

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107681

基于置信度传播的变分自适应协同导航方法*

陈红梅¹, 王慧娟¹, 张会娟¹, 吴才章¹, 张提升²

(1. 河南工业大学电气工程学院 郑州 450001; 2. 武汉大学 武汉 430000)

摘要:协同导航过程中先验信息的准确性是保证协同导航系统精度和可靠性的重要关键因素。针对协同导航系统在复杂环境下会因外界干扰产生未知且时变噪声问题,提出一种基于置信度传播的变分自适应协同导航方法(SWSP)。首先以置信度传播(SPBP)协同导航贝叶斯框架为基础,完成基于置信传播机制的前向滤波;随后通过IW处理过程噪声和量测噪声作为贝叶斯估计的先验信息;进而利用前向滤波值构造滑动窗口对噪声进行平滑估计,从而解决因噪声时变而造成的协同导航系统滤波精度下降问题。仿真结果表明:当噪声时变时,进行平滑操作的SWSP算法与未进行平滑操作的SPBP算法相比,位置误差降低了90%,精度更接近于最优opt SPBP算法。

关键词:协同导航;置信度传播;自适应卡尔曼滤波;滑动窗口;时变噪声

中图分类号: TP391.4 TH39 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 520.60

A variational adaptive cooperative navigation method based on belief propagation

Chen Hongmei¹, Wang Huijuan¹, Zhang Huijuan¹, Wu Caizhang¹, Zhang Tisheng²

(1. School of Electrical Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China;

2. Wuhan University, Wuhan 430000, China)

Abstract: The accuracy of prior information is a key element to ensure accuracy and reliability of the collaborative navigation system. The unknown and time-varying noise will be generated by external disturbances in a complex environment. To address this issue, a variational adaptive cooperative navigation method based on belief propagation is proposed. Firstly, based on the basic model of sigma point belief propagation (SPBP) cooperative navigation, the forward filtering process of cooperative navigation based on the confidence propagation mechanism is completed. The process noise and measurement noise are treated as the prior information of Bayesian estimation by IW (Inverse-Wishart). Then, the forward filtering value is used to establish a sliding window to smooth the noise variable to solve the filtering accuracy decline caused by the time variation of noise. Compared with that of the SPBP algorithm without smoothing operation, simulation results show that the position error of the slide window variational adaptive sigma point-belief propagation (SWSP) algorithm with smoothing operation is reduced by 90% due to the noise time-varying. The accuracy is much close to that of the opt SPBP algorithm.

Keywords: cooperative navigation; sigma point belief propagation; adaptive Kalman filtering; sliding window; the time-varying noise

0 引言

在现代生活中,不管是外出旅行时软件“问”路,亦或是现在经常可以看到的无人机表演秀,又或者是执

行水下潜艇水下勘测、发射洲际导弹等任务,导航都在这些场景中发挥着关键性的作用。随着科技的不断创新,导航技术也在不断发展。导航方式由最初的单个传感器导航转变为多传感器组合导航,然后过渡到了现在广泛应用于军事^[1]、民用^[2]、科研^[3]等多方面,应用多个平台

收稿日期:2021-03-29 Received Date: 2021-03-29

* 基金项目:国家自然科学基金(U1804161,61901431,51805148,41974024)、国家重点研发计划(2020YFB0505803)、中国博士后科学基金(2020T130625)、河南省科学技术协会基金(HNKJK-2021-23C)、河南工业大学创新基金支持计划专项(2020ZKJC31)、河南工业大学青年骨干教师培育计划资助项目、河南省科学技术协会基金(HNKJK-2020-42C)豫工信联产融(2020-411051-64-03-113926)项目资助。

进行导航的方式,也就是协同导航(cooperative navigation)阶段^[4]。

现在常见的协同导航系统大多应用捷联惯导系统(strap-down inertial navigation system, SINS)、全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)及超宽带(ultra wide band, UWB)等技术,利用导航平台间的无线链路通信测距,通过多传感器的信息交互,获得高于单一的绝对导航和相对导航精度,更有利于整个网络协同作业,从而提高整体导航系统的准确性与可靠性^[5]。但由于协同导航要完成多个平台之间的联系,故如何实现系统平台之间的有效通信与获得准确的导航数据至关重要。

伴随协同导航系统在实际应用场景的不断扩展,导航平台所处的环境也随之更加复杂多变,系统受到的干扰因素也不胜枚举。如无人水下潜航器(unmanned underwater vehicle, UUV)在所处的水下环境会受到未知洋流和水介质等因素的影响^[6];小型无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)在城市空间密集区执行任务时,面对复杂低空环境可能会掉落砸伤车辆甚至伤及人群,从而造成事故^[7]。因此如何有效解决复杂环境下系统受到外界干扰时的导航任务是急需解决的问题。

干扰影响常常带来不准确噪声问题^[8],也就是使得协同导航滤波过程中的噪声协方差矩阵具有时变性。现在针对协同导航系统存在的时变噪声问题已有很多学者提出了相关的解决方案。比如北京航空航天大学的鲁平等^[9]设计了一种改进的 Sage-Husa 自适应滤波方法,该方法可以通过滤波的状态确定量测噪声协方差矩阵的值,在线估计噪声的统计特性从而实现自适应滤波。曹梦龙等^[10]针对自主式水下机器人采用一种基于虚拟噪声补偿技术的 EKF 算法,该方法可以把未知模型误差归入到虚拟噪声中去,运用噪声统计估值器在线估计噪声统计,有效提高了非线性滤波性能。但是上述两种方法都采用提前设置固定的预设值来进行滤波过程的解算,实现的导航精度有限。

以上自适应卡尔曼滤波(adaptive Kalman filter, AKF)是解决上述问题最常用的方法,可以在线估计系统噪声和量测噪声^[11],但是对于复杂系统噪声,滤波器估计精度较差。基于变分贝叶斯的自适应滤波器通过学习估计误差协方差的一步预测矩阵和量测噪声矩阵进行滤波,但是该方法很大程度上依赖初始系统噪声统计特性,估计效果有待考证^[12]。哈尔滨工程大学黄玉龙等^[13]提出的一种基于变分贝叶斯的自适应卡尔曼滤波器(slide window variational adaptive Kalman filter, SWVAKF)能够有效地处理不准确的过程和量测噪声协方差矩阵,利用前向滤波器和后验平滑滤波器在线估计系统的噪声协方差矩阵,通过窗口内的状态向量的后验分布滑动逼近,采用变分贝叶斯

方法将噪声协方差矩阵的后验分布解析为 Wishart 逆分布,能获得较好的估计精度^[13]。但是该滤波器只是集中式滤波器,无法直接用于大规模分布式系统。

针对大规模的协同导航系统,本文提出了一种针对复杂环境的基于置信度传播的变分自适应协同导航方法,本文设计了一种滑动窗口机制的变分贝叶斯自适应滤波算法,这里称为基于置信度传播的滑动窗自适应采样积分器(slide window variational adaptive sigma point-belief propagation, SWSP)。首先结合 Meyer 等^[14]提出的前向滤波(sigma point belief propagation, SPBP)算法近似的执行贝叶斯推理所需要的后验密度估计,完成多个导航平台间的前向滤波。通过构建滑动窗口来对前向滤波得到的导航状态和协方差信息进行近似处理,结合更新后数据利用平滑方法处理协同量测数据,随后对协同量测数据的实时统计情况自适应调整滑动窗,实现对系统噪声和量测噪声的估计,解决噪声时变问题,最终完成噪声不确定的协同导航任务。

1 协同导航基本模型

协同导航是将多个导航平台进行组网,综合利用导航终端本身传感器数据信息以及终端间通信获得的其他相邻终端传感器数据信息,实现导航平台之间进行信息交互^[15]。本文设计协同导航系统通信模型如图 1 所示,其中运动的导航平台表示网络中可移动的标签,它能够接收外界导航信息的同时并能发送自身导航信息,与相邻友平台进行信息交互;也可以借助基站进行协同导航^[16]。

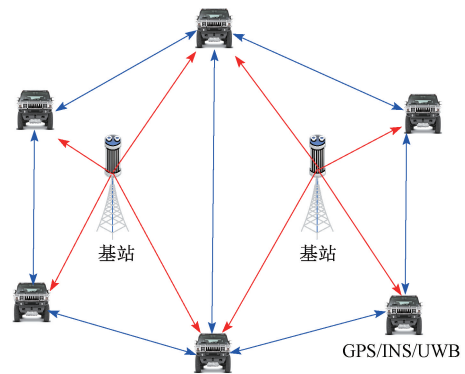


图 1 协同导航物理通信模型

Fig. 1 Physical communication model of cooperative navigation

其中,网络中每个导航平台的状态相对其他导航平台状态独立。假设状态向量 $\mathbf{x}_k^i \in \mathbb{R}^n$, 协同导航系统的滤波模型状态方程为:

$$\mathbf{x}_k^i = f(\mathbf{x}_{k-1}^i, \mathbf{w}_{k-1}^i) \quad (1)$$

式中: \mathbf{x}_k^i 为 n 维的状态向量,上角标 i 表示导航平台(标

签)的编号,下角标 k 表示 $k = \{1, 2, 3, \dots\}$ 为时间序列; \mathbf{w}_{k-1}^i 为 $k-1$ 时刻到 k 时刻的过程噪声,相对于导航平台状态独立,若服从高斯分布统计,则均值为0,协方差矩阵为 \mathbf{Q}_k^i ; $f_{k-1}(\cdot)$ 为 $k-1$ 时刻到 k 时刻的状态传递函数。若系统为线性关系,则 $\mathbf{x}_k^i = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}^i + \mathbf{w}_{k-1}^i$, 其中 \mathbf{F}_{k-1} 为线性系统的传递矩阵。

假设量测向量 $\mathbf{z}_k^i \in \mathbb{R}^n$, 协同导航系统的量测模型为:

$$\mathbf{z}_k^{i,m} = h_k(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{x}_k^m) + v_k^{i,m} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{z}_k^{i,m}$ 为导航平台 i 对导航平台 m 的量测; $h_k(\cdot)$ 为 k 时刻的非线性量测函数; $v_k^{i,m}$ 为 k 时刻导航平台 i 对导航平台 m 的量测噪声,相对于导航平台状态独立,如已经统计特性服从高斯分布,其均值为0,量测噪声协方差矩阵为 \mathbf{R}_k^i 。但是,复杂环境下,统计特性的协方差未知,需要采用算法进行估计。

图2为SWSP的分布式协同滤波器示意图,其中 k 表示时间步, t 表示各个导航平台之间的信息交互次数。由于协同导航滤波过程中的噪声协方差矩阵具有时变性,需要对协同平台噪声进行在线处理。首先通过SPBP部分完成多个导航平台之间的状态和协方差的更新。随后结合前向滤波器输出的状态和协方差值构造滑动窗口,通过对噪声协方差矩阵进行更新,从而实现导航滤波器状态的更新。下面详细介绍sigma-point置信度传播前向滤波与后向平滑的算法和过程。

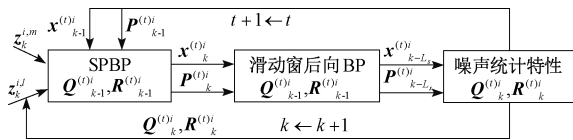


图2 SWSP 分布式协同滤波器

Fig. 2 SWSP distributed collaborative filter

2 sigma-point 置信度传播算法

本文的主要目的是提高协同导航系统在噪声未知且时变下的滤波性能,也就是求得系统状态的最优后验概率。由贝叶斯原理可知^[17],通过状态的先验分布和样本信息我们就可以获得系统状态的后验分布。

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (3)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{1:k}) \propto p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) \quad (4)$$

式(3)为Chapman-Kolmogorov,式(4)为贝叶斯公式,其中 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ 为先验概率,可以通过式(1)得到; $p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{x}_k)$ 为似然函数可由量测方程(2)得出。由于系统中存在非线性,特别是当系统维数增加时,式(3)和(4)不能够直接计算获得^[18-19]。

协同平台的状态变量为 $\mathbf{x}_k = [(\mathbf{x}_k^1)^T, (\mathbf{x}_k^2)^T, \dots, (\mathbf{x}_k^M)^T]^T$, $\mathbf{x}_k^i (i = 1, 2, \dots, M)$ 表示第 i 个导航平台在 k 时刻的状态,每个移动平台的动态模型均可以用式(1)和(2)表示。由于每个移动平台的运动是相互独立,因此:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = \prod_{i=1}^M p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i) \quad (5)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{1:k}) = \prod_{i=1}^M p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{Z}_{1:k}^i) \quad (6)$$

虽然协同导航系统的量测值相交,但对于状态维数较高的系统,同样可以采用基于高斯后验独立分布假设的贝叶斯框架进行计算^[20-21],即利用贝叶斯估计将导航平台状态信息转化为“时序”因子图结构进行联合后验概率密度函数(probability density function, PDF)。因子图结构(含循环结构)可以使用置信传播(belief propagation, BP)消息传递方案来近似地执行贝叶斯估计所需的边缘化估计^[22]。其主要思想是:对于马尔科夫随机场中的每一个节点,通过消息传播,将该节点的概率分布状态传递给相邻的节点,从而影响相邻节点的概率分布状态,经过多次循环迭代,使得每个节点的概率分布将收敛于稳态值^[23]。

通过将Kalman滤波器和粒子滤波器分别扩展到因子结构,分别形成了高斯BP(Gaussian BP, GBP)^[24]和非参数BP(nonparametric BP, NBP)算法^[25],二者都可以得到BP的近似逼近。但GBP算法假设系统是线性的高斯系统,并使用高斯消息表示形式;而NBP算法使用了粒子表示,适用于非线性非高斯系统。sigma-point由于计算小,同样也适用于非线性系统。但SPBP相比较NBP算法具有更好的性能与更小的计算量,因此本文采用基于sigma-point点的置信传播算法(SPBP)。

由式(6)可知,导航平台之间的状态互相独立,因此联合后验概率密度函数可因式分解为:

$$f(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{1:k}) \propto \prod_{i=1}^M f(\mathbf{x}_k^i) \prod_{\substack{i,j \in N_i \\ i < j}} h(\mathbf{z}^{i,j} | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{x}_k^j) \quad (7)$$

采用置信传播算法求出的某点的置信度,近似于该点的边缘概率分布,即:

$$\mathbf{b}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i) \propto f(\mathbf{x}_k^i) \prod_{j \in N_k^i} \mathbf{m}_{j \rightarrow i}^{(t)j}(\mathbf{x}_k^i) \quad (8)$$

其中, $\mathbf{m}_{j \rightarrow i}^{(t)j}(\mathbf{x}_k^i)$ 表示平台 i 收到友邻平台 j 的第 t 次交互信息,具体值如下:

$$\mathbf{m}_{j \rightarrow i}^{(t)j}(\mathbf{x}_k^i) = \int h(\mathbf{z}_k^{i,j} | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{x}_k^j) \mathbf{n}_{j \rightarrow i}^{(t-1)j}(\mathbf{x}_k^j) d\mathbf{x}_k^j, j \in N_k^i \quad (9)$$

$$\mathbf{n}_{j \rightarrow i}^{(t)j}(\mathbf{x}_k^j) = f(\mathbf{x}_k^j) \prod_{j' \in N_k^j \setminus \{i\}} \mathbf{m}_{j' \rightarrow j}^{(t)j'}(\mathbf{x}_k^j), j \in N_k^i \quad (10)$$

初始化 $\mathbf{n}_{j \rightarrow i}^{(0)j}(\mathbf{x}_k^j) = f(\mathbf{x}_0^j)$, 假定任何平台间相对测距 $\mathbf{z}_k^{i,j} = \mathbf{z}_k^{j,i}$ 或者采用两平台相对测距的平均值来表示量测值。

经过 t 次信息交互后,若在平台 j 向友邻平台 i 发送信息时,即 $j \in N_k^i$,有 $\mathbf{n}_{j \rightarrow i}^{(t)}(\mathbf{x}_k^j) = \mathbf{b}^{(t)}(\mathbf{x}_k^j)$, 则式(9)可以进一步表示为:

$$\mathbf{m}_{j \rightarrow i}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i) = \int h(\mathbf{z}_k^{i,j} | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{x}_k^j) \mathbf{b}^{(t-1)}(\mathbf{x}_k^j) d\mathbf{x}_k^j, j \in N_k^i \quad (11)$$

求解式(8)中 $\mathbf{b}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i)$ 的 SPs 近似逼近的关键问题是要解决高维空间的 BP 的计算。以导航平台 i 为例,定义该平台与友邻平台构成的扩维状态为 $\bar{\mathbf{x}}_k^i \triangleq [(\mathbf{x}_k^i)^T (\mathbf{x}_{l_1}^i)^T (\mathbf{x}_{l_2}^i)^T \cdots (\mathbf{x}_{l_{|N_k^i|}}^i)^T]^T$, 这里 $\bar{\mathbf{x}}_k^i$ 的维数 \bar{J}_k^i 为所有与导航平台相关的友邻平台的状态维数之和。用 $\bar{\mathbf{x}}_k^{-i}$ (或 $\bar{\mathbf{x}}_k^{-i,j}$) 表示 $\bar{\mathbf{x}}_k^i$ 中除去 \mathbf{x}_k^i (\mathbf{x}_k^i 和 \mathbf{x}_k^j) 后的状态,同时用 $\bar{\mathbf{z}}_k^i \triangleq [(\mathbf{z}_k^{i,l_1})^T (\mathbf{z}_k^{i,l_2})^T \cdots (\mathbf{z}_k^{i,l_{|N_k^i|}})^T]^T$ 表示与平台 i 相关的所有的量测值。由式(8)与(11)可推出:

$$\mathbf{b}^{(t)}(\mathbf{x}^i) = \int \mathbf{b}^{(t)}(\bar{\mathbf{x}}^i) d\bar{\mathbf{x}}_k^{-i} \quad (12)$$

$$\mathbf{b}^{(t)}(\bar{\mathbf{x}}_k^i) = f(\bar{\mathbf{z}}_k^i | \bar{\mathbf{x}}_k^i) f^{(t-1)}(\bar{\mathbf{x}}_k^i) \quad (13)$$

在式(13) $f(\bar{\mathbf{z}}_k^i | \bar{\mathbf{x}}_k^i) = \prod_{j \in N_k^i} h(\mathbf{z}_k^{i,j} | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{x}_k^j)$ 中,

$h(\mathbf{z}_k^{i,j} | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{x}_k^j)$ 表示量测方程相关的似然函数。 $f^{(t-1)}(\bar{\mathbf{x}}_k^i)$ 表示第 $t-1$ 次信息交互后的 PDF, 定义 $f^{(t-1)}(\bar{\mathbf{x}}_k^i) \propto \mathbb{N}(\boldsymbol{\mu}_{\bar{\mathbf{x}}_k^i}^{(t-1)}, \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{x}}_k^i}^{(t-1)})$, 则其均值和方差分别为:

$$\boldsymbol{\mu}_{\bar{\mathbf{x}}_k^i}^{(t-1)} = (\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_k^i}^{(t-1)T} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_{l_1}^i}^{(t-1)T} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_{l_2}^i}^{(t-1)T} \cdots \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_{l_{|N_k^i|}}^i}^{(t-1)T})^T \quad (14)$$

$$\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{x}}_k^i}^{(t-1)} = \text{diag}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}_k^i}^{(t-1)T} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_{l_1}^i}^{(t-1)T} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_{l_2}^i}^{(t-1)T} \cdots \mathbf{C}_{\mathbf{x}_{l_{|N_k^i|}}^i}^{(t-1)T})^T \quad (15)$$

由于 SPBP 滤波器的性能很大程度上依赖于噪声统计的先验知识,式(12)的计算可以用基于 Sigma-Point 逼近的交互迭代完成。

图 3 即为 SPBP 算法实现的协同导航的过程。通过时间更新完成状态的一步预测过程,随后进行量测更新得到当前时间步下的状态估计值。而在每个时间步,各相邻导航平台进行信息交互,交互次数为 t 。虽然常用的 SPBP 滤波器可获得较好滤波结果,但其采用的是高斯白噪声统计特性。而在式(1)和(2)中的噪声统计特性是未知的,特别是相互协同时若利用相对测距进行导航滤波,式(2)右侧为 $h(\mathbf{z}_k^{i,j} | \bar{\mathbf{x}}_k^{(t-1)i}, \bar{\mathbf{x}}_k^{(t-1)j}, \mathbf{R}_k^{(t-1)i}, \mathbf{R}_k^{(t-1)j})$ 。若使用错误的先验统计数据会产生大量的估计误差,甚至导致滤波发散,故无法直接采用常规 SPBP 算法。因此如何处理实际应用中的未知且时变的噪声问题,并获得系统的最优估计就显得尤为重要。下节将针对噪声时变问题结合分布式协同方法进行详细分析。

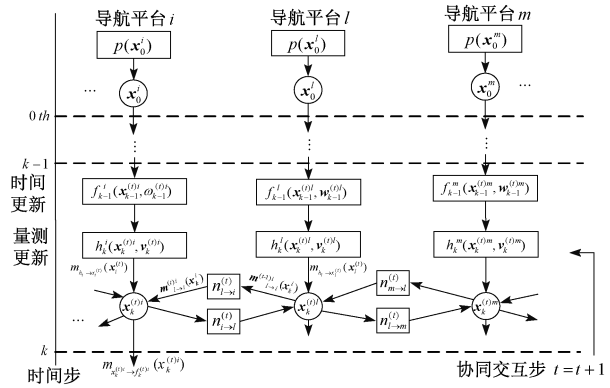


图 3 SPBP 分布式前向协同滤波器

Fig. 3 SPBP distributed collaborative filter

3 滑动窗变分贝叶斯自适应置信度传播算法

针对协同平台通讯链路的量测数据特性,本文设计了一种滑动窗口机制的变分贝叶斯自适应滤波算法,利用平滑方法处理协同量测数据,通过对协同量测数据的实时统计情况自适应调整滑动窗,实现对系统噪声和量测噪声的估计,从而提高协同系统的整体精度。

3.1 选择先验分布

已知共轭性可以保证后验分布与先验分布具有相同的函数形式。由贝叶斯统计可知,对于均值已知的高斯分布的协方差矩阵,通常采用逆 Wishart 分布作为共轭先验。因此本文通过对预测误差协方差矩阵选取 IW (inverse-Wishart) 作为先验分布,利用 VB (variational Bayes) 方法对协同导航系统中存在的未知统计特性的噪声协方差矩阵 \mathbf{Q}, \mathbf{R} 进行状态估计。

假设有一个 $d \times d$ 维的正定随机矩阵 \mathbf{B} , 其 Wishart PDF 可表示为:

$$IW(\mathbf{B}; \lambda, \boldsymbol{\psi}) = \frac{|\boldsymbol{\psi}|^{\frac{\lambda}{2}} |\mathbf{B}|^{-\frac{(\lambda+d+1)}{2}} \exp\{-0.5 \text{tr}(\boldsymbol{\psi} \mathbf{B}^{-1})\}}{2^{\frac{d\lambda}{2}} \Gamma_d\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \quad (16)$$

式中: λ 表示自由度参数; $\boldsymbol{\psi}$ 是一个维数为 $d \times d$ 的对称正定矩阵; $|\cdot|$ 是行列式的标志; $\text{tr}(\cdot)$ 是取迹运算; $\Gamma_d(\cdot)$ 表示变量 d 的伽玛函数。当 $\lambda > d + 1$ 时, $\mathbf{E}[\mathbf{B}^{-1}] = (\lambda - d - 1)\boldsymbol{\psi}^{-1}$ 。

考虑到在实际应用中,尽管系统噪声和量测噪声协方差矩阵随时间变化,但这个变化一般是缓慢进行的,因此假定认为 \mathbf{Q}, \mathbf{R} 在时间 $[k - L_s, k]$ 内的值近似于在 k 时刻的值。其中 L_s 为滑动窗口时间宽度。以导航平台 i 为例,在第 t 次信息交互过程中,状态转移概率密度函数和

量测似然概率密度函数分别为:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}_{k'}^{(t)i} | \mathbf{x}_{k'-1}^{(t)i}, \mathbf{Q}_k^{(t)i}) &= N(\mathbf{x}_{k'}^{(t)i}; f(\mathbf{x}_{k'-1}^{(t)i}), \mathbf{Q}_k^{(t)i}) \\ P(\mathbf{z}_{k'}^i | \mathbf{x}_{k'}^{(t)i}, \mathbf{R}_k^{(t)i}) &= N(\mathbf{z}_{k'}^i; h_{k'}(\mathbf{x}_{k'}^i, \mathbf{x}_{k'}^m), \mathbf{R}_k^{(t)i}) \end{aligned} \quad (17)$$

为表示简洁,将式子中上角标 t 省略。式中 $k' \in [k - L_s, k]$ 因此可求得 \mathbf{Q}_k^i 和 \mathbf{R}_k^i 的先验 IW 分布为:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Q}_k^i | \mathbf{z}_{1:k-1}^i) &= IW(\mathbf{Q}_k^i; \hat{\mathbf{t}}_{klk-1}^i, \hat{\mathbf{T}}_{klk-1}^i) \\ p(\mathbf{R}_k^i | \mathbf{z}_{1:k-1}^i) &= IW(\mathbf{R}_k^i; \hat{\mathbf{u}}_{klk-1}^i, \hat{\mathbf{U}}_{klk-1}^i) \end{aligned} \quad (18)$$

式中: $\hat{\mathbf{t}}_{klk-1}^i$ 和 $\hat{\mathbf{u}}_{klk-1}^i$ 是自由度参数, $\hat{\mathbf{T}}_{klk-1}^i$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{klk-1}^i$ 是逆尺度矩阵,它们都是关于噪声协方差矩阵的先验参数。

同上,由于变换缓慢的特点,通常认为先验概率密度函数与后验概率密度函数具有相同的均值,因此根据文献[26]中方法,通过一个遗忘因子 ρ 来传递噪声协方差矩阵的近似后验概率密度函数,则先验参数可表示为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{t}}_{klk-1}^i = \rho \hat{\mathbf{t}}_{k-1k-1}^i \\ \hat{\mathbf{T}}_{klk-1}^i = \rho \hat{\mathbf{T}}_{k-1k-1}^i \\ \hat{\mathbf{u}}_{klk-1}^i = \rho \hat{\mathbf{u}}_{k-1k-1}^i \\ \hat{\mathbf{U}}_{klk-1}^i = \rho \hat{\mathbf{U}}_{k-1k-1}^i \end{cases} \quad (19)$$

3.2 后验概率密度函数的变分近似

根据贝叶斯原理,可将联合后验概率密度函数近似为:

$$p(\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i, \mathbf{Q}_k^i, \mathbf{R}_k^i | \mathbf{z}) \approx q(\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i) q(\mathbf{Q}_k^i) q(\mathbf{R}_k^i) \quad (20)$$

式中: $q(\cdot)$ 表示 $p(\cdot)$ 的近似后验概率密度函数,通过计算式(20)右侧的因式分解得到的近似后验概率密度函数和式(20)左侧真实联合后验概率密度函数之间的最小化 KL 散度(Kullback-Leibler divergence, KLD)可得到:

$$\begin{aligned} &\{q(\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i), q(\mathbf{Q}_k^i), q(\mathbf{R}_k^i)\} = \\ &\text{argmin}_{KLD} (q(\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i) q(\mathbf{Q}_k^i) q(\mathbf{R}_k^i) \| \\ &p(\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i, \mathbf{Q}_k^i, \mathbf{R}_k^i | \mathbf{z}_{1:k}^i)) \end{aligned} \quad (21)$$

$$KLD(q(\mathbf{x}) \| p(\mathbf{x})) \triangleq \int q(\mathbf{x}) \log \frac{q(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} d\mathbf{x} \quad (22)$$

$$\log q(\theta) = \mathbf{E}_{\Xi^{(-\theta)}} [\log p(\Xi, \mathbf{z}_{1:k})] + c_\theta \quad (23)$$

式(22)表示 $q(\mathbf{x})$ 与 $p(\mathbf{x})$ 之间的散度,式(23)中的 $\Xi \triangleq \{\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i, \mathbf{Q}_k^i, \mathbf{R}_k^i\}$, θ 表示 Ξ 中任意元素; $\Xi^{(-\theta)}$ 表示除 θ 之外的所有元素; c_θ 表示关于 θ 的常数。

由于自适应变量 $\mathbf{x}_{k-L_s:k}^i, \mathbf{Q}_k^i, \mathbf{R}_k^i$ 是耦合的,因此可采用不动点迭代法求解式(23),则 $q(\theta)$ 可在 $(t+1)$ 次迭代时使用近似后验概率密度函数 $q^{(t+1)}(\Xi^{(-\theta)})$ 被更新为 $q^{(t+1)}(\theta)$,则迭代收敛可达到局部最优。但迭代的引入也会大大增加运算量,因此需要对 $q^{(t)}(\mathbf{Q}_k^i), q^{(t)}(\mathbf{R}_k^i)$ 进行解析更新,过程如下:

$$\begin{aligned} q^{(t)}(\mathbf{Q}_k^i) &= IW(\mathbf{Q}_k^i; \hat{\mathbf{t}}_{klk}^i, \hat{\mathbf{T}}_{klk}^i) \\ q^{(t)}(\mathbf{R}_k^i) &= IW(\mathbf{R}_k^i; \hat{\mathbf{u}}_{klk}^i, \hat{\mathbf{U}}_{klk}^i) \end{aligned} \quad (24)$$

此时引入辅助矩阵 $\mathbf{A}_{k'}^{(t)i}, \mathbf{B}_{k'}^{(t)i}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{k'}^{(t)i} &= \mathbf{E}^i [(\mathbf{x}_{k'}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k'-1k}^i)(\mathbf{x}_{k'-1k}^i)^T] \\ \mathbf{B}_{k'}^{(t)i} &= \mathbf{E}^i [(\mathbf{z}_{k'}^i - \mathbf{y}_p^i)(\mathbf{z}_{k'}^i - \mathbf{y}_p^i)^T + \mathbf{C}_{yy}^i] \end{aligned} \quad (25)$$

式中: $\mathbf{x}_{k'}^i$ 表示导航平台 i 在 k' 时刻的平滑估计状态值; \mathbf{y}_p^i 表示当前当行平台的预测量测值; \mathbf{C}_{yy}^i 表示当前导航平台的一步预测协方差矩阵。则先验参数更新为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{t}}_{klk}^i = \hat{\mathbf{t}}_{klk-1}^i + L_s \\ \hat{\mathbf{T}}_{klk}^i = \hat{\mathbf{T}}_{klk-1}^i + \sum_{k'=k-L_s+1}^k \mathbf{A}_{k'}^{(t)i} \\ \hat{\mathbf{u}}_{klk}^i = \hat{\mathbf{u}}_{klk-1}^i + L_s + 1 \\ \hat{\mathbf{U}}_{klk}^i = \hat{\mathbf{U}}_{klk-1}^i + \sum_{k'=k-L_s+1}^k \mathbf{B}_{k'}^{(t)i} \end{cases} \quad (26)$$

3.3 后向平滑处理

将滑动窗口中的状态和协方差进行平滑处理,更新噪声协方差矩阵,随后将更新后的值反馈回前向滤波过程中进行信息迭代。式中 $k|k$ 可简写为 k_0 。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}_k^i &= \hat{\mathbf{T}}_{klk}^i / \hat{\mathbf{t}}_{klk}^i \\ \hat{\mathbf{R}}_k^i &= \hat{\mathbf{U}}_{klk}^i / \hat{\mathbf{u}}_{klk}^i \end{aligned} \quad (27)$$

4 SWSP 算法步骤更新

本文针对复杂环境下协同导航过程存在未知且时变噪声问题设计 SWSP 算法,以导航平台 i 为例进行滤波,过程如算法 1 所示。

算法 1 解决协同导航存在时变噪声问题的 SWSP 算法

初始化: $\mathbf{x}_0^i, \mathbf{C}_{x_k^i}^{(0)}, \mathbf{Q}_0^i, \mathbf{R}_0^i, i = 1, 2, \dots, M$
 $\mathbf{b}_{x_k^i}^{(t-1)} \propto \mathbb{N}(\boldsymbol{\mu}_{x_k^i}^{(t-1)}, \mathbf{C}_{x_k^i}^{(t-1)}) = \mathbf{m}_{h_i \rightarrow x_i^{(t-1)}}(\mathbf{x}_i^{(t-1)})$

For $t = 1 : N_{iter}$
 $idx = -\text{mod}(N_{iter}, 2) + 2;$
 $idx1 = \text{mod}(t, 2) + 1;$
 $idx2 = -\text{mod}(t, 2) + 2;$
For $i = 1 : M$
 SPBP 前向滤波时间更新
 SPBP 前向滤波量测更新
End
 SWSP 后向平滑
For $i = 1 : M$
 构造滑动窗口
 构造辅助矩阵
For $e = k : (-1) : (k - L_s + 1)$
 更新辅助矩阵
End for
 更新平滑参数
 更新噪声协方差矩阵
End
End 交互结束

4.1 初始化

在前向滤波过程,首先给定导航平台的初值 $\mathbf{x}_0^i, \mathbf{C}_0^i, \mathbf{Q}_0^i, \mathbf{R}_0^i, i = 1, 2, \dots, M$, 共有 M 个导航平台。图中 $\mathbf{b}_{x_{klk}}^{(t-1)} \propto N(\boldsymbol{\mu}_{x_{klk}}^{(t-1)}, \mathbf{C}_{x_{klk}}^{(t-1)}) = \mathbf{m}_{h_i \rightarrow x_i^{(t-1)}}(\mathbf{x}_i^{(t-1)})$ 表示包含所有导航平台导航信息的数据集合。导航平台 i 与 $N_k = \{l_1, l_2, \dots, l_{|N_k|}\}$ (表示与 i 相关的导航平台集合) 构成的协同扩维关系为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_{x_{k,idx}}^{(t-1)} &= (\boldsymbol{\mu}_{x_k}^{(t-1)\top} \boldsymbol{\mu}_{x_{l_1 \rightarrow j}}^{(t-1)\top} \boldsymbol{\mu}_{x_k}^{(t-1)\top} \boldsymbol{\mu}_{x_{l_2 \rightarrow i}}^{(t-1)\top} \boldsymbol{\mu}_{x_k}^{(t-1)\top} \boldsymbol{\mu}_{x_{l_{N_k \rightarrow ik}}}}^{(t-1)\top})^\top = \\ (\mathbf{x}_0^i \mathbf{x}_0^{l_1 \rightarrow i} \mathbf{x}_0^{l_2 \rightarrow i} \dots \mathbf{x}_0^{l_{|N_k|} \rightarrow i}) &= (\mathbf{x}_0^i \mathbf{x}_0^{l_1} \mathbf{x}_0^{l_2} \dots \mathbf{x}_0^{l_{|N_k|}}) \quad (28) \\ \mathbf{C}_{x_{k,idx}}^{(t-1)} &= \text{diag}(\mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_1 \rightarrow i}}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_2 \rightarrow i}}^{(t-1)\top} \dots \mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_{N_k \rightarrow i}}}^{(t-1)\top})^\top = \\ \text{diag}(\mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_1}}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_2}}^{(t-1)\top} \dots \mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_{N_k}}}^{(t-1)\top})^\top & \quad (29) \end{aligned}$$

4.2 时间更新

广播导航平台 i 信息 $\mathbf{b}_{x_k}^{(t-1)} \propto N(\boldsymbol{\mu}_{x_k}^{(t-1)}, \mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)})$ 至友邻平台 l , 接收友邻平台 l 信息 $\mathbf{b}_{x_k^l}^{(t-1)} \propto N(\boldsymbol{\mu}_{x_k^l}^{(t-1)}, \mathbf{C}_{x_k^l}^{(t-1)})$, 随后计算 $\mathbf{m}_{l \rightarrow i}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i) = \int h(\mathbf{z}_k^{i,l} | \bar{\mathbf{x}}_k^{(t-1)i}, \bar{\mathbf{x}}_k^{(t-1)l}, \mathbf{R}_k^{(t-1)i}, \mathbf{R}_k^{(t-1)l}) \mathbf{n}_{l \rightarrow i}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i) d\mathbf{x}_k^i$ 。

算法 1 中 $idx, idx1, idx2$ 分别用来存放初始状态和误差协方差矩阵、一步预测状态值和预测误差协方差矩阵、状态估计值和估计误差协方差矩阵的集合。因此在初始化时:

$$\mathbf{C}_{x_k}^{(t-1)} = \mathbf{C}_{x_k^{idx}}^{(t-1)} = \mathbf{C}_{x_k^{idx1}}^{(t-1)} = \mathbf{C}_{x_k^{idx2}}^{(t-1)} \quad (30)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k^i = \bar{\mathbf{x}}_{k,idx}^i = \bar{\mathbf{x}}_{k,idx1}^i = \bar{\mathbf{x}}_{k,idx2}^i \quad (31)$$

随后通过式 (32) 和 (33) 计算导航平台 i 的一步预测状态值和预测误差协方差矩阵集合。

$$\bar{\mathbf{x}}_{klk-1}^i = \mathbf{F}_k \bar{\mathbf{x}}_{k,idx}^i \quad (32)$$

$$\mathbf{C}_{x_{klk-1}}^{(t-1)} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{C}_{x_k^{idx}}^{(t-1)} \mathbf{F}_{k-1}^\top + \mathbf{Q}_0^i \quad (33)$$

4.3 交互过程

协同导航系统中的导航平台间信息传递的过程是并行的,即在一个时间步内对所有平台进行交互。以导航平台 i 为例,将与之相关的所有平台状态扩维,联立得:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{klk-1, idx1}^i &= \\ [(\mathbf{x}_{klk-1}^i)^{\top}, (\mathbf{x}_{klk-1}^{l_1})^{\top}, (\mathbf{x}_{klk-1}^{l_2})^{\top}, \dots, (\mathbf{x}_{klk-1}^{l_{|N_k|}})^{\top}]^{\top}, l \in N_k & \quad (34) \end{aligned}$$

$$\mathbf{C}_{x_{klk-1, idx1}}^i = \text{diag}(\mathbf{C}_{x_{klk-1}}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_1}}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_2}}^{(t-1)\top} \dots \mathbf{C}_{x_{l_{|N_k|}}}^{(t-1)\top})^\top \quad (35)$$

随后将对应的过程噪声协方差矩阵 \mathbf{Q}_k 和量测噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_k 扩维得:

$$\mathbf{Q}_k = \text{diag}(\mathbf{Q}_i^i \mathbf{Q}_k^{l_1} \dots \mathbf{Q}_k^{l_{|N_k|}})^\top \quad (36)$$

$$\mathbf{R}_k = \text{diag}(\mathbf{R}_k^i \mathbf{R}_k^{l_1} \dots \mathbf{R}_k^{l_{|N_k|}})^\top \quad (37)$$

$$[U, S, V] = \text{svd} \mathbf{C}_{x_{klk-1}}^i \quad (38)$$

$$\xi_{l,klk-1}^i = U \sqrt{S} \xi_l + \bar{\mathbf{x}}_{klk-1}^i \quad l = 1: N_p' \quad (39)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk-1}^i = \sum_{l=0}^{N_p'} \omega_l^i \xi_{l,klk-1}^i \quad (40)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_{klk-1}^i = \sum_{l=0}^{N_p'} \omega_l^i h(\xi_{l,klk-1}^i) \quad (41)$$

$$\mathbf{C}_{xx,klk-1}^i = \sum_{l=0}^{N_p'} \omega_l^i (\hat{\mathbf{x}}_{klk-1}^i - \xi_{l,klk-1}^i) (\hat{\mathbf{x}}_{klk-1}^i - \xi_{l,klk-1}^i)^\top \quad (42)$$

$$\mathbf{C}_{xy}^i = \sum_{l=0}^{N_p'} \omega_l^i (\xi_{l,klk-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{klk-1}^i) (h(\xi_{l,klk-1}^i) - \bar{\mathbf{y}}_{klk-1}^i)^\top \quad (43)$$

$$\mathbf{C}_{yy}^i = \sum_{l=0}^{N_p'} \omega_l^i (h(\xi_{l,klk-1}^i) - \bar{\mathbf{y}}_{klk-1}^i) (h(\xi_{l,klk-1}^i) - \bar{\mathbf{y}}_{klk-1}^i)^\top \quad (44)$$

4.4 量测更新

计算 $\mathbf{b}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i) \propto f(\mathbf{x}_k^i) \prod_{l \in N_k^i} \mathbf{m}_{l \rightarrow i}^{(t)}(\mathbf{x}_k^i)$, 得到平台的状

态估计值和估计误差协方差矩阵。 $\bar{\mathbf{z}}_k^i \triangleq [(\mathbf{z}_k^{i,l_1})^\top (\mathbf{z}_k^{i,l_2})^\top \dots (\mathbf{z}_k^{i,l_{|N_k|}})^{\top}]^\top$ 表示当前导航平台与友邻平台交互的量测值集合。

$$\mathbf{K}_k^i = \mathbf{C}_{xy}^i (\mathbf{C}_{yy}^i)^{-1} \quad (45)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{klk,idx2}^i = \hat{\mathbf{x}}_{klk-1}^i + \mathbf{K}_k^i (\bar{\mathbf{z}}_k^i - \bar{\mathbf{y}}_{klk-1}^i) \quad (46)$$

$$\mathbf{C}_{x_{klk,idx2}}^i = \mathbf{C}_{xx,klk-1}^i + \mathbf{K}_k^i \mathbf{C}_{yy}^i \mathbf{K}_k^{i\top} \quad (47)$$

在所有的导航平台全部进行交互后,保存前向滤波的导航信息,并将导航平台量测值进行整理后载入到平滑程序中。

4.5 前向滤波值排序与量测更新

对 M 个导航平台进行前向滤波得到状态估计值式 (48) 和估计误差协方差矩阵式 (49) 集合值排序。

$$\bar{\mathbf{x}}_{klk}^i = [(\mathbf{x}_{klk}^i)^{\top}, (\mathbf{x}_{klk}^{l_1})^{\top}, (\mathbf{x}_{klk}^{l_2})^{\top}, \dots, (\mathbf{x}_{klk}^{l_{|N_k|}})^{\top}]^{\top}, l \in N_k \quad (48)$$

$$\mathbf{C}_{x_{klk}}^i = \text{diag}(\mathbf{C}_{x_{klk}}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_1}}^{(t-1)\top} \mathbf{C}_{x_{l_2}}^{(t-1)\top} \dots \mathbf{C}_{x_{l_{|N_k|}}}^{(t-1)\top})^\top \quad (49)$$

对排序后的前向滤波值再次进行量测更新,获得量测预测值集合 $\{\mathbf{y}_p^{(t)i}, \mathbf{y}_p^{(t)j_1}, \dots, \mathbf{y}_p^{(t)j_{N_k}}\}$ 和预测误差协方差矩阵集合 $\{\mathbf{C}_{yy}^{(t)i}, \mathbf{C}_{yy}^{(t)j_1}, \dots, \mathbf{C}_{yy}^{(t)j_{N_k}}\}$ 。

4.6 构造滑动窗口

将排序好的导航平台的状态估计值和估计误差协方差分别放入对应的滑动窗口 $\hat{\mathbf{X}}^{sw}, \hat{\mathbf{C}}^{sw}$ 中,如图 4 所示。其中滑动窗口宽度为 L_s ,将与该平台相关的协同平台依次

按交互顺序进行排序,轮次数量取决于与导航平台*i*相关的平台个数。为表示更加简洁,因此图4中 $\hat{\mathbf{x}}_1^i = \hat{\mathbf{x}}_{klk}^i$,

$$\hat{\mathbf{x}}_{L_s}^i = \hat{\mathbf{x}}_{k-L_s+1+k-L_s+1}^i, \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}_1^i}^{(t-1)} = \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}_{klk}^i}^{(t-1)}, \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}_{L_s}^i}^{(t-1)} = \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}_{k-L_s+1+k-L_s+1}^i}^{(t-1)}$$

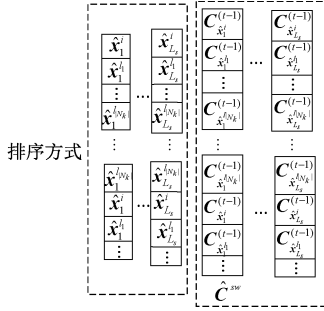


图4 滑动窗口构造示意图

Fig. 4 Diagram of sliding window structure

4.7 后向平滑过程

首先,将滑动窗口内的导航平台再次进行量测更新,并保存更新后的量测预测值 $\{\tilde{\mathbf{y}}_p^{(t)i}, \tilde{\mathbf{y}}_p^{(t)l_1}, \dots, \tilde{\mathbf{y}}_p^{(t)l_{N_k^i}}\}$ 和预测误差协方差矩阵 $\{\tilde{\mathbf{C}}_{yy}^{(t)i}, \tilde{\mathbf{C}}_{yy}^{(t)l_1}, \dots, \tilde{\mathbf{C}}_{yy}^{(t)l_{N_k^i}}\}$ 集合。

随后根据量测更新结果用式(25)构造辅助矩阵 $\{\mathbf{A}_0^{(t)i}, \mathbf{A}_0^{(t)l_1}, \dots, \mathbf{A}_0^{(t)l_{N_k^i}}\}$ 和 $\{\mathbf{B}_0^{(t)i}, \mathbf{B}_0^{(t)l_1}, \dots, \mathbf{B}_0^{(t)l_{N_k^i}}\}$ 。图5中的*e*表示当前所在的滑动窗口宽度位置序号。

最后结合量测更新结果,将所有平台的滑动窗口进行平滑后得到更新的辅助矩阵 $\{\mathbf{A}_{k'}^{(t)i}, \mathbf{A}_{k'}^{(t)l_1}, \dots, \mathbf{A}_{k'}^{(t)l_{N_k^i}}\}$ 和 $\{\mathbf{B}_{k'}^{(t)i}, \mathbf{B}_{k'}^{(t)l_1}, \dots, \mathbf{B}_{k'}^{(t)l_{N_k^i}}\}$ 。

4.8 更新过程噪声协方差矩阵

根据式(26)和辅助矩阵计算更新后的平滑参数集合:

$$\begin{aligned} & \{\hat{\mathbf{t}}_k^{(t)i}, \hat{\mathbf{t}}_k^{(t)l_1}, \dots, \hat{\mathbf{t}}_k^{(t)l_{N_k^i}}\} \\ & \{\hat{\mathbf{T}}_k^{(t)i}, \hat{\mathbf{T}}_k^{(t)l_1}, \dots, \hat{\mathbf{T}}_k^{(t)l_{N_k^i}}\} \\ & \{\hat{\mathbf{u}}_k^{(t)i}, \hat{\mathbf{u}}_k^{(t)l_1}, \dots, \hat{\mathbf{u}}_k^{(t)l_{N_k^i}}\} \\ & \{\hat{\mathbf{U}}_k^{(t)i}, \hat{\mathbf{U}}_k^{(t)l_1}, \dots, \hat{\mathbf{U}}_k^{(t)l_{N_k^i}}\} \end{aligned} \quad (50)$$

随后根据式(27)和式(50)更新过程噪声协方差矩阵和量测噪声协方差矩阵集合:

$$\begin{aligned} & \{\hat{\mathbf{Q}}_k^{(t)i}, \hat{\mathbf{Q}}_k^{(t)l_1}, \dots, \hat{\mathbf{Q}}_k^{(t)l_{N_k^i}}\} \\ & \{\hat{\mathbf{R}}_k^{(t)i}, \hat{\mathbf{R}}_k^{(t)l_1}, \dots, \hat{\mathbf{R}}_k^{(t)l_{N_k^i}}\} \end{aligned} \quad (51)$$

4.9 信息迭代

将更新得到的噪声协方差值返回到前向滤波过程中进行信息的迭代,迭代次数为*t*。以上一次导航平台得到的状态估计值以及状态协方差作为下一次前向滤波的输入值,即:

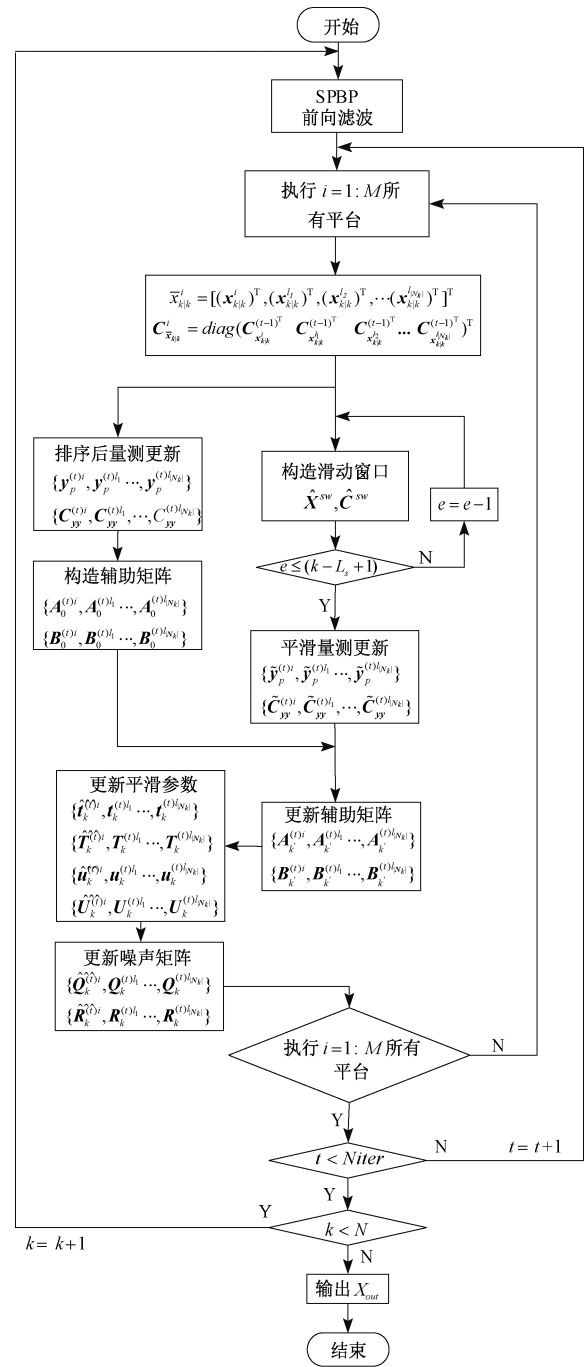


图5 SWSP算法

Fig. 5 Slide window variational adaptive sigma point-belief propagation filter

$$\bar{\mathbf{x}}_{k,idx2}^i = \bar{\mathbf{x}}_{k+1,idx}^i \quad (52)$$

$$\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{x}}_{k,idx2}^i}^{(t-1)} = \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{x}}_{k+1,idx}^i}^{(t-1)} \quad (53)$$

至此完成一次输出,进入下一时刻的状态估计。重复执行4.2~4.9节中的运算,直到完成全部时间点的信交互传播任务。

5 仿真实验

本文设计的协同导航系统包含两个固定基站和三个移动标签,每个标签能够采集相对基站与另外两个标签的距离信息,状态向量表示为 $\mathbf{x}_k^i = [\mathbf{x}_x^i, \mathbf{x}_y^i, \mathbf{x}_x^i, \mathbf{x}_y^i]$, 分别表示当前导航平台 i 在 x, y 轴上的位置和速度信息。状态转移矩阵为 $f_{k-1} = [\mathbf{I}_2, \mathbf{I}_2; 0, \mathbf{I}_2]$, 窗口宽度 L_s 设置为 5, 遗忘因子设置为 $\rho = 1 - \exp(-4)$, 量测方程为:

$$h(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j) = \sqrt{(\mathbf{x}_x^i - \mathbf{x}_x^j)^2 + (\mathbf{x}_y^i - \mathbf{x}_y^j)^2} \quad (54)$$

在 SWSP 算法中的过程噪声协方差矩阵的初值为:

$$\mathbf{Q}_0 = \alpha \mathbf{I}_L \quad (55)$$

其中 α 是决定过程噪声协方差矩阵的参数, \mathbf{I}_L 是维度为 $L=4$ 的单位矩阵。

下面针对未进行后向平滑的标准协同 SPBP 算法、本文所提出的利用平滑窗的 SWSP 算法、以及最优的 opt SPBP 执行的仿真结果进行对比分析。

5.1 当迭代次数固定时

首先设置交互迭代次数 $t=3$, 针对过程噪声协方差初值参数 $\alpha=5$ 与 $\alpha=2:2:10$ 两种情况进行仿真实验。

图 6 中圆圈表示两个基站的位置, 叉号、正方形、圆符号分别表示 3 个标签的起始位置。

由图 6~11 可观察到, 本文提出的 SWSP 算法明显优于未进行后向平滑的 BPSP 算法, 更接近于最优的 opt BPSP 算法的仿真轨迹。

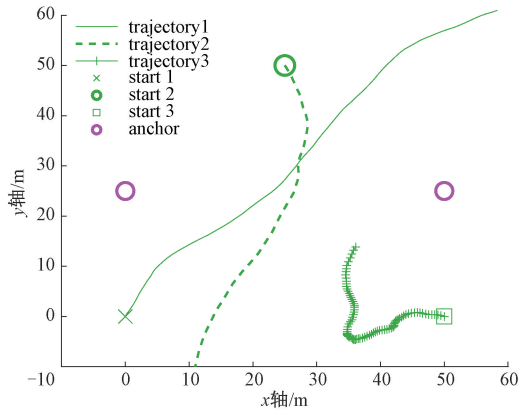


图 6 $\alpha=5$ 时仿真运动轨迹图

Fig. 6 Diagram of simulation trajectory for $\alpha=5$

表 1 表示过程噪声协方差矩阵的初值参数为 $\alpha=5$, $\alpha=2:2:10$ 两种情况下利用 SWSP、opt SPBP、SPBP 3 种算法求得的位置平均误差值。结论表明: 1) 过程噪声协方差矩阵的初值参数取值变化与否并不会对滤波造成影响。2) 以 $\alpha=5$ 情况下的位置平均误差为例, 本文提出的 SWSP 算法对比未进行平滑的 SPBP 算法将位置平均误差降低了 90%, 滤波效果更好。

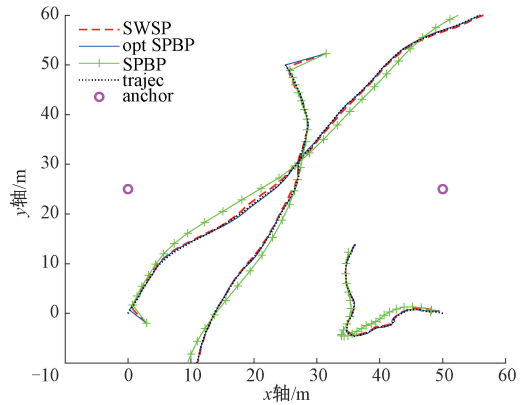


图 7 $\alpha=5$ 时 3 种算法解算轨迹图

Fig. 7 Diagram of three algorithms' trajectory for $\alpha=5$

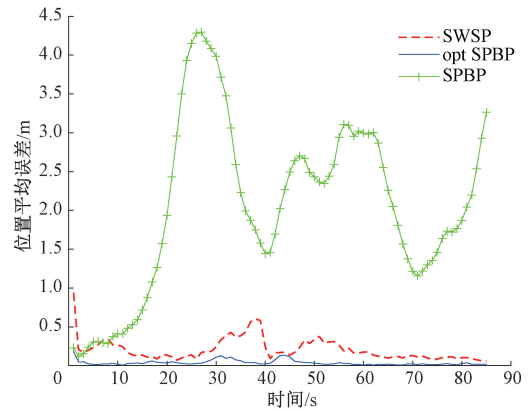


图 8 $\alpha=5$ 时 3 种算法位置平均误差图

Fig. 8 Diagram of three algorithms' error for $\alpha=5$

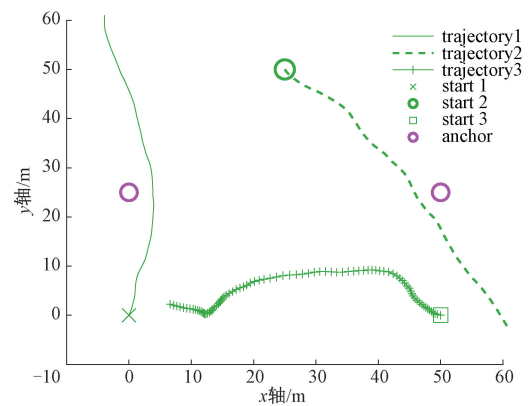


图 9 $\alpha=2:2:10$ 时仿真运动轨迹图

Fig. 9 Diagram of simulation trajectory for $\alpha=2:2:10$

5.2 迭代次数变化仿真结果

本组仿真实验是在过程噪声协方差矩阵参数 $\alpha=5$ 时, 针对迭代次数分别为 $t=1; t=3; t=5$ 3 种情况对 3 种算法进行仿真分析。

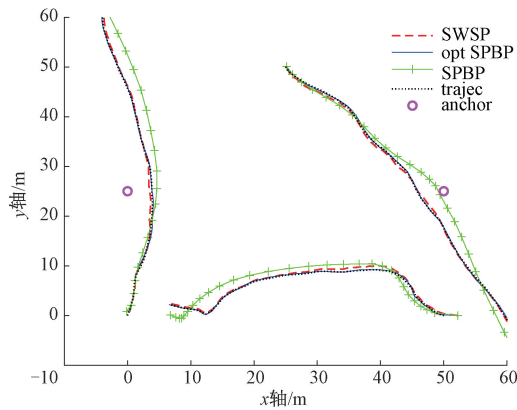


图 10 $\alpha=2:2:10$ 时 3 种算法解算的轨迹图

Fig. 10 Diagram of three algorithms' trajectory for $\alpha=2:2:10$

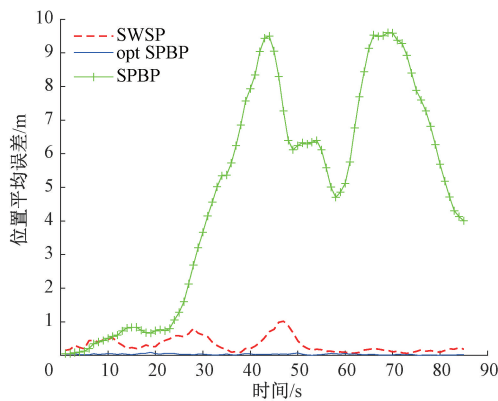


图 11 $\alpha=2:2:10$ 时 3 种算法位置平均误差图

Fig. 11 Diagram of three algorithms' error for $\alpha=2:2:10$

表 1 3 种仿真算法的位置平均误差值

Table 1 Average position error of three simulation algorithms

滤波器	位置平均误差	
	$\alpha=5$	$\alpha=2:2:10$
SWSP	0.21	0.31
opt SPBP	0.03	0.03
SPBP	2.05	4.80

由图 12~14 可以发现,随着交互次数的增多,位置误差在不断减小,且位置平均误差曲线更加平滑说明所提算法有效,其精度随迭代次数增加而增加;在迭代次数逐渐增加的情况下,本文提出的 SWSP 算法明显优于未进行后向平滑的 BPSB 算法,更接近于最优的 opt BPSB 算法的仿真轨迹。

6 物理实验

为进一步验证本算法性能,本文采用采用 UWB 模块来测距定位,采样时间间隔为 0.2 s,测距误差在 10 cm 左右。

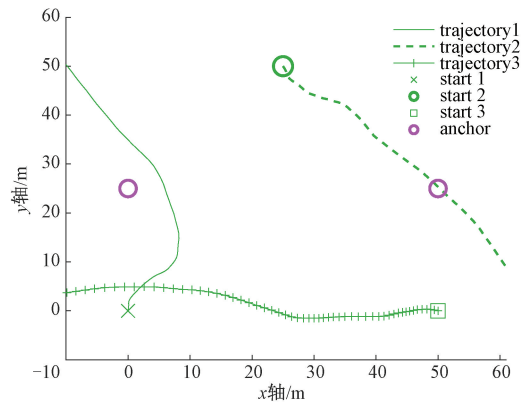


图 12 $t=1;t=3;t=5$ 时仿真运动轨迹图

Fig. 12 Diagram of simulation trajectory for $t=1;t=3;t=5$

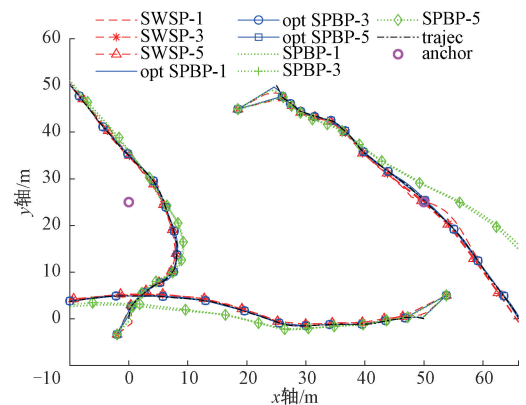


图 13 $t=1;t=3;t=5$ 时 3 种算法的解算轨迹图

Fig. 13 Diagram of three algorithms' trajectory for $t=1;t=3;t=5$

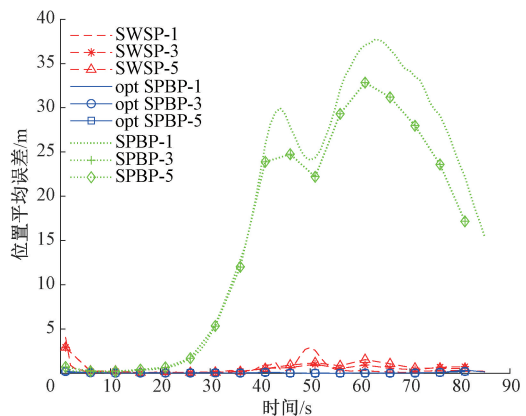


图 14 $t=1;t=3;t=5$ 时 3 种算法位置平均误差图

Fig. 14 Diagram of three algorithms' error for $t=1;t=3;t=5$

图 15 为采集数据所用的试验场地与实验设备图,实验场地长 28.12 m,宽 15.05 m。本文设计的导航系统包含 2 个固定基站和 3 个移动平台,各移动平台及固定基

站间可相互测距。2个固定基站坐标分别为(0,0), (28.12,15.05)。实验数据采样过程中,3个移动标签各持1个UWB模块在场中按预设轨迹行走,利用本文提出的复杂环境下SWSP算法将处理后的数据进行运算。SWSP算法、SPBP算法解算轨迹如图16所示。



图15 实验场地与实验设备图

Fig. 15 Diagram of experimental site and equipment

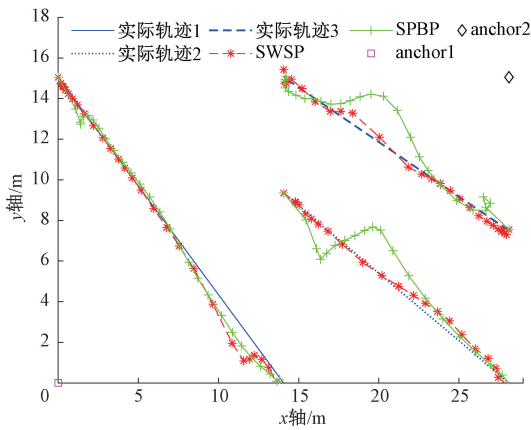


图16 理想轨迹与算法的解算轨迹图

Fig. 16 Diagram of algorithm trajectory and ground test trajectory in the physical test

在图16中实线是3个标签的实际轨迹 opt SPBP; *线为本文提出的进行平滑处理的算法 SWSP 解算的3个标签的轨迹;+线则为未经平滑处理的 SPBP 算法结算的3个标签的轨迹。通过对比可发现,本文所提出的 SWSP 算法解算轨迹更加平滑且接近实际轨迹 opt SPBP。

7 结 论

本文针对处在复杂环境下的协同导航协同存在噪声时变问题,提出了一种基于置信传播的变分自适应卡尔曼滤波方法。首先,通过置信传播算法实现导航平台之间的交互,即完成前向滤波过程;然后通过IW处理过程噪声和量测噪声作为贝叶斯估计的先验信息;随后利用前向滤波获得的状态值与协方差矩阵构造滑动窗口;最后对噪声进行平滑估计获得时变噪声的更新数据,实现导航信息数据的修正,从而提高导航精度与效率。

通过仿真实验和物理实验,验证了协同导航系统处在复杂环境下而导致存在时变噪声的情况下时,本文提出的SWSP算法性能稳定,提高了复杂环境下的定位精度。

参考文献

[1] GROSS J N, GU Y, RHUDY M B. Robust UAV relative navigation with DGPS, INS, and peer-to-peer radio ranging [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, 12(3) :935-944.

[2] MAES W H, STEPPE K. Perspectives for remote sensing with unmanned aerial vehicles in precision agriculture [J]. Trends in Plant Science, 2019, 24(2) : 152-164.

[3] 陈红梅,常林江,张会娟,等. 协同导航不完全量测环路和积数据关联算法 [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(7) :136-145.
CHEN H M, CHANG L J, ZHANG H J, et al. Cooperative navigation incomplete measurement loop sum-product algorithm for data association [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(7) :136-145.

[4] LIU R, YUEN C, DO T N, et al. Cooperative positioning for emergency responders using self IMU and peer-to-peer radios measurements [J]. Information Fusion, 2019, 56, DOI:10.1016/j.inffus.2019.10.009.

[5] LI Y, CHEN R, NIU X, et al. Inertial sensing meets artificial intelligence: Opportunity or challenge? [J]. Electrical Engineering and Systems Science, 2020, ArXiv: 2007. 06727.

[6] LI Q, BEN Y, NAQVI S M, et al. Robust student's t-based cooperative navigation for autonomous underwater vehicles [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2018:1-16.

- [7] 韩鹏,王梦琦,赵焱飞. 基于贝叶斯网络的物流无人机失效风险评估[J]. 中国安全生产科学技术, 2020, 16(11):178-183.
HAN P, WANG M Q, ZHAO Y F. Failure risk assessment of logistics UAV based on bayesian network [J]. Journal of Safety Science and Technology, 2020, 16(11):178-183.
- [8] HUANG Y, XUE C, ZHU F, et al. Adaptive recursive decentralized cooperative localization for multi-robot systems with time-varying measurement accuracy [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021 (99), DOI:10.1109/TIM.2021.3054005.
- [9] 鲁平,赵龙,陈哲. 改进的 Sage-Husa 自适应滤波及其应用[J]. 系统仿真学报, 2007(15):3503-3505.
LU P, ZHAO L, CHEN ZH. Improved Sage-Husa adaptive filtering and its application [J]. Journal of System Simulation, 2007(15):3503-3505.
- [10] 曹梦龙,李飞飞,刘欣涛. 基于虚拟噪声模型补偿 AUV 导航算法研究[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(1):242-248.
CAO M L, LI F F, LIU X T. Research on AUV navigation algorithm based on virtual noise model compensation [J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(1):242-248.
- [11] YU M J. INS/GPS integration system using adaptive filter for estimating measurement noise variance [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2007, 48(2):1786-1792.
- [12] HUANG Y, ZHANG Y, WU Z, et al. A Novel adaptive kalman filter with inaccurate process and measurement noise covariance matrices [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017 (99), DOI: 10.1109/TAC.2017.2730480.
- [13] HUANG Y, ZHU F, JIA G, et al. A slide window variational adaptive kalman filter [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020(99), DOI:10.1109/TCSII.2020.2995714.
- [14] MEYER F, HLINKA O, HLAWATSCH F. Sigma point belief propagation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(2):145-149.
- [15] RISTIC B, GILLIAM C, MORAN W, et al. Decentralized multi-platform search for a hazardous source in a turbulent flow [J]. Information Fusion, 2019, 58, DOI: 10.1016/j.inffus.2019.12.011.
- [16] MEYER F, HLINKA O, WYMEERSCH H, et al. Distributed localization and tracking of mobile networks including noncooperative objects-extended version [J]. IEEE Transactions on Signal & Information Processing Over Networks, 2014, 2(1):57-71.
- [17] UBEDA-MEDINA L, GARCIA-FERNANDEZ A F, GRAJAL J. Sigma-point multiple particle filtering [J]. Signal Processing, 2019, 160:271-283.
- [18] BEAUDEAU J P, BUGALLO M F, DJURIC P M. RSSI-based multi-target tracking by cooperative agents using fusion of cross-target information [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(19):5033-5044.
- [19] CLOSAS P, FERNANDEZ-PRADES C, VILA-VALLS J. Multiple quadrature kalman filtering [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12):6125-6137.
- [20] YI W, MORELANDE M R, KONG L, et al. A computationally efficient particle filter for multitarget tracking using an independence approximation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(4):843-856.
- [21] GARCIA-FERNANDEZ Z, ANGEL F, GRAJAL, et al. Two-layer particle filter for multiple target detection and tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2013, 49(3):1569-1588.
- [22] KROPFREITER T, MEYER F, HLAWATSCH F. A fast labeled multi-bernoulli filter using belief propagation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, DOI:10.1109/TAES.2019.2941104
- [23] SU Q, WU Y C. Convergence analysis of the variance in gaussian belief propagation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(19):5119-5131.
- [24] LI B, SU Q, WU Y C. Fixed points of gaussian belief propagation and relation to convergence [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(23):6025-6038.
- [25] 崔建华,王忠勇,王法松,等. 无线网络中基于变分消息传递的分布式协作定位算法 [J]. 信号处理, 2017, 33(5):661-668.
CUI J H, WANG ZH Y, WANG F S, et al. Distributed cooperative localization algorithm based on variational message passing for wireless networks [J]. Journal of Signal Processing, 2017, 33(5):661-668.
- [26] HARTIKAINEN S. Variational bayesian adaptation of

noise covariances in non-linear Kalman filtering [J].
ArXiv Preprint, 2013, ArXiv: 1302.0681.

作者简介



陈红梅 (通信作者), 1999年于武汉水利电力大学获得学士学位, 2007年于东南大学获得硕士学位, 2015年于东南大学获得博士学位, 现为河南工业大学副教授, 主要研究方向为协同导航、组合导航智能算法与系统。

E-mail: chenhongmei_seu@163.com

Chen Hongmei (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering in 1999, and received her M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Southeast University in 2007 and 2015,

respectively. She is currently an associate professor at Henan University of Technology. Her main research interests include intelligent algorithms and systems for collaborative navigation and integrated navigation.



王慧娟, 2019年于河南工业大学获得学士学位, 现为河南工业大学研究生, 主要研究方向为协同导航技术。

E-mail: 1365621834@qq.com

Wang Huijuan received her B. Sc. degree from Henan University of Technology in 2019. She is currently pursuing her master degree at Henan University of Technology. Her main research interests include collaborative navigation technology.