

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2109018

基于平行四边形机构的推力器推力测量研究^{*}

朱春源¹, 赵美蓉¹, 张宏², 杨永¹, 郑叶龙¹

(1. 天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室 天津 300072; 2. 兰州空间技术物理研究所 兰州 730010)

摘要:推力的精确测量在卫星姿态控制、引力波探测等领域均有重要应用,已经成为限制推力器技术发展的关键问题。国内外开展了很多推力测量相关的研究,但仍难以兼顾重负载和高精度。本文针对小推重比推力器推力测量困难的问题,提出了一种基于平行四边形机构的测量方法,并搭建了一套推力测量装置,其具有承载能力强、精度高、稳定性好的优点。其中平行四边形机构既作为推力器承载部件,又作为将推力转化为单自由度线性位移的弹性元件。微小位移由激光干涉仪测量,后基于胡克定律计算得到待测力值。设计了合理的机构参数,并对机构进行了力学仿真分析,理论承载能力达140 kg。利用电磁力测试了装置的力学响应,实验结果表明,在2.5 kg的实际承重下,测量系统可分辨的最小力值为17.2 μN ,量程为17.2~2 789.9 μN ,相对不确定度为1.26%。该方法适用于推力器推力的测量,对推力器技术的发展具有重要意义。

关键词:推力测量;平行四边形机构;电磁力;不确定度

中图分类号: TH823 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4030

Study on thruster thrust measurement based on parallelogram mechanism

Zhu Chunyuan¹, Zhao Meirong¹, Zhang Hong², Yang Yong¹, Zheng Yelong¹

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730010, China)

Abstract: The accurate thrust measurement has important application in the fields of satellite attitude control and gravitational wave detection, which has become a key issue limiting the development of thruster technology. Many related studies have been carried out at home and abroad. But, it is still difficult to balance heavy loads with high accuracy. In this article, we propose a measurement method based on parallelogram mechanism and build a thrust measurement device to address the problem of difficult thrust measurement of small thrust-to-weight ratio thrusters. It has advantages of high load carrying capacity, high accuracy and good stability. The parallelogram mechanism acts as both a thruster load-bearing component and an elastic element that converts the thrust into a single-degree-of-freedom linear displacement. The micro-displacement is measured by a laser interferometer. Then, the force value to be measured is calculated based on the Hooke's law. The mechanical response of the device is tested by using electromagnetic force. Experimental results show that the minimum force value that can be resolved by the measurement system is 17.2 μN with a range of 17.2~2 789.9 μN and a relative uncertainty of 1.26% at an actual load-bearing capacity of 2.5 kg. The method is applicable to the measurement of thrust and is of great importance to the development of thruster technology.

Keywords: thrust measurement; parallelogram mechanism; electromagnetic force; uncertainty

0 引言

随着人类宇宙探索活动的增加,具有研发周期短、体积小、成本低、精度高优势的微小卫星引起了人们极大的

关注^[1-2]。推力器作为卫星的动力系统,也随之得到了迅猛的发展。微推力器能够产生毫牛级甚至微牛级的推进力,在卫星日常工作及先进任务的关键实现上都有重要应用^[3-4]。比如,在微纳卫星的姿态控制中需要微推力器实时补偿外界环境的干扰,实现卫星相对位置的保持^[5];

收稿日期: 2021-12-14 Received Date: 2021-12-14

^{*} 基金项目: 国家重点研发计划(2021YFC2202702)项目资助

在引力波探测中需要微推力实时抵消引力外所有干扰卫星的力,实现超稳超静平台的无拖曳控制^[6]。

微推力器的发展取决于推进性能的表征,特别是以所需的精度测量推力器输出的力值,这在微推力器研制、考核和改进等方面具有重要的应用价值^[7-8]。国内外开展了很多涉及推力测量的未来空间任务,如欧洲空间局提出的 LISA 计划中要求推力器推力分辨力为 $0.1 \mu\text{N}$,力值范围为 $1 \sim 100 \mu\text{N}$;中国提出的天琴计划中要求推力器推力分辨力为 $0.1 \mu\text{N}$,力值范围为 $1 \sim 100 \mu\text{N}$;太极计划中则要求推力器推力分辨力为 $0.1 \mu\text{N}$,力值范围为 $5 \sim 50 \mu\text{N}$ 。微推力器自重通常在 $1 \sim 10 \text{ kg}$,推重比很低,并且多工作在多噪声耦合的复杂环境中,推力信号很容易被环境噪声淹没^[9]。尽管大量的科研人员从事该方向的研究,但是仍难以达到满足实际需求的测量水平。

根据台架是否与推力器直接连接可以将测量方法分为间接测量法和直接测量法。间接测量是一种非接触式测量,通过测量推力器工作过程中喷射羽流的冲击力来计算微小推进力^[10]。2010年,英国南安普顿大学的 Grubisic 等^[11]采用枢轴连接的吊摆结构实现了羽流冲击力的测量,覆盖 $\mu\text{N} \sim \text{mN}$ 的力值范围,但是系统没有利用标准力源进行标定,测量精度不高。2015年,瑞典空间微系统实验室的 Chakraborty 等^[12]通过采用将圆形靶盘的两端固定在弹性台架上的方法测量了推力器的羽流冲击力,其分辨力高达 10 nN ,但是力值测量结果的重复性较差。2021年,兰州空间技术物理研究所的 Zhang 等^[13]提出一种基于悬臂梁结构的间接推力测量方法,但仅能测量 mN 量级的推力。间接测量方法不能直接反映推力器的推力大小,且由于受到羽流的流场结构和喷射粒子反射的限制,测量的不确定度较高,分辨力有限。

直接测量法是将推力器与测量装置固定连接,将推力转换为测量装置的形变量,通过传感器测量出位移或转角,继而求出推力值。2005年,美国南加州大学的 Pancotti 等^[14]通过一个绕垂直旋转轴旋转的扭摆实现了推力测量,测量系统的分辨力约为 $10 \mu\text{N}$,实验过程中并未添加任何载重。2012年,美国宇航局的 Wong 等^[15]提出采用悬挂摆推力架实时测量推进力,实际负载为 $20 \sim 30 \text{ kg}$,但测量系统的分辨力仅为 2 mN 。2016年,南非威特沃特斯兰德大学物理学院的 Wright 等^[16]开发了一种基于水平杠杆的推力测量系统,力值分辨力为 $10 \mu\text{N}$,但实际配重只有 16 g 。

上述方法中,或是为了增加系统承载能力,牺牲了系统分辨力,或是为了提高系统分辨力,削弱了承载能力。因此,如何在重负载条件下实现高精度的微小推进力测量已经成为推力器技术发展的关键问题。

常见的推力测量系统如杠杆系统和扭摆系统,均存在重负载下稳定性不足的问题。杠杆系统往往是一端放

置待测推力器,另一端放置配重块来保持平衡状态。当推力器工作时,由于推进剂的消耗,其本身质量会发生变化,如此会破坏杠杆的平衡状态,使得测量系统成为非稳定系统。此外,杠杆系统中推力方向与重力方向相同,这也对测量也造成了干扰。扭摆系统虽然分离了重力与推力方向,提高了测量精度,但是仍未解决系统稳定问题。目前,扭摆系统主要包括扭丝扭摆和枢轴扭摆,二者都是将推力转化为测量台架转动的角度继而实现测量。其中,扭丝扭摆具有复杂的多自由度运动,主要振动模式包括扭转模式和重力分量作为回复力的单摆模式。当单摆运动振幅较大时,扭摆运动的功率和高次谐波也会增大,非线性效应增强^[17]。非线性系统的稳定性不仅与系统本身的结构与参数相关,而且还受初始条件与输入信号的影响,难以保证系统稳定在初始零点,这对推力测量造成极大的干扰。此外,扭丝的弹性回复系数与温度相关,当温度波动较大时会导致扭丝的力学性能发生变化,继而导致平衡位置产生漂移。枢轴扭摆处于平衡状态时,系统会具有一个绕 Z 轴旋转的质心^[18]。当推力器因工作消耗推进剂而导致本身质量变化时,由于配重未变,会使得系统质心会偏离旋转轴,从而令枢轴扭摆处于非对称的不稳定状态,影响测量结果的准确性。综上所述,无论是杠杆还是扭摆,在重负载下均难以保持对称的稳定状态。

本文在充分考虑推力器自身重量影响的基础上,针对测量系统难以在稳定状态下严格保持单自由度运动的问题,提出了一种基于平行四边形机构的微小稳态推力测量方法。平行四边形机构因其独特的几何结构,既能承载质量较大的推力器,又能在受力时保持严格的单自由度运动,从而提高了推力测量的精度,兼具重负载与高精度的优点。该方法在推力器的稳态推力测量领域具有重要的应用价值,并且适用于不同型号的推力器,具有较强的通用性。

1 推力测量装置的原理及结构

1.1 测量原理

基于平行四边形机构的测量系统可以简化为质量-弹簧-阻尼二阶模型,由牛顿第二定律可知:

$$f(t) = m\ddot{x} + c\dot{x} + kx \quad (1)$$

式中: x 为平行四边形机构尾部位移, m 为平行四边形机构的有效质量, c 为阻尼系数, k 为等效弹性系数, $f(t)$ 为推力器工作产生的推力。

推力器推力上升时间很短(通常为 ms 级),因此将推力器工作时产生的推力等效为作用在平行四边形机构尾部的阶跃力,故系统阶跃响应的时域表达式为:

$$x(t) = \frac{F}{k} - \frac{F}{k} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta) \right] \quad (2)$$

式中: ζ 为阻尼比, w_n 为无阻尼自振角频率, w_d 为有阻尼自振角频率, β 为 $\arccos(\sqrt{1-\zeta^2}/\zeta)$ 。

测量系统的响应由稳态响应与瞬态响应组成, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 瞬态响应逐渐减小为 0, 故稳态位移表示为 $x(\infty) = F/k$ 。由于系统初始为零状态, 因此稳态力的表达式可简化为:

$$F = k \times [x(\infty) - x(0)] = k \times \Delta x \quad (3)$$

式中: Δx 是向系统施加阶跃力后, 平行四边形机构平衡位置的改变量, 测量推力的关键是获取机构的刚度与位移。当采样时间远大于系统的振动周期时, 可以用采样区间内的稳态位移均值计算稳态推力。

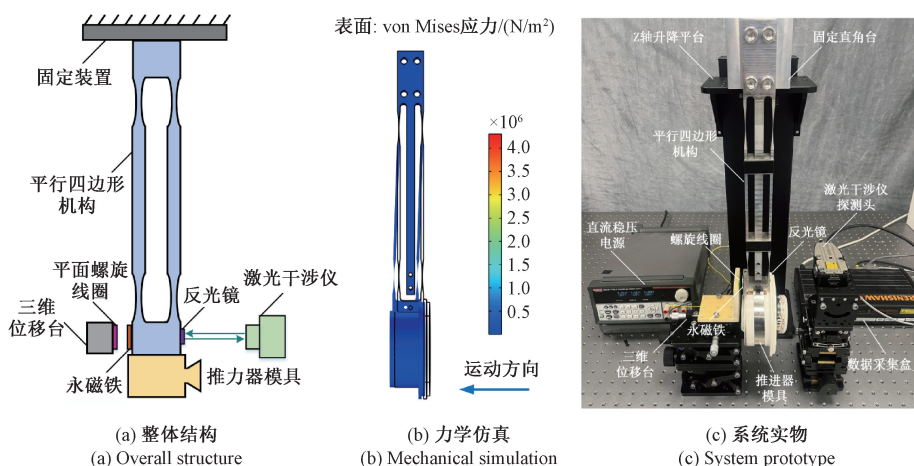


图1 基于平行四边形机构的稳态推力测量系统

Fig. 1 Steady-state thrust measurement system based on parallelogram mechanism

2 平行四边形机构参数设计及仿真分析

在测量系统中, 平行四边形机构既用于承载推力器, 又作为推力转化位移的部件, 结构如图2所示。

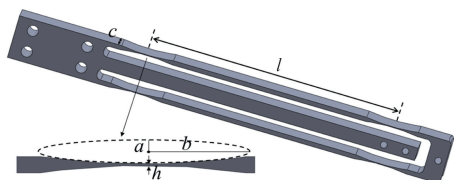


图2 平行四边形机构结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of parallelogram mechanism

当受外力作用时, 由于特殊的几何结构, 平行四边形机构的尾部会始终保持单自由度运动^[19-20], 因此有效的分离了推力器的推力与重力方向, 提高了推力测量的精度。

1.2 测量装置

测量装置整体结构如图1(a)所示。为减小地面振动、气流扰动等外部因素导致的机械扰动, 测量装置整体被放置在密闭空间内的光学隔振平台上。测量装置主要由推力器模具、平行四边形机构、激光干涉仪(Renishaw XL-80)、反光镜、平面螺旋线圈及永磁铁组成。推力器工作产生推力时, 平行四边形机构会产生微小形变。激光干涉仪光路直射平行四边形机构尾部处的反光镜, 基于迈克尔逊干涉原理测量平行四边形机构产生的微小位移, 其位移分辨率高达1 nm, 满足微小位移的测量需求。采用有限元法对平行四边形机构进行仿真分析, 结果如图1(b)所示。在垂直于机构端面的力作用下, 推力器保持了严格的单自由度平移运动, 应力主要分布在平行四边形机构中柔性铰链的最薄处。搭建的测量装置实物如图1(c)所示。

单个椭圆形柔性铰链的刚度^[21]为:

$$k_{\theta} = \frac{2Eca^{1/2}h^{5/2}}{9\pi b} \quad (4)$$

式中: h 为最薄处厚度, a 为椭圆短半轴, b 为椭圆长半轴, c 为铰链厚度, l 为机构有效长度, E 为弹性模量, 所用材料 Al 7075-t6 的弹性模量为 71.7 GPa。

平行四边形机构由四个对称切割的椭圆形柔性铰链作为柔性支点, 当受外力作用时, 机构除柔性铰链外均不发生弯曲, 且柔性铰链的弯曲程度一致。因此, 基于功能原理推导出平行四边形机构的刚度 k_l 为:

$$k_l = \frac{4k_{\theta}}{l^2} = \frac{8Eca^{1/2}h^{5/2}}{9\pi bl^2} \quad (5)$$

当推力作用在平行四边形机构上时, 刚度越小, 测量系统分辨力越高。但是随着刚度的减小, 柔性铰链最薄处的厚度也越小, 其载重能力大大减弱。为了兼顾重负载、高分辨力的测量需求, 结合式(5)设计了5个除最薄处厚度不同, 其余参数均相同的平行四边形

机构。机构最薄处厚度依次为 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5 mm,其余参数均为 $c = 24$ mm, $l = 225$ mm, $a = 15$ mm, $b = 50$ mm。代入式(5)求出刚度为 2.37、13.38、36.88、75.71、132.24 N/m。利用有限元法对平行四边形机构的刚度与承载能力进行仿真分析。不同厚度的平行四边形机构的理论刚度与仿真刚度如图 3(a)所示,两者趋势基本一致。图 3(b)说明当不同刚度的平行四边形机构在相同承重(10 kg)下,刚度越大,其所承受的最大应力 $\sigma_{\max}$ 越小,承载能力也就越

强。从图 3(c)中可知,在相同承重(10 kg)作用下,平行四边形机构在重力方向会产生 μm 量级的拉伸形变 y_l ,刚度越大,拉伸形变越小。考虑形变量与机构长度相差几个数量级,故可忽略拉伸形变对装置的影响。加工材料选用 Al 7075-t6,其断裂强度约为 71 MPa,据此得出不同厚度的平行四边形机构的最大载重 M 如图 3(d)所示。随着机构刚度的增加,其承载能力也逐渐提高。针对不同推力器的测试需要与灵敏度要求,可以设计不同参数的平行四边形机构。

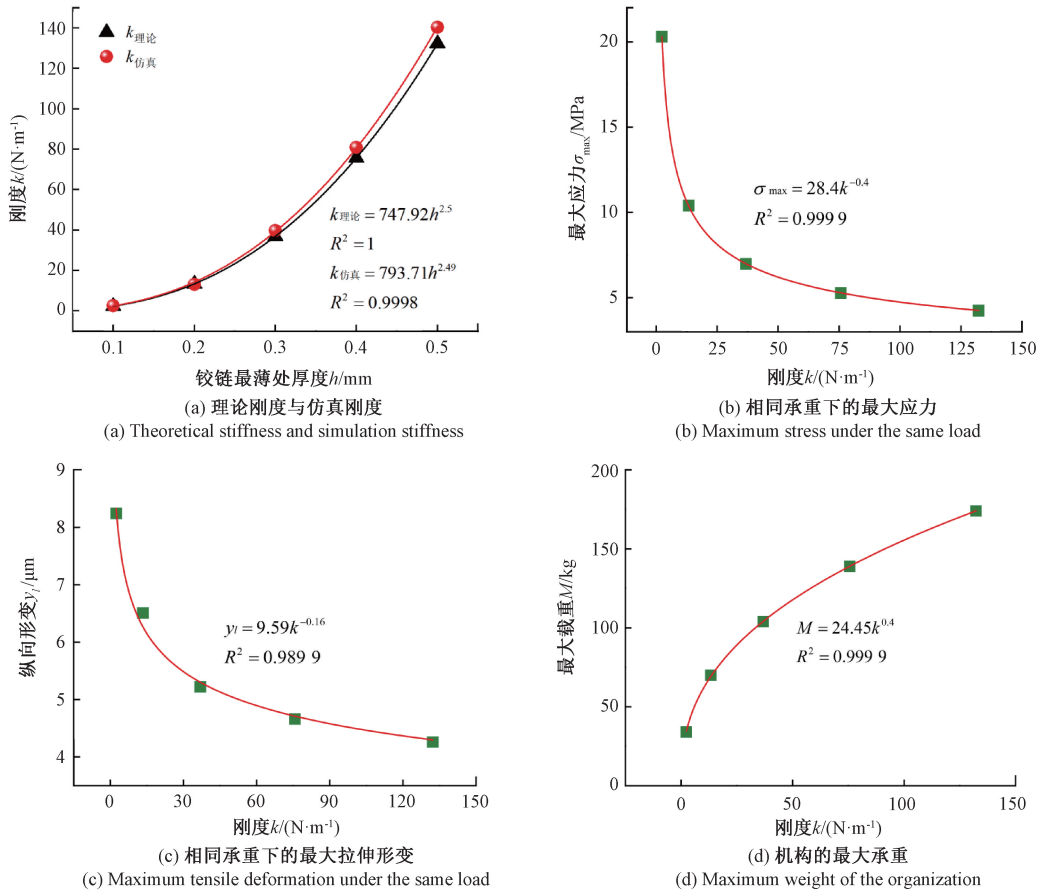


图3 仿真分析平行四边形机构的力学性能

Fig. 3 Simulation analysis of mechanical properties of parallelogram mechanism

3 参数标定及推力测量实验

3.1 刚度标定

推力测量装置刚度等效于平行四边形机构刚度与装置有效质量引入的附加刚度之和,可以表示为:

$$k = k_l + \frac{m_l g}{l} \quad (6)$$

式中: k 为测量装置刚度, m_l 为装置有效质量。由于装置有效质量难以测量,且平行四边形机构易受加工精度(± 0.02 mm)

的影响,因此需要对推力测量装置的刚度进行标定。

基于参考梁法^[22]对推力测量装置的刚度进行标定,装置原理如图 4(a)所示。当悬臂梁与平行四边形机构接触时,根据胡克定律,可知:

$$k = k_{\text{ref}} \left(\frac{x_a - x_l}{x_l} \right) \quad (7)$$

式中: k_{ref} 为悬臂梁刚度, x_a 为纳米微动台位移, x_l 为平行四边形机构尾部位移。悬臂梁位移与平行四边形机构尾部位移之和等于纳米微动台位移,因此悬臂梁位移 x_b 可以表示为 $x_a - x_l$ 。

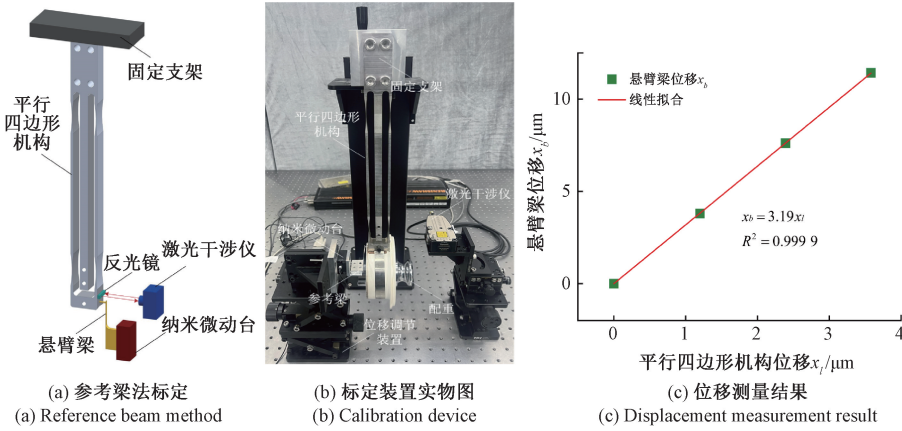


图4 系统刚度标定

Fig. 4 System stiffness calibration

标定装置实物如图4(b)所示,将刚度已知的悬臂梁(52.44 N/m)与纳米微动台(PI, P-622. ZCD, 分辨率1 nm)刚性连接。驱动纳米微动台使得悬臂梁与平行四边形机构尾部接触,利用激光干涉仪采集平行四边形机构尾部位移。控制纳米微动台步进固定距离5 μm,同时设置激光干涉仪采样频率为1 000 Hz,采样时间为50 s,重复进行6次实验,得到平行四边形机构位移与悬臂梁位移的结果如图4(c)所示。从图中可知,二者线性拟合系数为3.19。由式(7)计算可知,推力测量装置的刚度为167.28 N/m。

3.2 电磁力标定

电磁力由于具有无机机械接触、连续可调、容易实现等优势成为标准力源的首选^[23]。采用平面螺旋线圈(匝数25,匝距0.4 mm)与永磁铁(钕铁硼,半径10 mm,厚度1.5 mm)组成标准力发生器,产生电磁力模拟推力。当线圈与磁铁位置不变时,线圈处于恒定磁场中,电磁力受电流线性调控,表达式^[24]为:

$$F = 2\pi I \sum_{i=1}^n R_i B_i \sin \alpha_i = vI \quad (8)$$

式中: I 是线圈电流, R_i 、 B_i 和 α_i 对应第*i*匝线圈的半径、磁场强度和与*Z*轴的夹角, v 是线性系数。

磁铁易受加工精度、温度等因素影响,因此通过精密电子天平称重法对电磁力进行标定,测量装置原理如图5(a)所示。实验过程中,首将永磁铁固定在精密电子天平(METTLER AL 204,分辨率0.1 mg)托盘中的塑料台架上,利用位移台调节线圈使其与永磁铁中心相对,调控线圈与永磁铁间气隙为1 mm。利用直流电源(Keithley 2230-30-1,分辨率1 mA)向线圈提供稳恒电流,电流从0.05 A递增至0.3 A,步长为0.05 A,依次记录下天平示数。本地区重力加速度为9.801 1 m/s²,基于牛顿力学公式可得力值大小。实验结果如图5(b)所示,随着稳恒电流的增加,电磁力随之线性增加。

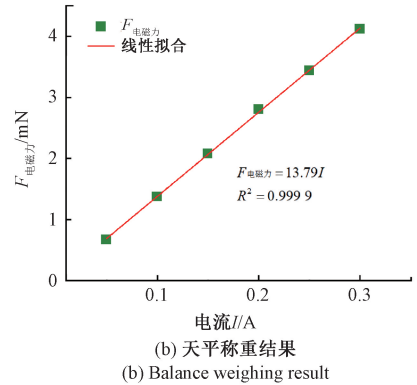
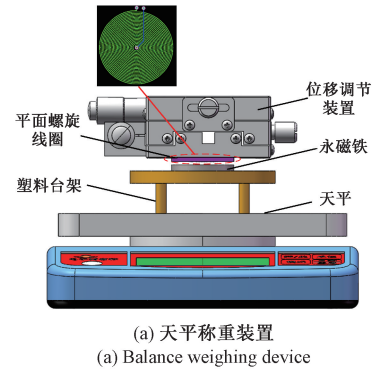


图5 精密天平法标定力

Fig. 5 Calibration force by the precision balance method

3.3 推力测量实验

系统总承重为2.5 kg。在复杂环境噪声作用下,平行四边形机构尾部的位移并非恒定不变^[25],因此直接对平行四边形机构工作前后的位移进行差值计算会引入较大的误差。因此,当推力作用时,以500 Hz的采样频率进行数据采集,并对推力测量信号进行频谱分析,求取推力信号的功率谱密度。实验分析结果如图6所示,装置的固有频率为2.77 Hz,且低频噪声对测量装置的影响较大。

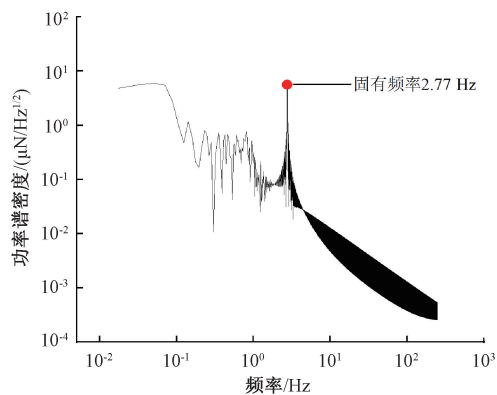
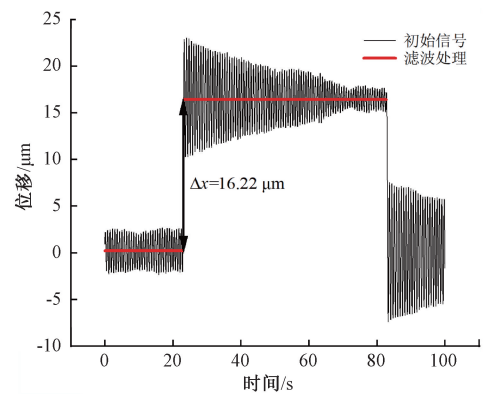
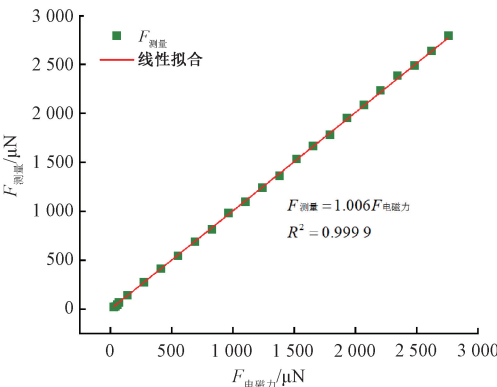


图 6 功率谱密度
Fig. 6 Power spectral density

为解决数据波动大、难以处理的问题,本文采用基于固定区域平滑的滤波算法^[24]对实验数据进行处理,保留有效信号的同时降低信号波动的影响。典型振动信号及处理结果如图 7(a)所示。控制输出电流从 2 mA 递增至 200 mA,使电磁力发生器产生线性变化的稳恒力,经过测量、滤波、均值计算后得到位移变化,代入式(3)得到对



(a) 推力测量过程
(a) Thrust measurement process



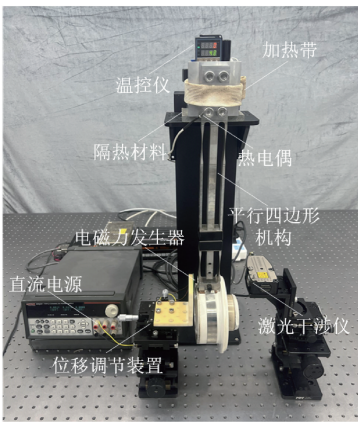
(b) 力值测量结果
(b) Force measurement result

图 7 稳态力值测量

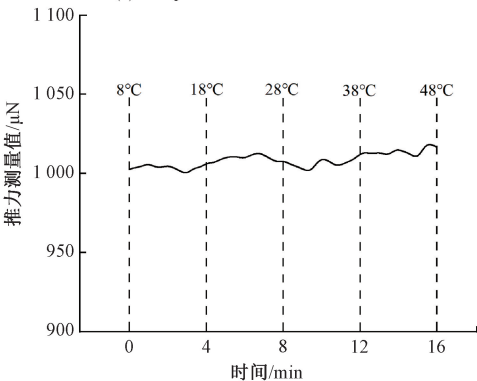
Fig. 7 Steady-state force measurement

应力值。如图 7(b)所示,基于平行四边形机构测得结果与天平测得的结果匹配良好,验证了方法的可行性。由于环境噪声影响,系统可分辨的最小力值为 17.2 μN,量程为 17.2~2 789.9 μN。通过优化隔振措施,可进一步提高系统的分辨力。

环境温度的改变会引起平行四边形机构刚度的变化或热变形,进而影响测量精度。搭建温控实验装置如图 8(a)所示,使用 REX-C100 数显温控仪调控温度,利用玻璃纤维包裹的电热丝对加热装置,使用热电偶作为温度传感器实时监测温度变化。实验中,探究了 8℃~48℃ 范围内推力测量值的变化。测量结果如图 8(b)所示,在 40℃ 的实验温差下,推力测量值并未发生明显的变化,力值改变量约为 0.35 μN/℃。此外,装置所用材料 Al 7075-t6 的热膨胀系数较低 (23 μm/m·K)、热比较高 (870 J/(kg·℃)),在 150℃ 以下有高的强度,并且有特别好的低温强度,因此推力测量装置能适用于温度较为极端的环境。



(a) 温控装置
(a) Temperature control device



(b) 不同温度下的推力变化
(b) Thrust changes at different temperatures

图 8 温度影响探究实验

Fig. 8 Temperature influence exploratory experiment

4 不确定度评定

本文提出的推力器推力测量方法中,环境振动、激光干涉仪测量误差、纳米微动台行程误差等因素都会对测量结果产生影响,因此需要对推力测量系统进行不确定度评定。在相同实验条件下,重复 10 次测量 3 个稳恒力值,测量结果及数据的标准差 σ 、方差 δ 如图 9 所示,3 组数据基本稳定在对应力值处,实验重复性良好。文中选用第 1 组数据作为典例进行不确定度评定。

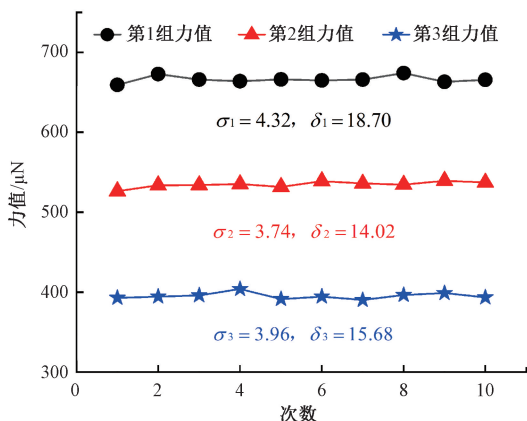


图 9 重复性实验

Fig. 9 Repetitive experiments

力值测量模型如式(3)所示。系统不确定度来源于刚度标定和位移测量,这两个量之间互不相关。根据测量模型和不确定度传播律可知,系统相对不确定度可以表示为:

$$u_{c,rel}^2(F) = \left[\frac{u_c(F)}{F} \right]^2 = \left[\frac{u_c(k)}{k} \right]^2 + \left[\frac{u_c(\Delta x)}{\Delta x} \right]^2 \quad (9)$$

4.1 刚度标定引入的不确定度量

刚度标定数学模型如式(7)所示。刚度标定的不确定度来源主要包括标准梁刚度测量引入的不确定度、驱动位移引入的不确定度和所测位移引入的不确定度 3 部分。

标准梁刚度测量采用精密天平法。其不确定度包括质量测量不确定度与位移测量不确定度。所用铜环质量为 50.6 mg,采用精密天平测量。以矩形分布估计,天平引入的相对不确定度分量为 0.11%;位移采用激光干涉仪测量,其最大允许误差为 3 nm,以矩形分布估计,引入的相对不确定度分量为 0.02%;进行 5 次重复性实验,位移计算均值为 9.42 μm ,利用极差法求得由重复性误差引入的相对

不确定度分量为 0.18%。计算可知,刚度测量引入的相对不确定度和标准不确定度如式(10)和(11)所示。

$$u_{c,rel}(k_{ref}) = \sqrt{u_{rel}^2(m) + u_{rel}^2(x)} = 0.21\% \quad (10)$$

$$u_c(k_{ref}) = u_{c,rel}(k_{ref}) \times k_{ref} = 0.11 \text{ N/m} \quad (11)$$

纳米微动台的最大行程误差为 1.0 nm,且可假定满足矩形分布。因此纳米微动台引入的标准不确定度分量为:

$$u_c(x_a) = \frac{1 \times 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 0.58 \times 10^{-3} \mu\text{m} \quad (12)$$

平行四边形机构运动位移测量的不确定度来源主要包括仪器测量不确定度分量与重复性误差不确定度分量。平行四边形机构运动位移由激光干涉仪测量,根据厂家的制造标准,激光干涉仪的最大允许误差为 3.0 nm,且可假定满足矩形分布,引入的不确定度分量为 1.7 nm。同一实验环境下进行了 10 次重复性实验,利用极差法求得标准不确定度分量为 0.01 μm ,因此不确定度合成为:

$$u_c(x_l) = \sqrt{u_{c1}(x_l)^2 + u_{c2}(x_l)^2} = 0.01 \mu\text{m} \quad (13)$$

由刚度计算模型可知,测量系统标准不确定度合成为:

$$u_c(k) = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial k_{ref}} \right)^2 u_c^2(k_{ref}) + \left(\frac{\partial k}{\partial x_l} \right)^2 u_c^2(x_l) + \left(\frac{\partial k}{\partial x_a} \right)^2 u_c^2(x_a)} = 1.93 \text{ N/m} \quad (14)$$

因此,刚度标定引入的相对不确定度表示为:

$$u_{c,rel}(k) = \frac{u_c(k)}{k} \times 100\% = 1.15\% \quad (15)$$

4.2 位移测量引入的不确定度分量

位移测量的不确定度来源主要包括环境误差、激光干涉仪测量误差、滤波均值算法误差和重复性误差四部分。

环境误差主要来源于气体扰动、地面振动。由测量经验可知,在相同实验环境下,环境引入的位移误差在 0.01 μm 内,且分布满足矩形分布。由环境误差引入的不确定度分量为 0.005 8 μm ,相对不确定度分量为:

$$u_{c1,rel} = \frac{u_{c1}(\Delta x)}{\Delta x} \times 100\% = 0.14\% \quad (16)$$

由厂家的制造精度可知,激光干涉仪的最大测量误差为 3.0 nm。假定其分布满足矩形分布,则激光干涉仪引入的不确定度为 1.7 nm,相对不确定度分量为:

$$u_{c2,rel} = \frac{u_{c2}(\Delta x)}{\Delta x} \times 100\% = 0.04\% \quad (17)$$

求取平衡位置改变量时采用基于固定区域平滑技术

的滤波算法。根据多次测量的经验结果表明,算法误差在 $\pm 0.01\text{ }\mu\text{m}$ 以内,且可假定其满足矩形分布。因此,由滤波算法引入的不确定度分量为 $0.01\text{ }\mu\text{m}$,其相对不确定度分量如式(18)所示。

$$u_{c3,\text{rel}} = \frac{u_{c3}(\Delta x)}{\Delta x} \times 100\% = 0.25\%$$

(18)

在同一实验条件下,重复进行 10 组位移测量实验,所测得位移数据均值为 $3.98\text{ }\mu\text{m}$ 。利用贝塞尔公式可知由重复性引入的不确定度分量为:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\Delta x_i - \bar{\Delta x})^2}{10 - 1}} = 0.026\text{ }\mu\text{m}$$

(19)

$$u_{c3,\text{rel}} = \frac{S}{\Delta x} \times 100\% = 0.65\%$$

(20)

因此位移测量的合成相对不确定度为:

$$u_{c,\text{rel}}(\Delta x) = \sqrt{\sum_{i=1}^4 u_{ci,\text{rel}}^2} = 0.51\%$$

(21)

4.3 不确定度的合成与扩展

由式(8)可知,相对不确定度表示为:

$$u_{c,\text{rel}}(F) = \sqrt{\left[\frac{u_c(k)}{k}\right]^2 + \left[\frac{u_c(\Delta x)}{\Delta x}\right]^2} = 1.26\%$$

(22)

因此标准不确定度为:

$$u_c(F) = u_{c,\text{rel}}(F) \times F = 8.39\text{ }\mu\text{N}$$

(23)

取包含因子 $K = 2$,则有:

$$U(F) = K \times u_c(F) = 2 \times 8.39 = 16.78\text{ }\mu\text{N}$$

(24)

上述力值表示为 $F = (665.77 \pm 16.78)\text{ }\mu\text{N}$ 。其中扩展不确定度 $U(F) = 16.78\text{ }\mu\text{N}$,该值是由标准不确定度 $u_c(F) = 8.39\text{ }\mu\text{N}$ 乘以包含因子 2 得到的。系统不确定度分量与合成如表 1 所示。

表 1 不确定度分量与合成

Table 1 Uncertainty components and synthesis

不确定度分量	不确定度来源	相对不确定度/%
$u_{c,\text{rel}}(k)$	标准梁刚度测量误差 $u_{c1,\text{rel}}(k)$	0.21
	纳米微动台行程误差 $u_{c2,\text{rel}}(k)$	0.000 89
	标准梁运动位移测量 $u_{c3,\text{rel}}(k)$	0.84
$u_{c,\text{rel}}(\Delta x)$	环境误差 $u_{c1,\text{rel}}(\Delta x)$	0.14
	激光干涉仪误差 $u_{c2,\text{rel}}(\Delta x)$	0.04
	滤波均值算法误差 $u_{c3,\text{rel}}(\Delta x)$	0.25
	重复性测量误差 $u_{c4,\text{rel}}(\Delta x)$	0.65
$u_{c,\text{rel}}(F)$	合成相对不确定度	1.26

从表 1 中可知,标准梁运动位移测量和稳态位移测量重复性是系统不确定度的主要来源,而标准梁刚度测量、纳米微动台行程等因素对测量结果的影响较小。因此,后续需研究如何提高位移测量的准确性。

5 结 论

本文提出了一种基于平行四边形机构的推力测量方法,利用平行四边形机构将推力转化为单自由度线性位移,测量系统响应呈线性且重复性良好。该测量装置理论上最大可承载质量为 140 kg ,通过优化平行四边形机构的结构参数能进一步提高承重能力。在承重 2.5 kg 时,系统可分辨的最小力值为 $17.2\text{ }\mu\text{N}$,力值测量范围为 $17.2\sim 2\,789.9\text{ }\mu\text{N}$,相对不确定度为 1.26% 。在数据处理过程中引入了基于固定区域平滑的去噪算法,提高了稳态位移的计算精度。本文提出的推力测量方法解决了以往测量系统难以在稳定状态下准确测量小推重比推力器输出力值的问题。下一阶段的研究内容是将该方法实际应用于推力器的力值测量,探究测量过程中真空腔振动及供电管路等因素对系统分辨力的影响,以指导测量系统的优化设计。

参考文献

[1] LEVCHENKO I, BAZAKA K, XU S Y, et al. Space micropropulsion systems for Cubesats and small satellites: From proximate targets to furthestmost frontiers [J]. Applied Physics Reviews, 2018, 5(1): 11104.

[2] XING Q, LI T, ZHANG J, et al. Study of the dynamic performance of a thrust stand for small-thrust liquid-pulsed thrusters [J]. Review of Scientific Instruments, 2019, 90(6): 065113.

[3] LEVCHENKO I, KEIDAR M, CANTRELL J, et al. Explore space using swarms of tiny satellites [J]. Nature, 2018, 562(7726): 185-187.

[4] BEN-YAACOV O, EDLERMAN E, GURFIL P. Analytical technique for satellite projected cross-sectional area calculation [J]. Advances in Space Research, 2015, 56(2): 205-217.

[5] LUN J, LAW C. Direct thrust measurement stand with

- improved operation and force calibration technique for performance testing of pulsed micro-thrusters [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(9): 095009.
- [6] 何世熠, 夏彦, 周磊, 等. 基于高温超导体的真空动态微力测量平台研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 32-38.
- HE SH Y, XIA Y, ZHOU L D, et al. Study on vacuum dynamic micro-force measuring platform based on high temperature superconductor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 32-38.
- [7] XU S T, ZHANG Z, ZHANG Z K, et al. Time-frequency-domain method for thrust noise characteristics of electric thrusters[J]. Acta Astronautica, 2021, 188: 308-325.
- [8] SONI J, ROY S. Design and characterization of a nano-Newton resolution thrust stand[J]. Review of Scientific Instruments, 2013, 84(9): 095103.
- [9] WANG B, YANG W, TANG H, et al. Target thrust measurement for applied-field magnetoplasma-dynamic thruster [J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(7): 075302.
- [10] 王大鹏, 金星, 周伟静, 等. 间接法测量微推力现状及关键问题分析[J]. 宇航计测技术, 2018, 38(4): 36-42.
- WANG D P, JIN X, ZHOU W J, et al. Review of indirect micro thrust measurements and analysis of key issues [J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2018, 38(4): 36-42.
- [11] GRUBISIC A, GABRIEL S B. Development of an indirect counterbalanced pendulum optical-lever thrust balance for micro-to millinewton thrust measurement[J]. Measurement Science and Technology, 2010, 21(10): 105101.
- [12] CHAKRABORTY S, COURTNEY D G, SHEA H. A 10 nN resolution thrust-stand for micro-propulsion devices[J]. Review of Scientific Instruments, 2015, 86(11): 279-285.
- [13] ZHANG H, LI D T, HE F, et al. Development of an indirect thrust stand based on a cantilever beam[J]. AIP Advances, 2021, 11(3): 035006.
- [14] PANCOTTI A P, LILLY T, KETSDEVER A D, et al. Development of a thrust stand micro-balance to assess micropropulsion performance [C]. 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Tucson, Arizona, 10-13 July, 2005.
- [15] WONG A R, TOFTUL A, POLZIN K A, et al. Non-contact thrust stand calibration method for repetitively pulsed electric thrusters[J]. The Review of scientific instruments, 2012, 83(2): 025103.
- [16] WRIGHT W P, FERRER P. A magnetic coupling thrust stand for microthrust measurements [J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(1): 015901.
- [17] ZHAO L, TU Y, GU B M, et al. An abnormal vibrational mode of torsion pendulum [J]. Chinese Physics Letters, 2003, 20(8): 1206-1209.
- [18] CONG L X, MU J C, LIU Q, et al. Thermal noise decoupling of micro-newton thrust measured in a torsion balance[J]. Symmetry-Basel, 2021, 13(8): 1357.
- [19] ZHENG Y L, SONG L, GANG H, et al. The multi-position calibration of the stiffness for atomic-force microscope cantilevers based on vibration [J]. Measurement Science and Technology, 2015, 26(5): 055001.
- [20] ZHENG Y L, ZHANG H L, ZHAO M R, et al. A multiposition method of viscous measurement for small-volume samples with high viscous[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 69(7): 4995-5001.
- [21] 陈贵敏, 刘小院, 贾建援. 椭圆柔性铰链的柔度计算[J]. 机械工程学报, 2006(Z1): 111-115.
- CHEN G M, LIU X Y, JIA J Y. Flexibility calculation of elliptic flexure hinge[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006(Z1): 111-115.
- [22] HE Z, WU J J, ZHANG D X, et al. Precision electromagnetic calibration technique for micro-Newton

thrust stands [J]. Review of Scientific Instruments, 2013, 84(5): 055107.

- [23] 王大鹏, 金星, 周伟静, 等. 高精度电磁标定力的产生及其特性分析[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(8): 1933-1942.

WANG D P, JIN X, ZHOU W J, et al. Generation and characteristic analysis of high accuracy electro-magnetic calibration force [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(8): 1933-1942.

- [24] 孙伟, 徐爱功, 车莉娜. 固定区域平滑技术在 UAV 传递对准精度评估中的应用研究[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(10): 2208-2213.

SUN W, XU AI G, CHE L N, et al. Research on application of fixed area smoothing technology to the testing and evaluation of transfer alignment accuracy in UAV [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(10): 2208-2213.

- [25] ZHENG Y L, ZHAO M R, SUN P Y, et al. Optimization of electrostatic force system based on newton interpolation method [J]. Journal of Sensors, 2018, 2018: 7801597.

作者简介



朱春源, 2020 年于中国地质大学(武汉)获得学士学位, 现为天津大学硕士研究生, 主要研究方向为微推力测量。

E-mail: zhuchunyuan@tju.edu.cn

Zhu Chunyuan received his B. Sc. degree from China University of Geosciences, Wuhan, China, in 2020. He is currently pursuing his M. Sc. degree at Tianjin University. His current research interest is the micro-thrust measurement.



郑叶龙(通信作者), 分别于 2012 年和 2015 年在天津大学获得硕士学位和博士学位, 现为天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室副教授, 主要研究方向为微力测量和摩擦学。

E-mail: zhengyelongby@tju.edu.cn

Zheng Yelong (Corresponding author) received his M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Tianjin University in 2012 and 2015, respectively. He is currently an assistant professor with the State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments at Tianjin University. His current research interests include microforce measurement and tribology.