DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2108211

# 基于平面驻波磁场的二维位移传感器 测量原理与结构优化\*

武 亮,王鑫达,童 鹏,徐 是

(重庆理工大学 机械检测技术与装备教育部工程研究中心 重庆 400054)

**摘 要:**在芯片制造、智能制造、航空航天等领域,精密平面定位迫切需要平面两维度位移的同步独立精密测量。本文提出一种 基于电磁感应原理的平面位移传感器,由动阵面和定阵面组成。定阵面由 m×n 个平面螺旋线圈阵列串联而成,通入交变励磁 电信号时在测量平面产生平面驻波磁场。动阵面由四个螺旋线圈以 2×2 矩阵形式排列,感应出振幅随 x 轴和 y 轴位移变化的 四路调制信号,并利用 Cordic 算法求解两维度位移量。本文首先介绍了传感器的工作原理,对电磁模型进行有限元分析,并对 位移解算算法进行数值模拟。根据仿真结果对测量误差进行分析溯源,优化传感器结构。制作传感器样机开展了实验验证,验 证了传感器结构和位移解耦方法的可行性。实验表明,传感器在节距内最大误差为 48.7 μm,分辨率为 0.317 μm,在 147 mm× 147 mm 量程范围内,传感器线性度达到 0.15%,为高精度电磁感应式平面二维位移传感器的进一步发展提供了理论支撑和实 验指导。

**关键词:**平面二维位移测量;螺旋线圈;平面驻波磁场;Cordic 算法 中图分类号: TH7 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4030

## Measurement principle and structure optimization of two-dimensional displacement sensor based on planar standing wave magnetic field

Wu Liang, Wang Xinda, Tong Peng, Xu Shi

(Engineering Research Center of Mechanical Testing Technology and Equipment, Ministry of Education, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: In chip manufacturing, intelligent manufacturing, aerospace and other fields, precise plane positioning urgently needs synchronous independent precise measurement of two-dimensional displacement. In this article, a planar displacement sensor based on the principle of electromagnetic induction is proposed, which consists of a moving front and a fixed front. The fixed array includes  $m \times n$  planar spiral coil arrays in series. The planar standing wave magnetic field array is generated on the measuring plane when 4 kHz AC current is applied. The moving front is arranged by four spiral coils in the form of  $2\times 2$  matrix, and four-channel modulation signals whose amplitude changes with the displacement of x axis and y axis are induced. The Cordic algorithm is used to solve the displacement of two dimensions. This article first introduces the structure and working principle of the sensor. The finite element analysis is implemented to the electromagnetic model, and numerical simulation is applied to the dislocation algorithm. According to simulation results, the measurement error is analyzed and traced, and the sensor structure is optimized. The sensor prototype is made and the experimental verification is carried out, which verifies the feasibility of the decoupling method of sensor structure and position shift. The maximum error of the sensor in the counter pole is 48.7  $\mu$ m. And the sensor resolution is 0.317  $\mu$ m. Experimental results show that the linearity of the sensor reaches 0. 15% within the range of 147 mm×147 mm, which provides theoretical support and experimental guidance for the further development of the high-precision two-dimensional time-gate displacement sensor.

Keywords:two-dimensional displacement measurement; spiral coil; planar standing wave magnetic field; Coordinate rotation digital computer algorithm

收稿日期:2021-07-08 Received Date: 2021-07-08

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(51827805,51875069)、重庆理工大学研究生创新项目(clgycx20202080)资助

## 0 引 言

随着芯片制造、智能制造、航空航天等领域的快速发展,对平面精密定位技术的需求越来越高<sup>[1]</sup>。其中作为执行机构位置反馈部件的高精度高分辨力平面二维位移测量极其重要<sup>[23]</sup>。

目前平面二维位移测量系统根据原理不同可分为 4种:二维位移复合测量系统、电容式二维位移传感器、 二维光学传感器和电感式二维位移传感器。

二维位移复合测量系统通过在平面两轴上安装激光 干涉仪或高精度线性光学编码器的方式实现。合肥工业 大学张芮等[4]研制的多自由度测量二维工作台利用 He-Ne 激光器和激光自准直仪相结合实现二维测量,直 线位移测量范围 50 mm,系统定位偏差优于 100 nm,分辨 力可达 0.8 nm;角度测量范围±50″,分辨力达 0.2″。文 献[5]利用了迈克尔逊激光干涉仪和激光自准直原理, 在同一个测量光路中实现了位移和角度测量,该系统测 量长度分辨力可达1.2 nm,角度分辨力可达0.2 s。迈克 尔逊激光干涉仪是一种常用的激光干涉仪,它可以实现 纳米级的远距离测量,但安装垂直度直接影响测量精度, 光束的干扰、温度和湿度影响测量结果,同时两台干涉仪 所需空间更大,成本更高<sup>[6]</sup>。目前最好的商用线性光学 编码器可以在 280 mm 范围内实现±140 nm 精度的测量, 但光学编码器对强振动和环境污染十分敏感,运动轴的 安装不平行和垂直度也容易引入阿贝误差<sup>[7]</sup>。

二维电容传感器一般由移动板和固定板构成,利用 电容耦合面积的变化实现位移测量。浙江大学章烨辉<sup>[8]</sup> 研制的平面电容式大量程二维位移传感器,在量程 70 mm×70 mm 范围内,灵敏度为 0.4 mV/µm,分辨率 0.4 μm,非线性误差<2%。华中科技大学王碧波等<sup>[9]</sup>基 于极板间的间距变化研制出二维精密电容微位移传感 器,在500 nm×500 nm 范围内,分辨率可达1 nm。Yu 等[10-11]研制的平面电容式位移传感器,固定板为电容模 块阵列形式,分辨率可达到 0.308 μm,等效位移误差引 起的边缘效应是 237 μm,利用相移反正切插值方法可以 将波形误差从 4% 降低到 1.72%。Hartwell 等<sup>[12]</sup>研制的 平面电容式位移传感器可以在 50 μm×50 μm 范围内达 到±0.19 nm 的测量精度。Yu 等<sup>[13]</sup>提出了基于单电极混 频励磁的传感器,在256 mm<sup>2</sup>范围内,位移灵敏度为 1.5 mV/μm,测量重复性优于 2 μm。由于电容式传感器 两个极板之间的介电常数对湿度、温度和气压十分敏感, 因此在恶劣环境下电容式传感器很少被采用。

二维光学传感器通常基于衍射光栅的干涉测量系统 达到二维位移测量目的。合肥工业大学夏豪杰等<sup>[14]</sup>研 制的二维光栅位移测量系统以正交衍射光栅作为测量基 准元件,通过将得到的光电信号相位细分实现二维位移 测量,该系统在23 mm×23 mm 范围内, x 轴方向最小误 差 0. 27 μm, y 轴方向最小误差 0. 31 μm。Ishikawa 等<sup>[15]</sup> 提出了一种三腔垂直面激光器和3个光电二极管组成的 测量系统,在0.4 mm和1.8 mm范围内, x和 $\gamma$ 的分辨率 分别能达到 20 nm 和 40 nm。Zhu 等<sup>[16]</sup>提出了一种非合 作式目标单点二维位移测量的新系统,该系统测量范围 是 500 μm,准确度达到亚微米级。Lin 等<sup>[17]</sup>研制的三轴 光栅编码器由平面比例光栅和光学读数头组成,在光学 读数头中集成了平面参考光栅, x 轴测量误差在 495.8 μm 范围内为 4.16 μm, z 轴测量误差在 6.868 μm 范围内为 0.41 µm。二维光学编码器易于嵌入运动部件, 但光学模块比较复杂且难以严格对齐,光学头与刻度光栅 之间的距离太近,容易受到机械抖动和振动的影响,从而 影响光学信号的质量,导致光电信号衰减或消失。另外, 光学式传感器很难兼顾大量程和高精度,尤其在平面二维 光学式传感器制作时需要在两个垂直方向刻划等间距栅 格,通过高质量的加工工艺来保证测量效果和精度,因此 制作大面积的高精度光栅测量系统十分困难[18-19]。

电感式二维位移传感器基于电磁感应原理通过对磁 电信号的拾取和解算获得位移值。Hojjat等<sup>[20]</sup>提出了一 种平面线圈电感式传感器,曲线线圈通入电流产生磁场, 4 个平面线圈输出感应信号 *x* 和 *y*,传感器的分辨率为 10 μm。Anandan等<sup>[21]</sup>提出了一种基于螺旋线圈的差动 变压器式位移传感器,测量范围 70 mm, RMS 误差为 0.8%。Babu等<sup>[22]</sup>提出了一种基于平面螺旋线圈的感应 式位移传感器,该传感器由一个固定的平面线圈和一个 可移动的 U 型磁芯组成,电感随位移 *x* 的变化呈正弦曲 线变化,误差最大为 0.2%,分辨率为 6.5 μm。

目前,光学式传感器制造成本和加工工艺要求高,光 学式和电容式传感器精度易受振动、油污和粉尘等环境 因素影响,而电感式传感器分辨率和线性度较低<sup>[23]</sup>。基 于此,本文提出了一种新型、易于制造的基于平面螺旋线 圈阵列的电磁感应式二维位移传感器,利用平面励磁线 圈阵列产生平面驻波磁场;再利用拾取线圈阵列获取感 应电信号进行处理和位移解算。文中首先介绍了传感器 的工作原理,对传感器测量误差进行理论分析和仿真验 证;优化传感器结构并制作样机。通过实验验证了传感 器测量方法的可行性,实现了平面二维位移同步测量。

## 1 传感器结构与工作原理

#### 1.1 基于驻波磁场的直线位移传感器原理

基于驻波磁场的直线位移传感器结构如图1所示, 由励磁线圈和感应线圈组成。其中,励磁线圈为方形线 圈阵列,相邻两线圈中心距为 W/2(W 为空间节距)并通 人方向相反的交变励磁电流。感应线圈由两个方形线圈 构成,两线圈中心距为3W/4。励磁线圈与感应线圈间距 为 $d_{\circ}$ 





当励磁线圈通入交变电流时,形成的驻波磁场如 式(1)所示<sup>[24]</sup>,其中包含时间变量 t 和空间变量  $x_{\circ}$ 

$$B(x,t) = k\sin(\omega t) \sum_{i=0}^{n} A_i \cos\left(i\frac{2\pi}{W}x\right)$$
(1)

其中,k为常系数, $\omega$ 为励磁信号角频率, $A_i$ 为i次 谐波幅值。

当只考虑基波磁场,感应线圈相对励磁线圈移动时, 产生的感应电信号  $e_1$  和  $e_2$  如式(2)所示。

$$\begin{cases} e_1 = k_e \cos(\omega t) \cos\left(\frac{2\pi}{W}x\right) \\ e_2 = k_e \cos(\omega t) \sin\left(\frac{2\pi}{W}x\right) \end{cases}$$
(2)

其中,k,为感应电信号幅值。

再对两感应电信号 e<sub>1</sub> 和 e, 进行反正切运算,即可得 感应线圈相对励磁线圈的位移量,如式(3)所示。

$$x = \frac{W}{2\pi} \arctan\left(\frac{e_2}{e_1}\right) \tag{3}$$

#### 1.2 基于平面驻波磁场的二维位移传感器原理

1) 平面驻波磁场的产生

在基于驻波磁场的直线位移传感器的基础上,本文 提出了一种新型平面二维位移传感器。将 x 方向的励磁 线圈拓展为 xoy 平面的励磁方形线圈阵列,如图 2 所示。 任意相邻的两个方向线圈绕制方向相反。





当励磁线圈中通入励磁电流  $I_m \sin \omega t$ ,在定阵面上方  $Z_0$  处某一时刻  $t_0$  产生的平面驻波磁场如图 2(b) 所示。

形成的磁场中包含时间变量 t 和空间变量 x、y,其磁 场强度表达式如(4)所示[25]。若忽略高次谐波,基波磁 场表达式如(5)所示。

$$B(x, y, t) = k_{\alpha} \sin(\omega t) \sum_{i=0}^{n} P_{i} \cos\left(i\frac{2\pi}{W}x\right) \times \sum_{i=0}^{n} Q_{i} \cos\left(i\frac{2\pi}{W}y\right)$$
(4)

$$B(x,y,t) = k_{\alpha} \sin(\omega t) \cos\left(\frac{2\pi}{W}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{W}y\right)$$
(5)

式中: $k_{\alpha}$ 为常系数, $P_i$ 为x方向i次谐波幅值, $Q_i$ 为y方向 i次谐波幅值。

2) 磁电信号转换

将直线位移传感器沿 x 轴方向的感应线圈向 y 轴方 向拓展,形成 2×2 的感应线圈阵列如图 3 所示。图 3 中 线圈 Ic1 和 Ic2 沿 x 轴方向排列,中心距为 3W/4; Ic4 与 Ic3 沿 x 轴方向排列,中心距为 3W/4; Ic1 与 Ic4 沿 y 轴方 向排列,中心距为3W/4;Ic2 与Ic3 沿 y 轴方向排列,中心 距为3W/4。





当感应线圈在驻波磁场中移动时,线圈内会因磁通 量的改变产生周期性电信号。四路感应线圈磁通量变化 如式(6)所示。磁通量对时间量 t 求微分,可得感应电信 号变化如式(7)所示。

$$\begin{cases} \phi_1 = \frac{k_{\alpha}W^2}{\pi^2} \sin \omega t \cos\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \cos\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \\ \phi_2 = \frac{k_{\alpha}W^2}{\pi^2} \sin \omega t \sin\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \cos\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \\ \phi_3 = \frac{k_{\alpha}W^2}{\pi^2} \sin \omega t \sin\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \sin\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \\ \phi_4 = \frac{k_{\alpha}W^2}{\pi^2} \sin \omega t \cos\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \sin\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \end{cases}$$
(6)

$$\begin{cases} e_1 = k_\beta \cos\omega t \cos\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \cos\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \\ e_2 = k_\beta \cos\omega t \sin\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \cos\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \\ e_3 = k_\beta \cos\omega t \sin\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \sin\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \\ e_4 = k_\beta \cos\omega t \cos\left(\frac{2\pi}{W}x + \varphi_A\right) \sin\left(\frac{2\pi}{W}y + \varphi_B\right) \end{cases}$$
(7)

其中,  $k_{\beta} = -kW^2\omega\pi^{-2}$ ,  $\varphi_A$ 为 x 轴方向初相位,  $\varphi_B$ 为 y 轴方向初相位。

传感器的整体结构如图4所示。



Fig. 4 Structure of the 2D sensor

平面二维位移传感器包含定阵面和动阵面。定阵面由导磁基体和励磁线圈阵列组成,动阵面由导磁基体和感应线圈阵列组成。其中,励磁线圈由 m×n 个螺旋线圈串联组成,每相邻两个螺旋线圈绕向相反,中心距为 W/2。感应线圈为4 个相同的螺旋线圈按"田"字形排列组成,相邻两个线圈中心距为 3W/4。励磁线圈与感应线圈之间保持较小气隙 d 以确保能够相对运动。

3) 位移解算方法

传感器输出的四路感应信号,做如式(8)处理可得 到 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 和 $S_4$ 。

$$\begin{cases} S_1 = e_1 - e_3 = k_s \cos \omega t \cos \left[ \frac{2\pi}{W} (x+y) + \varphi_A + \varphi_B \right] \\ S_2 = e_1 + e_3 = k_s \cos \omega t \cos \left[ \frac{2\pi}{W} (x-y) + \varphi_A - \varphi_B \right] \\ S_3 = e_2 - e_4 = k_s \cos \omega t \sin \left[ \frac{2\pi}{W} (x-y) + \varphi_A - \varphi_B \right] \\ S_4 = e_2 + e_4 = k_s \cos \omega t \sin \left[ \frac{2\pi}{W} (x+y) + \varphi_A + \varphi_B \right] \end{cases}$$

$$(8)$$

式中: k<sub>s</sub> 为放大后电信号系数。

采用快速傅里叶变换(fast fourier transform, FFT)方 法对所 $S_1 \sim S_4$ 进行分解,可得到相应的幅值和初始相 位,其中幅值大小如式(9)所示。

$$\begin{cases} A_{1} = \left| k_{s} \cos\left(\frac{2\pi}{W}\alpha + \varphi_{A} + \varphi_{B}\right) \right| \\ A_{2} = \left| k_{s} \cos\left(\frac{2\pi}{W}\beta + \varphi_{A} - \varphi_{B}\right) \right| \\ A_{3} = \left| k_{s} \sin\left(\frac{2\pi}{W}\beta + \varphi_{A} - \varphi_{B}\right) \right| \\ A_{4} = \left| k_{s} \sin\left(\frac{2\pi}{W}\alpha + \varphi_{A} + \varphi_{B}\right) \right| \end{cases}$$
(9)

式中: $\alpha = x + y, \beta = x - y_{\circ}$ 

由上式可知,若求位移值 x和y,需解得  $\alpha$  和 $\beta$  值,对 此采用 CORDIC(坐标旋转数字计算方法)<sup>[26]</sup>。初始矢 量( $x_0, y_0$ )每次以角度  $\varepsilon_i$ 旋转 n 次后逼近目标矢量 ( $x_n, y_n$ ),旋转角度之和逼近两矢量间夹角  $\theta$ 。角度迭代 式如式(10) 所示。

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1+2^{-2i}}} \prod_{i=0}^{n-1} \begin{pmatrix} 1 & -d_i \tan \varepsilon_i \\ d_i 2^{-i} & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$
(10)

式中: $d_i$ 为判决算子,决定每次矢量旋转角度方向,  $d_i = - \operatorname{sign}(x_i, y_i)$ 。

令  $x_0 = A_1, y_0 = A_4$ 代入该算法可得角度值  $\alpha$ ;同理代 入  $A_2$ 和  $A_3$ 可得角度值  $\beta$ 。据式(11)所示即可解算出位 移值 x和  $y_0$ 

$$\begin{cases} x = \frac{\alpha + \beta}{2} \\ y = \frac{\alpha - \beta}{2} \end{cases}$$
(11)

信号处理过程如图 5 所示。首先运用运算放大电路 对四路感应电压进行等比例放大,再利用模数转换器(ADC)对四路电压信号采样,接着采用数字滤波器滤 波减少信号中的噪声干扰,最后利用 Cordic 算法对测量 位移进行解算。



Fig. 5 Processing of the signals

(12)

理论上采样频率与传感器分辨率关系如式(12) 所示。

Resolution =  $W/2^n$ 

其中, Resolution 为传感器分辨率, n 为 AD 采集 位数。

## 1.3 电磁场仿真验证

根据上文的理论推导,在电磁场有限元仿真软件中 建立传感器模型并分析,模型参数和电气参数设置如 表1所示。

表 1 仿真模型参数表 Table 1 Parameters of the simulation model

模型参数	参数值
传感器节距	20.8 mm
励磁线圈中螺旋线圈匝数	5
励磁线圈相邻螺旋线圈中心距	10. 4 mm
感应线圈中螺旋线圈匝数	10
感应线圈相邻螺旋线圈中心距	15.6 mm
单个感应线圈电阻	1 GΩ
励磁电流峰峰值	0.1 A
励磁电流频率	4 kHz
线圈材质	Copper
单个线圈相邻导线间距	0.5 mm
"回"型线圈线宽	0.1 mm
"回"型线圈厚度	0.1 mm
传感器相邻两部分间距	0.1 mm
导磁基体	Iron
线圈网格划分值	1 mm
导磁基体网格划分值	4 mm
采样周期	20.8 mm
步距	0.800 mm
时间周期	0.030 ms
时间间隔	0.001 ms

当感应线圈沿 y=x 方向移动一个节距时,四路感应 信号如图 6 所示。纵坐标为输出电信号幅值,横坐标为 x 和 y 方向位移。

感应线圈沿 y=x 方向移动一个节距,可以通过位移 解算算法所得位移值和设定理论位移值进行比较得到误 差,再进行 FFT 分解得出其误差频次及幅值。

如上文所述对该传感器进行仿真分析,可得四路感 应电信号。将四路感应电信号代入位移解算算法中可得 出 y=x 方向位移曲线,并与位移设定值比较得到误差曲 线如图 7 所示。



图 7 y=x方向节距内位移理论曲线、解算曲线和误差曲线 Fig. 7 Theory curve, solution curve and error curve of y=xpitch displacement

由图 7 可知,仿真位移值与位移设定值基本吻合,验 证了测量方法的可行性。然而图中误差曲线显示仍有较 大误差。

当动阵面沿 y=x 方向移动一个节距时,根据四路感 应线圈输出的电信号进行位移解算,再与理论位移值做 差,对误差曲线进行傅里叶分解,得到幅频谱如图 8 所示。





由图 8 可知,当动阵面沿 y=x 方向水平移动一个节 距时,x 和 y 方向各个频次的误差基本相同。该传感器模 型主要存在一次、二次及四次误差,其中四次误差影响较 大。需要通过误差分析,进一步优化传感器结构。

## 2 传感器误差分析与结构优化

#### 2.1 误差分析与抑制方法

当给正弦励磁线圈施加正弦励磁信号时,形成相应的磁场 B(x,y,t)包含各次谐波,如式(13)所示。

B(x,y,t) =

$$k_{\alpha}\sin(\omega t)\sum_{i=0}^{n}P_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}x\right)\sum_{i=0}^{n}Q_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}y\right)$$
(13)

由于感应线圈与励磁线圈尺寸参数相同,面积相同, 所以励磁线圈在磁场 B(x,y,t)中移动时,磁通量变化与 磁场变化成正比,磁通量如式(14)所示。

$$\begin{cases} \phi_{1} = \frac{k_{\alpha}W^{2}}{\pi^{2}} \sin \omega t \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \cos \left( i \frac{2\pi}{W} x \right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j} \cos \left( j \frac{2\pi}{W} y \right) \right] \\ \phi_{2} = \frac{k_{\alpha}W^{2}}{\pi^{2}} \sin \omega t \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \sin \left( i \frac{2\pi}{W} x \right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j} \cos \left( j \frac{2\pi}{W} y \right) \right] \\ \phi_{3} = \frac{k_{\alpha}W^{2}}{\pi^{2}} \sin \omega t \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \cos \left( i \frac{2\pi}{W} x \right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j} \sin \left( j \frac{2\pi}{W} y \right) \right] \\ \phi_{4} = \frac{k_{\alpha}W^{2}}{\pi^{2}} \sin \omega t \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \sin \left( i \frac{2\pi}{W} x \right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j} \sin \left( j \frac{2\pi}{W} y \right) \right] \end{cases}$$

$$(14)$$

四个感应线圈磁通量中包含各次谐波成分,磁通量 对时间量 t 求微分,包含各次谐波的四路感应电信号傅 里叶级数的形式如式(15)所示。

$$\begin{cases} e_{1} = k_{\delta}\cos(\omega t) \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}x\right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j}\cos\left(j\frac{2\pi}{W}y\right) \right] \\ e_{2} = k_{\delta}\cos(\omega t) \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i}\sin\left(i\frac{2\pi}{W}x\right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j}\cos\left(j\frac{2\pi}{W}y\right) \right] \\ e_{3} = k_{\delta}\cos(\omega t) \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}x\right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j}\sin\left(j\frac{2\pi}{W}y\right) \right] \\ e_{4} = k_{\delta}\cos(\omega t) \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i}\sin\left(i\frac{2\pi}{W}x\right) \sum_{j=1}^{n} Q_{j}\sin\left(j\frac{2\pi}{W}y\right) \right] \end{cases}$$

$$(15)$$

式中: $k_s$ 为常系数; $\omega$ 为励磁电流频率; $e_i$ 为第i次谐波引起的感应电信号幅值;W为传感器节距。

磁场感应线圈的感应电信号中包含与位移变量相关的各次谐波电信号。单相励磁线圈在X轴方向和Y轴方向节距内磁场分布存在各次谐波分量,致使感应线圈中 磁通量及感应电信号也都存在各次谐波成分。

由于三角函数具有周期性和对称性,则可利用该 特点对感应线圈结构进行优化,使磁通量面积改变从 而影响感应电信号值。为减小偶次谐波误差,在感应 线圈分别沿 x 方向、y 方向和 y=x 方向 W/2 处各增加 一组反向绕制感应线圈,并将两者串联,形成差动结构 的同时可以消除感应电信号中的偶次谐波电动势。以 正反串联的感应线圈 1 为例,感应电信号公式如 式(16)所示。由于其他三路感应线圈结构原理和计算 同理,在此不做赘述。

$$\begin{cases} e_{1y} = k_{\delta} \cos(\omega t) \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \cos\left(i \frac{2\pi}{W}x\right) \times \\ \sum_{j=1}^{n} Q_{j} \cos\left(j \frac{2\pi}{W}y\right) \right] \\ \overleftarrow{e_{1y}} = k_{\delta} \cos(\omega t) \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \cos\left(i \frac{2\pi}{W}x\right) \times \\ \sum_{j=1}^{n} Q_{j} \cos\left(j \frac{2\pi}{W}\left(y + \frac{W}{2}\right)\right) \right] \\ e_{1y} + \overleftarrow{e_{1y}} = k_{\delta} \cos(\omega t) \times \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{i} \cos\left(i \frac{2\pi}{W}x\right) \times \\ \sum_{m=2j-1}^{n} Q_{m} \cos\left(m \frac{2\pi}{W}y\right) \right] \end{cases}$$
(16)

在式(16)中,优化后感应线圈感应电信号( $e_{1y} + e_{1y}$ ) 沿 y 方向节距内偶数次谐波被抵消。根据谐波误差分析 可知,感应电信号中的 4 次谐波误差是感应线圈中磁通 量的 4 次变化导致的。所以,在各感应线圈沿 y 方向 W/2 处各增加一个反向绕制感应线圈的基础上,将 8 个线圈 分别沿 x 方向延长 W/6 长度,其沿 x 方向于 W/6 处的线圈 感应电信号如(17)所示。

$$e_{1x} = k_{\delta}\cos(\omega t) \times \left[A_{e} + \sum_{i=1}^{n} P_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}\left(x + \frac{W}{6}\right)\right) \sum_{i=1}^{n} Q_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}y\right)\right] = k_{\delta}\cos(\omega t) \left[A_{e} + P_{1}\cos\left(\frac{2\pi}{W}x + \frac{\pi}{3}\right) Q_{1}\cos\left(\frac{2\pi}{W}y\right) + \dots - P_{4}\cos\left(4\frac{2\pi}{W}x + \frac{\pi}{3}\right) Q_{1}\cos\left(4\frac{2\pi}{W}y\right) \dots\right]$$
(17)

此时,感应线圈1电信号应等于原感应线圈1电信号与增加 W/6 面积的线圈感应电信号之和。如式(18) 所示。

$$e_{x} = e_{1} + e_{1x} = k_{\delta}\cos(\omega t) \times \left[A_{e} + \sum_{i=1}^{n} P_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}\left(x + \frac{W}{6}\right)\right)\sum_{i=1}^{n} Q_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}y\right) + \sum_{i=1}^{n} P_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}x\right)\sum_{i=1}^{n} Q_{i}\cos\left(i\frac{2\pi}{W}y\right)\right] = k_{\delta}\cos(\omega t) \times$$

$$\left[A_{e} + \dots + P_{1}\cos\left(4\frac{2\pi}{W}x + \frac{\pi}{3}\right)Q_{1}\cos\left(\frac{2\pi}{W}y\right) - P_{4}\cos\left(4\frac{2\pi}{W}x + \frac{\pi}{3}\right)Q_{4}\cos\left(\frac{2\pi}{W}y\right)\dots\right]$$
(18)

由式(18)可知,两感应电信号相加过程中沿 x 方向的 4 次谐波分量 $\left(\cos\left(4\frac{2\pi}{W}x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$ 子式被抵消,从而使传感器节距内 4 次谐波误差成分被抑制。

## 2.2 结构优化后电磁场仿真

采用电磁场有限元仿真软件对传感器优化后结构进 行建模仿真,其励磁线圈结构不变,感应线圈参数变化如 表2所示。

Table 2   Optimized induction	coil parameters	mn
模型参数	参数值	
感应线圈长度	13. 4	
感应线圈宽度	10	
串扰磁场感应线圈中心距	10.4	
X 方向相邻两个感应线圈中心距	15.6	
Y方向相邻两个感应线圈中心距	26	

表 2 优化后感应线圈参数表

其余仿真参数设置与原传感器仿真时参数设置相同,优化后感应线圈结构如图9所示。



Fig. 9 Optimized induction coil structure

感应线圈阵列沿 y=x 方向移动单位节距,得到的 4 路感应电信号代入位移解算算法中,得到误差曲线如 图 10 所示。

由图 10 可知,结构优化后误差曲线起伏变小,效果 优于优化前。对误差曲线进行频谱分析,其结果与优化 前进行对比,如图 11 所示为模型优化前后沿 y=x 方向一 个节距内误差幅频对比。表 3 所示为模型优化前后谐波 误差分量对比。







图 11 优化前后 y=x 方向单位节距内误差频谱对比 Fig. 11 The amplitude-frequency comparison of y=x direction errors within unit pitch before and after optimization

对误差曲线进行频谱分析,感应线圈阵列沿 y=x 方 向移动单位节距得到两个方向的误差频谱图如图 11 所 示。该结构优化后传感器测量结果中 1 次谐波误差、3 次谐波误差和 4 次谐波误差均明显减小。

表 3 模型优化前后测量误差谐波分量对比 Table 3 Comparison of the measurement error harmonic components before and after model optimization um

-		
频次	优化前	优化后
0	24. 867 833	18.360791
1	52. 433 165	12.934 882
2	25. 471 974	17. 732 511
3	32. 239 234	9.563 910
4	122. 616 192	65.188 817
5	1. 985 529	2.493 572
6	1. 311 567	1.775 876
7	2.444 694	1.758 111
8	1.727 087	1.317 755
9	0. 422 192	0.753 168

由图 11 和表 3 所示,结构优化后误差得到明显改善,其中 1 次和 4 次较明显。在 x 方向 1 次误差幅值减小 39.5  $\mu$ m,y 方向 1 次误差幅值减小 39.3  $\mu$ m;在 x 方向 4 次误差幅值减小 57.4  $\mu$ m,y 方向 4 次误差幅值减小 42.1  $\mu$ m。由此可证,结构优化方法的有效性,以及优化理论公式推导的正确性。

## 3 实 验

根据优化结果,利用印刷电路板(PCB)技术制作优 化后感应线圈如图 12(a)所示,传感器样机如图 12(b) 所示,各项参数如表1 和表2 所示。导磁基体采用 45#钢 进行加工,表面研磨并固定定阵面和动阵面。

搭建实验平台如图 12(d)所示,采用精密二维运动 平台,平台两侧安装雷尼绍光栅尺(400 mm 量程精度可 达:±1 μm)作为运动反馈和标定传感器。二维移动平台 两个方向分别由一个步进电机驱动,通过运动控制卡接 入光栅反馈信号形成全闭环系统。通过 NI 数据采集卡 (图 12(c),型号:DAQ-6363BNC)采集感应电信号并处 理,数据由 PCI-USB 上传至电脑端。电脑端采用 Labview2016 软件设计数据处理系统和人机交互界面。 基于 MathScript RT 模块进行数据处理实现位移解算,解 算位移结果和光栅比对。该传感器节距 W 为 20.8 mm, 模数转换采用 16 位 AD 采集,由式(12)可知,传感器分 辨率为 0.317 μm。



(d) 实验半台 (d) Experimental platform



根据以上对模型仿真结果和误差分析,该传感器在 一个节距内的误差主要为4次谐波误差。在提离高度  $d=0.1 \text{ mm}_x d=0.3 \text{ mm} 和 d=0.5 \text{ mm} 下, 在 x 和 y 两个$ 方向分别进行节距内实验, 动阵面以 0.8 mm 为一步, 单次实验共采集 26 个数据点。动阵面在 x 方向和 y 方向的不同提离高度下实验所得误差曲线共 6 条, 如图 13、14所示。



图 13 x 方向节距内误差曲线







实验结果表明,随着提离高度的升高,4 次谐波峰峰 值变小。这是由于当动阵面升高时,谐波衰减加快,4 次 误差成分减小导致的。当 d = 0.5 mm 时,在 x 方向节距 内误 差 达 到±45.7  $\mu$ m,在 y 方 向 节 距 内 误 差 达 到±48.9  $\mu$ m。

理论上,在 x 方向测量时,y 方向误差值应为 0,y 方 向测量时同理。为进一步验证该传感器所用解耦方法的 性能,在提离高度 d=0.5 mm 情况下,动阵面沿 x 方向移 动一个节距时,测量 y 方向所产生的误差,并绘制误差曲 线如图 15 所示,y 方向同理,绘制 x 方向产生的误差曲线 如图 16 所示。

根据误差曲线可知,当动阵面只沿 x 方向移动时,y 方向误差值为±6.5 μm,相对总误差占比 14.2%。沿 y 方向移动时,x 方向误差值为±7.2 μm,相对总误差占比 14.7%。均小于总误差值的 15%,可证明该解耦方法有 效,可以实现两个方向的独立测量。









根据以上实验结果,在动阵面提离高度 d=0.5 mm 情况下,在 x=y 方向进行节距内实验。分别用优化前结 构和优化后结构实验共两次,误差曲线如图 17 所示。



实验表明,在提离高度 d=0.5 mm 的情况下,优化后的传感器在 x=y 方向节距内误差可以达到±48.7  $\mu$ m。最后为评估传感器整体性能,在 147 mm×147 mm 二维平面范围内进行大量程实验,误差二维图如图 18 所示。

图 18 中, 虚线为标准坐标, 标有圆点的线为测量位 移曲线。为了更好的展示测量结果的误差特性, 将位



Fig. 18 Displacement measurement value within 147 mm×147 mm

移误差放大了 50 倍后再与标准位移值比较。由图中 可得,在进行大量程的测量时,位移误差会随测量距离 的增加而在正交方向出现线性累积。图 18 中右上角 偏移量最大的点坐标为(156.775 3,157.916 1),可知 *x*方向误差值放大前为为 195.506 μm,*y*方向误差值放 大前为 218.322 μm,二维平面大量程测量线性度达到 0.15%。

由于制造工艺难以保证每组线圈排布完全正交,同时存在动阵面和定阵面安装误差等因素,实验结果存在 多次谐波误差。但实验结果与仿真结果频谱基本一致, 通过对传感器感应线圈结构的优化,使其由结构引起的 谐波误差得到抑制。验证了传感器平面二维位移测量方 法的可行性和信号解耦方法的有效性,同时也验证了该 传感器结构优化的有效性。

## 4 结 论

基于平面驻波磁场的二维位移传感器通过建立平面 励磁线圈阵列产生平面驻波磁场,利用感应线圈阵列获 取感应电信号,采用 Cordic 算法进行位移解算。试制传 感器开展实验验证,得出以下结论:1)利用平面线圈阵列 可构建和拾取平面驻波磁场,并通过 Cordic 算法可实现 平面两维度位移的同步测量;2)感应线圈通过差动式结 构可有效抑制节距内的奇数次谐波误差;3)通过将感应 线圈沿 x 和 y 方向延长 W/6 长度,可有效减小测量结果 中节距内的四次误差成分。4)实验表明该传感器位移误 差主要为 4 次谐波误差,除改变结构形式之外,提离高度 的适度增加也可有效减小 4 次误差。5)传感器分辨率达 到 0.317  $\mu$ m,在 147 mm×147 mm 量程范围内,传感器线 性度达到 0.15%。 本研究为基于电磁感应原理的平面二维位移传感器 的设计开发提供了理论依据和实现方案,对进一步研究 高精度二维位移传感器具有重要意义。

## 参考文献

- GAO W, KIM S W, BOSSE H, et al. Measurement technologies for precision positioning [J]. CIRP Ann. Manuf. Technol, 2015, 64:773-796.
- [2] LIU C H, JYWE W Y, et al. Design and control of a long-traveling nano-positioning stage[J]. Precis. Eng., 2010,34(3):497-506.
- [3] YAGUE J A, AGUILAR J, VALENZUELA M, et al. Traceability in the calibration of low cost opto-eletronic sensors for measuring 2D displacement [J]. AIP Conf. Proc. ,2009,1181:244-253.
- [4] 张芮,黄强先,伍婷婷,等.二维工作台角度误差实时 补偿研究[J].中国测试,2018,44(8):102-106.
  ZHANG R, HUANG Q X, WU T T, et al. Research of compensating angle error to the 2D stage in real time[J].
  China Measurement & Test, 2018,44(8):102-106.
- [5] KIM J A, KIM J W, KANG C S, et al. On-machine calibration of angular position and runout of a precision rotation stage using two absolute position sensors [J]. Measurement, 2019,153:1-7.
- [6] WU L, XU S, ZHONG Z, et al. An inductive sensor for two-dimensional displacement measurement [J]. Sensors, 2020, 20(7): 1819-1833.
- [7] WU L, TANG Q, CHEN X, et al. A novel twodimensional sensor with inductive spiral coils [J]. IEEE Sens. J. ,2019,19(1):4857-4865.
- [8] 章烨辉.基于平面电容传感器的大量程、高精度二维 位移直接解耦测量方法和系统研究[D].杭州:浙江大 学,2008.
   ZHANG Y H. Study on 2D wide-range, high-precision displacement measuring method and system based on planar capacitive sensor with direct decoupling effect[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008.
- [9] 王碧波,岳金福,周泽兵,等.基于二维精密电容微位 移传感器的二维纳米定位系统[J].纳米技术与精密 工程.2005,3(2):137-141.
  WANG B B, YUE J F, ZHOU Z B, et al. Twodimensional nano-positioning system combined with twodimensional capacitive displacement sensor [J]. Nanotechnology and Precision Engineering. 2005,3(2): 137-141.
- [10] YU J P, WANG W, LI X, et al. A novel quadrature

signal estimation method for a planar capacitive incremental displacement sensor [J]. Meas. Sci. Rev, 2016,16:127-133.

- YU J P, WANG W, LU K Q, et al. A planar capacitive sensor for 2D long-range displacement measurement [J].
   Journal of Zhejiang University Science C, 2013, 14(4): 252-257.
- [12] HARTWELL P G, ROBERT G, WALMSLERY, et al. Interatedpositon sending for control of XY actuator [J]. Proceeding of IEEE Sensor, 2004(3):1407-1410.
- [13] YU H, ZHANG Y, SHEN M, et al. Planar position sensor based on mono sensing electrode and hybridfrequency excitation [J]. Sensors, 2016, 16 (5): 691-699.
- [14] 夏豪杰,费业泰,范光照,等.基于衍射光栅的二维纳 米位移测量技术[J].纳米技术与精密工程,2007, 5(4):311-314.
  XIA H J, FEI Y T, FAN G ZH, et al. 2D Nanodisplacement measurement with diffraction grating[J].
  Nanotechnology and Precision Engineering,2007,5(4): 311-314.
- [15] ISHIKAWA I, SAWADA R, HIGURASHI E, et al. Integrated micro-displacement sensor that measureds tilting angle and linear movement of an external mirror[J]. Sens. Actuators A Phys., 2007, 138 (2): 269-275.
- [16] ZHU K, GUO B, LU Y, et al. Single-spot twodimensional displacement measurement based on selfmixing interferometry[J]. Optica, 2017, 4(7):729-735.
- [17] LIN J, GUAN J, WEN F, et al. High-resolution and wide range displacement measurement based on planar grating [J]. Optics Communications, 2017, 404: 132-138.
- [18] 王合文,彭凯,刘小康,等. 一种离散阵列的平面二维 电场式时栅位移传感器[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(3):99-96.
  WANG H W, PENG K, LIU X K, et al. A planar twodimensional electric field time-grating displacement sensor with discrete array [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3):99-96.
- [19] 刘小康,李佳豪,彭凯,等.平面二维时栅位移传感器的理论模型与误差分析[J]. 仪器仪表学报,2020, 41(12):111-121.

LIU X K, LI J H, PENG K, et al. Theoretical model and error analysis of the planar two-dimensional timegrating displacement sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020,41(12):111-121.

- [20] HOJJAT Y, KARAFI M R, GHANBARI M, et al. Development of an inductive encoder for simultaneous measurement of two-dimensional displacement [J]. Int. J. Adv. Manuf. Technol, 2010, 53:681-688.
- [21] ANANDAN N, GEORGE B. Design and development of a planar linear variable differential transformer for displacement sensing [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(1):5298-5305.
- [22] BABU A, GEORGE B. Design and development of a new non-contact inductive displacement sensor [J]. IEEE Sensors Journal. ,2017,18(3):976-984.
- [23] ZHONG Z, WU L, MOU C, et al. Measurement principle and structure optimization of two-dimensional time grating displacement sensor[C]. Ninth International Symposium on Precision Mechanical Measurements, 2019.
- [24] 武亮,彭东林,鲁进,等.基于平面线圈线阵的直线时 栅位移传感器[J].仪器仪表学报,2017,38(1): 83-90.

WU L, PENG D L, LU J, et al. Linear time grating displacement sensor based on linear array of planar coils[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017,38(1):83-90.

[25] 黄奔.基于微平面阵元的位移传感机理研究[D].重 庆:重庆理工大学,2016.

HUANG B. Study on displacement sensing mechanism based on micro-plane array element [D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2016.

[26] AGGARWAL S, MEHER P K, KHARE K. Concept, design, and implementation of reconfigurable CORDIC[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI Systems), 2015, 24(1):1588-1592.

#### 作者简介



**武亮**(通信作者),2008 年和 2011 年于 重庆理工大学获得学士和硕士学位,2017 年 于重庆大学获得博士学位,现为重庆理工大 学机械检测技术与装备教育部工程研究中 心副研究员,主要研究方向为精密测试技术

及仪器。

E-mail: ant56@ 126. com

**Wu Liang** (Corresponding author) received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from the Chongqing University of Technology (CQUT) in 2008 and 2011, and received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2017. He is currently an associate research fellow with the Engineering Research Center of Mechanical Testing Technology and Equipment, Ministry of Education, CQUT. His main research interests include precision testing technique and instrument.



**王鑫达**,2018年于重庆理工大学获得学 士学位,现为重庆理工大学硕士研究生,主 要研究方向为精密测试技术及仪器。

E-mail: wangxinda1023@163.com

Wang Xinda received his B. Sc. degree from the Chongqing University of Technology in 2018. He is currently pursuing his master degree at Chongqing University of Technology. His main research interests precision testing techniques and instrument.



**童鹏**,2020年于重庆理工大学获得学士 学位,现为重庆理工大学在读研究生,主要 研究方向为智能仪器与传感器。

E-mail: hero123@ 2020. cqut. edu. cn

**Tong Peng** received his B. Sc. degree from Chongqing University of Technology in 2020. He is currently a master student at Chongqing University of Technology. His main

research interests include intelligent instruments and sensor.