采样数目为 N 个点,采样时间为  $\tau_0$ ;

2) 将数据进行分为 K 个组,设定每个时间段的时长  $\tau = M\tau_0$ ,此处 M 为用于平均的因子,M 可以取为满足  $M \leq (N-1)/2$  的任意值。其中,连续的数据组中间间 隔了时间 $\tau_0$ 。以陀螺仪为例, $\omega_i$  为陀螺仪的采样时间 i处的输出,则数据分组情况如下:

$$\underbrace{\boldsymbol{\omega}_{1,\boldsymbol{\omega}_{2}},\cdots,\boldsymbol{\omega}_{M}}_{k=1},\underbrace{\boldsymbol{\omega}_{M+1,\boldsymbol{\omega}_{M+2}},\cdots,\boldsymbol{\omega}_{2M}}_{k=2},\cdots,$$
$$\boldsymbol{\omega}_{N-M+1},\boldsymbol{\omega}_{N-M+2},\cdots,\boldsymbol{\omega}_{N}$$
(10)

3)将传感器数据按照时间段进行平均。以陀螺仪 为例,可以采用基于角速率测量值和基于角度测量值的 方法。基于角速率测量值的方法中:每一组的持续时间 τ称为相关时间,每一组的平均值计算如下:

$$\overline{\boldsymbol{\omega}}_{k}(M) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{\omega}_{(k-1)M+i} \quad k = 1, 2, \cdots, K$$
(11)

4) 这样,就会得到 M 个在每一平均时间  $\tau_M$  对应的 方差  $\sigma_A^2(\tau_M)$ 。根据这 M 个点作图,可得到 Allan 标准差  $\sigma_A(\tau_M)$  随平均时间  $\tau_M$  变化的双对数曲线,即 Allan 方差 曲线。

通过曲线拟合,可以得到不同斜率下的误差项。量 化噪声,在斜率为 $m = -1, \tau_M = \sqrt{3}$ 处可以读出;角度随机 游走斜率为 $m = -0.5, \tau_M = 1$ 处可以读出;零偏不稳定性 为底部的平坦区读出的常值;角速率随机游走在斜率为  $m = 0.5, \tau_M = 3$ 处可以读出;速率斜坡在斜率为m = 1,  $\tau_M = \sqrt{2}$ 处可以读出。

#### 4 基于视觉的在线 MEMS-IMU 误差补偿

通过 Allan 方差分析,理想情况下可以得到器件的量 化噪声、角度随机游走、角速率随机游走、零偏不稳定性 噪声、速率斜坡,这些都是对零偏质量的分析,也可以直 观的理解为零偏的波动和漂移程度,但是并没有分析零 偏本身的大小,而这正是 MEMS-IMU 实际应用时,需要 去估计的误差。对系统误差进行标定可以得到偏差的恒 定值,但零偏还受噪声影响。此外,相关标定在静基座下 采集数据,实际应用中,需要在动基座下采集 MEMS-IMU 的数据,导致 MEMS-IMU 受基座运动特性影响,而且 IMU 受每次上电时零偏重复性和工作温度影响,因此,只有在 线补偿才能够满足 MEMS-IMU 的导航精度和实时性的 要求<sup>[21]</sup>。

随着智能手机、机器人导航、自主驾驶、虚拟现实 (VR)和增强现实(AR)等的广泛应用,基于视觉传感器 和 IMU 的天然互补性,已经成为充分自我感知和环境感 知的最小传感器组合<sup>[16]</sup>。如果把工作环境限定在静态、 刚体、光照变化不明显、没有人为干扰的场景,以相机为 主要传感器的视觉同时定位与地图构建(simultaneous localization and mapping, SLAM)技术<sup>[22]</sup>,即在没有环境 先验信息的情况下,于运动过程中建立环境的模型,同时 估计自己的运动,已经相当成熟<sup>[23]</sup>。整体上,视觉和 IMU 传感器联合实现载体的位姿估计,存在一定互补性 质,IMU 适合计算短时间、快速的运动;视觉适合计算长 时间、慢速的运动。因此,可利用视觉定位信息来估计 IMU 的零偏,减少 IMU 由零偏导致的发散和累积误差。 在实际应用中,将 IMU 建模为:

$$\boldsymbol{\omega}_{b} = \boldsymbol{\omega}_{b} + \boldsymbol{b}_{g} + \boldsymbol{n}_{g}$$

$$\tilde{\boldsymbol{a}}_{b} = \boldsymbol{q}_{bw}(\boldsymbol{a}_{w} + \boldsymbol{g}_{w}) + \boldsymbol{b}_{a} + \boldsymbol{n}_{a}$$
(12)

式中:g表示陀螺仪, a表示加速度计,w表示在世界坐标 系,b表示 IMU 坐标系,  $\omega$ , a 为 IMU 的真实值为,  $\tilde{\omega}$ , a 为 测量值, $q_{bw}$  为世界坐标系到 IMU 坐标系的变换四元数。  $n_g(n_a)$  表示陀螺仪(加速度计)的角度(速度)随机游走 误差,假设符合高斯分布 $n_g \sim \mathcal{N}(0,\sigma_w^2), n_a \sim \mathcal{N}(0,\sigma_a^2),$  $b_g, b_a$  表示陀螺仪的偏置,建模为随机游走,其导数为高斯分 布,即 $n_{b_a} \sim \mathcal{N}(0,\sigma_{b_a}^2), n_{b_w} \sim \mathcal{N}(0,\sigma_{b_w}^2),$ 其中 $\dot{b}_{a_t} = n_{b_a},$  $\dot{b}_{w_t} = n_{b_w}$ 。基于视觉和 IMU 融合的示意图如图 1 所示。



图 1 视觉惯性融合示意图 Fig. 1 Visual inertial fusion diagram

视觉和 IMU 的融合,一般采用滑动窗口<sup>[12]</sup>的方式, 构建优化问题:

$$\min_{x} \underbrace{\rho\left( \| \mathbf{r}_{p} - \mathbf{J}_{p} x \|_{\Sigma_{p}}^{2} \right)}_{\text{Helifies}} + \sum_{i \in B} \rho\left( \| \mathbf{r}_{b}(z_{b_{i}b_{i+1}}, x) \|_{\Sigma_{b_{i}b_{i+1}}}^{2} \right) + \sum_{i \in B} \rho\left( \| \mathbf{r}_{f}(z_{f_{j}}^{c}, \mathcal{X}) \|_{\Sigma_{i}^{c}} \right)^{2} \right) + \sum_{i \in B} \rho\left( \| \mathbf{r}_{f}(z_{f_{j}}^{c}, \mathcal{X}) \|_{\Sigma_{i}^{c}} \right)^{2} \right) + \sum_{i \in B} \rho\left( \| \mathbf{r}_{f}(z_{f_{j}}^{c}, \mathcal{X}) \|_{\Sigma_{i}^{c}} \right)^{2} \right) + \sum_{i \in B} \rho\left( \| \mathbf{r}_{f}(z_{f_{j}}^{c}, \mathcal{X}) \|_{\Sigma_{i}^{c}} \right)^{2} \right) + \sum_{i \in B} \rho\left( \| \mathbf{r}_{f}(z_{f_{j}}^{c}, \mathcal{X}) \|_{\Sigma_{i}^{c}} \right)^{2} \right)$$

$$(13)$$

$$= \left[ \mathbf{x}_{n}, \mathbf{x}_{n+1}, \cdots, \mathbf{x}_{n+N}, \lambda_{m}, \lambda_{m+1}, \cdots, \lambda_{m+M} \right]$$

$$\mathbf{x}_{i} = \left[ \mathbf{p}_{ub_{i}}, \mathbf{q}_{ub_{i}}, \mathbf{v}_{i}^{w}, \mathbf{b}_{a}^{b_{i}}, \mathbf{b}_{g}^{b_{i}} \right]^{T}, \quad i \in [n, n+N]$$

式中: $x_k$ 是捕获第k帧图像时的 IMU 状态包括 IMU 在世 界坐标系w中的位置 $p_{wb_k}$ 、速度 $v_{wb_k}$ 和方向 $q_{wb_k}$ ,以及在 IMU 机体坐标系中的加速度计偏置 $b_a$ 和陀螺仪偏置 $b_g$ 。 n是关键帧的总数,m是滑动窗口中的特征总数, $\lambda_i$ 是第 一次观测到第l个特征的逆深度<sup>[24]</sup>。 $b_i$ 表示第i个视觉 关键帧处的载体系, $c_i$ 表示第i视觉关键帧处的相机坐标 系,w表示世界坐标系, $f_j$ 表示第j个特征点的坐标, $z_{f_j}^{c_i}$ 表 示 $c_i$ 对 $f_j$ 的观测, $q_{bc}$ 表示相机坐标系和机体系之间的旋 转四元数, $p_{bc}$ 表示相机坐标系和机体系之间的平移向 量。 $\rho(\cdot)$ 为 Huber 范数<sup>[25]</sup>,定义如下:

$$o(s) = \begin{cases} 1, & s \ge 1\\ 2\sqrt{s} - 1, & s < 1 \end{cases}$$
(15)

采用 LM 优化算法求解式(13)的最小二乘问题,即 可得到 IMU 的实时偏差估计。

在上述求解过程中,使用第2节中的到的系统误差 系数对 IMU 输出进行校正。根据 *t* 时刻 IMU 的测量输 出,利用下式校正 IMU 数值:

$$\boldsymbol{\omega}_{t} = (\boldsymbol{T}_{g}\boldsymbol{K}_{g})^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} - \boldsymbol{b}_{g})$$

$$\boldsymbol{a}_{s} = (\boldsymbol{T} \boldsymbol{K})^{-1}(\tilde{\boldsymbol{a}} - \boldsymbol{b})$$
(16)

根据式(16)的输出结果,采用预积分<sup>[26]</sup>的方式计算式(13)中 IMU 误差部分的测量值:

$$\boldsymbol{p}_{wb_{j}} = \boldsymbol{p}_{wb_{i}} + \boldsymbol{v}_{i}^{w} \Delta t + \iint_{t \in [i,j]} (\boldsymbol{q}_{wb_{i}} \boldsymbol{a}^{b_{t}} - \boldsymbol{g}^{w}) \delta t^{2}$$
$$\boldsymbol{v}_{j}^{w} = \boldsymbol{v}_{i}^{w} + \int_{t \in [i,j]} (\boldsymbol{q}_{wb_{i}} \boldsymbol{a}^{b_{t}} - \boldsymbol{g}^{w}) \delta t$$
$$\boldsymbol{q}_{wb_{j}} = \int_{t \in [i,j]} \boldsymbol{q}_{wb_{t}} \otimes \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^{b_{t}} \end{bmatrix} \delta t$$
(17)

式(16)表示从第*i*个时刻的位置速度姿态,通过对 IMU 校正后测量值 $a^{b_i}$ 和 $\omega^{b_i}$ 进行积分,得到第*j*时刻的位置速度姿态。

在对式(13)优化求解过程中,需要维护误差的协方 差矩阵,对式(17)离散化之后,得到增量误差的传递方 程,可以表示为:

$$\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{Z}_{i+1}} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{Z}_i} + \boldsymbol{V}\boldsymbol{Q} \tag{18}$$

式中:  $\delta_{z_k}$  表示 k 时刻增量误差, F 和 V 表示位置、速度和 姿态增量误差在离散形式下的矩阵参数, Q 表示噪声项 的对角协方差矩阵:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{a}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma}_{w}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\sigma}_{a}^{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\sigma}_{w}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\sigma}_{b_{a}}^{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\sigma}_{b_{w}}^{2} \end{bmatrix}$$
(19)

式(19)用于计算式(17)得到预积分量的协方 差,其中, $\sigma_a$ 、 $\sigma_w$ 、 $\sigma_{b_a}$ 和 $\sigma_{b_w}$ 即为第3节中由 Allan 方 差分析拟合得到的角度(速度)随机游走误差和零偏 不稳定性。

#### 5 实验验证

BMI055 是一个测量六自由度运动和旋转的低成本 MEMS-IMU,包括三轴加速度传感器和三轴陀螺仪,尺寸只有 3 mm×4.5 mm,广泛应用于消费级无人机、智能手机以及智能穿戴设备中。如图 2 所示,是BMI055 传感器静止平放,连续采集 4 h 的陀螺仪读数。图 3 是用于标定确定性误差而采集得到的加速度计数据。





对采集的加速度数据进分析,得到静止区间的结果 如图4所示。



图 3 BMI055 型 MEMS-IMU 误差标定采集数据





采用优化方法标定的 BMI055 系统误差,得到如下 结果:

$$\boldsymbol{T}_{g} = \begin{bmatrix} 1 & -0.008\ 672\ 85 & -0.014\ 434\ 1\\ 0.006\ 350\ 68 & 1 & 0.003\ 339\ 75\\ 0.016\ 099\ 5 & 0.006\ 766\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{K}_{g} = \begin{bmatrix} 0.994\ 162 & 0 & 0\\ 0 & 0.999\ 354 & 0\\ 0 & 0 & 0.997\ 26 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{b}_{g} = \begin{bmatrix} -2.\ 392\ 27\times10^{-5} & -2.\ 038\ 75\times10^{-5}\\ 1.\ 737\ 84\times10^{-6}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(20)
$$\boldsymbol{b}_{a} = \begin{bmatrix} 0.014\ 841\ 3 & 0.\ 120\ 341 & -0.\ 015\ 579\ 7\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{T}_{a} = \begin{bmatrix} 1 & -0.\ 010\ 743\ 5 & -0.\ 007\ 192\ 95\\ 0 & 1 & 0.\ 014\ 174\ 7\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{K}_{a} = \begin{bmatrix} 0.\ 994\ 721\ 0 & 0\\ 0 & 1.\ 002\ 51\ 0\\ 0 & 0 & 0.\ 999\ 592 \end{bmatrix}$$
(21)

这里需要注意的是,大多数 MEMS-IMU 出厂时,已 经对系统误差进行了标定,其实际输出使用系统误差参 数进行了校正。由式(20)和(21)所得数值可以看到, BMI055型 IMU 的输出经校正后变化不大,对比其数据 手册,分析判定该型 IMU 已经使用式(20)和(21)的校 正,为了提高解算精度,在后续实验过程中,仍然利用上 述系数进行了进一步的校正运算。使用图 2 中数据,绘 制 Allan 方差曲线,得到图 5 和 6 的结果。







图 5 和 6 与理想 Allan 曲线相差较大,据此仅能拟合 得到所需的角度随机游走系数和零偏不稳定性系数,拟 合结果见表 1,其他随机误差参数难以得到。在一些姿 态实时性要求较高的场合,可以利用上述标定数据实现 高频的姿态估计输出。

基于 BMI055 型 IMU,结合 MatrixVision mvBlueFOX-MLC200w 型摄像头,利用式(20)和(21)中的系统误差参 数,以及表1中随机噪声参数,求解式(13)中的优化问题。

手持 IMU 和摄像头的组合,在 1.0 m×1.0 m×1.0 m 范围内运动,实验得到图 7 的 IMU 偏差实时标定结果。

在实验开始的阶段偏差的波动是由于 IMU 和视觉 融合初始化的结果,在系统完成初始化之后,IMU 的偏差 趋于稳定。基于标定所得的 IMU 偏差,得到实验装置的 定位结果与单纯依靠 IMU 不做误差补偿的比较,如图 8 所示。其中,实线为经视觉校正误差后的定位结果,虚 表 1 BMI005-IMU Allan 方差拟合参数 Table 1 IMU BMI005 calibration parameters by

Allan variance

类型	参数	平均值	敏感轴	数值
加速度计 /(m·s <sup>-2</sup> )	速度随机游走	0. 026 5	X	0.019 1
			Y	0.0177
			Ζ	0.042 8
	零偏不稳定性	0.00171	X	0.001 14
			Y	0.000 95
			Ζ	0.003 03
陀螺仪 /(rad·s <sup>-1</sup> )	角度随机游走	0.002 45	X	0.001 05
			Y	0.001 06
			Ζ	0.005 25
	零偏不稳定性	0.000 132	X	0.000 011 8
			Y	0.0000091
			Ζ	0.000 374





线为纯 IMU 定位结果。可以看到,相比单纯使用 IMU 进 行定位,IMU 与视觉融合定位大大限制了位置的发散,定 位结果更加接近真实的运动轨迹,使得利用低成本 MEMS-IMU 实现准确定位成为可能。由于没有高精度定 位设备的辅助,通过比较实验装置初始位置与结束位置 之间的偏差,作为衡量定位精度标准,手持设备行走 6 min,并回到起始位置的情况下,统计分析结果显示,直 接使用 MEMS-IMU 进行定位,得到的结果在 3~5 m 量 级,而采用本文方法,定位误差被限制在 0.5 m 范围内。 该方法的主要问题在于算法复杂度较高,对于实验运行 环境有一定要求,需要实验环境满足静态、刚体、光照变 化不明显、没有人为干扰的场景等条件,但是整个实验过 程避免了使用复杂昂贵的精密转台对 IMU 进行标定,并 且能够有效弥补低成本 MEMS-IMU 精度有限的问题。

## 6 结 论

低成本的 MEMS-IMU 具有尺寸小、重量轻、成本低、 可靠性高等优点,但是精度相对较低。本文提出的方法 有效提高了 MEMS-IMU 的定位精度,在合理构建 MEMS-IMU 的误差模型情况下,可以通过特定方法采集数据,在 不依赖价格高昂测试标定设备的情况下,使用非线性优 化方法实现误差模型中系统误差参数的标定;通过使用 Allan 方差分析方法可以得到 MEMS-IMU 具有使用价值 的角度(速度)随机游走系数和零偏不稳定性系数;基于 上述标定分析结果,联合视觉传感器,采用非线性优化的 方法,可以进一步在线实时估计 MEMS-IMU 的偏差,并 进行补偿,达到提高其实际使用精度,实现定位的目的。 该方法的不足在于需要使用视觉传感器,视觉传感器受 环境影响较大,后续需要进一步提高算法的鲁棒性。

#### 参考文献

- WOODMN O J, WOODMAN. An introduction to inertial navigation: Tech. Rep. 696 [ R ]. Cambridge: University of Cambridge Computer Laboratory, 2007.
   [ Online ]. Available: https://www.cl. cam. ac. uk/ techreports/UCAM-CL-TR-696. pdf.
- [2] TITTERTON D, WESTON J L, WESTON J. Strapdown inertial navigation technology [M]. 2nd edition. London: Institution of Engineering and Technology, 2004:7-15.
- [3] 严恭敏,李四海,秦永元. 惯性仪器测试与数据分析[M]. 北京:国防工业出版社,2012:1-2.
  YANGM,LISH,QINYY. Inertial instrument test and data analysis [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2012:1-2.
- [4] HALL J J, WILLIAMS R L. Case study: Inertial measurement unit calibration platform [J]. Journal of Robotic Systems, 2000, 17(11):623-632.
- [5] TEDALDI D, PRETTO A, MENEGATTI E. A robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments [C]. IEEE, 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hongkong: IEEE, 2014: 3042-3049.
- [6] PRETTO A, GRISETTI G. Calibration and performance evaluation of low-cost IMUs [C]. International Measurement Confederation (IMEKO), in Proceedings of the 20th IMEKO TC4 International Symposium. Benevento: International Measurement Confederation (IMEKO), 2014: 429-434.
- [7] SEMICONDUCTOR F. Allan variance: Noise analysis for gyroscopes [J]. AN5087, Application Note Rev., 2015, 2:1-9.
- [8] HUSSEN A A, JLETA I N. Low-cost inertial sensors modeling using Allan variance [J]. International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering, 2015, 9(5): 1237-1242.
- [9] MARINOV M, PETROV Z. Allan variance analysis on error characters of low-cost MEMS accelerometer MMA8451Q[C]. International Conference of Scientific Paper AFASES. 2014: 22-24.

- W. [10] ALLAN D of Statistics atomic frequency standards [J]. Proceedings of the IEEE, 1966, 54(2): 221-230.
- 张超,王芳,李楠.基于视觉的惯性导航误差在线修 [11] 正[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(3):104-110. ZHANG CH, WANG F, LI N. The online correction of IMU biases for visual-inertial navigation [J]. Navigation Positioning&Timing, 2018, 5(3):104-110.
- [12] SCARAMUZZA D, ZHANG Z. Visual-inertial odometry of aerial robots [J]. Arxiv Preprint, 2019, arXiv: 1906.03289.
- GREWAL M, ANDREWS A. How good is your gyro [13] [ask the experts][J]. IEEE Control Systems Magazine, 2010, 30(1): 12-86.
- [14] TRAWNY N, ROUMELIOTIS S I. Indirect Kalman filter for 3D attitude estimation [J]. University of Minnesota, Dept. of Comp. Sci. & Eng., Tech, 2005, 2-24.
- TONG Q, LI P, SHEN S. VINS-Mono: A robust and [15] versatile monocular visual-inertial state estimator [ J ]. IEEE Transactions on Robotics, 2017 (99):1-17.
- LEVENBERG K. A method for the solution of certain [16] non-linear problems in least squares [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1944, 2(2): 164-168.
- [17] MARQUARDT D W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters [J]. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 1963, 11(2): 431-441.
- [18] VITALI A. DT0053 design tip 6-point tumble sensor calibration [J]. ST Microelectronics, 2015:1-6.
- [19] BE IEEE. IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros: IEEESTD. 1998. 86153 [S]. New York: Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc., 1998.
- 高宗余,方建军,于丽杰. MEMS 传感器随机误差 [20] Allan 方差分析 [J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(12): 2863-2868.

GAO ZH Y, FANG J J, YU L J. Allan variance analysis for the stochastic error of MEMS sensors [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32 (12): 2863-2868.

- 胡荣奎, 瞿军, 刘涛. 惯性导航系统在线标定方法研 [21]究[J]. 计算机与数字工程, 2013, 41(10):1606-1608. HU R K, QU J, LIU T. Online calibration method for inertial navigation system [ J ]. Computer & Digital Engineering, 2013, 41(10):1606-1608.
- [22] CADENA C, CARLONE L, CARRILLO H, et al. Past, present, and future of simultaneous localization and mapping: Toward the robust-perception age [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2016, 32(6): 1309-1332.
- 高翔,张涛.视觉 SLAM 十四讲:从理论到实践 [M]. [23] 第2版. 北京: 电子工业出版社, 2019:40-61. GAO X, ZHANG T. Visual SLAM XIV: From theory to practice [M]. 2nd ed. Beijing: Electronics Industry Press, 2019: 40-61.
- [24] CIVERA J, DAVISON A J, MONTIEL J M M. Inverse depth parametrization for monocular SLAM [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(5): 932-945.
- HUBER P J. Robust estimation of a location [25] parameter [M]. Breakthroughs in Statistics. Springer, New York, NY, 1992: 492-518.
- [26] SHEN S, MICHAEL N, KUMAR V. Tightly-coupled monocular visual-inertial fusion for autonomous flight of rotorcraft MAVs [ C ]. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2015: 5303-5310.

#### 作者简介



**鹿珂珂**(通信作者),2009 年于清华大 学获得学士学位,2014年于清华大学获得硕 士学位,现为海军航空大学讲师,主要研究 方向为无人机的导航与控制。 E-mail: lukk05@163.com

Lu Keke (Corresponding author) received

his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Tsinghua University in 2009 and 2014, respectively. He is currently a lecturer at Naval Aviation University. His main research interest is the navigation and control of unmanned aerial vehicles.