DOI：10. 19650/j.cnki.cjsi.J1905610

莫尔信号正弦性误差补偿中的波形建模方法研究*

朱维斌[1]，林 瑜[1]，黄 垚[2]，薛 梓[2]
（1. 中国计量大学计量测试工程学院 杭州 310018；2. 中国计量科学研究院 北京 100029）

摘 要：针对光栅莫尔信号正弦性误差补偿过程中波形方程建立准确性影响误差补偿效果的问题，提出了一种根据实际细分倍数要求进行波形建模的方法。在基于粒子群算法（PSO）的光栅莫尔信号正弦性误差补偿原理的基础上，说明信号波形方程建立的重要性；针对波形方程建立时谐波选取问题，量化直流漂移及各次谐波含量带来的角度误差情况，为波形方程建立提供参考；利用仿真实验验证了模型建立的有效性，并在 FPGA 平台上实现 PSO 算法对信号波形参数的求解，对比波形方程在不同维数的情况下对资源占用的影响；最终搭建光栅系统平台对本文所提方法有效性进行验证，结果表明该补偿方法能够有效减小信号中的正弦性误差成分，细分误差由 0. 74″降低到 0. 30″。

关键词：莫尔信号；正弦性误差；粒子群优化算法；波形建模
中图分类号：TH7 **文献标识码**：A **国家标准学科分类代码**：460. 40

Research on waveform modeling method in Moiré signal sinusoidal error compensation

Zhu Weibin[1]，Lin Yu[1]，Huang Yao[2]，Xue Zi[2]
（*1.School of Metrology and Measurement Engineering*，*China Jiliang University*，*Hangzhou 310018*，*China*；
2.National Institute of Metrology，*China*，*Beijing 100029*，*China*）

Abstract：Aiming at the problem that the accuracy of the waveform equation establishment in the sinusoidal error compensation process of the grating Moiré signal affects the error compensation effect， a waveform modeling method is proposed according to the requirement of actual subdivision number. On the basis of explaining the sinusoidal error compensation principle of grating Moiré signal based on PSO algorithm， the importance of the signal waveform equation establishment is expounded. Aiming at the problem of harmonic selection during the waveform equation establishment， the angle errors induced by the DC drift and harmonic contents are quantified， which provides a reference for the establishment of the waveform equation. Simulation experiments were used to verify the effectiveness of the model establishment. On the FPGA platform， the signal waveform parameter solution was achieved with the PSO algorithm and the influence of waveform equation on resource occupancy under different dimensions was compared. Finally， a grating system platform was established to verify the effectiveness of the proposed method. The results show that the proposed compensation method can effectively reduce the sinusoidal error component in the signal. The subdivision error is reduced from 0. 74″ to 0. 30″.

Keywords：Moiré signal；sinusoidal error；particle swarm optimization；waveform modeling

0 引 言

光栅是常见的线角位移测量传感器件，在精密工程、航空航天、光学、位移测量等领域有着广泛的科学和工业应用[1-4]。在大量程精密测量中往往对测量精度和分辨力具有高要求，仅依靠光栅传感器本身的精密刻线是难以实现的。所以要实现精密微位移测量，必须采用细分的方法来提高测量系统的分辨力[5-6]。

传统的细分方法，如移相电阻链法、锁相倍频法、载波调制法和幅值分割法等，均对光栅信号的质量要求严格[7-8]。实际莫尔信号存在下面 4 种误差：直流量偏移、

收稿日期：2019-09-16 Received Date：2019-09-16
＊基金项目：国家重点研发计划（2017YFF0204901）、国家质量监督检验检疫总局科技计划（2016QK189）项目资助

等幅性误差、正交误差、正弦偏差[9-12]。这些指标容易受到环境因素的干扰，任何形式的缺陷都会引起细分误差，因此有必要通过稳定的补偿系统提高信号的质量。

正弦性误差作为光栅莫尔信号中的一项典型误差，对其进行补偿的研究较少。其中，通过对光栅莫尔信号建模再利用拟合算法求解信号波形方程参数，进一步实现光栅莫尔信号正弦性误差补偿的方法较为普遍。Heydemann[13]提出基于最小二乘拟合法的莫尔条纹光电信号自动补偿技术，将最小二乘法应用在信号模型中的待定参数求解；文献[14]根据三角波理论模型建立实际光栅信号的波形方程，再应用牛顿迭代算法实现近似三角波信号参数求取，并对信号进行校正；文献[15]利用采样信号的离散傅里叶变换结果，根据观察结果建立信号波形方程，再应用遗传算法实现光栅信号波形参数辨识与误差补偿；文献[16-17]同样利用信号的频谱分析结果，通过观察建立波形方程，再进一步应用 PSO 算法对光栅莫尔信号波形参数进行辨识，并基于此实现信号误差补偿。

以上针对光栅莫尔信号正弦性误差补偿方法中，信号波形方程的建立是其中关键性的一步，但是文献中大部分仅根据经验或观察信号频谱图中谐波阶次是否明显而确定信号波形方程，没有给出波形方程建立的具体量化依据，而光栅莫尔信号波形方程的建立直接影响最终的补偿效果。因此，建立一种关于光栅莫尔信号波形建模的指导性方法十分必要。

本文在反正切细分原理的基础上，提出一种光栅莫尔信号波形建模方法。量化直流漂移及各次谐波幅值与其引入的角度误差间的关系，根据信号频谱分析结果及细分倍数要求，可有效建立信号波形方程。同时在数字电路实现时，可在保证补偿效果的前提下，最大限度地降低拟合算法的资源占用量。

1　莫尔信号细分原理与 PSO 补偿方法

莫尔信号的细分方法大致可以分为两种类型：根据相位或根据振幅。在实际应用过程中，基于幅值的数字细分方法具有更好的灵活性而得到广泛应用。其中，基于反正切的幅值细分方法是一种常见的提高光栅莫尔信号测量精度的方法，其实现流程依次为直流误差补偿、幅值误差补偿、相位误差补偿、反正切细分以及正弦性误差补偿。理想光栅莫尔信号是两路不含各项误差的正余弦信号，但是由于光栅编码器存在加工缺陷，实际输出的光栅莫尔条纹光电信号中会存在直流误差、幅值误差、正交误差以及正弦性误差，因此在进行信号反正切细分之前需要对各种误差进行补偿。其中，直流误差、幅值误差以及相位误差是时域中的 3 种误差成分，可通过信号采集、量化分析、时域补偿的流程方便地对时域信号直接进行误差补偿。正弦性误差属于信号频域内的误差，不能够便捷地在时域内对谐波各阶次进行量化，因此其补偿过程较其他 3 项误差更为复杂，一般通过信号采集、频谱分析、量化分析、误差补偿的流程对信号进行正弦性误差补偿，正弦性误差补偿的效果将会直接影响光栅细分精度。本文针对信号正弦性误差补偿模块进行研究。

1.1　光栅莫尔信号反正切细分原理

两路理想光栅信号的表达式为：

$$\begin{cases} u_1(\theta) = A\sin\theta \\ u_2(\theta) = A\cos\theta \end{cases} \tag{1}$$

在一个栅距范围内，固定测量位置对应着正余弦信号的相应莫尔信号相位 θ，当一个栅距内的细分值数为 K，则测量位置对应细分输出值 m 为：

$$m = \mathrm{int}\left(\frac{\theta}{2\pi} \cdot K\right) \tag{2}$$

可见，数字细分任务转换为了对光栅信号相位 θ 求取。由于正余弦信号幅值-相位对应关系具有严重非线性，因此需要构建正切函数来求取信号相位，定义这个函数 $u(\theta)$ 为：

$$u(\theta) = \begin{cases} \tan\theta = \dfrac{|A\sin\theta|}{|A\cos\theta|}, & |A\sin\theta| \leqslant |A\cos\theta| \\ \cot\theta = \dfrac{|A\cos\theta|}{|A\sin\theta|}, & |A\sin\theta| > |A\cos\theta| \end{cases} \tag{3}$$

根据式(3)，令 $u_1(\theta) = |A\sin\theta|$，$u_2(\theta) = |A\cos\theta|$。$u_1(\theta)$，$u_2(\theta)$ 与 $u(\theta)$ 间的关系如图 1 所示。

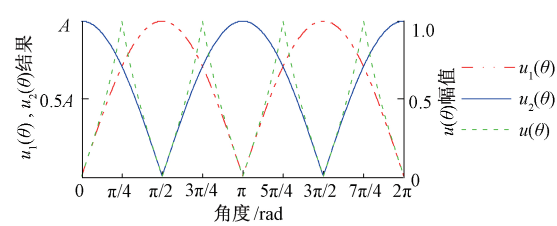


图 1　$u_1(\theta)$，$u_2(\theta)$ 和 $u(\theta)$间的关系

Fig.1　Relationship among $u_1(\theta)$, $u_2(\theta)$ and $u(\theta)$

根据构建的函数 $u(\theta)$ 可将一个光栅周期分为 8 个区间，并对 $u(\theta)$ 进行反正切计算。最后按照区间数计算对应细分输出值 m。

1.2　基于 PSO 算法的莫尔信号正弦性误差补偿原理

基于 PSO 算法的光栅莫尔信号正弦性误差补偿方法流程如图 2 所示。光栅莫尔信号正弦性误差补偿过程中，首先对信号进行频谱分析，根据频谱分析结果建立波形方程；继而应用 PSO 拟合算法对信号波形方程中未知参数进行求解；最终根据参数求解结果建立误差查找表并实现误差补偿。

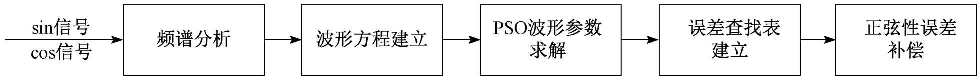


图 2　基于 PSO 算法的正弦性误差补偿流程

Fig.2　Flow chart of the sinusoidal error compensation method based on PSO algorithm

首先根据信号频谱分析结果构建信号波形方程,如式(4)所示。

$$\begin{cases} u_{\sin}(\theta) = A_0 + A_1\sin(\theta) + \cdots + A_n\sin(i\theta) \\ u_{\cos}(\theta) = B_0 + B_1\cos(\theta) + \cdots + B_n\cos(i\theta) \end{cases} \tag{4}$$

利用 PSO 拟合算法实现对式(4)中的未知参数进行求解。以 sin 信号为例,将式(4)这一非线性模型记为:

$$u'_{\sin}(\theta) = f(A_0, A_1, \cdots, A_n) \tag{5}$$

式中:A_i 为波形方程中的 n 个未知参数。均匀采集每个光栅周期内 64 个幅值数据为 $Amp_1, Amp_2, \cdots, Amp_{64}$。以信号的误差平方和最小作为估计参数的代价函数:

$$e = \min\left\{ \sum_{i=1}^{64} (Amp_i - f(A_0, A_1, \cdots, A_n))^2 \right\} \tag{6}$$

在 PSO 算法应用在波形参数求解中时,每个粒子的空间位置由 n 个待求参数组成。在迭代过程中,粒子根据个体最优位置($\boldsymbol{p}_{\text{best}}$)及全局最优位置($\boldsymbol{g}_{\text{best}}$)进行迭代更新[18-19]。迭代公式为:

$$\boldsymbol{v}_{im}(k+1) = wv_{id}(k) + c_1r_1(p_{id}(k) - x_{id}(k)) + c_2r_2(g_d(k) - x_{id}(k)) \tag{7}$$

$$x_{id}(k+1) = x_{id}(k) + v_{id}(k+1) \tag{8}$$

式中:k 为迭代序号;d 是维数,即自变量的个数;r_1,r_2 通常为两个相互独立且均匀分布的随机数;$x_{id}(k)$ 为粒子 i 第 k 次迭代时位置矢量的第 d 维分量;$p_{id}(k)$ 表示粒子 i 在前 k 次迭代中最好位置矢量 $\boldsymbol{p}_{\text{ibest}}$ 的第 d 维分量;$g_d(k)$ 表示整个群体在前 k 次迭代中最好位置矢量 $\boldsymbol{g}_{\text{best}}$ 的第 d 维分量;$v_{id}(k)$ 为粒子 i 第 k 次迭代时当前速度矢量的第 d 维分量;w 为惯性权重;c_1,c_2 为加速常数。

根据 PSO 算法的迭代公式,空间中的粒子逐渐往适应度值最小的位置逼近,最终适应度最小的粒子位置即为波形方程参数求解结果。

根据波形方程求解结果,构造正切函数表示为:

$$u'(\theta) = \begin{cases} \tan\theta_m = \dfrac{|u_{\sin}(\theta)|}{|u_{\cos}(\theta)|}, & |u_{\sin}(\theta)| \leqslant |u_{\cos}(\theta)| \\ \cot\theta_m = \dfrac{|u_{\cos}(\theta)|}{|u_{\sin}(\theta)|}, & |u_{\sin}(\theta)| > |u_{\cos}(\theta)| \end{cases} \tag{9}$$

式中:θ_m 表示实际测得角度值。

根据式(3)及(9)绘制二者正切函数曲线,如图 3 所示。

由图 3 可知,对于函数 $u'(\theta)$ 中任意一点(如 b 点),根据其正切值(b 点对应 y 轴示数)计算得到的角度值为

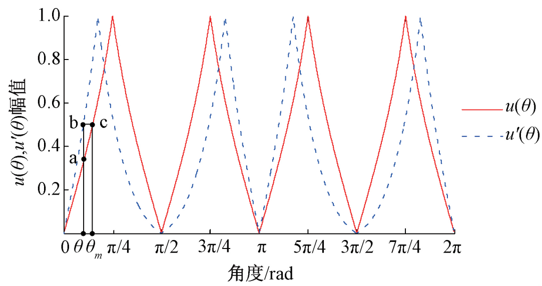


图 3　含谐波分量的正切曲线

Fig.3　Schematic diagram of the tangent curve containing harmonic components

θ_m,而该点对应理论角度值为 θ,由此即可得到 θ_m 与 θ 间的误差值 $\Delta\theta$ 为:

$$\Delta\theta = \theta_m - \theta \tag{10}$$

进而可实现对正弦性误差的补偿,补偿模型为:

$$\theta = \theta_m - \Delta\theta \tag{11}$$

其中,根据信号频谱分析结果建立波形方程是实现正弦性误差补偿的关键性一步。建立的波形方程考虑的谐波情况越接近实际信号,信号的拟合程度越高,进一步得到的误差补偿查找表越接近实际误差结果。即波形方程建立的准确性决定了最终的补偿效果。因此理论计算各次谐波成分引入的角度误差,为波形方程的建立提供理论依据是有必要的。

2　光栅莫尔信号波形建模方法

根据第 1 节对基于 PSO 算法的正弦性误差补偿原理的说明及分析可知,信号波形方程的建立是其关键性的一步,直接影响了信号的补偿效果。本节在反正切细分原理的基础上,量化直流分量及谐波分量在光栅信号细分过程中引入的角度误差情况。据此提出了一套根据量化结果及实际光栅信号细分倍数要求确定波形方程的波形建模方法。

2.1　直流分量对细分误差的影响情况

当光栅莫尔信号中仅含有直流误差成分存在时,两路信号的表达式为:

$$\begin{cases} u_{\sin}(\theta) = D + A\sin(\theta) \\ u_{\cos}(\theta) = D + A\cos(\theta) \end{cases} \tag{12}$$

式中:D 为直流分量;A 为基波幅值。定义直流分量占基

波幅值比例 $\eta_1=\dfrac{D}{A}$。

根据反正切细分原理,直流分量引入的角度误差表达式为:

$$f(\theta)=\arctan\frac{D+A\sin\theta}{D+A\cos\theta}-\theta \tag{13}$$

根据直流分量在整周期范围内引入的最大角度误差值判断直流分量的大小对细分结果的影响程度。为计算 $f(\theta)$ 的最大值,对 $f(\theta)$ 求导并化简得:

$$f'(\theta)=\frac{-2D^2+\sqrt{2}AD\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)}{(D+A\cos\theta)^2+(D+A\sin\theta)^2} \tag{14}$$

由 $f'(\theta)$ 的正负变化情况推导 $f(\theta)$ 在一个周期内的增减区域,进一步得到当 $\theta=\arccos(-\sqrt{2}\eta_1)+\dfrac{\pi}{4}$ 时,$f(\theta)$ 取到最大值。令 $M_1=\arccos(-\sqrt{2}\eta_1)+\dfrac{\pi}{4}$,并将 M_1 代入式(14),计算并化简得由直流漂移引入的最大角度误差 $f_{\max}(\theta)$ 与 η_1 间的关系如式(15)所示。

$$f_{\max}(\theta)=\arctan\frac{\cos M_1-\sin M_1}{\dfrac{1}{\eta_1}+\cos M_1+\sin M_1} \tag{15}$$

根据公式(15)计算可得在 $\eta_1\in[0,0.01]$ 范围内 $f_{\max}(\theta)$ 随 η_1 的增大而增大。

当光栅莫尔信号细分倍数为 K 时,为使直流漂移引入的角度误差不影响细分结果,要求角度误差小于一个细分数对应的角度值,即:

$$f_{\max}(\theta)<\frac{2\pi}{K} \tag{16}$$

其中,定义 $\theta_c=\dfrac{2\pi}{K}$。以 $K=1\ 024$ 为例,当 $f_{\max}(\theta)\geq\dfrac{2\pi}{1\ 024}$ 时,$\eta_1\geq0.43\%$。即在 $K=1\ 024$ 的情况下,若 $\eta_1\geq0.43\%$,则由直流漂移带来的角度误差会影响细分结果,此时在建立波形方程时必须考虑直流漂移分量。

2.2 单次谐波幅值对细分误差的影响情况

当光栅莫尔信号中仅含有单次谐波成分存在时,两路信号的表达式为:

$$\begin{cases}u_{\sin}(\theta)=A\sin(\theta)+A_i'\sin(i\theta)\\u_{\cos}(\theta)=A\cos(\theta)+A_i'\cos(i\theta)\end{cases} \tag{17}$$

式中:A 为基波幅值;A_i' 为 i 次谐波幅值;定义第 i 次谐波幅值与基波幅值的比值 $\eta_{2i}=\dfrac{A_i'}{A}(i=2,3,4\cdots)$。

根据反正切细分原理,单次谐波引入的角度误差表达式为:

$$f(\theta)=\arctan\frac{A\sin\theta+A_i'\sin i\theta}{A\cos\theta+A_i'\cos i\theta}-\theta \tag{18}$$

同样为计算 $f(\theta)$ 的最大值,对 $f(\theta)$ 求导并化简可得:

$$f'(\theta)=\frac{(i-1)A_i'^2+(i-1)AA_i'\cos(i-1)\theta}{(A\cos\theta+A_i'\cos i\theta)^2+(A\sin\theta+A_i'\sin i\theta)^2} \tag{19}$$

由分析可得当 $\theta=\dfrac{\arccos(-\eta_{2i})}{i-1}$ 时,$f(\theta)$ 取到最大值。令 $M_2=\arccos(-\eta_{2i})$。将其代入式(19),计算并化简得:

$$f_{\max}(\theta)=\frac{\sin M_2}{\dfrac{1}{\eta_{2i}}+\cos M_2} \tag{20}$$

即对于仅含 i 次谐波的光栅莫尔信号,其引入的角度误差最大值仅与 η_{2i} 有关,与谐波阶次无关。且根据式(20)计算可得在 $\eta_{2i}\in[0,0.01]$ 范围内 $f_{\max}(\theta)$ 随 η_{2i} 的增大而增大。

以 $K=1\ 024$ 为例,当 $f_{\max}(\theta)\geq\dfrac{2\pi}{1\ 024}$ 时,$\eta_{2i}\geq0.61\%$。即,在细分倍数 $K=1\ 024$ 的情况下,若 $\eta_{2i}\geq0.61\%$,则由第 i 次谐波分量引入的最大角度误差将会对细分结果造成影响,此时在建立波形方程时必须考虑第 i 次谐波分量。

2.3 多次谐波幅值对细分误差的影响情况

根据 2.1、2.2 节对直流漂移及单次谐波引入的角度误差量化结果,在进行波形建模时,可根据频谱分析结果及实际细分倍数要求确定必须考虑的谐波阶次。对于剩余谐波分量,其单独存在于信号中时,引入的角度误差不超过 θ_c,但是当几个谐波成分叠加之后,对细分误差到的影响会增大。故对于剩余谐波分量,同样不能直接忽略。

在仅考虑剩余谐波成分时,其引入的细分误差表达式为:

$$g(\theta)=\arctan\frac{A\sin\theta+A_2\sin2\theta+\cdots+A_n\sin n\theta}{A\cos\theta+A_2\cos2\theta+\cdots+A_n\cos n\theta}-\theta \tag{21}$$

其中 $A,A_2,\cdots,A_n$ 表示基波与各次谐波幅值的幅值。

根据频谱分析结果,确定 $A,A_2,\cdots,A_n$。由于光栅莫尔信号中谐波阶次大于 9 次的谐波可以忽略不计,根据信号的频谱分析结果,剩下的谐波成分叠加造成的细分误差 $g(\theta)$ 为一个确定的表达式。计算在 $\theta\in[0,2\pi]$ 区间范围内 $g(\theta)$ 的最大值 $g_{\max}(\theta)$。

当 $g_{\max}(\theta)$ 大于 θ_c 时,认为此部分谐波成分叠加后对细分结果会造成影响,应在建立信号波形方程时,对其中幅值最大的谐波成分进行考虑。再次对剩下的谐波成分进行叠加计算最大角度误差值,根据是否大于 θ_c 来判断是否需要考虑更多的谐波成分。直至剩下的谐波成分叠

加后对细分误差造成的影响小于 θ_c 时,认为剩下的谐波成分对细分结果不造成影响,由此方可确定出最终的信号波形方程。

综上所述,以 $K=1\ 024$ 为例,波形建模流程如图 4 所示。

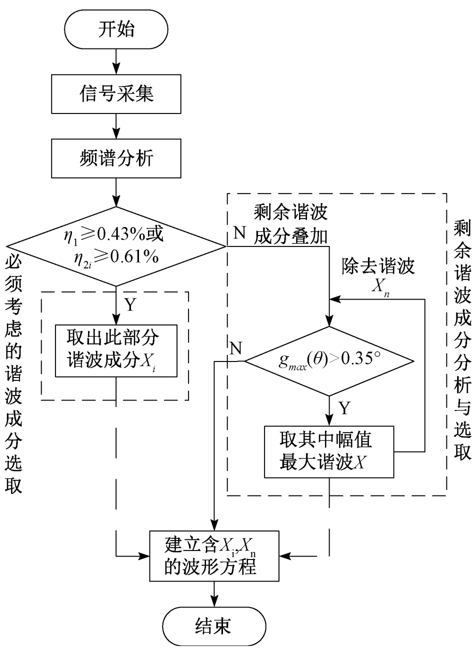


图 4　光栅莫尔信号波形建模流程

Fig.4　Flow chart of grating Moire signal waveform modeling

3　实验及数据分析

为了证明光栅莫尔信号波形建模方法的有效性,一方面利用仿真信号进行波形方程建立及正弦性误差补偿,对比在不同波形方程的情况下,正弦性误差的补偿效果;另一方面,在 FPGA 平台上实现 PSO 算法对方程波形参数求解,分析不同维数下资源占用情况。同时将本文提出的波形建模方法应用在实际光栅平台中,验证该套波形建模方法在实际应用场景下的有效性和可行性。

3.1　模型有效性分析

为验证所建的信号误差模型对信号波形方程的建立的有效性,根据实际光栅莫尔信号频谱分析结果建立仿真信号模型。

对光栅输出信号进行 5 次采样并对 5 组信号进行谐波分析,各次谐波占基波百分比如图 5 所示。

根据图 5 频谱分析结果,对 5 组信号的各次谐波幅值取平均,作为仿真信号中该次谐波幅值,则构建的仿真信号模型为:

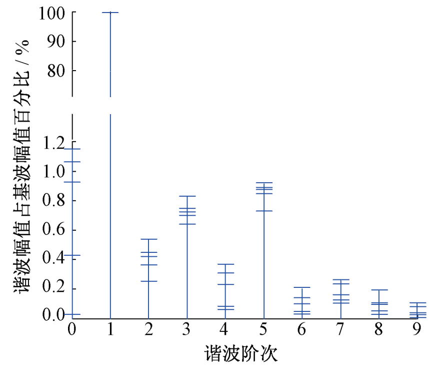


图 5　光栅莫尔信号频谱分析结果

Fig.5　Grating Moiré signal spectrum analysis result

$$\begin{cases} u_{\sin}(\theta) = 0.72 + 100\sin(\theta) + 0.41\sin(2\theta) + \\ \quad 0.73\sin(3\theta) + 0.21\sin(4\theta) + \\ \quad 0.85\sin(5\theta) + 0.11\sin(6\theta) + \\ \quad 0.18\sin(7\theta) + 0.10\sin(8\theta) + \\ \quad 0.05\sin(9\theta) \\ u_{\cos}(\theta) = 0.72 + 100\cos(\theta) + 0.41\cos(2\theta) + \\ \quad 0.73\cos(3\theta) + 0.21\cos(4\theta) + \\ \quad 0.85\cos(5\theta) + 0.11\cos(6\theta) + \\ \quad 0.18\cos(7\theta) + 0.10\cos(8\theta) + \\ \quad 0.05\cos(9\theta) \end{cases} \tag{22}$$

以细分倍数 $K=1\ 024$ 为例,可建立信号波形方程为:

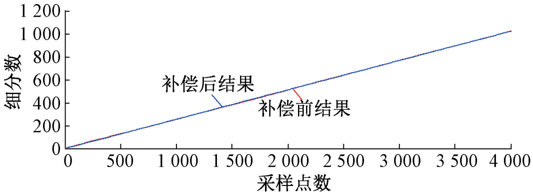
$$\begin{cases} u_{\sin}(\theta) = A_0 + A_1\sin(\theta) + A_2\sin(2\theta) + \\ \quad A_3\sin(3\theta) + A_5\sin(5\theta) \\ u_{\cos}(\theta) = B_0 + B_1\cos(\theta) + B_2\cos(2\theta) + \\ \quad B_3\cos(3\theta) + B_5\cos(5\theta) \end{cases} \tag{23}$$

利用 PSO 拟合算法对式(23)中 10 个未知参数进行求解,得到两路信号波形方程为:

$$\begin{cases} u_{\sin}(\theta) = 0.724\ 9 + 100.011\ 5\sin(\theta) + \\ \quad 0.441\ 6\sin(2\theta) + 0.746\ 8\sin(3\theta) + \\ \quad 0.858\ 3\sin(5\theta) \\ u_{\cos}(\theta) = 0.689\ 5 + 99.976\ 3\cos(\theta) + \\ \quad 0.415\ 5\cos(2\theta) + 0.725\ 7\cos(3\theta) + \\ \quad 0.842\ 8\cos(5\theta) \end{cases} \tag{24}$$

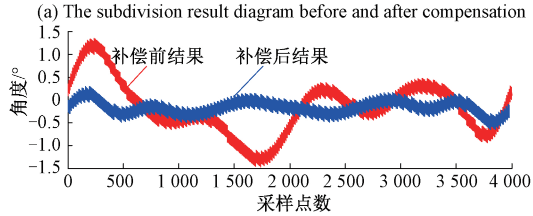
利用波形方程求解结果对仿真信号进行正弦性误差补偿,得到的补偿效果如图 6 所示。

图 6(a)显示了信号周期内的细分结果,其中补偿前后的曲线重叠,呈线性增长趋势。对于恒定信号频率,输出光栅莫尔信号的细分结果也应呈现线性增长。为了说明两条曲线之间的细微差别,将线性误差定义为结果与



(a) 补偿前后细分结果

(a) The subdivision result diagram before and after compensation



(b) 补偿前后细分误差

(b) The subdivision error diagram before and after compensation

图 6 正弦性误差补偿结果

Fig.6 Sinusoidal error compensation results

理想均匀线之间的偏差,作为参考。由于细分数的取整操作,得到的细分误差至少为 0.351 6°。

得到的补偿效果如图 6(b)所示,补偿前细分误差最大为 1.560 9°,去除角度值 0.351 6°后,为 1.209 3°。由此可见,谐波成分引入的角度误差远远大于一个细分数对应角度值 0.351 6°,严重影响了细分结果。经过正弦性误差补偿后,细分误差最大为 0.635 6°,去除角度值 0.351 6°后,为 0.284 0°。此时谐波成分引入的细分误差小于 0.351 6°,可认为补偿后,谐波引入的角度误差对细分结果不造成影响。

为验证本文所提出的波形方程建立模型的有效性,在上述所建波形方程(基础方程)的基础上,分别建立不含直流漂移,或不含二次谐波,或增加考虑四次谐波的波形方程,对比几种波形方程情况下补偿前后的最大角度误差情况如表 1 所示。

表 1 不同波形方程补偿效果

Table 1 Compensation effects of different waveform equations

条件	不含直流	不含二次谐波	基础方程	增加 4 次谐波
补偿前		1.209 3°		
补偿后	0.627 2°	0.362 8°	0.284 0°	0.227 8°

根据表 1 所示,在基础波形方程的基础上,减少其中任一谐波含量后建立的波形方程补偿效果不理想,与补偿前相比仍会对细分结果造成影响。若增加任一谐波含量后建立波形方程,与基础波形方程相比,补偿效果改进不明显。

3.2 模型的可实现性分析

为了证明本文提出的波形建模方法的可实现性,本节将在自制 FPGA 电路上实现 PSO 算法对波形方程参数的求解,电路板如图 7 所示。

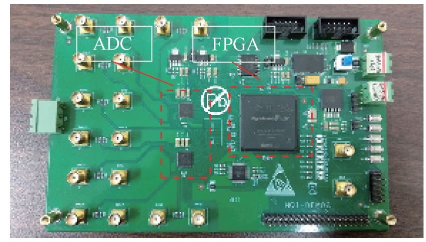


图 7 自制 FPGA 电路板

Fig.7 Home-made FPGA circuit board

在应用数字电路实现波形方程参数求解过程中,方程中参数的个数对资源占用影响明显。采用模块化的方式设计电路结构,主要包括了采样模块、适应度计算模块、局部最优模块、全局最优模块以及迭代更新模块。其中,采样模块完成对两路光栅信号的等间距采样,适应度模块完成每个粒子适应度求取,局部最优模块完成粒子的局部最优位置选取,全局最优模块完成对全局最优位置选取,迭代更新模块根据局部最优与全局最优位置对粒子速度及位置进行迭代更新。其中,波形方程直接决定了每个粒子的空间维数,维数越多,在计算适应度及位置更新时需要的计算量越大。即在 FPGA 中实现 PSO 算法时,波形方程会直接影响资源占用情况。

针对不同维数的信号波形方程,对 PSO 算法实现参数求解时的资源占用情况进行分析,量化空间维数对资源占用的影响。不同维数情况下实现 PSO 算法的资源占用情况如表 2 所示。

表 2 实现 PSO 算法时 FPGA 资源占用情况

Table 2 FPGA resource occupancy for PSO algorithm implementation

空间维数	4	5	6
LE	11 075	12 651	13 975

根据表 2 分析,在 FPGA 中实现 PSO 算法时的资源占用量随空间维数的增加而增加。

综合 3.1,3.2 节分析可知,正弦性误差补偿后细分误差随波形方程中未知参数的增加而减小,LE 资源占用随未知参数的增加而增加。且未知参数从 5 个增加至 6 个时,细分误差仅减小 0.056 2°,而 LE 资源占用量却大大增加。因此,根据本文提出的波形建模方法可有效实现光栅莫尔信号正弦性误差补偿且在数字电路实现时,最大程度地减小了资源占用量。在此基础上,增加或减少谐波成分,对最终的补偿效果或资源占用情况影响较大,不利于补偿算法的实际应用。

3.3　模型的可实现性分析

继续验证本文提出的光栅莫尔信号波形方程建立方法在实际光栅系统中应用的有效性,光栅编码器采用 Micro E 的读数头(M20)和 16 384 刻线的光栅码盘(R10851),将光栅盘和读数头安装在气浮转台轴承结构上,装置实物如图 8 所示。使用自准直仪的角度测量结果作为实际角度值。使用自制 FPGA 电路对实际光栅信号进行误差补偿及细分处理。本实验中使用的主要仪器的规格如表 3 所示。

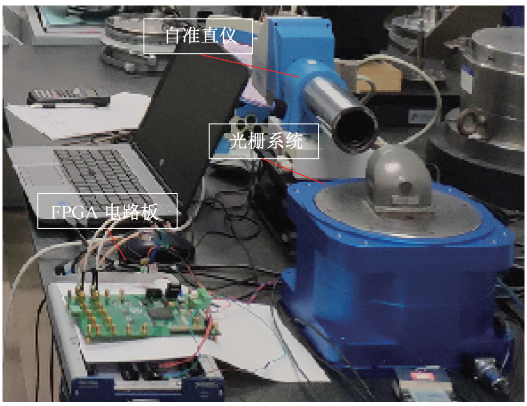


图 8　实验装置

Fig.8　Experiment setup

表 3　主要仪器规格

Table 3　Main instrument specifications

仪器名称	型号	规格
自准直仪	ELCOMAT 3 000	测量范围: −1 000″~+1 000″ U_i=0.25″
光栅码盘	R10851 (MicroE 系统)	16 384 刻线 栅距: 20 μm
读数头	Mercury's sensor (MicroE 系统)	Rotary: up to ± 2.1″(arc sec)

根据光栅编码器实际采集信号以及本文提出的光栅莫尔信号波形建模方法,建立的波形方程如式(25)所示。

$$\begin{cases} u_{\sin}(\theta) = A_0 + A_1\sin(\theta) + A_2\sin(2\theta) + \\ \qquad A_3\sin(3\theta) + A_5\sin(5\theta) \\ u_{\cos}(\theta) = B_0 + B_1\cos(\theta) + B_2\cos(2\theta) + \\ \qquad B_3\cos(3\theta) + B_5\cos(5\theta) \end{cases} \tag{25}$$

实验过程中,根据此波形方程,选取其中一个栅距进行细分精度标定。设置转台运动步长为 1″,测量角度范围为 80″,共记录 80 个采样点。利用 NI 采卡同时获得了自准直仪,和正弦性误差补偿前后的测角结果,角位移的校准误差如图 9 所示。

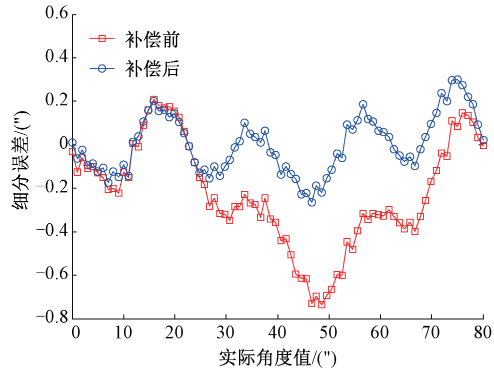


图 9　正弦性误差补偿前后细分误差情况

Fig.9　The subdivision errors before and after sinusoidal error compensation

正弦性误差补偿前信号细分误差的绝对值最大为 0.74″,误差的波动范围为−0.74″~0.21″。补偿后测得细分误差的绝对值最大为 0.30″,误差的波动范围为−0.26″~0.30″。由此可看出补偿后细分误差明显减小,正弦性误差补偿效果明显。本文所提出的光栅莫尔信号波形建模方法在实际光栅系统中是可应用的。

4　结　　论

本文针对光栅莫尔信号正弦性误差补偿过程中信号波形建模方法开展研究。首先在基于 PSO 算法的正弦性误差补偿原理的基础上阐述了波形建模的准确性对误差补偿效果会造成一定影响。其次理论计算了信号中直流漂移及谐波含量引入的角度误差情况,为波形方程的建立提供量化参考。根据计算结果提出一套可根据细分倍数的变化而变化的波形建模方法。仿真实验信号在不同波形方程情况下的正弦性误差补偿效果,证明了应用本文提出的波形建模方法建立的波形方程可在满足细分倍数的情况下最大程度地减小 FPGA 资源占用量。最后,将该方法应用在实际光栅编码器输出信号上,结果显示细分误差的峰峰值从 0.74″降低至 0.30″,细分倍数明显提升。证明了该套波形方程建立的方法在实际应用场景中是有效可行的。

参考文献

[1] HUANG Y, XUE Z, HUANG M, et al. The NIM continuous full circle angle standard[J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(7):074013.

[2] HUANG Y, XUE Z, QIAO D. et al. Study on the metrological performance of self-calibration angle encoder[C]. Proc. SPIE 9684, 2016.

[3] NEGREA A C, IMECS M, INCZE I I, et al. Error

compensation methods in speed identification using incremental encoder [C]. International Conference & Exposition on Electrical & Power Engineering, IEEE, 2013. DOI:10.1109/CEPE.2012.6463857.

[4] TANFER Y, RALF D G, ANDREAS J, et al. Investigations of interpolation errors of angle encoders for high precision angle metrology[J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(6): 530-533.

[5] 刘小康,陈自然,王先全,等. 空间精密位移信号软细分方法研究[J]. 仪器仪表学报,2016,37(3):540-545.
LIU X K, CHEN Z R, WANG X Q, et al. Soft interpolating method of precision spatial displacement signals[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(3): 540-545.

[6] 叶树亮,张潜,朱维斌.光栅莫尔信号正交误差实时补偿研究[J].仪器仪表学报,2017,38(1):57-64.
YE SH L, ZHANG Q, ZHU W B. Study on quadrature error real-time compensation for grating Moiré signal[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(1): 57-64.

[7] 郭雨梅,崔晋玲,刘雪艳,等. 锁相式莫尔条纹信号细分方法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2007,39(9):1496-1498,1512.
GUO Y M, CUI J L, LIU X Y, et al. Interpolation method of phase-locking Moire fringe[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2007, 39(9): 1496-1498,1512.

[8] ZHU W B, YE S J, HUANG Y, et al. Design of a precise subdivision system for gratings using a modified CORDIC algorithm[J]. IET Circuits, Devices & Systems, 2019, 13(8): 1284-1291.

[9] 朱维斌,邢前进,叶树亮. ADC 参数对光栅莫尔信号细分影响研究[J]. 传感技术学报,2018,31(1):68-73.
ZHU W B, XING Q J, YE SH L. Study of the influence of ADC parameters on the grating Moiré signal subdivision[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2018, 31(1): 68-73.

[10] WANG Y, LIU Y, YAN X, et al. Compensation of Moire fringe sinusoidal deviation in photoelectrical encoder based on tunable filter[J]. Symposium on Photonics & Optoelectronics, 2011, 39(3):1-4.

[11] 王显军.光电轴角编码器细分信号误差及精度分析[J].光学 精密工程,2012,20(2):379-386.
WANG X J. Errors and precision analysis of subdivision signals for photoelectric angle encoders[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012,20(2): 379-386.

[12] 沈思博,万秋华,杜颖财,等. 高精度光电编码器信号补偿技术的研究进展[J]. 电子技术应用,2017,43(10):26-30.
SHEN S B, WAN Q H, DU Y C, et al. Development of signal compensation technology for high-precision photoelectric encoder[J]. Application of Electronic Technique, 2017, 43(10): 26-30.

[13] HEYDEMANN, PETER L M. Determination and correction of quadrature fringe measurement errors in interferometers[J]. Applied-Optics, 1981, 20(3): 3382-3384.

[14] 冯英翘,万秋华. 小型光电编码器细分误差校正方法[J]. 仪器仪表学报,2013,34(6):175-180.
FENG Y Q, WAN Q H. Interpolation error calibration method of small photoelectric encoders[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(6): 175-180.

[15] 杨华晖,冯伟利,刘福. 基于遗传算法的光栅信号辨识与偏差补偿研究[J]. 激光与光电子学进展,2016,53(12):131-138.
YANG H H, FENG W L, LIU F. Identification and deviation compensation research for grating signals based on genetic algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(12): 131-138.

[16] 高贯斌,王文,林铿,等. 圆光栅角度传感器的误差补偿及参数辨识[J]. 光学精密工程,2010,18(8):1766-1772.
GAO G B, WANG W, LIN K, et al. Error compensation and parameter identification of circular grating angle sensors[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(8): 1766-1772.

[17] 高旭,万秋华,卢新然,等. 光栅条纹光电信号正弦性偏差的自动补偿[J]. 光学学报,2013,33(7):194-199.
GAO X, WAN Q H, LU X R, et al. Automatic compensation of sine deviation for grating fringe photoelectric signal[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 194-199.

[18] 杨晓,王国柱. 基于 PID 控制理论的改进粒子群优化算法[J]. 控制工程,2019,26(8):1497-1502.
YANG X, WANG G ZH. The improved particle swarm optimization algorithm based on PID control theory[J]. Control Engineering of China, 2019, 26(8): 1497-1502.

[19] 夏飞,罗志疆,张浩,等. 混合神经网络在变压器故障诊断中的应用[J].电子测量与仪器学报,2017,31(1):118-124.

XIA F, LUO ZH J, ZHANG H. et al. Application of mixed neural network in transformer fault diagnosis[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017, 31(1): 118-124.

作者简介

朱维斌(通信作者),1998 年于长春光学精密机械与物理研究所获得电子工程学士学位,2014 年于浙江大学控制理论与控制工程系获得博士学位。现为中国计量大学副教授,主要研究方向为光栅信号处理和动态角度测量。

E-mail:zhuweibin@ cjlu.edu.cn

Zhu Weibin (Corresponding author) received B. Sc. degree in electronic engineering from Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and physics, Changchun, China in 1998, and received his Ph. D. degree in control theory and control engineering in 2014 from Zhejiang University. Now, he is an associate professor in China Jiliang University. His current research interests include grating signal processing and dynamic angle measurement.

林瑜,2017 年于中国计量大学获得学士学位,现为中国计量大学硕士研究生,主要研究方向为光栅信号处理及其应用。

E-mail:903951656@ qq.com

Lin Yu received her B. Sc. degree from China Jiliang University in 2017; now, she is a M. Sc. candidate in China Jiliang University. Her research interest includes grating signal processing and its application

黄垚,2007 年~2013 年就职于北京计量学院几何实验室,2013 年至今在中国计量科学研究院长度与精密工程计量分部担任高级工程师,主要研究方向为角度计量。

E-mail:huangyao@ nim.ac.cn

Huang Yao worked in Geometric Laboratory, Beijing Metrology Institute from 2007 to 2013. Since 2013, he has been a senior engineer in Division of Metrology in Length and Precision Engineering, National Institute of Metrology, China. His main research interest includes is angle measurement.

薛梓,1991 年起开始在中国计量科学研究院工作,目前为亚太计量规划组织长度技术委员会主席、国际计量技术委员会长度咨询委员会委员。

E-mail:xuez@ nim.ac.cn

Xue Zi worked in Division of Metrology in Length and Precision Engineering, National Institute of Metrology starting from 1991. Now, she is the chairman of the Technical Committee of Length (TCL) of the Asia Pacific Metrology Programme (APMP), and a member of Consultative Committee for Length (CCL) of the International Committee for Weights and Measures (CIPM).