

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108612

磁光阱异面空间角度测量及测量不确定度评定*

朱进^{1,2}, 黄焱^{2,3}, 朱维斌¹, 薛梓², 邹伟²

(1. 中国计量大学计量测试工程学院 杭州 310018; 2. 中国计量科学研究院 北京 100029;
3. 浙江大学光学科学与工程学学院现代光学仪器国家重点实验室 杭州 310027)

摘要:随着空间几何量精密测量技术在装备制造工业的制造与装配过程中应用越来越广泛,角度计量正在从平面角度向空间角度发展。针对磁光阱的异面空间角度进行测量,使用平行平晶作为标准平面引出待测面法向量,并将其空间角度有效的划分成水平投影角和竖直投影角两个平面角度进行测量,保证了空间角度的可溯源性,得到磁光阱各待测面法向量间的空间角度偏差最大值为0.286 0 mrad;然后通过蒙特卡洛法评定该方法的测量不确定度为0.095 9 mrad;最后与三坐标测量机法比对结果中偏差最大值为0.184 2 mrad,在考虑待测面平面度指标为 $\pm 0.145 4$ mrad时,二者的一致性良好。目前该方法已在NIM5铯原子喷泉钟物理真空子系统的研制中进行了应用,证明了该方法能够满足测量的准确度要求。

关键词:空间角度;计量学;测量不确定度;蒙特卡洛法

中图分类号: TH712 TB922 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

Measurement of spatial angle of different surfaces of magneto-optical trap and evaluation of measurement uncertainty

Zhu Jin^{1,2}, Huang Yao^{2,3}, Zhu Weibin¹, Xue Zi², Zou Wei²

(1. College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;
2. National Institute of Metrology, China, Beijing 100029, China; 3. State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: With more and more extensive application of spatial geometric precision measurement technology in the manufacturing and assembly process of equipment manufacturing industry, angle measurement is developing from plane angle to spatial angle. The spatial angle of the different planes of the magneto-optical trap is measured. A parallel flat crystal is utilized as the standard plane to draw the normal vector of the surface to be measured. The spatial angle is effectively divided into two plane angles, which are the horizontal projection angle and the vertical projection angle. The traceability of the spatial angle is guaranteed, and the maximum spatial angle deviation between the normal vectors of the measured surfaces of the magneto-optical trap is 0.286 0 mrad. Then, the measurement uncertainty of this method is evaluated as 0.095 9 mrad by the Monte Carlo method. Compared with the coordinate measuring machine method, the maximum deviation is 0.184 2 mrad. When the flatness index of the surface is set to $\pm 0.145 4$ mrad, the consistency between the two is good. At present, this method has been applied in the development of the physical vacuum subsystem of the NIM5 cesium atomic fountain clock, which proves that the method can meet the accuracy requirements of the measurement.

Keywords: spatial angle; metrology; measurement uncertainty; Monte Carlo method

0 引 言

冷原子喷泉钟作为时间-频率的基准装置,在秒定义、守时授时、卫星导航定位等领域发挥着重要作用。磁

光阱(magneto-optical trap, MOT)作为其最核心器件之一,采用0.955 3 rad斜入射的三维光场与一对反亥姆霍兹线圈提供的磁场组成的(1,1,1)布局,作用是制备和冷却原子,并上抛原子做喷泉运动^[1-3]。在这个过程中会将6束平行光束分别安装在MOT阱体(即磁光阱的主体

收稿日期:2020-09-22 Received Date: 2020-09-22

* 基金项目:国家自然科学基金(51935004)项目资助

结构)的6个工作面上,光束的照射方向与各面法线重合,因此要求 MOT 阱体的6个工作面中相邻面的法向量之间相互垂直,即空间夹角为 $\pi/2$,对立面的法向量之间相互平行,即空间夹角为 π ,以保证有效制备和冷却原子,且原子竖直上抛后,能够在重力的作用下通过自由落体运动沿原路落回。空间角度的实际偏差要求小于 0.2909 mrad 。

传统的平面角度计量方法^[4]已经无法满足需求,针对此类特殊零件的异面空间角度测量,现有的高精度测量方法是基于空间特征点的坐标测量,通过被测轴线上若干特征点的坐标来求解其空间夹角^[5-7],其中包括坐标测量机法^[8-9]、激光跟踪仪法^[10-11]、多经纬仪法^[12]和视觉测量法^[13-14]等,准确度最高的是坐标测量机法和激光跟踪仪法。

本文的研究对象为 MOT 阱体,因为其结构复杂,不同待测面之间会互相遮挡测量仪器的视场,激光跟踪仪法、多经纬仪法和视觉测量法受到视场被遮挡的影响,均无法直接完成对 MOT 阱体各待测面法向量的空间角度的测量。因此本文利用 MOT 阱体自身的通孔结构,将平行平晶作为标准平面,可分别引出 MOT 阱体两个平行待测面的法向量。通过使用转台作为角度发生装置,使 MOT 阱体能够整周旋转,将每个待测面的法向量都指向光学自准直经纬仪,解决了不同待测面之间相互遮挡的问题。通过使用光学自准直经纬仪可同时测量得到 MOT 阱体各待测面的水平投影角和竖直投影角。利用该测量系统的特定布局实现了直接对 MOT 阱体的异面空间角度测量,并建立其空间角度的测量不确定度评定模型,分析主要误差源引入的测量不确定度对测量系统的影响,最后与三坐标测量机法进行比对验证本文方法的准确性。

1 系统组成

空间角度测量系统由转台和光学自准直经纬仪组成,系统的坐标系模型如图1所示,光学自准直经纬仪坐标系 $o_A x_A y_A z_A$ 固连在光学自准直经纬仪上,用于测量 MOT 阱体法向量 \vec{n}_i 的水平角度 φ_{Ai} 和竖直角 θ_{Ai} 。其 $o_A x_A$ 轴与光学自准直经纬仪的光轴一致, $o_A z_A$ 轴与光学自准直经纬仪竖轴的回转轴线一致, $o_A y_A$ 轴与光学自准直经纬仪横轴的回转轴线一致。转台坐标系 $o_R x_R y_R z_R$ 固连在转台上,用于测量水平角度 φ_{Ri} ,其 $o_R x_R$ 轴和 $o_A x_A$ 轴一致, $o_R z_R$ 轴与转台的回转轴线一致, $o_R y_R$ 轴由右手定则确定。MOT 坐标系 $o_M x_M y_M z_M$ 固连在 MOT 阱体上,用于表示各面法向量 \vec{n}_i 的空间姿态关系,其 $o_M x_M$ 轴和 $o_A x_A$ 轴一致, $o_M z_M$ 轴与 $o_R z_R$ 轴一致, $o_M y_M$ 轴由右手定则确定。

该系统测量得到法向量 \vec{n}_i 的水平角 φ_{Mi} 和竖直角

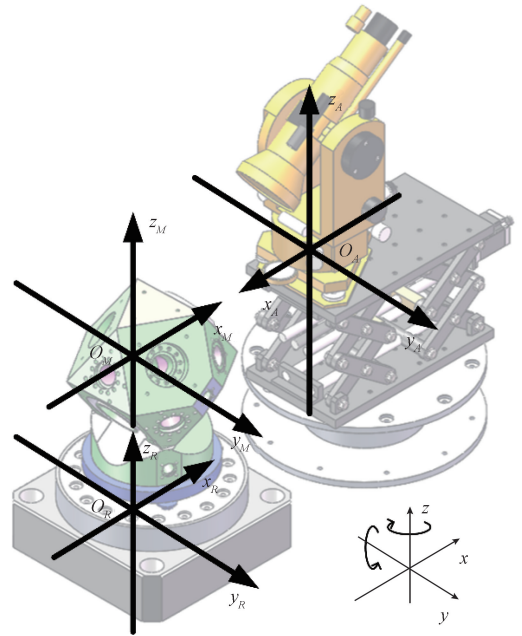


图1 空间角度测量系统坐标系模型

Fig. 1 Coordinate system model of the spatial angle measurement system

θ_{Mi} 涉及到不同仪器旋转轴的特定叠加,计算方法如式(1)所示。

$$\begin{cases} \varphi_{Mi} = \varphi_{Ri} - \varphi_{Ai} \\ \theta_{Mi} = \theta_{Ai} - 90^\circ, & i = 1, 2, 3 \\ \varphi_{Mi} = \varphi_{Ri} + 180^\circ - \varphi_{Ai} \\ \theta_{Mi} = 90^\circ - \theta_{Ai} & , i = 4, 5, 6 \end{cases} \quad (1)$$

水平角 φ_{Mi} 的测量原理如图2所示,竖直角 θ_{Mi} 的测量原理如图3所示,其中 \vec{n}_i 表示方向指向光学自准直经纬仪的法向量; $\vec{n}_{j(a)}$ 表示与 \vec{n}_i 相邻的法向量,即 $i = 1, 2, 3$; $\vec{n}_{j(b)}$ 表示与 \vec{n}_i 相位角为 π 的法向量,即 $i = 4, 5, 6$ (需要说明的是 \vec{n}_i , $\vec{n}_{j(a)}$ 和 $\vec{n}_{j(b)}$ 区别仅在于表示的是不同待测面的法向量); φ_{Ri} 表示转台的旋转角度,即法向量 \vec{n}_i 与相邻工作面法向量 $\vec{n}_{j(a)}$ 之间的水平投影角; φ_{Ai} 表示光学自准

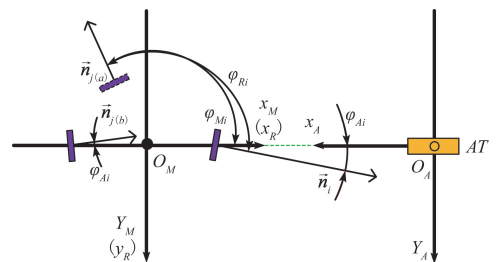


图2 法向量 \vec{n}_i 的水平角测量

Fig. 2 Horizontal angle measurement of normal vector \vec{n}_i

直经纬仪竖轴的旋转角度; θ_{A_i} 表示光学自准直经纬仪竖轴的旋转角度。

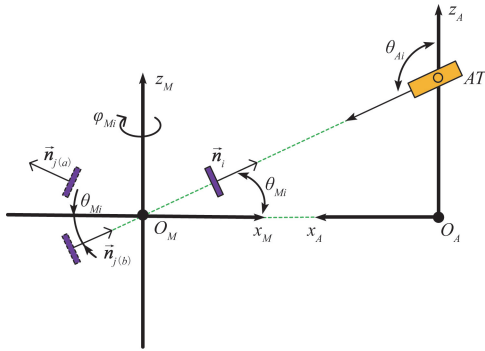


图 3 法向量 \vec{n}_i 的竖直角测量

Fig. 3 Vertical angle measurement of normal vector \vec{n}_i

2 测量原理

在第 1 节中,将 MOT 阱体单个待测面法向量 \vec{n}_i 的空间角度有效的划分成水平投影角 φ_{M_i} 和竖直投影角 θ_{M_i} 两个平面角度进行测量,如图 4 所示。

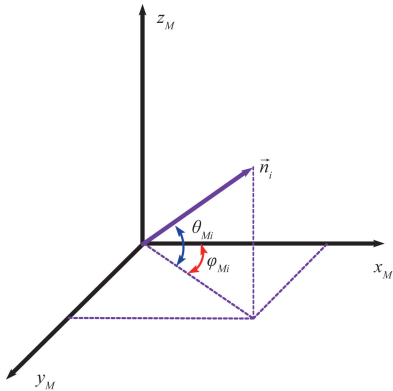


图 4 法向量 \vec{n}_i 的空间角度组成

Fig. 4 Spatial angle composition of normal vector \vec{n}_i

各面法向量 \vec{n}_i 相对于 MOT 坐标系 $o_M x_M y_M z_M$ 的姿态变化可认为是 $o_M x_M$ 轴先绕 $o_M z_M$ 轴旋转角度 φ_{M_i} ,再绕 $o_M y_M$ 轴旋转角度 θ_{M_i} ,如式(2)所示。

$$\vec{n}_i = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{M_i}) \times \cos(\theta_{M_i}) & -\sin(\varphi_{M_i}) & -\cos(\varphi_{M_i}) \times \sin(\theta_{M_i}) \\ \sin(\varphi_{M_i}) \times \cos(\theta_{M_i}) & \cos(\varphi_{M_i}) & -\sin(\varphi_{M_i}) \times \sin(\theta_{M_i}) \\ \sin(\theta_{M_i}) & 0 & \cos(\theta_{M_i}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{M_i}) \times \cos(\theta_{M_i}) \\ \sin(\varphi_{M_i}) \times \cos(\theta_{M_i}) \\ \sin(\theta_{M_i}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

因为在各面法向量 \vec{n}_i 之间的空间角度关系模型中只考虑各法向量的空间角度关系,所以根据无穷远相交原理,将该模型简化为如图 5 所示。

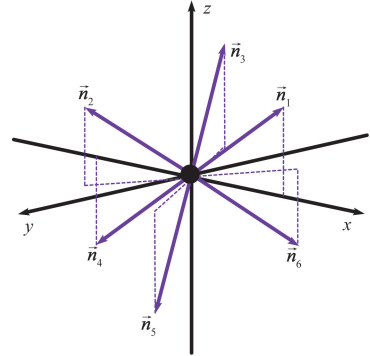


图 5 法向量 \vec{n}_i 之间的空间角度关系示意图

Fig. 5 Schematic diagram of spatial angle relationship between normal vectors \vec{n}_i

从而得到法向量 \vec{n}_i 和 \vec{n}_j 的空间角度 γ_{ij} ,如式(3)所示。

$$\gamma_{ij} = \arccos\left(\frac{\vec{n}_i \cdot \vec{n}_j}{\|\vec{n}_i\| \times \|\vec{n}_j\|}\right) \quad (3)$$

其中,法向量 \vec{n}_i 和 \vec{n}_j 都表示被测面法向量, i 和 j 仅被用于区分不同被测面的法向量。

3 测量不确定度模型

在该测量系统用于实际测量时,由于坐标系 $o_R x_R y_R z_R$ 和坐标系 $o_A x_A y_A z_A$ 均不是严格的正交坐标系,会导致 MOT 阱体法向量间的空间夹角测量结果产生不确定性。在测量系统搭建过程中通过水平仪将 MOT 阱体和光学自准直经纬仪精确调整至水平状态,因此忽略转台竖轴铅锤度和光学自准直仪竖轴的铅垂度引入的测量不确定度;通过电感测微仪使 MOT 阱体与转台回转轴线同轴度保持在 $5 \mu\text{m}$ 以内,因此忽略 MOT 阱体因不同轴安装误差引入的测量不确定度;主要考虑转台倾角回转误差、光学自准直经纬仪横轴竖轴垂直度、视准轴和横轴垂直度引入不确定度和系统随机误差引入不确定度。并基于此建立蒙特卡洛法不确定度评定的数学模型。

3.1 转台倾角回转误差引入不确定度

理想情况下,作为角度发生装置的转台绕 $o_R z_R$ 轴旋转,但因为转台倾角回转误差的影响,转台的实际旋转轴是 $o_R z_R$ 轴先绕 $o_R x_R$ 轴旋转小角度 θ_x ,再绕 $o_R y_R$ 轴旋转小角度 θ_y 后形成的旋转轴,如式(4)所示,通过先将实际旋

转轴绕 $o_R x_R$ 轴旋转小角度 θ_x , 绕 $o_R y_R$ 轴旋转小角度 θ_y 后回到理想位置, 再旋转角度 φ_{Ri} , 最后绕 $o_R x_R$ 轴和 $o_R y_R$ 轴旋转小角度 θ_x, θ_y 绕后回到实际位置, 进而得到实际情况下转台实际旋转的角度。倾角回转误差可使用平面镜和自准直仪进行校准, 因其引入测量不确定度的影响, 转台的旋转矩阵存在变化量 $rot(x, \theta_x) \times rot(y, \theta_y)$ 。

$$C_{U1} = rot(y, \theta_y) \times rot(x, \theta_x) \times rot(z, \varphi_{Ri}) \times rot(x, \theta_x) \times rot(y, \theta_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\theta_y \\ 0 & 1 & \theta_x \\ \theta_y & -\theta_x & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{Ri}) & -\sin(\varphi_{Ri}) & 0 \\ \sin(\varphi_{Ri}) & \cos(\varphi_{Ri}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_y \\ 0 & 1 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, 转台倾角回转误差优于 0.0023 mrad , θ_x 为转台倾角回转误差在 x 轴上的分量, θ_y 为转台倾角回转误差在 y 轴上的分量, $\theta_x = 0.0015 \text{ mrad}$, $\theta_y = 0.0015 \text{ mrad}$, C_{U1} 服从均匀分布。

3.2 光学自准直经纬仪横轴与竖轴垂直度

理想情况下, 光学自准直经纬仪横轴 $o_A y_A$ 与竖轴 $o_A z_A$ 相互垂直, 但因为横轴与竖轴垂直度的影响, 实际的横轴是轴 $o_A y_A$ 绕轴 $o_A x_A$ 旋转小角度 θ_{v1} 后的轴线。横轴与竖轴的垂直度可使用高低点法借助光学自准直经纬仪读数进行检定^[15], 因其引入测量不确定度的影响, 自准直经纬仪竖直角读数存在变化量 $rot(x, \theta_{v1})$ 。

$$C_{U2} = rot(z, \varphi_{Ai}) \times rot(x, \theta_{v1}) \times rot(y, \theta_{Ai}) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{Ai}) & -\sin(\varphi_{Ai}) & 0 \\ \sin(\varphi_{Ai}) & \cos(\varphi_{Ai}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\theta_{v1} \\ 0 & \theta_{v1} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Ai}) & 0 & -\sin(\theta_{Ai}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_{Ai}) & 0 & \cos(\theta_{Ai}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, φ_{Ai} 为光学自准直经纬仪的对准误差, θ_{v1} 为横轴和竖轴的轴线垂直度, $\theta_{v1} = 0.0727 \text{ mrad}$, C_{U2} 服从均匀分布。

3.3 光学自准直经纬仪视准轴与横轴垂直度

理想情况下, 光学自准直经纬仪视准轴 $o_A x_A$ 与横轴 $o_A y_A$ 相互垂直, 但因为视准轴与横轴垂直度的影响, 实际的视准轴是轴 $o_A x_A$ 绕轴 $o_A z_A$ 旋转小角度 φ_{v2} 后的轴线, 如式(6)所示。视准轴与横轴的轴线垂直度可使用多齿分度台法进行检定, 因其引入测量不确定度的影响, 视准轴在瞄准时存在变化量 $rot(z, \varphi_{v2})$ 。

$$C_{U3} = C_{U2} \times rot(z, \varphi_{v2}) = C_{U2} \times \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{v2} & 0 \\ \varphi_{v2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, C_{U2} 在 3.2 节中给出, φ_{v2} 为视准轴与横轴垂直度, $\varphi_{v2} = 0.0388 \text{ mrad}$, C_{U3} 服从均匀分布。

3.4 随机测量误差

随机测量误差中包含转台重复性, 光学自准直经纬仪的竖轴和横轴测角重复性等随机误差影响, 因其引入测量不确定度产生的影响, 水平角和竖直角测量结果分别存在变化量 σ_v 和 σ_h , 如式(7)所示。

$$\begin{cases} \varphi'_{Mi} = \varphi'_{Ri} - \varphi'_{Ai} - \sigma_v \\ \theta'_{Mi} = \theta'_{Ai} - 90^\circ + \sigma_h, & i = 1, 2, 3 \\ \varphi'_{Mi} = \varphi'_{Ri} + 180^\circ - \varphi'_{Ai} - \sigma_v \\ \theta'_{Mi} = 90^\circ - \theta'_{Ai} - \sigma_h, & i = 4, 5, 6 \end{cases} \quad (7)$$

根据姿态矩阵的几何意义可知, φ'_{Ri} 对应式(4)中 M_{11} , θ'_{Ai} 对应式(6)中 m_{11} , 易得式(8)。随机测量误差通过测量系统的测角重复性指标给出, 实验评定测量系统的水平角测角重复性为 0.0533 mrad , 即 $\sigma_v = 0.0533 \text{ mrad}$, 竖直角测角重复性为 0.0679 mrad , 即 $\sigma_h = 0.0679 \text{ mrad}$, 因此可设 σ_v 服从正态分布 $N(0, 0.0533 \text{ mrad})$, σ_h 服从正态分布 $N(0, 0.0679 \text{ mrad})$ 。

$$\begin{cases} \varphi'_{Ri} = \arccos(\cos(\varphi_{Ri}) + (\theta_y)^2) \\ \theta'_{Ai} = \arccos(\cos(\varphi_{Ai}) \times \cos(\theta_{v1}) + \theta_{v1} \times \sin(\varphi_{Ai}) \times \sin(\theta_{v1}) - \theta_{v2} \times \sin(\varphi_{Ai})) \end{cases} \quad (8)$$

3.5 不确定度评定模型

综上所述, \vec{n}'_i 表示考虑转台倾角回转误差、光学自准直经纬仪横轴与竖轴垂直度、视准轴与横轴垂直度和系统随机误差引入的不确定度后法向量的姿态矩阵, 如式(9)所示。

$$\vec{n}'_i = \begin{bmatrix} \cos(\varphi'_{Mi}) \times \cos(\theta'_{Mi}) & -\sin(\varphi'_{Mi}) & -\cos(\varphi'_{Mi}) \times \sin(\theta'_{Mi}) \\ \sin(\varphi'_{Mi}) \times \cos(\theta'_{Mi}) & \cos(\varphi'_{Mi}) & -\sin(\varphi'_{Mi}) \times \sin(\theta'_{Mi}) \\ \sin(\theta'_{Mi}) & 0 & \cos(\theta'_{Mi}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi'_{Mi}) \times \cos(\theta'_{Mi}) \\ \sin(\varphi'_{Mi}) \times \cos(\theta'_{Mi}) \\ \sin(\theta'_{Mi}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

法向量 \vec{n}'_i 和 \vec{n}'_j 的空间角度 γ'_{ij} , 如式(10)所示。

$$\gamma'_{ij} = \arccos\left(\frac{\vec{n}'_i \cdot \vec{n}'_j}{\|\vec{n}'_i\| \times \|\vec{n}'_j\|}\right) \quad (10)$$

其中, 法向量 \vec{n}'_i 和 \vec{n}'_j 都表示被测面法向量, i 和 j 仅被用于区分不同被测面的法向量。

4 不确定度评定结果分析

使用蒙特卡洛法对空间角度测量系统进行不确定度评估,可有效解决不确定度评估模型的非线性和误差来源复杂等问题,同时避免 GUM 法求解灵敏系数困难的问题^[16-20]。将样本数量设置为 10^6 ,通过使用特定的测量值得到各项输入量的不确定度分量,如表 1 所示。

表 1 测量不确定度汇总

Table 1 Summary of measurement uncertainty

| 输入量 X_i | 误差来源 | 误差值 /mrad | 分布 类型 | 不确定度分量 $u_i(y)$ /mrad |
|--------------------------------------|-----------------|--------------|----------|--------------------------|
| θ_x | 倾角回转误差 x 方向分量 | 0.001 5 | 均匀分布 | $7.223 7 \times 10^{-9}$ |
| θ_y | 倾角回转误差 y 方向分量 | 0.001 5 | 均匀分布 | $7.708 5 \times 10^{-9}$ |
| θ_{e1} | 横轴与竖轴垂直度 | 0.072 7 | 均匀分布 | $5.236 0 \times 10^{-7}$ |
| θ_{e2} | 视准轴与横轴垂直度 | 0.038 8 | 均匀分布 | $2.259 2 \times 10^{-7}$ |
| σ_v | 水平角随机测量误差 | 0.053 3 | 正态分布 | $7.126 8 \times 10^{-9}$ |
| σ_h | 竖直角随机测量误差 | 0.067 9 | 正态分布 | 0.095 9 |
| 合成不确定度: $u_c = 0.095 9$ mrad | | | | |
| 扩展不确定度: $U = 0.191 8$ mrad ($k=2$) | | | | |

当被测空间角度为 $\pi/2$ 时,空间角度测量系统的测量不确定度为 0.095 9 mrad,95%的置信区间为[1.570 3 rad, 1.571 3 rad]。测量结果分布如图 6 所示,测量不确定度评定结果小于 MOT 阱体待测面法向量的空间角度最大允许误差的 1/3,可认为空间角度测量系统的测量不确定度对符合性评定的影响可以忽略不计。

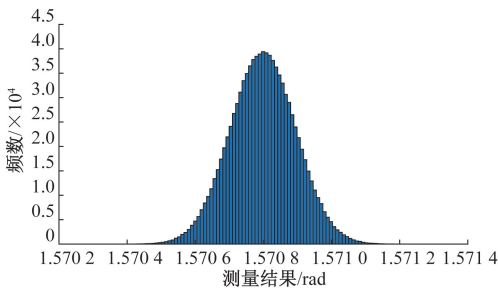


图 6 $\pi/2$ 的测量结果分布

Fig. 6 Distribution of measurement results of $\pi/2$

5 实验验证

5.1 校准实验

校准流程中法向量的投影角测量方法如图 2 和 3 所示,使用计量标准器如表 2 所示,具体步骤如下。

1) 转台在 0 位置时,即 $\varphi_{R1} = \varphi_{R4} = 0$, MOT 阱体待测面法向量 \vec{n}_1 正对光学自准直经纬仪,通过平行平晶作为标准平面将 \vec{n}_1 引出。

2) 旋转光学自准直经纬仪竖轴和横轴,使其视准轴对准平行平晶,且十字刻划线居中,光学自准直经纬仪测得 \vec{n}_1 的水平角 φ_{Ai} 和竖直角 θ_{Ai} 。

3) 将平行平晶贴放在相位角为 π_2 的待测面上引出其法向量 \vec{n}_4 (即图 2 和 3 中的 $\vec{n}_{j(b)}$),重复步骤 2),光学自准直经纬仪测得 $\vec{n}_{j(b)}$ 的水平角 φ_{Ai} 和竖直角 θ_{Ai} ;

4) 转台旋转到 $2\pi/3$ 位置,即 $\varphi_{R2} = \varphi_{R5} = 2\pi/3$,使法向量 \vec{n}_2 和 \vec{n}_5 (即图 2 和 3 中的 $\vec{n}_{j(a)}$ 和 $\vec{n}_{j(b)}$) 正对光学自准直经纬仪,通过平行平晶作为标准平面将其引出,重复步骤 2) 和 3)。

5) 转台旋转到 $4\pi/3$ 位置,即 $\varphi_{R3} = \varphi_{R6} = 4\pi/3$,使法向量 \vec{n}_3 和 \vec{n}_6 正对光学自准直经纬仪,通过平行平晶作为标准平面将其引出,重复步骤 2) 和 3)。

表 2 计量仪器技术指标

Table 2 Technical indexes of measuring instruments

| 序号 | 仪器名称 | 型号 | 测量范围 | 最大允许误差 |
|----|----------|-----------------------|---------------|--|
| 1 | 转台 | Aerotech-ABRS300MP-E1 | $0 \sim 2\pi$ | $\pm 7.859 5 \times 10^{-5}$ mrad |
| 2 | 光学自准直经纬仪 | BOIF-TDJ2Z | $0 \sim 2\pi$ | 竖盘指标差: $\pm 0.077 6$ mrad |
| 3 | 平行平晶 | - | - | 平面度: $\lambda/5$; 平行度:0.004 8 mrad |

实验过程中温度为 $20 \pm 0.5^\circ\text{C}$,湿度为 30% ~ 75%,无显著气流扰动和振动影响。测试系统如图 7 所示。

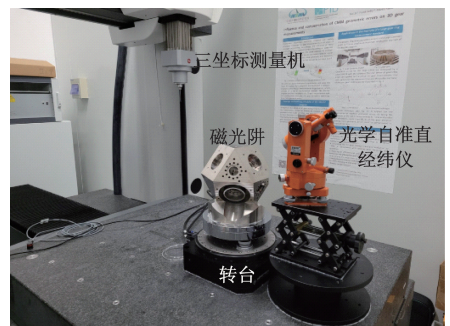


图 7 测试系统

Fig. 7 Test system

各待测面法向量空间角度如表 3 所示,单位为 rad。各待测面法向量空间角度偏差如图 8 所示,空间角度偏差

最大值为 0.286 0 mrad,保证了 MOT 阱体各工作面法向量间 \vec{n}_i 的空间角度为 $\pi/2$,实际偏差小于 0.290 9 mrad,使原子在磁光阱中能够有效制备、冷却和完成喷泉运动。

表 3 法向量 \vec{n}_i 和 \vec{n}_j 的空间角度

Table 3 Spatial angle of normal vectors \vec{n}_i and \vec{n}_j

| \vec{n}_i | \vec{n}_j | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | \vec{n}_1 | \vec{n}_2 | \vec{n}_3 | \vec{n}_4 | \vec{n}_5 | \vec{n}_6 |
| \vec{n}_1 | 0 | 1.570 9 | 1.570 6 | 3.141 5 | 1.570 8 | 1.570 8 |
| \vec{n}_2 | 1.570 9 | 0 | 1.571 1 | 1.570 8 | 3.141 5 | 1.570 6 |
| \vec{n}_3 | 1.570 6 | 1.571 1 | 0 | 1.571 1 | 1.570 5 | 3.141 4 |
| \vec{n}_4 | 3.141 5 | 1.570 8 | 1.571 1 | 0 | 1.570 7 | 1.570 7 |
| \vec{n}_5 | 1.570 8 | 3.141 5 | 1.570 5 | 1.570 7 | 0 | 1.571 0 |
| \vec{n}_6 | 1.570 8 | 1.570 6 | 3.141 4 | 1.570 7 | 1.571 0 | 0 |

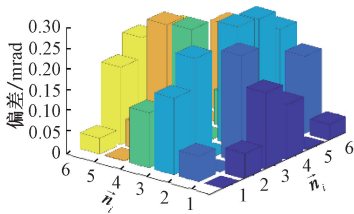


图 8 法向量 \vec{n}_i 和 \vec{n}_j 的空间角度偏差

Fig. 8 Spatial angle deviation of normal vector \vec{n}_i and \vec{n}_j

5.2 与三坐标测量机验证结果比对

为了进一步验证本文方法的有效性,将本文方法与三坐标测量机法测得 $\pi/2$ 空间夹角的测量结果进行比对,实验所用三坐标测量机的空间探测误差为 $\pm(0.6+L/800)\mu\text{m}$,通过在 MOT 阱体的每个待测面上连续测量 16 个点,拟合得到各面法向量之间的空间角度,在该过程中三坐标测量机的角度测量不确定度优于 $\pm 0.003 9$ mrad。二者的测量结果比对如图 9 所示,AT 表示本文方法测得结果,以空心圆表示,CMM 表示三坐标测量机测得结果,以实心圆表示,二者的测量不确定度大小以误差棒的长度表示。

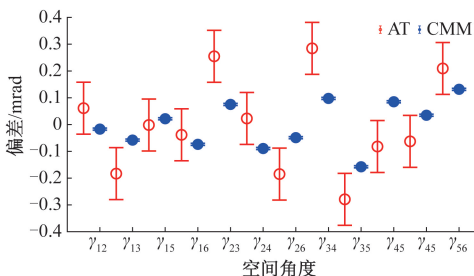


图 9 两种方法测量结果比对

Fig. 9 Comparison of measurement results of two methods

其中有 5 组空间角度测量结果一致性良好,剩余的 7 组空间角度测量结果中,两种方法测得结果最大相差 0.184 2 mrad。原因是 MOT 阱体的待测面平面度加工指标为 $\pm 0.145 4$ mrad,使用平行平晶作为标准平面引出 MOT 阱体待测面的法向量和通过坐标测量机测得点云拟合得到的法向量受到待测面平面度的影响,二者在测量时因获取到平面有偏差,导致测量结果存在差异,若将 MOT 阱体的平面度考虑其中,则二种方法的一致性良好。

6 结 论

本文中的空间角度测量系统利用转台和光学自准直经纬仪的特定布局测量异面法向量的空间角度,巧妙地通过平行平晶将待测面的法向量引出,直接得到法向量的水平投影角度和竖直投影角度,并建立了空间角度测量系统的蒙特卡洛法不确定测量模型,分析得到该系统测量空间角度的不确定度为 0.095 9 mrad,测得 MOT 阱体各面法向量之间的空间角度偏差最大值为 0.286 0 mrad,能够满足各面法向量之间的空间角度偏差小于 0.290 9 mrad 的技术指标要求。在与三坐标测量机测量结果比对时,受限于 MOT 阱体待测面 $\pm 0.145 4$ mrad 的平面度加工指标,其中测量结果最大相差 0.184 2 mrad,将 MOT 阱体的平面度考虑其中,则两种方法的一致性良好。

本文提供了一种针对 MOT 阱体的空间异面角度的计量的方法,该方法具备如下优点:

1) 该方法与 MOT 阱体的实际使用方式接近,能够全面地反映出 MOT 阱体各面法向量的实际指向,为平行光束在 MOT 阱体各工作面上的安装和日常使用提供参考。

2) 该方法可以同时测量得到水平投影角和竖直投影角。相较于传统的平面角度计量方法,能够准确的反映被测对象带测面法向量的空间姿态。

3) 该方法与通过空间坐标点转化得到空间角度的高精度测量方法相比,可以直接得到角度量,保证了角度量的可溯源性。并且有着操作简单,携带方便,不需要提前布设测量站点和标定的特点,适用于现场快速测量。

参考文献

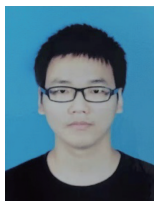
- [1] 李天初. NIM 铯原子喷泉实现 MOT-OM 原子云并冷却到 10 μK [J]. 计量学报, 2001, 22(3):239-240.
LI T CH. The NIM cesium atom fountain realizes the MOT-OM atom cloud and cools it to 10 μK [J]. Acta Metrology, 2001, 22(3):239-240.
- [2] 陈伟亮, 刘年丰, 林平卫, 等. 磁光阱装置及其制造方

- 法:CN102749708A[P]. 2012-10-24.
- CHEN W L, LIU N F, LIN P W, et al. Magneto-optical trap device and its manufacturing method: CN102749708A[P]. 2012-10-24.
- [3] FANG F, LI M S, LIN P W, et al. NIM5 Cs fountain clock and its evaluation [J]. *Metrologia*, 2015, DOI: 10.1088/10026-1394/52141454.
- [4] 裘祖荣, 尤悦, 路遥环, 等. 精密减速器检测仪自动标定系统设计 [J]. *仪表技术与传感器*, 2020(10): 47-51, 88.
- QIU Z R, YOU Y, LU Y H, et al. Design of automatic calibration system for precision reducer detector [J]. *Instrument Technology and Sensor*, 2020(10): 47-51, 88.
- [5] 吴浩, 张勇, 王伟明, 等. 大间距空间角度测量技术进展及分析 [J]. *激光与红外*, 2018, 48(2): 234-241.
- WU H, ZHANG Y, WANG W M, et al. Progress and analysis of large space angle measurement technology [J]. *Laser and Infrared*, 2018, 48(2): 234-241.
- [6] 李明, 于冀平. 几何量工业测量的现状与发展 [J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(12): 2959-2971.
- LI M, YU J P. Current situation and development of geometric industrial measurement [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(12): 2959-2971.
- [7] 陈志斌, 肖文健, 马东玺, 等. 大尺寸空间角测量技术进展及其分析 [J]. *应用光学*, 2016, 37(3): 407-414.
- CHEN ZH B, XIAO W J, MA D X, et al. Progress and analysis of large-scale space angle measurement technology [J]. *Applied Optics*, 2016, 37(3): 407-414.
- [8] LIN H, KELLER F, STEIN M. Influence and compensation of CMM geometric errors on 3D gear measurements [J]. *Measurement*, 2019, 151(2): 107110.
- [9] 秦海濛, 林虎, 薛梓, 等. 激光跟踪干涉仪在坐标测量机检测中的应用 [J]. *计量学报*, 2019, 40(S1): 1-7.
- QIN H M, LIN H, XUE Z, et al. Application of laser tracking interferometer in CMM detection [J]. *Journal of Metrology*, 2019, 40(S1): 1-7.
- [10] MIAO D J, WANG G L, LI J S, et al. An improved self-calibration algorithm for multilateration coordinates measuring system [C]. *International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies (AOMATT)*, 2016: 96840P.
- [11] 缪东晶, 孙威, 李建双, 等. 测站数量对多边法坐标测量系统测量精度的影响 [J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(7): 38-44.
- MIAO D J, SUN W, LI J SH, et al. Influence of the number of measuring stations on the measurement accuracy of multilateral coordinate measurement system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(7): 38-44.
- [12] 任顺清, 陈海兵, 赵洪波. 用经纬仪测量大尺寸三维导轨垂直度的方法 [J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(1): 188-193.
- REN SH Q, CHEN H B, ZHAO H B. Method of measuring the verticality of large-size three-dimensional guide rail with theodolite [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(1): 188-193.
- [13] 吴雷, 孙永荣, 李旺灵, 等. 自主空中加油单目视觉导航误差影响因素研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2018, 32(11): 132-138.
- WU L, SUN Y R, LI W L, et al. Study on influencing factors of monocular visual navigation error of autonomous aerial refueling [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2018, 32(11): 132-138.
- [14] 王宪, 谭建平, 陈国强, 等. 基于主动视觉的测量装置精度校准方法 [J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2014, 45(4): 1071-1076.
- WANG X, TAN J P, CHEN G Q, et al. Accuracy calibration method of measuring device based on active vision [J]. *Journal of Central South University (Natural Science Edition)*, 2014, 45(4): 1071-1076.
- [15] 冯颖, 段莹, 吴学文, 等. 经纬仪横轴与竖轴垂直度的测量不确定度 [J]. *测绘技术装备*, 2014, 16(1): 87-89, 35.
- FENG Y, DUAN Y, WU X W, et al. Measurement uncertainty of perpendicularity of horizontal and vertical axes of theodolite [J]. *Surveying and Mapping Technical Equipment*, 2014, 16(1): 87-89, 35.
- [16] 王汉斌, 黄垚, 薛梓, 等. 激光小角度基准测量不确定度评定 [J]. *计量学报*, 2019, 40(6): 970-974.
- WANG H B, HUANG Y, XUE Z, et al. Uncertainty evaluation of laser small angle benchmark measurement [J].

- Journal of Metrology, 2019, 40(6):970-974.
- [17] 孙威, 缪东晶, 李建双, 等. 系统参数标定过程对多
边坐标测量系统测量不确定度的影响[J]. 仪器仪表
学报, 2020, 41(11): 50-57.
- SUN W, MIAO D J, LI J SH, et al. Influence of system
parameter calibration process on measurement uncertainty
of multilateral coordinate measurement system [J].
Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(11):
50-57.
- [18] 魏明明. 蒙特卡洛法与 GUM 评定测量不确定度对比
分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(11):
17-25.
- WEI M M. Comparative analysis of measurement
uncertainty evaluation by Monte Carlo method and gum[J].
Journal of Electronic Measurement and Instrumentation,
2018, 32(11): 17-25.
- [19] HUANG Y, XUE Z, HUANG M, et al. The NIM
continuous full circle angle standard[J]. Measurement
Science & Technology, 2018, 29(7): 74013.
- [20] 刘园园, 杨健, 赵希勇, 等. GUM 法和 MCM 法评定
测量不确定度对比分析[J]. 计量学报, 2018,
39(1): 135-139.

LIU Y Y, YANG J, ZHAO X Y, et al. Comparative
analysis of measurement uncertainty evaluated by gum
method and MCM method [J]. Journal of Metrology,
2018, 39(1):135-139.

作者简介



朱进, 2019 年于东华理工大学长江学院
获得学士学位, 现为中国计量大学硕士研究
生, 主要研究方向为角度计量。

E-mail: 1067940964@qq.com

Zhu Jin received his B.Sc. degree from
East China Institute of Technology, Yangtze River College in
2019. He is currently pursuing his master degree at China Jiliang
University. His main research direction is angular metrology.



黄焱 (通信作者), 中国计量科学研究院
高级工程师, 主要研究方向为角度计量。

E-mail: huangyao@nim.ac.cn

Huang Yao (Corresponding author) is a
senior engineer at National Institute of
Metrology, China. His main research direction is angular
metrology.