DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2107786

IMU 姿态误差均衡校正模型与验证*

程为彬1,陈烛姣1,张夷非1,胡少兵1,陈永军2

(1. 长江大学油气资源与勘探技术教育部重点实验室 武汉 430100; 2. 长江大学电子信息学院 荆州 434023)

摘 要:惯性姿态测量单元(IMU)中存在各种系统误差,需要进行校正以提高姿态解算精度,而校正矩阵是由本身包含各种系 统误差的特殊位置测量值及其理论值决定的。对校正矩阵产生的校正误差进行理论推导,研究其对解算姿态参数误差的影响 特征,并用测试数据进行验证。根据均衡校正点的设计,详细研究均衡校正及其结构拓扑对姿态精度的影响模型和特征,并对 测试数据进行均衡校正验证,典型姿态解算结果及对比表明,均衡校正普遍降低了姿态的绝对误差,均衡平均校正最少可降低 解算姿态绝对误差的平均值和峰峰值至 30.8%,且在小倾斜角区域也达到大中倾斜角区域常规校正的姿态解算精度。 关键词:惯性姿态测量单元;姿态测量;绝对误差;校正矩阵;均衡校正

中图分类号: TH761 TE937 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

Balance correction and verification of IMU posture error

Cheng Weibin¹, Chen Zhujiao¹, Zhang Yifei¹, Hu Shaobing¹, Chen Yongjun²

 (1. Key Laboratory of Exploration Technologies for Oil and Gas Resources, Ministry of Education, Yangtze University, Wuhan 430100, China; 2. Electronics and Information School of Yangtze University, Jingzhou 434023, China)

Abstract: There are various system errors in the inertial measurement unit (IMU). It needs calibration to enhance the accuracy of attitude calculation. The correction matrix is usually determined by the measurement values and their theoretical values at some specially designed positions where the measurement values of sensors also contain various system errors. The error caused by the correction matrix is deduced theoretically, and its influence on the error of attitude parameters is studied. Experimental data are utilized to verify those influences. According to the point design of balance correction, the influence models of balance correction and its structure topology on attitude accuracy are researched in detail. The balance correction generally reduces the absolute error. The average and peak values of absolute attitude error are decreased to 30.8% at least with the average balance correction. Moreover, the attitude accuracy of small inclination angle with the average balance correction occupies the similar attitude accuracy under large and medium inclination angles with the traditional correction method.

Keywords: inertial measurement unit; attitude measurement; absolute error; correction matrix; balance correction

0 引 言

惯性姿态测量单元(inertial measurement unit, IMU) 采用加速度计、陀螺等传感器,可为空间弹箭船飞行、地 球勘探、石油钻井、无人车/无人机、舰船、水下航行器和 工业机器人等载体提供准确的姿态参数^[1-6],同时也存在 刻度因子、零偏、温漂、安装位置不对准/不正交、尺寸效 应等系统误差,以及振动、旋转、温度和噪声等环境误差, 还有校正、时间累积等误差。

陈剑等^[7]采集 12 个位置的静态数据,对加速度计零 偏、标度因数、安装误差等进行标定。赵晓伟等^[8]提出陀 螺常值漂移、IMU 安装、刻度因数、随机漂移、旋转机构测 角、旋转轴运动、加速度计尺寸效应等误差产生方位角误 差的校正方法。郭强等^[9]将安装偏角的标定转化为对横 向位置误差的标定,并采用递推最小二乘算法。徐兵华

收稿日期:2021-04-20 Received Date: 2021-04-20

^{*}基金项目:湖北省重点研发计划(2020BAB094)项目资助

等^[10]从初始对准和航向保持两方面研究加速度计零偏 误差和随机游走对初始对准航向角误差的影响。孙枫 等^[11]通过旋转和积分,消除陀螺仪和加速度计中被正弦 调制的常值偏差。王岁儿等[12]提出一种用于外场零偏 标定的三位置 IMU 全零偏快速标定方法。班朝等^[13]基 于拓展 Kalman 滤波模型,设定权重因子降低有害加速度 影响,引入渐消记忆因子 Sage-Husa 自适应滤波算法,实 时跟踪量测噪声,修正漂移误差。Xue 等^[1]提出一种状 态空间模型,用 Kalman 滤波器来估计状态,减小钻柱振 动误差。Yang 等^[2]利用故障检测和交互技术,通过扰动 解耦和信息融合,减小钻柱振动和磁干扰。孙佳等[14]利 用六面体的24位置对加速度计零偏、标度因数和非正交 误差等参数连续转停标定。王洁等^[15]研究包含 IMU 安 装误差、刻度因子误差和随机常值误差的 27 维高阶状态 变量的误差动态标定模型。李荣冰等[16]建立基于长短 时记忆神经网络的误差模型,减小加速度和角速度误差 补偿后的残差均值。徐博等[17]提出一种小波阈值降噪 算法,可提高信噪比、减小均方根误差。刘莉等^[18]采用 基于内核模糊 C 均值的无监督广度优先搜索聚类算法, 以抑制测量误差的时间积累和噪声干扰。

IMU 测量误差校正中,校正数学模型是由特定位置 的测量值与其理论值的映射关系所得到的,而这些特定 位置的测量值本身就含有上述各种类型的系统误差,最 终对姿态误差产生周期性影响^[19]。石油超深钻井的近 垂直井段和弹箭打击的近垂直飞行段中,倾斜角小,测量 信号弱^[20],各种误差校正模型难以获得与大中倾斜角区 域相当的姿态解算精度。

本文针对加速度计的多源系统误差,对其中校正矩 阵所产生的校正误差进行理论分析和推导,从减小校正 误差出发,研究均衡校正的理论模型和均衡校正点设计 方法,并对均衡校正效果进行比较。

1 校正误差模型与测试

1.1 矩阵校正误差模型

IMU 通常包含 3 个互相垂直安装的加速度计,利用 算法对传感器信号进行解算,得到实时姿态。地理北西 天 ONWS 坐标系与测量仪器 OXYZ 坐标系初始重合,将 重力加速度 g 向各测量坐标系上投影^[3],得到三轴传感 器的单位化理论输出为:

$$G = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin I \cos T \\ \sin I \sin T \\ \cos I \end{bmatrix}$$
(1)

式中:g_i(*i*=x,y,z)为三轴加速度计的理论测量值;*I*为倾 斜角;*T*为工具面角。 可解算得到倾斜角和工具面角为:

$$\begin{cases} T = \arccos(g_z) \\ T = \arccos(\frac{g_x}{\sin I}) = \arcsin(\frac{g_y}{\sin I}) = \arctan(\frac{g_y}{g_x}) \end{cases} (2)$$

同时解算的姿态角度绝对误差为:

$$dI = \frac{dg_z}{-\sin I}$$

$$\begin{cases} dT = -\frac{dg_x}{\sin I \cdot \sin T} + \frac{\cos I \cdot \cos T \cdot dI}{\sin I \cdot \sin T} \\ \overrightarrow{\text{m}} dT = \frac{dg_y}{\sin I \cdot \cos T} - \frac{\cos I \cdot \sin T \cdot dI}{\sin I \cdot \cos T} \end{cases}$$
(3)

式中: $dI_x dT$ 分别为解算的倾斜角 I和工具面角 T的绝对误差; $dg_x dg_y$ 和 dg_z 分别为 $X_x Y$ 和 Z 轴传感器的绝对误差。

从式(3)来看,绝对误差 dI 受倾斜角 I和 dg_{2} 影响; 倾斜角 I越小,dI越大,精度越低。而绝对误差 dT不仅 与倾斜角 I、工具面角 T和 dg_{3} 或 dg_{9} 有关,还与 dI有关; 倾斜角 I越小,dT越大;dT随工具面角 T变化而变化,T越接近奇异点,dT越大。dI总体上要小于 dT,即倾斜角 I的精度比工具面角 T的精度高,且保持稳定。

考虑刻度因子、零点误差和不正交、不同轴形成的安 装误差,任意点加速度计的实际测量值为:

G_m = **R**K**G** + **G**₀ (4) 式中:K 为刻度因子;**R** 为安装误差构成的矩阵;**G**₀ 为零 点误差矩阵。

对任意测量点,存在:

 $\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{R}\boldsymbol{K})^{-1}(\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{G}_0) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{G}_m - \boldsymbol{G}_0) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{M} \qquad (5)$ 式中: C 为校正矩阵。

就可得到测量点的理论值误差为:

 $dG = C \cdot dM + dC \cdot M = dG_1 + dG_2$ (6) 式中:dG 为测量理论值绝对误差; dG_1 为 dM 引起的测量 误差;dG, 为校正矩阵误差 dC 引起的校正误差。

测量误差是诸多文献研究的重点,而校正误差却较 少涉及。实际上校正矩阵是由3个特殊测量点的3组理 论值和实际测量值确定的,实际测量值包含了各种系统 误差,不可避免地引入了新的误差。

由于校正矩阵 C 含有 9 个未知数,需要 3 个校正点的 3 组三轴测量值来确定,通常取单轴最大、其他二轴为 0,或者基于此的多点(如 8 点、12 点^[7]、24 点^[14])加密校 正方式;当采用 3 个基本位置校正时,存在:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} g_{x1} & g_{x2} & g_{x3} \\ g_{y1} & g_{y2} & g_{y3} \\ g_{z1} & g_{z2} & g_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{x1} & S_{x2} & S_{x3} \\ S_{y1} & S_{y2} & S_{y3} \\ S_{z1} & S_{z2} & S_{z3} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{S}$$

$$(7)$$

式中: g_{ij} 和 $S_{ij}(i=x,y,z; j=1,2,3)$ 分别为3个基本校正 点上三轴理论测量值和实际测量值; $C_{jk}(j,k=1,2,3)$ 为 校正矩阵元素。

则校正矩阵及其校正矩阵误差可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{C} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{S}^{-1} \\ d\mathbf{C} = \mathbf{W} \cdot d\mathbf{S}^{-1} = \frac{\mathbf{W}}{|\mathbf{S}|} \cdot \begin{bmatrix} dS_{11}^{*} & dS_{12}^{*} & dS_{13}^{*} \\ dS_{21}^{*} & dS_{22}^{*} & dS_{23}^{*} \\ dS_{31}^{*} & dS_{32}^{*} & dS_{33}^{*} \end{bmatrix}$$
(8)

$$\begin{split} \mathbf{H} \mathbf{\Psi}, \\ \begin{cases} dS_{11}^{*} = S_{y2}dS_{z3} - S_{y3}dS_{z2} + S_{z3}dS_{y2} - S_{z2}dS_{y3} \\ dS_{12}^{*} = S_{z2}dS_{x3} - S_{z3}dS_{x2} + S_{x3}dS_{z2} - S_{x2}dS_{z3} \\ dS_{13}^{*} = S_{x2}dS_{y3} - S_{x3}dS_{y2} + S_{y3}dS_{z2} - S_{y2}dS_{x3} \\ dS_{13}^{*} = S_{x2}dS_{y3} - S_{x3}dS_{y2} + S_{y3}dS_{x2} - S_{y2}dS_{x3} \\ dS_{21}^{*} = S_{y3}dS_{z1} - S_{y1}dS_{z3} + S_{z1}dS_{y3} - S_{z3}dS_{y1} \\ dS_{22}^{*} = S_{z3}dS_{x1} - S_{z1}dS_{x3} + S_{x1}dS_{z3} - S_{x3}dS_{z1} \\ dS_{23}^{*} = S_{x3}dS_{y1} - S_{x1}dS_{y3} + S_{y1}dS_{x3} - S_{y3}dS_{x1} \\ dS_{31}^{*} = S_{y1}dS_{z2} - S_{y2}dS_{z1} + S_{z2}dS_{y1} - S_{z1}dS_{y2} \\ dS_{32}^{*} = S_{z1}dS_{x2} - S_{z2}dS_{x1} + S_{x2}dS_{z1} - S_{x1}dS_{z2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{y2} - S_{x2}dS_{y1} + S_{y2}dS_{x1} - S_{y1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{x2} - S_{x2}dS_{x1} + S_{x2}dS_{x1} - S_{x1}dS_{x2} \\ dS_{33}^{*} = S_{x1}dS_{$$

 $dS_{ij}(i=x,y,z; j=1,2,3)$ 是三轴在不同校正点的测量误差。常规基本校正共有两类校正点,一类是最大值点,其测量误差相等,即有: $dS_{x1} = dS_{y2} = dS_{z3} = dS_{r}$;另一类是0值点,有 $dS_{x2} = dS_{x3} = dS_{y1} = dS_{y3} = dS_{z1} = dS_{z2} = dS_{0}$ 。在最大值点,测量值均十分接近于理论最大值;在0值点,测量值均十分接近于0。如采用某型石油随钻仪器的高温型加速度计(1°≤倾斜角 $I < 3^{\circ}$ 时,工具面角 T精度为±2.5°;倾斜角 $I \ge 3^{\circ}$ 时,工具面角 T精度为±1.5°),在3个常规基本校正点得到的归一化测量值矩阵为:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0.999\ 125\ 9 & 0.003\ 833\ 6 & -0.000\ 687\ 5 \\ -0.001\ 885\ 8 & 0.998\ 851\ 3 & 0.000\ 121\ 5 \\ 0.000\ 891\ 1 & 0.000\ 281\ 6 & 0.998\ 154\ 4 \end{bmatrix}$$
(10)

则有:

$$\begin{cases} dS_{11}^* = S_{y2}dS_r - S_{y3}dS_0 + S_{z3}dS_r - S_{z2}dS_0 \approx 2dS_r \\ dS_{12}^* = S_{z2}dS_0 - S_{z3}dS_0 + S_{x3}dS_0 - S_{x2}dS_r \approx -dS_0 \\ dS_{13}^* = S_{x2}dS_0 - S_{x3}dS_r + S_{y3}dS_0 - S_{y2}dS_0 \approx -dS_0 \\ \end{cases} \begin{cases} dS_{21}^* = S_{y3}dS_0 - S_{y1}dS_r + S_{z1}dS_0 - S_{z3}dS_0 \approx -dS_0 \\ dS_{22}^* = S_{z3}dS_r - S_{z1}dS_0 + S_{x1}dS_r - S_{x3}dS_0 \approx 2dS_r \end{cases} (11) \\ dS_{23}^* = S_{x3}dS_0 - S_{y2}dS_0 + S_{y2}dS_0 - S_{y3}dS_r \approx -dS_0 \\ \end{cases} \begin{cases} dS_{31}^* = S_{y1}dS_0 - S_{y2}dS_0 + S_{x2}dS_0 - S_{z1}dS_r \approx -dS_0 \\ dS_{32}^* = S_{z1}dS_0 - S_{y2}dS_0 + S_{z2}dS_0 - S_{z1}dS_r \approx -dS_0 \\ \end{cases} \end{cases}$$

利用常规基本校正矩阵对任意倾斜角 *I*、工具面角 *T* 的测量值进行校正,可得到姿态校正误差为:

$$dG_{2} = dC \cdot M \approx \begin{bmatrix} 2dS_{r} & -dS_{0} & -dS_{0} \\ -dS_{0} & 2dS_{r} & -dS_{0} \\ -dS_{0} & -dS_{0} & 2dS_{r} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \sin I \cos T \\ \sin I \sin T \\ \cos I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sin I \cos TdS_{r} & -(\sin I \sin T + \cos I)dS_{0} \\ 2\sin I \sin TdS_{r} & -(\sin I \cos T + \cos I)dS_{0} \\ 2\cos IdS_{r} & -\sin I(\cos T + \sin T)dS_{0} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} dG_{x2} \\ dG_{y2} \\ dG_{y2} \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

则校正误差引起的倾斜角误差 dI_2 及其平均值 dI_{2aver} 和峰峰值 dI_{2p-p} ,以及工具面角误差 dT_2 及其平均值 dT_{2aver} 和峰峰值 dT_{2p-p} 可表示为:

$$\begin{cases} dI_{2} = \frac{2\cos IdS_{r} - \sin I(\cos T + \sin T) dS_{0}}{-\sin I} \\ dI_{2aver} = -2\cot IdS_{r}, \ dI_{2p-p} = 2\sqrt{2} dS_{0} \\ dT_{2} = -\frac{4\cos T}{\sin^{2} I \sin T} dS_{r} + dS_{0} + \\ \frac{\sin I \cos I(1 + \cos^{2} T + \sin T \cos T)}{\sin^{2} I \sin T} dS_{0} \\ dT_{2aver} = dS_{0} \end{cases}$$
(13)

*dT*_{2p-p} 表达式较复杂。总体看来,*dT*₂ 随工具面角变 化而变化,其解算误差离散性很大,精度低。

1.2 矩阵校正误差测试

应用式(10)测量数据得到校正矩阵如下:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1.000\ 867\ 0 & 0.003\ 841\ 57 & 0.000\ 689\ 9 \\ -\ 0.001\ 889\ 7 & 1.001\ 142\ 8 & 0.000\ 120\ 6 \\ -\ 0.000\ 894\ 0 & 0.000\ 279\ 0 & 1.001\ 848\ 4 \end{bmatrix}$$
(14)

应用角分辨率为 0.018°的三轴校验台对不同倾斜角 I 时自旋转一周的姿态进行静态测量,再进行常规校正, 利用式(2) 解算姿态参数,可得到不同姿态角绝对误差 曲线如图 1 所示。图 1 中横轴为工具面角测量点,每间 隔 5°为一个测量点,每点连续测量 4 次(未滤波),一周 测试共有 292 点数据;纵轴为解算的姿态参数 I 和 T 的 绝对误差,单位为(°)。

常规校正后,各倾斜角下解算的井斜角绝对误差的 平均值和峰峰值,以及工具面角绝对误差的平均值和峰 峰值如表1所示。

从图 1 和表 1 可知:1) dI、dT 误差基本呈正弦特征; 各测量点上,不论是平均值还是峰峰值,dI 都要比 dT 小。 2)在全区域内,dI 基本均匀分布,且精度较高。3)在较 大倾斜角区域内(如 I>5.004°),dT 的平均值较小,dT 的





峰峰值较大但相对稳定,仍有较好的精度。在小倾斜角 区域内(如 *I*≤5.004°),*dT* 的平均值和峰峰值远超较大 倾斜角时的绝对误差数值,精度大为降低。

而在一些应用场合,如有较长近垂直井段的石油钻 井、有需要精确垂直控制的弹箭船飞行,小倾斜角时的

表1 不同倾斜角下自转一周的姿态误差参数

 Table 1
 Angle error values of computed attitude with traditional correction under different inclination

centon	unuer	uniter	

	angle values				
I	dI_{2aver}	dI_{2p-p}	dT_{2aver}	dT_{2p-p}	
90.000	-0.032 100 4	0. 123 047 2	0.046 399 2	0. 299 081 4	
75.006	-0.018 992 6	0.116 400 7	0.040 188 5	0.204 601 3	
59. 994	-0.014 447 8	0.087 754 2	0.000 995 8	0. 231 961 9	
45.000	-0.003 112 9	0.086 370 4	-0.020 968 1	0.256 681 1	
30.006	-0.003 283 9	0.056 018 5	-0.036 010 3	0.292 569 6	
14. 994	0.010 553 4	0.051 356 7	-0.024 133 1	0.3863505	
5.004	0.009 613 2	0.044 952 2	0.101 602 4	0.664 572 4	
3.006	0.017 031 6	0.048 050 2	0.157 037 1	0.783 346 4	
1. 998	0.006 748 4	0.025 775 6	0. 251 316 0	0.5667230	
1.206	0.011 511 0	0.044 124 7	0.4627579	1.599 641 9	
0.612	0.011 242 1	0.041 612 9	1.037 275 6	3.435 324 6	

姿态精度是超深垂直钻井、精确垂直飞行的关键,需要提 升小倾斜角段的姿态解算精度。

2 均衡校正模型

2.1 模 型

从式(13)来看,姿态参数误差不仅与 I、T 有关,还与 校正取值点所产生的校正误差有关,特别是有最大值和 0 值校正点。如果能在小倾斜角区域采取单一类型校正 点,则有可能简化校正和减小校正误差。为此提出一种 均衡补偿方法,基本思路是根据 dI 在全区域内高精度的 均匀性,在各倾斜角区域重新设计校正点,其中校正倾斜 角保持不变,校正的工具面角设计为 T = 90°×n+45° (n=0,1,2,3),则存在:

$$\begin{cases} g_{z1} = g_{z2} = g_{z3} = g_{z} \\ dS_{z1} = dS_{z2} = dS_{z3} = dS_{z} \end{cases}$$
(15)
$$\begin{cases} |g_{xi}| = |g_{yj}| = g_{xy} \\ dS_{xi} = dS_{yj} = dS_{m} \end{cases}$$

$$\vdots t r, i, j = 1, 2, 3_{\circ} \\ \mathfrak{M} \mathfrak{Z} \mathfrak{B} \mathfrak{Z} \mathfrak{G} \mathfrak{U} \mathfrak{D} \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z} (9) \mathfrak{D} \mathfrak{D} \mathfrak{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} dS_{11}^{*} = (S_{y2} - S_{y3}) dS_{z} + (S_{z3} - S_{z2}) dS_{m} \approx \\ (S_{y2} - S_{y3}) dS_{z} \\ dS_{12}^{*} = (S_{z2} - S_{z3}) dS_{m} + (S_{x3} - S_{x2}) dS_{z} \approx \\ (S_{x3} - S_{x2}) dS_{z} \\ dS_{13}^{*} = (S_{x2} - S_{x3} + S_{y3} - S_{y2}) dS_{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} dS_{21}^{*} = (S_{y3} - S_{y1}) dS_{z} + (S_{z1} - S_{z3}) dS_{m} \approx \\ (S_{y3} - S_{y1}) dS_{z} \\ dS_{22}^{*} = (S_{z3} - S_{z1}) dS_{m} + (S_{x1} - S_{x3}) dS_{z} \approx (16) \\ (S_{x1} - S_{x3}) dS_{z} \\ dS_{23}^{*} = (S_{x3} - S_{x1} + S_{y1} - S_{y3}) dS_{m} \\ dS_{31}^{*} = (S_{y1} - S_{y2}) dS_{z} + (S_{z2} - S_{z1}) dS_{m} \approx \\ (S_{y1} - S_{y2}) dS_{z} \\ dS_{32}^{*} = (S_{z1} - S_{z2}) dS_{m} + (S_{x2} - S_{x1}) dS_{z} \approx \\ (S_{x2} - S_{x1}) dS_{z} \\ dS_{33}^{*} = (S_{x1} - S_{x2} + S_{y2} - S_{y1}) dS_{m} \end{cases}$$

4个象限中均有设计的校正点,而均衡校正只需要 其中3个,如选择第1、2和3象限的校正点进行均衡校 正,设定校正点的倾斜角为*I*,则有:

$$d\boldsymbol{C} = \boldsymbol{W} \cdot d\boldsymbol{S}^{-1} \approx \begin{bmatrix} \frac{\sin I_c}{\sqrt{2}} & \frac{\sin I_c}{\sqrt{2}} & \frac{\sin I_c}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_c}{\sqrt{2}} & \frac{\sin I_c}{\sqrt{2}} & \frac{\sin I_c}{\sqrt{2}} \\ \cos I_c & \cos I_c & \cos I_c \end{bmatrix} \cdot$$

$$\sqrt{2} \sin I_c \begin{bmatrix} dS_z & 0 & -dS_m \\ -dS_z & dS_z & 0 \\ 0 & -dS_z & dS_m \end{bmatrix} =$$

$$2 \sin^2 I_c \begin{bmatrix} dS_z & 0 & -dS_m \\ 0 & dS_z & -dS_m \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(17)$$

对于倾斜角 *I* 和工具面角 *T* 的任意测量点,由校正 矩阵引起的校正误差为:

可见采用均衡校正后,可消除校正矩阵对倾斜角校 正误差的影响,可消除校正矩阵对工具面角误差平均值 的影响,而产生的工具面角误差峰峰值 dT_{2p-p} 仍然存在, 但其误差项减少。

2.2 校正矩阵拓扑

按照均衡校正的理论设计,一共有4个校正点,但校 正矩阵求解只需要其中3个点,这样就有多种校正矩阵 组合。当取第1、2和4象限校正点时,有:

$$dC \approx \begin{bmatrix} \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} & \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} & \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \cos I_{e} & \cos I_{e} & \cos I_{e} \end{bmatrix} = (20)$$

$$\sqrt{2} \sin I_{e} \begin{bmatrix} dS_{e} & dS_{e} & -2dS_{m} \\ -dS_{e} & 0 & dS_{m} \\ 0 & -dS_{e} & dS_{m} \end{bmatrix} = (20)$$

$$2 \sin^{2} I_{e} \begin{bmatrix} dS_{e} & 0 & -dS_{m} \\ 0 & dS_{e} & -dS_{m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\stackrel{3}{=} \equiv \Xi + 1,3 \ \pi 4 \ \Re \ \Re \ \Re \ \Xi \pm \Pi I_{e} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \cos I_{e} & \cos I_{e} \\ \end{bmatrix} = (21)$$

$$\sqrt{2} \sin I_{e} \begin{bmatrix} 0 & dS_{e} & -dS_{m} \\ -dS_{e} & 0 & dS_{m} \\ dS_{e} & -dS_{e} \\ 0 \\ dS_{e} \\ -dS_{e} \\ 0 \\ dS_{e} \\ -dS_{e} \\ \end{bmatrix} = (21)$$

$$\frac{\sqrt{2} \sin I_{e}}{\sqrt{2}} \left[\frac{dS_{e} & 0 & -dS_{m}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin I_{e} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin I_{e} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ -\frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin I_{e}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}$$

可以看出,虽然均衡校正点组合不同,但校正矩阵误 差是相等的,理论上可任选一种均衡校正矩阵进行补偿, 但实际的姿态参数解算误差还包含其他各类误差,均衡 校正矩阵的选用还需要进行实验验证。

3 均衡校正实验验证

3.1 均衡校正

在小倾斜角区域,以第1、2、3象限的校正点获取 均衡校正矩阵,并对图1(h)~(k)的数据进行重新校 正和解算,得到倾斜角、工具面角的绝对误差(单位为 (°))如图2所示。分别采用常规校正和所提出的均衡 校正后,小倾斜角下各姿态角误差的平均值和峰峰值 对比如表2所示。





表 2 小倾斜角时常规与均衡校正的姿态误差对比 Table 2 Error comparison between traditional correction and balance correction under small inclination

angle values					(°)
	Ι	dI_{2aver}	dI_{2p-p}	dT_{2aver}	dT_{2p-p}
	3.006	0.017 031 6	0.048 050 2	0.157 037 1	0. 783 346 4
常规	1. 998	0.006 748 4	0.025 775 6	0. 251 316 0	0.5667230
校正	1.206	0.011 511 0	0.044 124 7	0.462 757 9	1. 599 641 9
	0. 612	0.011 242 1	0.041 612 9	1.037 275 6	3. 435 324 6
	3.006	0.002 058 1	0.025 493 5	0.024 497 0	0. 297 028 9
均衡 校正	1. 998	-0.000 978 7	0.012 633 0	0.071 708 4	0.412 205 1
	1.206	-0.001 419 1	0.015 330 5	0. 139 978 0	0.809 675 5
	0. 612	-0.000 507 7	0.011 785 3	0. 174 797 7	1.260 328 9

由图 2 和表 2 可知,小倾斜角区域内,由第 1、2、3 象 限校正点构成的均衡校正降低姿态绝对误差至少到 50% 左右,较好地消除了校正误差。

大中倾斜角区域采用常规校正已获较高精度,本文 仅选择4个代表性姿态研究其均衡校正效果。对 图1(a)、(b)、(d)和(f)的数据进行第1象限均衡校正 和解算,得到倾斜角、工具面角的绝对误差如图3所示。 分别采用常规校正和均衡校正后,大中倾斜角下各姿态 角误差的平均值和峰峰值对比如表3所示。





图 3 大中倾斜角下自转一周的均衡校正姿态曲线 Fig. 3 Angle error curves with balance correction under mid-inclination angles and vertical position

表 3 大中倾斜角时常规与均衡校正的姿态误差对比 Table 3 Error comparison between traditional and balance correction under mid-inclination angle values

and vertical position					
	Ι	dI_{2aver}	dI_{2p-p}	dT_{2aver}	dT_{2p-p}
	90.000	-0.032 100 4	0. 123 047 2	0.046 399 2	0.299 081 4
常规	75.006	-0.018 992 6	0.116 400 7	0.040 188 5	0.204 601 3
校正	45.000	-0.003 112 9	0.086 370 4	-0.020 968 1	0.256 681 1
	14. 994	0.010 553 4	0.051 356 7	-0.024 133 1	0.386 350 5
	90.000	0.0000000	0.0000000	-0.004 038 8	0. 194 844 6
均衡 校正	75.006	-0.004 889 0	0.039 235 2	-0.046 277 5	0.237 789 2
	45.000	0.020 086 6	0. 108 856 8	-0.031 637 8	0. 196 443 4
	14. 994	0.009 088 0	0.042 835 0	-0.023 511 8	0. 161 155 4

由图 3 和表 3 可知,大中倾斜角区域的均衡校正也 有一定效果,尽管均衡校正的部分指标与常规校正的 指标数值相当、幅度没有降低,但其他大部分误差指标 均有明显降低;与小倾斜角区域相比,均衡校正效果并 不明显。

3.2 均衡校正矩阵拓扑比较

在小倾斜角区域,校正矩阵不同组合的姿态误差曲 线如图4、5所示,其姿态误差如表4、5所示。













图 5 I=0.612°时不同象限校正点组合的姿态绝对误差

Fig. 5 Absolute attitude errors using different combinations of balance correction matrices at $I=0.612^{\circ}$

表 4 *I* = 1.206°时不同校正点组合的参数对比 Table 4 Index comparison using different combinations of

halance correction points at $I=1.206^{\circ}$ (°)

象限	dI_{2aver}	dI_{2p-p}	dT_{2aver}	dT_{2p-p}
1-2-3	-0.001 419 1	0.015 330 5	0. 139 978 0	0.809 675 5
2-3-4	-0.003 664 1	0.017 209 7	-0.021 296 9	0.5107901
3-4-1	-0.000 431 3	0.015 053 1	-0.119 974 4	0.728 940 6
4-1-2	0.001 749 7	0.020 570 0	0.032 892 5	0.813 817 6

表 5 *I*=0.612[°]时不同校正点组合的参数对比 Table 5 Index comparison using different combinations

of balance correction points at $I=0.612^{\circ}$ (°)

or balance correction points at 1=0.012					
象限	dI_{2aver}	dI_{2p-p}	dT_{2aver}	dT_{2p-p}	
1-2-3	-0.000 507 7	0.011 785 3	0.174 797 8	1.260 328 9	
2-3-4	-0.001 971 3	0.013 744 0	-0.049 489 3	1.404 458 2	
3-4-1	0.000 345 3	0.012 380 1	-0.172 425 6	1.132 265 1	
4-1-2	0.001 778 2	0.014 463 2	0.040 536 4	1.3527464	

由图 4、5 和表 4、5 可知,在小倾斜角区域,采用不同 校正点组合后,各姿态误差的峰峰值和平均值保持基本 一致,但不同区域的校正效果不尽相同,包含校正点的各 象限内姿态绝对误差得到较大削弱,不包含校正点的象 限附近绝对误差普遍较大。

在大中倾斜角区域,不同均衡校正组合后各姿态误 差数值相当,出现较大误差值的现象也与小倾斜角区域 类同,这里不再给出曲线和参数。

3.3 均衡校正矩阵拓扑平均

不同校正点组合可较大抑制所包含象限内姿态的绝 对误差,那么实际应用可以将4种校正点组合得到的校 正矩阵进行平均,以达到在各象限都能较好抑制绝对误 差的效果。各倾斜角下不同校正点组合得到的4组校正 矩阵的平均校正效果分别如图6所示,它们的绝对误差 参数如表6所示。

将常规校正的绝对误差平均值和峰峰值(表1)与均 衡平均校正的绝对误差平均值和峰峰值(表6)进行比 较,得到图7,可知:1)各倾斜角下,均衡平均校正后的倾 斜角和工具面角误差均降低了,精度得到普遍提高;2)倾 斜角误差仍然普遍小于工具面角误差;3)均衡平均校正 后,倾斜角误差和工具面角误差幅值各自整体相当,各自 在同一数量级。

在小倾斜角区域,采用均衡平均校正后,其工具面角 绝对误差零点得到了较好的校正,误差的峰峰值也大幅 降低。*I*=1.206°时,解算的倾斜角误差的平均值减小至 常规校正时的8.2%,倾斜角误差的峰峰值减小至 30.8%;工具面角误差的平均值减小至常规校正时的





0.2%,工具面角误差的峰峰值减小至 29.3%。I=0.612°时,解算的倾斜角误差的平均值减小至常规校正时的0.8%,倾斜角误差的峰峰值减小至 25.7%;工具面角误差的平均值减小至常规校正时的1.1%,工具面角误差的峰峰值减小至 28.1%。

表 6 均衡平均校正的姿态误差峰峰值和平均值 Table 6 Peak-to-peak and average errors using average value of different balance correction matrices (°)

Ι	dI_{2aver}	dI_{2p-p}	dT_{2aver}	dT_{2p-p}
90.000	0.000 000 0	0.000 000 0	0.018 743 8	0. 207 446 2
75.006	-0.014 945 7	0.033 541 0	-0.017 263 1	0. 179 889 7
59. 994	-0.000 775 9	0.037 742 3	-0.002 852 6	0.120 994 2
45.000	-0.000 070 2	0.056 985 0	-0.002 163 9	0.110 625 5
30.006	0.000 346 2	0.043 664 0	-0.001 497 2	0.092 060 6
14. 994	0.000 123 5	0.025 653 9	0.000 425 5	0.112 289 3
5.004	-0.000 448 2	0.014 383 4	0.008 942 8	0. 172 843 3
3.006	0.000 026 7	0.018 772 7	-0.022 347 2	0. 228 710 6
1. 998	-0.000 996 6	0.009 651 1	0.006 925 3	0.277 954 6
1.206	-0.000 946 0	0.013 581 8	0.007 350 8	0.450 248 5
0. 612	-0.000 093 5	0.010 699 8	-0.002 814 1	0.984 110 3





Fig. 7 Error comparison between traditional correction and average balance correction

I=1.206°和*I*=0.612°时,均衡平均校正的工具面角 误差的峰峰值各自为 0.450 248 5°和 0.984 110 3°,分别 为该型加速度计常规精度的 9.0% 和 19.7%。

4 结 论

从校正误差形成出发,推导校正误差公式,对典型测 试数据进行常规校正,研究校正误差对姿态参数误差的 影响。以减小校正误差为目标,提出均衡校正方法,建立 均衡校正误差模型,推导校正误差和姿态误差公式,并结 合典型测试数据进行一系列均衡校正,通过均衡校正结 构拓扑及其平均,结合各姿态下的数据解算对比,验证了 均衡校正及其均衡平均校正提高姿态解算精度的普适 性,特别可提升小倾斜角区域具有大中倾斜角区域常规 校正的姿态解算精度。

参考文献

- XUE Q L, HENRY L, WANG R H, et al. Continuous real-time measurement of drilling trajectory with new state-space models of Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(1): 144-154.
- [2] YANG J, YANG C, JIANG J. A robust mag/INS-based orientation estimation algorithm for measurement while drilling [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(23): 7971-7980.
- [3] 程为彬,甘源滢,程贤箬,等.垂直钻井工具安装误差的单象限校正[J]. 仪器仪表学报,2018,39(6):41-47.
 CHENG W B, GANG Y Y, CHENG X R, et al. Single

quadrant correction of installation error for vertical steering drilling tool [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39 (6): 41-47.

- [4] DE MARINA H G, PEREDA F J, GIRON-SIERRA J M, et al. UAV attitude estimation using unscented Kalman filter and TRIAD [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59 (11): 4465-4474.
- [5] YAO Y Q, XU X S, LI Y, et al. A hybrid IMM based INS/DVL integration solution for underwater vehicles [J]. IEEE Transactions on Vehicular

Technology, 2019, 68(6): 5459-5470.

- [6] CHANG H T, CHANG J Y. Sensor glove based on novel inertial sensor fusion control algorithm for 3-D real-time hand gestures measurements [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(1): 658-666.
- [7] 陈剑,孙金海,李金海,等.惯性系统中加速度计标定 方法研究 [J]. 微电子学与计算机, 2012, 29 (8): 130-133.

CHEN J, SUN J H, LI J H, et al. The research of calibration method of accelerator in inertial navigation system [J]. Microelectronics & Computer, 2012, 29(8): 130-133.

[8] 赵晓伟,孙谦,陈鸿跃.单轴旋转捷联惯导系统初始对 准误差分析[J].导弹与航天运载技术,2014(4): 58-62.

ZHAO X W, SUN Q, CHEN H Y. Error analysis for initial alignment of single-axis rotating SINS [J]. Missiles and Space Vehicles, 2014(4): 58-62.

- [9] 郭强,李岁劳,何颖.敏感轴安装偏角的误差分析与标 定方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(4): 927-934. GUO Q, LI S L, HE Y. Error analysis and calibration method of the installation angle of sensitive axis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(4): 927-934.
- [10] 徐兵华,朱战霞,谢波,等.速率偏频激光捷联惯组加 速度计分析[J]. 压电与声光, 2020, 42(5): 635-639. XU B H, ZHU ZH X, XIE B, et al. Analysis and study the accelerometer of rate-bias laser inertial on measurement unit [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2020,42(5): 635-639.
- [11] 孙枫,孙伟,郭真. 基于 IMU 旋转的捷联惯导系统自补 偿方法[J]. 仪器仪表学报,2009,30(12):2511-2517. SUN F, SUN W, GUO ZH. Auto-compensation method of SINS based on IMU rotation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(12):2511-2517.
- [12] 王岁儿,杨功流,王丽芬,等.一种 IMU 全零偏快速标 定方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28 (3): 316-322.

WANG S ER, YANG G L, WANG L F, et al. A fast

calibration method for the all biases of IMU [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(3): 316-322.

[13] 班朝,任国营,王斌锐,等. 基于 IMU 的机器人姿态自 适应 EKF 测量算法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(2):33-39.

BAN CH, REN G Y, WANG B R, et al. Research on self-adaptive EKF algorithm for robot attitude measurement based on IMU [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(2):33-39.

孙佳,邹靖,胡桐. 基于 24 位置的 MEMS 惯性传感器 [14] 快速标定方法[J]. 压电与声光, 2019, 41 (3): 440-444.

SUN J, ZOU J, HU T. A fast calibration method for MEMS inertial sensors based on 24-position [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2019, 41(3): 440-444.

[15] 王洁,熊智,邢丽,等.基于新息自适应滤波的惯性测 量单元误差在线标定方法研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(7): 1203-1213.

> WANG J, XIONG ZH, XING L, et al. Online calibration of IMU errors of inertial navigation system based on innovation-based adaptive filtering [J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(7): 1203-1213.

- 李荣冰,鄢俊胜,刘刚,等.基于 LSTM 深度神经网络的 [16] MEMS-IMU 误差模型及标定方法[J]. 中国惯性技术 学报,2020,28(2):165-171. LI R B, YAN J SH, LIU G, et al. MEMS-IMU error model and calibration method based on LSTM deep neural network [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020,28(2):165-171.
- [17] 徐博,刘斌,刘德政,等. 基于小波理论的舰船 IMU 加 速度计信号处理算法[J]. 中国舰船研究, 2020, 15(2): 151-158, 164. XU B, LIU B, LIU D ZH, et al. Signal processing algorithm of ship IMU accelerometer based on wavelet theory [J]. Chinese Journal of Ship Research, 2020, 15(2): 151-158,164.
- [18] 刘莉,杨傲雷,屠晓伟,等. 面向 INS 数据分类的鲁棒 性无监督聚类方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(1): 152-160.

LIU L, YANG AO L, TU X W, et al. Robust unsupervised clustering approach for INS data classification [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016,37(1): 152-160.

- [19] 赵桂玲,姜雨含,李松. IMU标定数学建模及误差分析[J]. 传感技术学报,2016,29(6):886-891.
 ZHAOGL, JIANGYH, LIS. The IMU calibration mathematical modeling and error analysis [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2016, 29(6): 886-891.
- [20] CHENG W B, HU SH B, ZHANG M J, et al. Nearvertical attitude determination based on balance correction[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, DOI: 10.1109/TIM. 2021.3070888.

作者简介



程为彬(通信作者),1991年于长江大 学获得学士学位,1994年在中国石油大学 (北京)获得硕士学位,2007年在西安理工 大学获得博士学位。现为长江大学地球物 理与石油资源学院教授,主要研究方向为油

E-mail: wbcheng@yangtzeu.edu.cn

Cheng Weibin (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Yangtze University in 1991, received his M. Sc. degree from China University of Petroleum in 1994, and received his Ph. D. degree from Xi'an University of Technology in 2007. He is currently a professor in the college of Geophysics and Petroleum Resources at Yangtze University. His main research interests include intelligent measurement and control for downhole oil and gas.