

$$S_{pk}(i) = \begin{cases} \max\left\{1, \sqrt{\frac{N_{pk}(i,i)}{\lambda_i^2 J_{pk}(i,i)}}\right\}, & i = 1, 2, \dots, m \\ 1, & i = m + 1, m + 2, \dots, n \end{cases} \quad (28)$$

式中: λ_i 为对角阵 $\boldsymbol{\lambda}_{m \times m}$ 的第 i 个对角元素; $N_{pk}(i, i)$ 和 $J_{pk}(i, i)$ 分别为矩阵 \mathbf{N}_{pk} 和 \mathbf{J}_{pk} 第 i 行 i 列的对角元素。

上述 FCKF 方法旨在通过强化观测量的修正作用抑制滤波发散, 实际上是提高了滤波器的自适应性, 因此也可以称其为自适应 FCKF。

3.2 FCKF 的鲁棒改进

通过强化观测量的修正作用以抑制模型失准带来的滤波误差, 其前提是外部参考可以提供准确可靠的观测信息, 在观测噪声较大时, 使用自适应渐消增强观测量的修正作用有时会产生“反作用”。文献[18-19]在线性 KF 算法中提出了“膨胀”观测噪声阵来减小滤波增益的方案, 其基本思路是在观测噪声异常时降低观测量的修正作用, 将量测噪声阵调整为:

$$\mathbf{R}_k^{\text{new}} = \mathbf{S}_{rk} \mathbf{R}_k \mathbf{S}_{rk}^T \quad (29)$$

其中 $\mathbf{S}_{rk} = \text{diag}\{s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m\}$, m 为量测维度。将式(29)代入式(21)可得:

$$\hat{\mathbf{C}}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T = \mathbf{R}_k^{\text{new}} = \mathbf{S}_{rk} \mathbf{R}_k \mathbf{S}_{rk}^T \quad (30)$$

为便于计算, 定义 \mathbf{N}_{rk} 为:

$$\mathbf{N}_{rk} = \hat{\mathbf{C}}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \quad (31)$$

移项整理可以得到:

$$S_{rk}(i) = \max\left\{1, \sqrt{\frac{N_{rk}(i,i)}{r_{i,i}}}\right\}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (32)$$

式中: $r_{i,i}$ 为 \mathbf{R}_k 的第 i 个对角线元素。与 3.1 节中的渐消方法不同, 该方法是在观测噪声较大时降低观测量的修正作用, 以提高滤波器的鲁棒性。通过渐消方式提高滤波器的自适应性与鲁棒性存在原理性矛盾, 无法同时应用。在滤波出现异常时如何准确发现异常并判断出该异常的来源, 对于提高滤波器的自适应性与鲁棒性具有极大的意义。

因此, 本文设计了一种适用于 CKF 的改进渐消方案。该方法能对滤波状态进行判断; 在滤波异常时自主决策选取合适的渐消方式, 实现上述两种渐消方案的分时共用。

3.3 滤波异常的判断

定义 KF 残差为 $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_{k/k-1}$, 根据 KF 的正交性原理, 滤波器残差的统计特性满足:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \quad (33)$$

$$\gamma_k = \boldsymbol{\varepsilon}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_k \sim \chi^2(m)$$

即 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 的分布为 0 均值, 方差为 $\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ 的正态分布; γ_k 的分布为 m 自由度的 χ^2 分布, m 为量测的维

度。下面通过一个 CKF 滤波案例说明这一特性。假设一维系统, 其状态及观测方程为:

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}) + w_{k-1} \\ z_k &= h(x_k) + v_k \end{aligned} \quad (34)$$

式中: $f(x) = x, h(x) = 0.2x; w$ 与 v 是高斯白噪声。设 200 个观测点 z_k , 通过 CKF 滤波对状态值 x_k 进行估计, 在这一过程中记录 γ_k 的计算值, 得到其概率分布。

如图 1 所示, 统计试验中 γ_k 的概率分布, 对其进行概率拟合可知其分布符合 $\chi^2(1)$ 分布。因此, 可以利用 χ^2 分布上侧分位点的性质来进行 KF 状态的判断。例如当量测维度 $m = 3$ 时, 选取上分位点 $\zeta = 11.345$, 通过查表可知 $P\{\chi^2(m) > \zeta\} = 1\%$ 。也就是说, 在滤波正常的情况下, $\gamma_k > \zeta$ 的概率只有 1%。根据假设检验原理, 若 $\gamma_k > \zeta$, 则在 99% 的置信度下可以认为滤波异常。

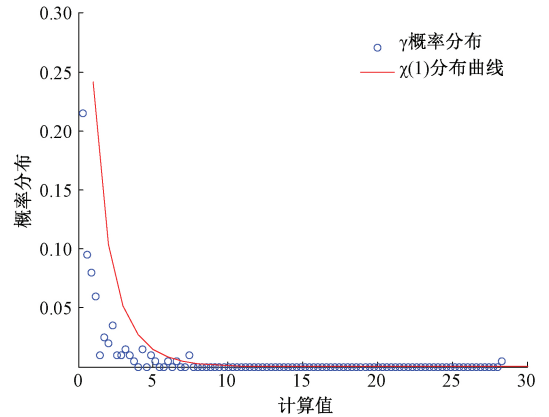


图 1 γ_k 概率分布

Fig.1 probability distribution of γ_k

前文所述两种渐消方式中, 前者依赖于当前观测信息, 而后者更相信先验估计信息, 因此这两种滤波方式存在原理性矛盾、不能同时使用。针对这种情况, 本文同样利用 χ^2 检验的原理, 在滤波过程中实时检验滤波器的自适应需求和鲁棒性需求。首先利用式(21)和(30)对先验状态协方差矩阵和量测噪声矩阵进行调节, 调节后的先验协方差矩阵和量测噪声阵分别为 $\mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{new}}$ 和 $\mathbf{R}_k^{\text{new}}$, 其后分别计算调整后的判断因子 γ_{kP} 和 γ_{kR} , 其中:

$$\gamma_{kP} = \boldsymbol{\varepsilon}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{new}} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (35)$$

$$\gamma_{kR} = \boldsymbol{\varepsilon}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k^{\text{new}})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (36)$$

由于 χ^2 检验的基本原理是排除低概率事件, 通过 χ^2 分布上侧分位点表可知判断因子 γ_k 趋小的显著性水平更高。因此在每个滤波周期都选取令 γ_k 更小的调整方式, 单独进行自适应渐消滤波或鲁棒滤波, 如果自适应渐消滤波调整先验状态协方差矩阵后得到的 γ_k 较小, 则在

这一个滤波周期内只进行自适应渐消滤波,量测噪声矩阵不进行调整,即令 $\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{P}_{k/k-1}^{new}$, \mathbf{R}_k 不变;反之则只进行鲁棒滤波,不对先验状态协方差阵进行调整即令 $\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_k^{new}$, $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 不变。以上算法为 RFCKF 算法。

4 试验验证

首先利用车载试验数据对算法有效性进行检验,试验惯导为导航级捷联激光惯导系统,陀螺漂移为 $0.007^\circ/h(1\sigma)$,加速度计零偏为 $5 \times 10^{-5}g(1\sigma)$,试验过程中惯导系统输出陀螺与加速度计原始数据,采样频率为 125 Hz。用惯导解算速度与 GPS 输出的地理系速度做差得到速度误差观测。以 GPS/INS 组合结果为基准,检测对准算法有效性。

车辆行驶时间为 20 min,试验过程中载车保持运动状态,由 GPS/INS 组合得到的车辆实时速度及位置如图 2 和 3 所示。

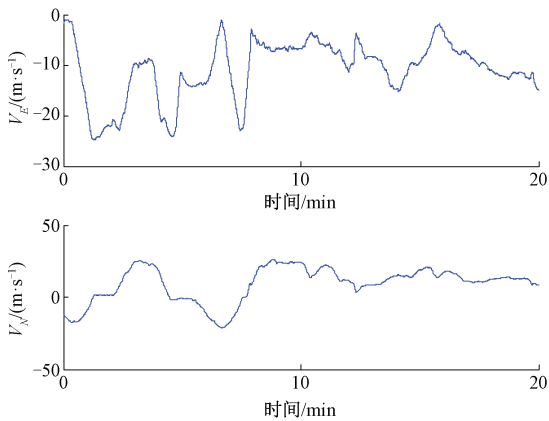


图 2 GPS/INS 组合速度
Fig.2 GPS/INS integrated speed

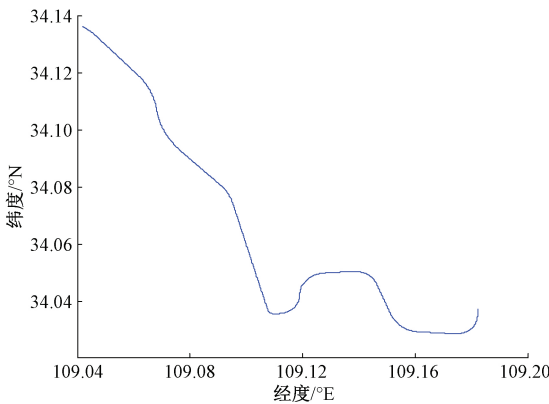


图 3 GPS/INS 组合位置
Fig.3 GPS/INS integrated position

取状态变量: $x = [\delta v_E^n, \delta v_N^n, \delta v_U^n, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \nabla_x^b, \nabla_y^b, \nabla_z^b, \varepsilon_x^b, \varepsilon_y^b, \varepsilon_z^b]^T$
 设初始失准角为 $[10^\circ \ 10^\circ \ 10^\circ]$ 。其他初始条件设置如下: $\hat{x}_0 = \mathbf{0}_{12 \times 1}$, $\mathbf{P}_0 = \text{diag}([1 \text{ m/s} \ 1 \text{ m/s} \ 1 \text{ m/s} \ 10^\circ 10^\circ 30^\circ 0.01^\circ/h \ 0.01^\circ/h \ 0.01^\circ/h \ 1 \times 10^{-4}g \ 1 \times 10^{-4}g \ 1 \times 10^{-4}g]^2)$, $\mathbf{R}_k = \text{diag}([0.1 \text{ m/s} \ 0.1 \text{ m/s} \ 0.1 \text{ m/s}]^2)$, $\mathbf{Q}_k = \text{diag}([1 \times 10^{-5}g \ 1 \times 10^{-5}g \ 1 \times 10^{-5}g \ 0.01^\circ/h \ 0.01^\circ/h \ 0.01^\circ/h \ 0_{1 \times 6}]^2)$

对准时间 10 min,为模拟系统噪声和观测噪声干扰的复杂情况,在 GPS 输出的速度基准中加入方差为 $10(\text{m/s})^2$ 的高斯白噪声;在 100~250 s 时给加速度计和陀螺输出叠加 $1 \times 10^{-4}g$ 和 $0.1^\circ/h$ 的随机噪声;在 400~550 s 时给加速度计和陀螺输出叠加 $1 \times 10^{-3}g$ 和 $1^\circ/h$ 的偏置误差。分别使用传统 CKF、FCKF 以及 RFCKF 进行初始对准试验,对准后的姿态失准角如图 4~6 所示。

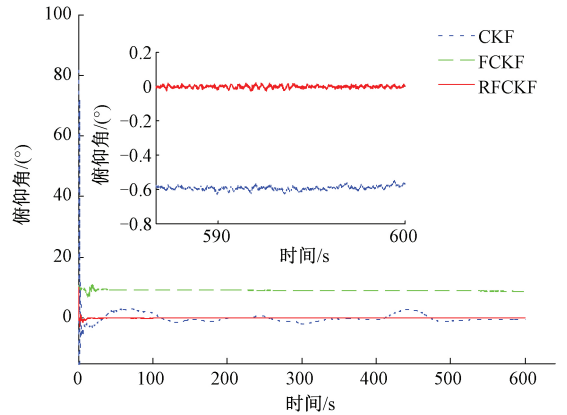


图 4 俯仰失准角误差
Fig.4 Pitch misalignment errors

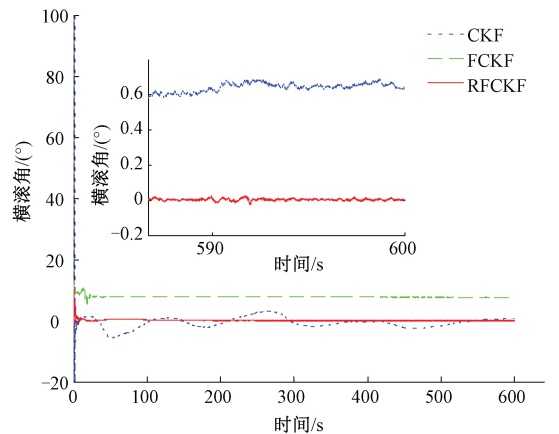


图 5 横滚失准角误差
Fig.5 Roll misalignment errors

由图 4~6 可以看出,RFCKF 算法在突发的系统噪声

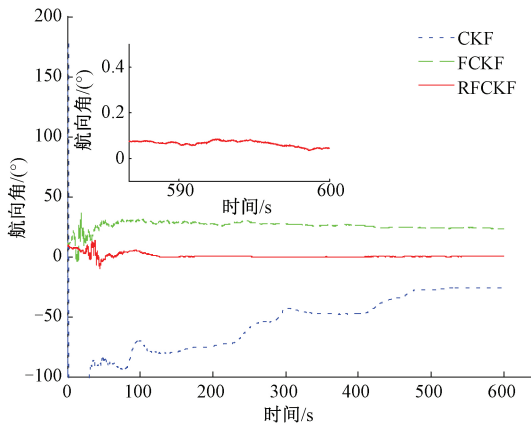


图6 航向失准角误差

Fig.6 Yaw misalignment errors

和量测噪声的干扰下表现出较好的鲁棒性和自适应性。3种算法对准结果(失准角)如表1所示。

表1 3种算法失准角误差

Table 1 Misalignment angle errors of three algorithms

(°)

| 算法 | 俯仰角 | 横滚角 | 航向角 |
|-------|------|------|--------|
| CKF | -0.6 | 0.6 | -25.90 |
| FCKF | 8.73 | 7.60 | 23.30 |
| RFCKF | 0.01 | 0.01 | 0.1 |

通过表1对3种算法的对准结果进行量化对比可知,传统CKF算法在噪声异常时出现了发散,而FCKF算法增强观测量的修正,在观测噪声异常时出现了“反作用”,只有RFCKF算法表现出了稳定的滤波收敛。为了进一步证明观测噪声对FCKF的影响,在上述试验中将叠加的异常观测噪声去除后重新进行一次对准试验。分别使用传统CKF、FCKF以及RFCKF进行初始对准试验,以航向角为例,对准得到的姿态失准角如图7所示。

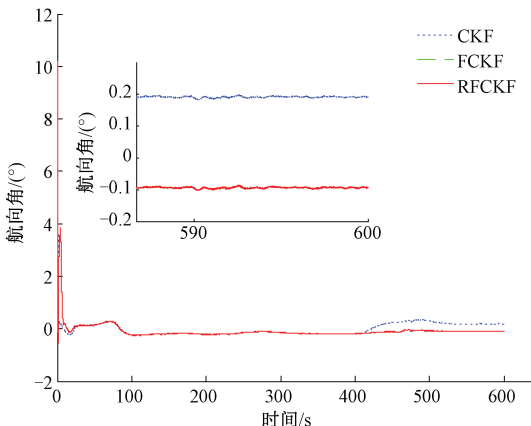


图7 航向失准角误差

Fig.7 Yaw misalignment errors

可以看出在没有异常观测噪声时,FCKF滤波的滤波精度恢复到正常状态。而此时RFCKF滤波退化为FCKF,两者的航向失准角曲线重合在一起。

5 结论

本文针对CKF及其在惯导系统非线性初始对准中的应用问题,对渐消滤波的理论开展了研究。提出了基于假设检验的滤波器状态检验条件,使得渐消因子的引入更加合理化。利用渐消原理对CKF进行改进,进一步提高了算法的抗干扰能力。通过车载试验证明在异常系统噪声和量测噪声的干扰下算法可以保持较好的滤波稳定性和滤波精度,可为惯导系统的非线性初始对准问题提供可行的滤波工具。

参考文献

- [1] CHANG L B, HE H Y, QIN F J. In-motion initial alignment for odometer-aided strapdown inertial navigation system based on attitude estimation [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(3): 766-773.
- [2] HE H Y, XU J N, QIN F J, et al. Research on generalized inertial navigation system damping technology based on dual-model mean [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2016, 230(8): 1518-1527.
- [3] HE H Y, XU J N, LI F, et al. Genetic algorithm based optimal compass alignment [J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2015, 10(2): 411-416.
- [4] CHANG L B, LI J S, CHEN S Y. Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 784-794.
- [5] LI J S, CHANG L B, ZHA F. An improved optimal method for initial alignment [J]. The Journal of Navigation, 2014, 67(4): 727-736.
- [6] FANG J C, YANG S. On innovation adaptive EKF for In-flight alignment of airborne POS [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(4): 1378-1388.
- [7] 李京书, 郭士华, 崔国恒, 等. 捷联惯导系统极区水下动基座对准 [J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(10): 52-58.
- [8] LI J SH, GUO SH L, CUI G H, et al. Polar underwater calibration for strapdown inertial navigation system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(10), 52-58.
- [9] 严恭敏, 严卫生, 徐德民. 简化UKF滤波在SINS初始对准中的应用 [J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(3):

- 253-264.
- YAN G M, YAN W SH, XU D M. Application of simplified UKF in SINS initial alignment for large misalignment angles [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 253-264.
- [9] CHANG L B, HU B Q, LI AN, et al. Strapdown inertial navigation system alignment based on marginalized unscented Kalman filter[J]. IET Science, Measurement & Technology, 2013, 7(2): 128-138.
- [10] 郭士萃, 许江宁, 李峰. 强跟踪CKF及其在惯导系统初始对准中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(4): 436-441.
- GUO SH L, XU J N, LI F. Strong tracking cubature Kalman filter for initial alignment of INS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(4): 436-441.
- [11] 徐晓苏, 田泽鑫, 刘义亭, 等. 基于改进型CKF的SINS初始对准方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(1): 81-86.
- XU X S, TIAN Z X, LIU Y T, et al. Alignment method of initial SINS based on improved CKF[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2016, 44(1): 81-86.
- [12] 葛磊. 容积卡尔曼滤波算法研究及其在导航中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2013.
- GE L. Research on cubature Kalman filter and its application for navigation [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2013.
- [13] FAGIN S L. Recursive linear regression theory, optimal filter theory and error analysis of optimal systems[J]. IEEE International Convention Record, 1964, 12: 216-240.
- [14] 夏启军, 孙优贤, 周春晖. 渐消卡尔曼滤波器的最佳自适应算法及其应用[J]. 自动化学报, 1990, 16(3): 210-216.
- XIA Q J, SUN Y X, ZHOU CH H. Optimal adaptive algorithm of fading Kalman filter and its application[J]. Acta Automatica Sinica, 1994, 30(12): 1333-1338.
- [15] 高伟, 李敬春, 奔粤阳, 等. 基于多重渐消因子的自适应卡尔曼滤波器[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(7): 1405-1409.
- GAO W, LI J CH, BEN Y Y, et al. Adaptive Kalman filter based on multiple fading factors [J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(7): 1405-1409.
- [16] GAO W X, MIAO L J, NI M L. Multiple fading factors Kalman filter for SINS static alignment application[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24: 476-483.
- [17] 薛海建, 郭晓松, 周召发. 基于自适应多重渐消因子卡尔曼滤波的SINS初始对准方法[J]. 系统工程与电子
- 子技术, 2017, 39(3): 620-626.
- XUE H J, GUO X S, ZHOU ZH F. SINS initial alignment method based on adaptive multiple fading factors Kalman filter [J]. Systems engineering and electronics, 2017, 39(3): 620-626.
- [18] CHANG G B. Robust Kalman filtering based on mahalanobis distance as outlier judging criterion [J]. Journal of Geodesy, 2014, 88: 391-401.
- [19] CHANG G B. Kalman filter with both adaptivity and robustness[J]. Journal of Process Control, 2014, 24: 81-87.

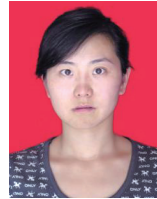
作者简介



郭士萃, 2012年于中国海洋大学获得学士学位, 2014年和2018年于海军工程大学分别获得硕士学位和博士学位, 现为空军航空大学讲师, 主要研究方向为惯导系统初始对准问题及自适应滤波技术。

E-mail: hg_guoshiluo@163.com

Guo Shiluo received his B.Sc. degree in 2012 from Ocean University of China, received his M.Sc. degree in 2014 and Ph.D. degree in 2018 both from Naval University of Engineering, respectively. He is currently a lecturer in Aviation University Air Force. His main research interests include initial alignment problem of inertial navigation system and adaptive filtering technique.



王春雨(通信作者), 2006年于长春理工大学获得学士学位, 2009年于长春理工大学获得硕士学位, 现为空军航空大学副教授。主要研究方向为光学精密仪器、光学电子技术以及惯导系统技术应用。

E-mail: sure050707@foxmail.com

Wang Chunyu (Corresponding author) received her B.Sc. degree in 2006 from Changchun University of Science and Technology, received her M.Sc. degree in 2009 from Changchun University of Science and Technology. She is currently an associate professor with the Aviation University Air Force. She research interest includes the optical precision instrument, optoelectronic technology and the application of inertial navigation system.



周俊杰, 2008年和2010年于空军航空大学分别获得学士学位和硕士学位, 现为中国人民解放军95926部队工程师, 主要研究方向为航空装备保障及科研管理。

E-mail: 2844745629@qq.com

Zhou Junjie received his B.Sc. degree in 2008 and M.Sc. degree in 2010 both from Aviation University Air Force, respectively. Now, he is an engineer in Unit 95926 of PLA. His main research interests include aviation equipment support and scientific research management.