

DOI: 10.13382/j.jemi.B2407767

基于径向基 Koopman-Kalman 的光学电流 传感器误差预测*

曹睿康 李岩松 耿聪 刘逸伦 刘君

(华北电力大学电气与电子工程学院 北京 102206)

摘要: 光学电流传感器(OCS)对温度的变化非常敏感,温度的变化导致其测量产生误差,难以达到电力系统计量的要求,因此准确预测由温度变化引起的OCS测量误差对监测其运行稳定性和保证电力系统的安全运行具有重要意义。由于OCS输出电流受温度的影响具有强非线性,提出了一种适用于非线性动力系统的径向基Koopman-Kalman预测算法,解决了温度影响下OCS输出电流因强非线性而难以预测的问题。首先通过径向基函数将非线性的OCS输出电流状态量映射至高维空间形成扩展状态,采用扩展动态模式分解算法分解扩展状态计算高维空间中Koopman算子的近似矩阵。其次,采用近似的Koopman算子在高维线性空间中进行批量预测。最后,采用Kalman滤波对批量预测的最后一个预测值更新校正,以跟随系统的状态变化。以实验测量得到的OCS温度-电流数据进行实验,结果表明在不同温度变化情况下,相较于标准Koopman预测和长短期记忆(LSTM)预测,所提出预测算法的均方误差(MSE)均减小90%以上,证明了所提算法的有效性。

关键词: 光学电流传感器;径向基函数;Koopman算子;卡尔曼滤波;实时预测

中图分类号: TN98; TM933 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4

Optical current sensor error prediction based on radial basis Koopman-Kalman

Cao Ruikang Li Yansong Geng Cong Liu Yilun Liu Jun

(School of Electrical and Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: Optical current sensor (OCS) is very sensitive to temperature changes, and temperature changes lead to errors in its measurement, which makes it difficult to meet the requirements of power system metering. Therefore, accurate prediction of OCS measurement errors caused by temperature changes is of great significance for monitoring its operational stability and ensuring the safe operation of the power system. Since the OCS output current is strongly nonlinear due to the influence of temperature, this paper proposes a radial basis Koopman-Kalman prediction algorithm for nonlinear power systems, which solves the problem that the OCS output current is difficult to predict under the influence of temperature due to strong nonlinearity. Firstly, the nonlinear OCS output current state quantities are mapped into the high-dimensional space to form an extended state by the radial basis function (RBF), and the extended state is decomposed by the extended dynamic mode decomposition (EDMD) algorithm to calculate the approximate Koopman-Kalman algorithm in the high-dimensional space. Koopman operator approximation matrix. Secondly, the approximated Koopman operator is used for batch prediction in the high-dimensional linear space. Finally, Kalman filtering is used to update the correction to the last prediction of the batch prediction to follow the state change of the system. The OCS temperature-current data obtained from experimental measurements are used for experiments, and the results show that the mean square error (MSE) of the prediction algorithm proposed in this paper is reduced by more than 90% in comparison with both the standard Koopman prediction and the LSTM prediction for different temperature variations, which proves the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: optical current sensor; radial basis function; Koopman operator; Kalman filter; real-time forecasting

0 引言

光学电流传感器(optical current sensor, OCS)相较于传统的电磁式电流互感器具有体积小、绝缘性能优良、无磁饱和问题、频率响应范围广等优点,已逐渐成为电力系统中用于实现电能计量、系统状态监测的重要设备^[1]。同时,由于其具有数字化接口,能够很好地适应现代电网的需求,成为智能电网中不可或缺的设备。近年来,伴随着电力系统的数字化转型,越来越多的 OCS 被运用于实际工程中,对推进变电站的数字化建设具有重要意义。

在实际应用中,评估互感器运行状态的方法通常采用较为传统的离线校验,通过将互感器接入设计好的校验系统进行误差校验^[2-3],或采用离线校验算法进行误差校验^[4]。由于设备运行于高压电网中,离线校验需要对线路进行停电,并辅以其他设备进行校验,操作不够便捷,同时校验周期比较长,在两次校验期间不能确保其测量精度满足要求,因此离线校验的方式已不能满足电网精确计量的需求。在线校验的方式通常有两种,一种是将相对可靠的标准互感器同步接入电网进行比对,另一种是设计一套有效可行的在线评估方法。考虑到光学电流互感器在电网中的应用范围越来越广,前者的校验方式不能满足经济型的要求,因此亟需研究一种脱离标准互感器的光学电流传感器在线评估与预测算法。

为了在线评估互感器的运行误差,通常采用的方法是建立互感器状态监测系统^[5-6]或基于现场信号搭建仿真测试平台进行误差测试^[7]。在此基础上,文献[8-9]利用历史运行数据构建虚拟标准器,提出校验算法对互感器运行状态进行在线监测,文献[10]提出考虑电力系统随机噪声的互感器在线校验方法,在实现去除电力系统随机噪声的同时达到在线校验目的,但以上方法主要针对传统电子式互感器,不能考虑到 OCS 的线性双折射影响。为进一步精确评估互感器误差状态,需要采集同相^[11]或同一测量点^[12]下的多台互感器测量数据,但难以满足经济性要求。此外,为了解决传感器温度漂移问题,有学者提出建立互感器温度补偿模型^[13],但无法实现预测互感器正常运行中的测量误差。

目前,能够实现时间序列预测的方法主要包括统计学方法、机器学习方法和深度学习方法。文献[14]提出了一种基于 Q-ARMA 的电子式电压互感器状态预测方法,通过采集二次侧信号,建立误差状态预测的 Q 统计量,消除了电网一次波动对互感器自身误差的影响,并能预测电子式电压互感器的误差状态变化趋势,不过其精度有待提高。文献[15]提出基于传递熵和小波神经网络的互感器误差预测方法,通过传递熵选取特征参量,再通过小波神经网络进行误差预测,但该方法的预测精度

易受传感器精度的影响。文献[16-17]融合长短期记忆网络(long short term memory, LSTM)与支持向量回归(support vector regression, SVR)的优点,采用组合预测的方式对互感器未来一段时间的误差变化信息进行预测,结果表明该方法能够有效预测互感器未来一段时间内的误差变化信息,但该方法的预测尺度较长,不能达到实时预测的要求。文献[18]提出了一种基于变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)和卷积神经网络-门控循环单元编解码模型(convolutional neural network-gated recurrent unit encoder to decoder, CNN-GRU-ED)的互感器超短期误差预测方法,将原始信号分解为不同频段的模态分量,分别使用模型预测,再将预测结果叠加,结果表明该方法能够有效提高预测精度,但难以规避预测过程中产生的累计误差。因此,现亟需一种可以对互感器误差状态进行实时预测的方法。

针对上述方法的不足,本文提出一种基于径向基 Koopman-Kalman 的光学电流传感器误差预测方法,用于预测温度变化时 OCS 输出电流的状态变化,以此识别传感误差是否满足精度要求。首先采集温度缓慢变化和剧烈变化时 OCS 的输出电流,将输出电流作为可观测量,利用径向基函数(radial basis function, RBF)将非线性状态量提升至高维空间形成扩展状态,然后采用扩展动态模态分解(extended dynamic mode decomposition, EDMD)算法对扩展状态进行分解,得到 Koopman 算子的近似矩阵,随后可以利用该近似矩阵在高维空间对扩展状态进行批量预测,并采用实际测量值对批量预测窗内最后一个预测值进行校正更新,最后将预测得到的扩展状态映射回原状态空间,即可得到输出电流预测结果。仿真结果表明,所提出的径向基 Koopman-Kalman 预测算法能够有效预测温度缓慢变化和剧烈变化时 OCS 的输出电流,预测误差远小于标准 Koopman 和 LSTM 网络的预测结果。

1 光学电流传感机理及温度-电流特性分析

1.1 光学电流传感机理

OCS 用于测量电流的基本原理是法拉第磁光效应^[19],当线偏振光通过与其波矢方向在同一直线的磁场时,其偏振方向会发生旋转,如图 1 所示,入射光与出射光之间的偏转角表达式为:

$$\vartheta_0 = \mu \cdot V \cdot \int_L \mathbf{H}(l) dl \quad (1)$$

式中: μ 是介质磁导率; V 是 Verdet 常数; \mathbf{H} 是磁感应强度矢量; l 是光的传播方向; L 是光通过介质的光程; ϑ_0 是法拉第偏转角。

将导线围绕磁光晶体形成线圈,设其匝数为 N ,当外

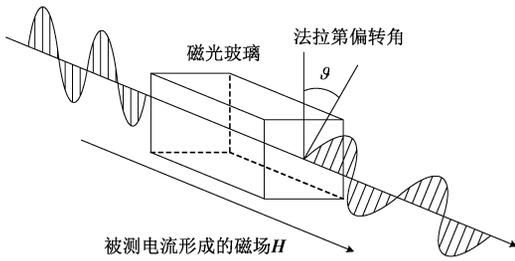


图 1 法拉第磁光效应概述图

Fig. 1 Faraday magneto-optical effect overview diagram

加待测电流 i_1 时,由安培环路定律可知,其偏转角表达式可简化为:

$$\vartheta_0 = V \cdot N \cdot i_1 \quad (2)$$

由式(2)可知,被测电流与偏转角成正比,但由于无法对偏转角 ϑ_0 进行直接测量,需要通过马吕斯定律将其转化为光强信号,再将光强信号转化为可被测量的电流信号,从而测得待测电流大小。将马吕斯定律应用于 OCS 中,假设起偏器与检偏器之间夹角为 β ,不考虑损耗,则偏振光通过检偏器前后的光强为:

$$J_0 = J_1 \cos^2(\beta - \vartheta_0) = \frac{1}{2} J_1 [1 + \cos 2(\beta - \vartheta_0)] \quad (3)$$

式中: J_0 是出射光强; J_1 是入射光强。

为提高输出光强 J_0 对偏转角 ϑ_0 的灵敏度,将式(3)对 β 求偏导,可得 $\beta = \pm 45^\circ$, 即当起偏器与检偏器之间的夹角为 $\pm 45^\circ$ 时,输出光强对偏转角的变化最为敏感,动态范围最好,此时式(3)可简化为:

$$J_0 = \frac{1}{2} J_1 (1 \pm \sin 2\vartheta_0) \quad (4)$$

通过式(4)可以看出,OCS 输出光强为一个直流量与一个交流量叠加,考虑到偏转角 ϑ_0 通常很小,只有几度,可以对其简化得到如下结果:

$$J_{o1} = \frac{1}{2} J_1 (1 + 2\vartheta_0) \quad (5)$$

$$J_{o2} = \frac{1}{2} J_1 (1 - 2\vartheta_0)$$

将两式进行“差除和”,不难得到只与偏转角 ϑ_0 有关的函数表达式,其表达式为:

$$u_o = \frac{J_{o1} - J_{o2}}{J_{o1} + J_{o2}} = 2\vartheta_0 \quad (6)$$

1.2 计及温度影响的 OCS 数学模型

如 1.1 节所述的是光学电流传感的理想模型,实际中,由于 OCS 通常放置在环境较为恶劣的变电站,温度、应力等因素会导致磁光材料出现双折射效应,降低 OCS 的测量精度。其中,通过设计合理的设备结构及安装方式,可最大程度上降低应力对电流测量的影响。而温度

不仅与外界环境有关,同时也与电流热效应有关,因此变化更加剧烈也难以进行控制,不可忽略其影响。

温度对 OCS 的影响主要有两方面:一方面是对 Verdet 常数的影响,另一方面是对 OCS 灵敏度的影响^[20]。

1) 温度对 Verdet 常数的影响

根据经典的电子动力学理论,得到的抗磁性材料 Verdet 常数表达式为:

$$V_{\text{dia}} = \frac{e\lambda}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} \quad (7)$$

式中: e 为基本电荷; m 为电子质量; c 为光速; λ 为入射光波长; n 为介质的折射率。

顺磁性材料 Verdet 常数表达式如下:

$$V_{\text{par}} = \frac{e\lambda}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} (1 + \nu\chi) \quad (8)$$

式中: ν 为与分子场常数有关的系数; χ 是磁化率,有 $\chi = T_c / (T - T_p)$, 其中 T_c 、 T_p 分别是居里常数和居里温度。

从表达式可以看出,顺磁性材料的 Verdet 常数受到温度影响。但实际中,折射率 n 会随温度的变化而变化,进而影响 Verdet 常数;同时,在磁光玻璃的加工和安装等过程中,易产生线性双折射效应,影响材料的 Verdet 常数。

2) 温度对 OCS 灵敏度的影响

考虑温度影响带来的线性双折射时,顺磁性材料法拉第偏转角变为:

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{\sin\delta}{\delta} \quad (9)$$

式中: $(\delta/2)^2 = (\rho/2)^2 + \vartheta_0^2$, δ 为法拉第效应和双折射效应综合作用下的特征参数, ρ 为介质中线性双折射效应引起的相位延迟, $\frac{\sin\delta}{\delta}$ 可看作线性双折射效应对法拉第偏转角的修正因子。

抗磁性材料的法拉第偏转角可表达为:

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{\sin\rho}{\rho} \quad (10)$$

当温度快速变化时,由于磁光材料内部温度分布不均,导致材料各处膨胀不同而产生的热应力,会使线性双折射发生变化。设线偏振光沿 z 轴入射磁光材料,当考虑温度带来的热应力时,其 x 轴、 y 轴方向的折射率之差为:

$$n_x - n_y = \frac{1}{2} (P_{12} - P_{11}) (1 + \nu) n^3 \frac{\Delta P}{E} \quad (11)$$

式中: P_{11} 和 P_{12} 是材料的弹光系数; ν 是材料的泊松系数; ΔP 是 x 、 y 方向上的应力压强差; E 是材料的杨氏模量。

当入射光波长为 λ 时,由线性双折射引起的单位长

度的相位延迟为:

$$\rho_0 = (n_x - n_y) \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\lambda} (P_{12} - P_{11}) (1 + v) n^3 \frac{\Delta P}{E} \quad (12)$$

式中: $\frac{\Delta P}{E} = k \cdot \alpha \cdot (T - T_0)$, $k \approx \frac{E_0 \cdot \alpha_0}{E \cdot \alpha}$ 。 T_0 表示参考温度, T 表示当前温度, E 和 E_0 分别表示当前温度和参考温度下的杨氏模量, α 和 α_0 分别表示当前温度和参考温度下的线性膨胀系数。

分析可知 $\frac{\Delta P}{E}$ 是温度的函数, 而折射率 n 也是温度的函数, 故 ρ_0 也是温度的函数。磁光材料线性双折射引起的相位延迟 ρ 与以上各值都有直接关系, 参量 ρ 的变化会影响 OCS 的测量精度和长期运行的稳定性。

1.3 OCS 运行特性分析

考虑双折射效应影响后, 利用琼斯矩阵, 推导出 OCS 输出光强的表达式^[21]为:

$$J_o = \frac{1}{2} J_1 \left[1 - 2\vartheta_0 \frac{\sin\delta}{\delta} + \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) \cdot \sin 4\theta \right] \quad (13)$$

式中: J_o 是输出光强; θ 是光源入射起偏器的角度。

对比式(5)和(13)可知, 考虑线性双折射时, OCS 输出光强与入射光强具有复杂的非线性关系。将式(13)进行分解可到达表达式为:

$$J_{oac} = J_1 \vartheta_0 \frac{\sin\delta}{\delta} \quad (14)$$

$$J_{odc} = \frac{1}{2} J_1 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) \cdot \sin 4\theta \right] \quad (15)$$

式中: J_{oac} 称为交流分量, 这一分量与所测量的电流相关, 即包含法拉第旋转角 ϑ_0 ; J_{odc} 称为直流分量, 这一分量则与被测电流无直接关系。

交流分量主要由被测电流形成的磁场决定, 但根据 1.2 节的分析, 其也是温度的函数, 会随温度的变化而变化。直流分量是由静态工作光强和双折射光强组成, 对应 OCS 输出的本征直流。在正常工作下, 输出的直流分量应是基本恒定的, 但在实际运行中, 会随着外界条件的干扰而有所波动。

2 径向基 Koopman-Kalman 预测算法

2.1 Koopman 算子理论

Koopman 算子是一种用于分析非线性动力系统的全局线性化方法^[22-24], 用于将非线性动力学提升到无限维线性空间, 通过线性系统研究非线性系统动力学的方法。考虑一个离散时间非线性控制动力系统, 其动力学方程可表示为:

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \quad (16)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 是 n 维系统状态变量; $\mathbf{u}_k \in \mathbf{R}^m$ 是 m 维系统控制变量; \mathbf{x}_{k+1} 是系统下一时刻的状态变量; f 为转移映射。

为了将非线性受控动力系统扩展至线性空间, 定义扩展状态 $\boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$, 则有:

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1} = F(\boldsymbol{\chi}_k) := \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_0) \\ \mathbf{S}\mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: \mathbf{S} 是左移算子, 有 $\mathbf{S}\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k+1}$; F 是扩展状态的转移映射。

Koopman 算子 \mathcal{K} 被定义为:

$$(\mathcal{K}\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\chi}_k = \boldsymbol{\phi}(F(\boldsymbol{\chi}_k)) = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\chi}_{k+1}) \quad (18)$$

式中: $\boldsymbol{\phi}$ 是升维函数, 用于将非线性的扩展状态 $\boldsymbol{\chi}$ 提升至高维线性空间。

由式(17)和(18)可以看出, 非线性映射 f 作用于系统状态 \mathbf{x}_k 和控制变量 \mathbf{u}_k , 表示为状态到状态的映射, 线性映射 \mathcal{K} 作用于扩展状态, 表示为扩展状态到扩展状态的映射。

利用 Koopman 算子进行非线性系统分析的基本原理如图 2 所示, 可以看出 Koopman 算子分析的本质就是将非线性系统的演化问题转变为无限维线性系统的演化问题, 尽管相比直接求解非线性方程多了升维和降维两个步骤, 但考虑到非线性方程的求解难度远远高于线性方程, 采用 Koopman 算子进行非线性系统的演化分析更有优势。

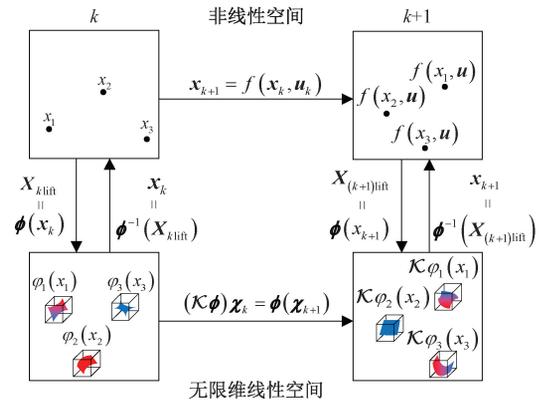


图 2 Koopman 算子原理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the Koopman operator principle

在传统的非线性系统分析中, 直接求解非线性方程面临诸多挑战, 尤其是当系统复杂时, 求解过程变得非常困难且耗时。相比之下, Koopman 算子通过引入合适的观测函数升维, 能够将非线性系统表示为线性形式, 随后通过降维过程再将动态行为简化, 从而有效提取关键特征。

2.2 基于 EDMD 的 Koopman 算子近似

为了能用线性系统表征非线性系统的动力学特征,理论上扩展状态 $\boldsymbol{\chi}$ 应该是无限维的,因此 Koopman 算子 \mathcal{K} 也是一个无限维矩阵,但实际中通常采用特殊的方式选择升维函数 $\boldsymbol{\phi}$,使得升维后的扩展状态 $\boldsymbol{\chi}$ 是有限维的,并且可以用扩展状态的线性变化来近似原状态的非线性变化。因此,工程中采用的 Koopman 算子是 \mathcal{K} 的有限维近似。EDMD 是一种数据驱动算法,用于构造 Koopman 算子的有限维逼近。其原理是求解最小二乘方程:

$$\min_{\mathcal{A}} \sum_{i=1}^n \|\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\chi}_{k+1}^i) - \mathcal{A} \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\chi}_k^i)\|_2^2 \quad (19)$$

式中: $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\chi}) = [\phi_1(\boldsymbol{\chi}), \dots, \phi_{N_\phi}(\boldsymbol{\chi})]^T$ 是升维函数 ϕ_i 的向量, N_ϕ 是升维维数; n 是扩展状态维数; \mathcal{A} 为 Koopman 算子 \mathcal{K} 的有限维近似的转置矩阵。

为了得到式(19)对应的目标函数,通常令升维函数具有如下形式:

$$\phi_i(\boldsymbol{\chi}) = \varphi_i(\boldsymbol{x}) + L_i(\boldsymbol{u}) \quad (20)$$

式中:函数 φ_i 是非线性映射,函数 L_i 是线性映射。

假设升维函数 $\boldsymbol{\phi}$ 具有如下形式:

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{u}(0) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1, \dots, \varphi_N]^T$; $\boldsymbol{u}(0)$ 表示序列 \boldsymbol{u} 的第 1 个分量。

由于控制变量的未来值不需要预测,假设控制变量的维数为 m ,则可以忽略式(19)中每项的最后 m 个分量,则剩余 $N = N_\phi - m$ 个分量是与状态量有关的分量,取矩阵 \mathcal{A} 的前 N 行记为 $\tilde{\mathcal{A}}$,并将其作如下分解:

$$\tilde{\mathcal{A}} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] \quad (22)$$

式中: \mathbf{A} 是 $N \times N$ 矩阵; \mathbf{B} 是 $N \times m$ 矩阵。

则式(19)所求的最小二乘方程可简化为如下形式:

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{B}} \sum_{i=1}^n \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}_{k+1}^i) - \mathbf{A} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}_k^i) - \mathbf{B} \boldsymbol{u}_k^i(0)\|_2^2 \quad (23)$$

而矩阵 \mathbf{C} 可以同样由最小二乘方程得到:

$$\min_{\mathbf{C}} \sum_{i=1}^n \|\boldsymbol{x}_k^i - \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}_k^i)\|_2^2 \quad (24)$$

线性动力系统为:

$$\boldsymbol{z}_{k+1} = \mathbf{A} \boldsymbol{z}_k + \mathbf{B} \boldsymbol{u}_k \quad (25)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \mathbf{C} \boldsymbol{z}_{k+1}$$

式中: \boldsymbol{z}_k 是线性系统的状态变量; \boldsymbol{z}_{k+1} 是线性系统下一时刻的状态变量; \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 分别为线性系统的状态转移矩阵、控制矩阵和输出矩阵; $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ 是状态变量估计值。

2.3 升维函数的选取及线性系统状态方程的建立

2.1 节和 2.2 节提供了 Koopman 算子分析非线性系统的理论保证,但求解得到的线性系统状态矩阵能否准确表征该系统的状态演化过程,主要取决于升维函数的

选取。

升维函数也被称作字典函数(dictionary functions),其质量直接影响到 EDMD 算法效果的准确性和实用性。为了充分捕捉系统状态空间的重要特征,升维函数应该具有适应性、稳定性、计算可行性等特点。通常升维函数应为一组不相关的基函数,如多项式函数、傅里叶函数等。

本文采用柯西径向基函数(Cauchy RBF)作为升维函数。柯西径向基函数是一种常见的径向基函数,通常用于插值和函数逼近问题,其表达式为:

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-c}{\gamma}\right)^2} \quad (26)$$

式中: x 是输入变量; c 是 RBF 的中心; γ 是形状参数,用于控制函数的宽度。

在工程中使用 Koopman 算子对非线性动力系统进行预测时,常取一组观测值和控制量:

$$\mathbf{X} = [x_1, \dots, x_n]$$

$$\mathbf{Y} = [x_2, \dots, x_{n+1}] \quad (27)$$

$$\mathbf{U} = [u_1, \dots, u_n]$$

式中:各分量满足关系 $x_{k+1} = f(x_k, u_k)$ 。

根据 2.2 节分析,矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 是升维空间中最小二乘意义上的最佳线性一步预测器,即优化问题式(28)的解。

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{B}} \|\mathbf{Y}_{\text{lift}} - \mathbf{A} \mathbf{X}_{\text{lift}} - \mathbf{B} \mathbf{U}\|_F \quad (28)$$

式中:

$$\mathbf{X}_{\text{lift}} = [\boldsymbol{\varphi}(x_1), \dots, \boldsymbol{\varphi}(x_n)]$$

$$\mathbf{Y}_{\text{lift}} = [\boldsymbol{\varphi}(x_2), \dots, \boldsymbol{\varphi}(x_{n+1})] \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1, \dots, \varphi_N]^T$$

矩阵 \mathbf{C} 是升维矩阵 \mathbf{X}_{lift} 对应估计值 \mathbf{X} 的最佳线性最小二乘估计:

$$\min_{\mathbf{C}} \|\mathbf{X} - \mathbf{C} \mathbf{X}_{\text{lift}}\|_F \quad (30)$$

矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 的解析解为:

$$[\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] = \mathbf{Y}_{\text{lift}} [\mathbf{X}_{\text{lift}} \quad \mathbf{U}]^\dagger$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{X} \mathbf{X}_{\text{lift}}^\dagger \quad (31)$$

式中: \dagger 表示矩阵的 Moore-Penrose 伪逆。

2.4 径向基 Koopman-Kalman 预测算法及其步骤

根据以上分析可知, Koopman 预测算法的基本步骤如下。

1) 根据历史观测数据(假设状态量即为可观测量)和控制变量求出 Koopman 算子(实际中可以得到升维线性系统的相关矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C});

2) 选定初始状态 \boldsymbol{x}_0 并提供控制序列 \boldsymbol{u} , 并将其升维至高维空间;

3) 根据线性系统的状态方程,计算之后若干步的扩

展状态预测向量;

4) 将扩展状态预测向量映射回原非线性空间, 得到原非线性控制动力系统的状态预测值。

从以上分析可以看出, 采用 Koopman 算子对非线性控制动力系统进行预测的优势在于, 只需提供历史观测数据和控制序列便可以对其状态变化进行预测, 也就是说这是一种数据驱动的预测方法, 针对非线性特性复杂或者未知的系统也有较好的适用性。

但是该算法也有其固有缺点。理论上 Koopman 预测算法中扩展状态是无限维的, 但实际中采用有限维近似, 因此会产生截断误差, 所采用的有限高维空间不可能完全表征原来的非线性空间。同时, 由于系统存在观测误差, 用其观测值序列计算得到的 Koopman 算子所表征的空间, 同样与原空间存在误差。因此, 采用 Koopman 预测算法对非线性系统进行预测时, 如果遇到观测值序列较短、预测步数过长等问题时, 可能导致预测误差较大。

为了减小预测误差, 本研究提出径向基 Koopman-Kalman 预测算法, 其基本原理是缩短预测步长, 当使用 Koopman 算子完成一个批次的预测后, 通过 Kalman 滤波算法采用系统测量值对批次内最后一个预测值进行校正更新, 以此来达到精确预测的效果。

Kalman 滤波是一种利用线性系统状态方程, 通过系统输入输出观测数据, 对系统进行最优估计的算法。其基本框架是预测-更新, 预测过程包含状态向量预测、误差协方差预测, 更新过程包含 Kalman 滤波增益矩阵更新、状态向量估计值更新和误差协方差更新。由于升维后 Koopman 预测的状态空间是线性的, 因此可以采用 Kalman 滤波对其预测值进行更新, 过滤系统噪声, 提升预测精度。

径向基 Koopman-Kalman 预测算法步骤如下。

1) 数据收集及预处理

收集系统观测值和控制量, 形成式(24)中的矩阵 X 、 Y 、 U 。

2) 初始化

设定状态变量初始值 x_0 , 初始误差协方差矩阵 P , 过程噪声协方差矩阵 Q , 测量噪声协方差矩阵 R , 定义升维函数 ϕ 。

3) 构建升维矩阵

$$\begin{aligned} X_{\text{lift}} &= \phi(X) \\ Y_{\text{lift}} &= \phi(Y) \end{aligned} \tag{32}$$

4) 计算矩阵 A 、 B 、 C

$$\begin{aligned} [A \ B] &= Y_{\text{lift}} [X_{\text{lift}} \ U]^{\dagger} \\ C &= XX_{\text{lift}}^{\dagger} \end{aligned} \tag{33}$$

5) 构建初始状态升维矩阵

$$x_{\text{olift}} = \phi(x_0) \tag{34}$$

6) 批量预测

设定预测长度为 j , 批量预测 x_1 到 x_j 的系统状态:

$$\begin{aligned} x_{\text{lift}} &= Ax_{(k-1)\text{lift}} + Bu_{(k-1)\text{lift}} \\ \hat{x}_k &= Cx_{\text{lift}} \end{aligned} \tag{35}$$

式中: $k = \{1, 2, \dots, j\}$, \hat{x}_k 是系统状态预测值。

7) 使用测量值对 x_j 进行校正

$$\begin{cases} \hat{P}_i = AP_{i-1}A + Q \\ K_i = \hat{P}_i C^T (C \hat{P}_i C^T + R)^{-1} \\ \bar{x}_{\text{lift}} = x_{\text{lift}} + K_i (x_j - Cx_{\text{lift}}) \\ P_i = (I - K_i C) \hat{P}_i \\ \hat{x}_j = C\bar{x}_{\text{lift}} \end{cases} \tag{36}$$

式中: I 是单位阵。

8) 重复步骤 6) 和 7)

3 算例分析

3.1 数据准备

为了验证所提算法预测非线性动力系统的有效性, 搭建了光学电流传感温度实验平台。该实验平台的构成主要包括温控箱、光纤测温仪以及电流数据采集卡 3 部分, 如图 3 所示。温控箱用于提供稳定可调的温度环境, 光纤测温仪用于精确测量实验过程中的温度数据, 电流数据采集卡负责实时收集电流信号数据。

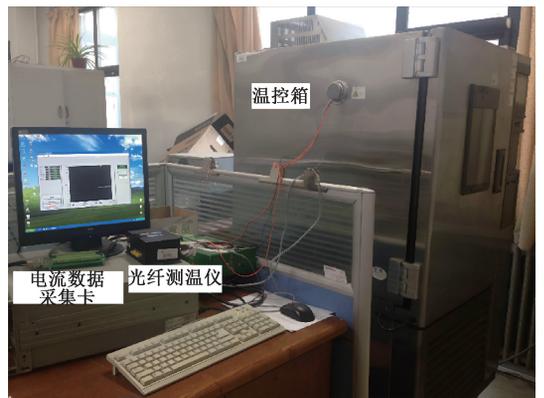


图 3 光学电流传感温度实验平台

Fig. 3 Optical current sensing temperature experiment platform

本文 OCS 磁光材料选择条状玻璃传感头, 基于法拉第效应原理, 通过测量偏振角的大小来间接测量电流。将实验用的 OCS 放入温控箱, 模拟外界温度变化。研究共设置两组实验, 分别模拟外界温度缓慢变化和剧烈变化的情况。

在第 1 组实验中设置温度缓慢变化, 从 20 °C 开始,

逐渐增加温控箱温度,经 40 min 增加到 40 ℃,再经 120 min 降到-40 ℃,最后经 80 min 升高至 20 ℃,期间通过光纤测温仪记录环境温度变化数据,如图 4 所示。

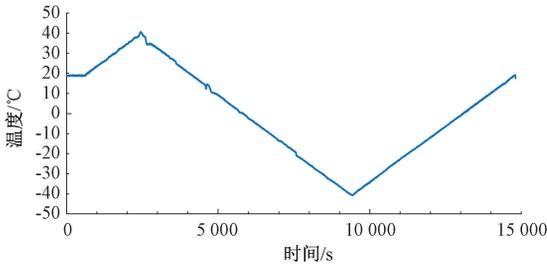


图 4 温度缓慢变化曲线

Fig. 4 Slow temperature change curve

在温度变化的同时利用 Kalman 滤波程序分离出输出的直流分量和交流分量,图 5 和 6 所示分别是在温度变化期间记录的直流分量与交流分量。

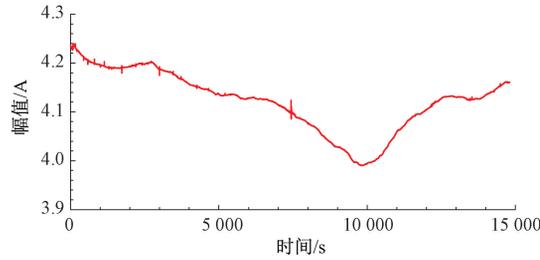


图 5 温度缓慢变化直流分量曲线

Fig. 5 DC component curve for slow temperature change

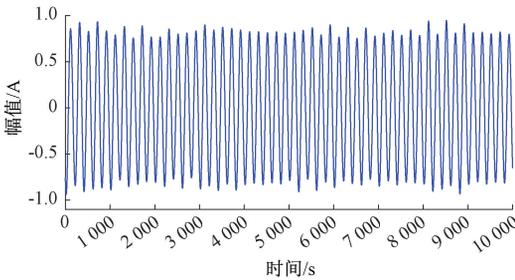


图 6 温度缓慢变化交流分量曲线

Fig. 6 AC component curve for slow temperature change

由图 5 和 6 可以看出,随着温度缓慢发生改变,OCS 输出的交流电流受温度影响较小,而直流电流会随温度的变化发生明显变化,其变化过程与温度的变化呈正相关,但具有明显的非线性,符合 1.2 节对 OCS 电流—温度特性的研究。同时,由于在测量中存在误差,导致其非线性特性更加明显,难以用精确的解析表达式对 OCS 电流—温度特性加以描述,也就难以预测温度变化导致的测量误差大小。

在第 2 组实验中设置温度剧烈变化,从 10 ℃ 开始,

逐渐增加温控箱温度,经 5 min 剧增到 20 ℃,期间通过光纤测温仪记录环境温度变化数据,如图 7 所示。

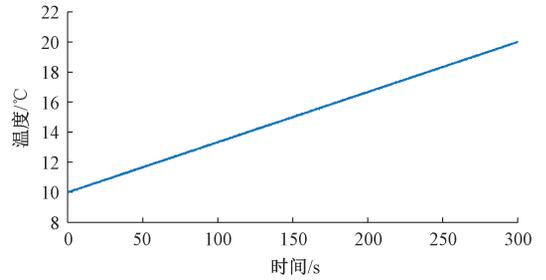


图 7 温度剧烈变化曲线

Fig. 7 Drastic temperature change curve

同样使用 Kalman 滤波程序分离直流分量和交流分量,得到的结果如图 8 和 9 所示。

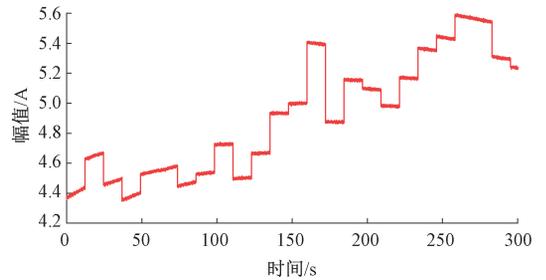


图 8 温度剧烈变化直流分量曲线

Fig. 8 DC component curve for drastic temperature change

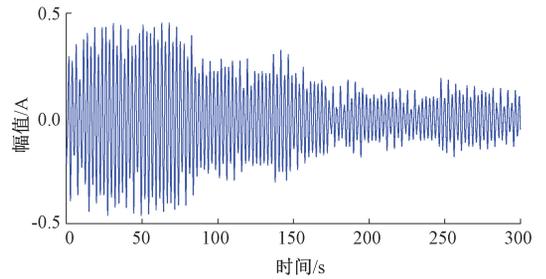


图 9 温度剧烈变化交流分量曲线

Fig. 9 AC component curve for drastic temperature change

由图 8 和 9 可以看出,在温度剧烈变化时,不仅直流分量受到温度的影响,交流分量同样会受到影响,且电流受温度影响的变化呈非线性。

基于以上两组实验,本文分别对温度缓慢变化时的直流电流以及温度剧烈变化时的直流和交流电流展开研究,在每一组数据集中,采用前 20% 作为训练集,后 80% 作为测试集。通过训练集构建 Koopman 算子,将得到的高维扩展状态方程用于状态预测,采用径向基 Koopman-Kalman 预测算法预测后续的状态变化,并将预测结果与测试集数据进行对比。

为了评估所提算法的预测精度,采用均方误差 (MSE) 指标对预测结果进行评价:

$$X_{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (37)$$

式中: N 为样本数; y_i 和 \hat{y}_i 分别为测量值和预测值。

3.2 温度缓慢变化输出直流预测

由于温度缓慢变化时交流分量的变化十分微小,因此针对图 5 所示的直流电流进行预测。

在仿真实验中,取状态变量为 OCS 的输出直流电流,状态变量是一个一维向量。为了尽可能保留原系统非线性特性的同时,加快算法的运行速度,定义 RBF 函数的个数为 20,则使用其作为提升函数得到的升维状态量为 20 维,原状态量与升维状态共同构成 21 维的扩展状态。

在仿真中,设置 RBF 中心 c 为 $(-1.2, 1.2)$ 内的随机数,形状参数 $\gamma = 0.8$ 。设置 Kalman 滤波的过程噪声协方差 $Q = 0.001$,测量噪声协方差 $P = 0.1$,初始误差协方差 $P_0 = I$, I 是单位阵。分别使用径向基 Koopman-Kalman 批量预测算法、LSTM 长短期记忆网络和标准 Koopman 预测算法进行预测,得到的结果如图 10 所示,3 种预测方法的均方误差如表 1 所示。

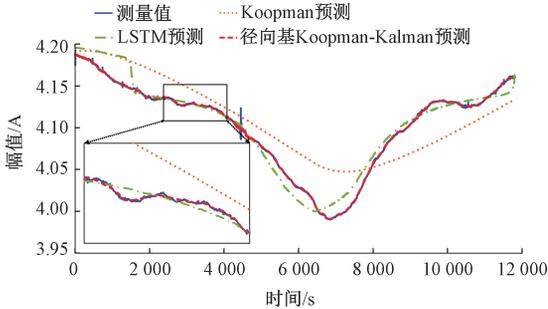


图 10 温度缓慢变化直流分量预测结果

Fig. 10 Prediction results of slowly varying DC component of temperature

表 1 温度缓慢变化不同预测方法均方误差

Table 1 Mean square error of different prediction methods for slow temperature change

预测模型	Koopman	LSTM	径向基 Koopman-Kalman
MSE/A ²	8.1×10 ⁻⁴	1.5×10 ⁻⁴	7.5×10 ⁻⁷

由图 10 和表 1 可以看出,本文提出的径向基 Koopman-Kalman 预测算法相比 Koopman 预测算法和 LSTM 预测的均方误差更小,分别减小了 99.9% 和 99.5%,能够有效预测温度缓慢变化时 OCS 输出的直流电流。

3.3 温度剧烈变化输出交直流预测

由图 8 和 9 可以看出,当温度剧烈变化时 OCS 输出的直流分量和交流分量均有明显变化,本节分别采用不同算法针对温度剧烈变化时输出的交直流分量展开预测。

对直流分量的预测结果如图 11 所示,3 种预测方法的均方误差如表 2 所示。

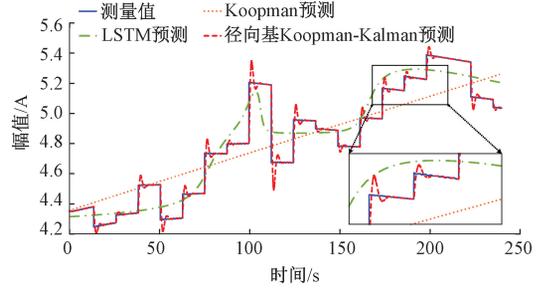


图 11 温度剧烈变化直流分量预测结果

Fig. 11 Prediction results of DC component for drastic temperature changes

表 2 温度剧烈变化直流分量不同预测方法均方误差

Table 2 Mean square error of different prediction methods for DC component of drastic temperature change

预测模型	Koopman	LSTM	径向基 Koopman-Kalman
MSE/A ²	2.7×10 ⁻²	1.4×10 ⁻²	1.2×10 ⁻³

对交流分量的预测结果如图 12 所示,3 种预测方法的均方误差如表 3 所示。

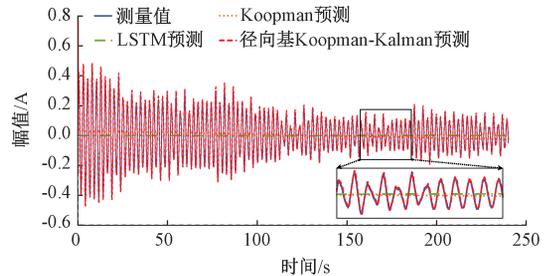


图 12 温度剧烈变化交流分量预测结果

Fig. 12 Prediction results of AC component for drastic temperature changes

表 3 温度剧烈变化交流分量不同预测方法均方误差

Table 3 Mean square error of different prediction methods for AC component of drastic temperature change

预测模型	Koopman	LSTM	径向基 Koopman-Kalman
MSE/A ²	3.0×10 ⁻²	2.0×10 ⁻²	2.2×10 ⁻⁴

通过图 12、13 和表 1、2 可以看出,当温度剧烈变化时,采用径向基 Koopman-Kalman 预测算法得到的均方误差更小,针对直流分量的预测均方误差相比 Koopman 预测和 LSTM 预测分别减小了 95.6% 和 91.4%,而针对交流分量的预测中分别减小了 99.3% 和 98.9%。并且针对交流分量预测时,在标准 Koopman 和 LSTM 预测已经失效的情况下,径向基 Koopman-Kalman 预测仍具有较好的预测效果,说明该算法能够应用于温度剧烈变化时 OCS 输出电流的预测场景。

4 结 论

本文研究 OCS 在温度变化影响下的输出电流预测问题,提出了一种基于径向基 Koopman-Kalman 的预测算法。核心思路是在高维线性空间中对非线性动力系统进行建模与预测,充分利用 Koopman 算子的全局线性化特性以处理 OCS 测量中因温度变化引发的非线性误差。为了解决 OCS 输出电流受温度影响而产生的强非线性问题,研究采用径向基函数将非线性状态映射至高维空间,并结合 EDMD 算法,通过生成近似 Koopman 算子来实现预测。这一过程的难点在于高维状态空间的构建及不确定性处理,特别是如何在动态变化环境中保持预测的高准确度。

实验结果表明,所提出的算法相较于传统的 Koopman 预测和 LSTM 预测在均方误差上显著降低,证明了其在温度变化条件下的有效性和优越性。未来的研究可以深入探索如何进一步优化算法以提升预测精度,并考虑将该方法应用于更复杂的非线性系统和实际工程问题中。此外,可以结合实时数据采集和智能算法,实现更高效的在线监测与误差修正,这将有助于提高电力系统的安全性与可靠性,为智能电网的进一步发展提供技术支持。

参考文献

[1] 周峰,李鹤,李文婷,等. 大电流测量传感技术综述[J]. 高电压技术, 2021, 47(6): 1905-1920.
ZHOU F, LI H, LI W T, et al. A review of sensing technologies for high current measurement [J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(6): 1905-1920.

[2] 范冬冬,柴红伟,李文明,等. 全光纤电流互感器校验系统的设计及应用[J]. 电工技术, 2021(17): 95-96,99.
FAN D D, CHAI H W, LI W M, et al. Design and application of all-fiber current transformer calibration system [J]. Electric Engineering, 2021 (17): 95-96,99.

[3] 王斯琪,姜春阳,聂高宁,等. 宽频带电流互感器误差校验系统研究[J]. 高电压技术, 2024, 50(12): 5281-5288.
WANG S Q, JIANG CH Y, NIE G N, et al. Research on wide-band current transformer error calibration system [J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(12): 5281-5288.

[4] 肖江文,肖义文,王自强,等. 基于 CA-FSVR 方法的电流互感器误差试验参数预测[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2016: 38(6): 92-95.
XIAO J W, XIAO Y W, WANG Z Q, et al. Prediction of current transformer error test parameters based on CA-FSVR method [J]. Journal of China Three Gorges University(Natural Sciences), 2016: 38(6): 92-95.

[5] 王贵忠,肖智宏,于文斌,等. 光学电流互感器状态监测技术研究[J]. 电气自动化, 2017, 39(5): 102-105.
WANG G ZH, XIAO ZH H, YU W B, et al. Research on optical current transformer condition monitoring technology[J]. Electrical Automation, 2017, 39(5): 102-105.

[6] 徐顾钰,李岩松,刘君. 互感器边云协同实时监测系统设计[J]. 电子测量技术, 2023, 46(19): 42-48.
XU G Y, LI Y S, LIU J. Design of cooperative real-time monitoring system for transformer edge cloud [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(19): 42-48.

[7] 陈海滨,杨姝楠,陈丽雯,等. 基于现场信号仿真技术的电流互感器误差测试技术研究[J]. 电测与仪表, 2021, 58(2): 133-138.
CHEN H B, YANG SH N, CHEN L W, et al. Research on current transformer error testing technology based on field signal simulation [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2021, 58(2): 133-138.

[8] 李振华,崔九喜,杨信强,等. 基于融合 K-近邻算法的电压互感器在线监测方法[J]. 电网技术, 2024, 48(9): 3938-3947.
LI ZH H, CUI J X, YANG X Q, et al. Online monitoring method of voltage transformer based on fusion K-nearest neighbor algorithm [J]. Power System Technology, 2024, 48(9): 3938-3947.

[9] 石永军,杨明泽,负振兴,等. 基于因子分析法的电子式电压互感器误差状态在线评估[J]. 现代电子技术, 2023, 46(6): 123-128.
SHI Y J, YANG M Z, YUN ZH X, et al. Online

- assessment of electronic voltage transformer error state based on factor analysis [J]. *Modern Electronics Technology*, 2023, 46(6): 123-128.
- [10] 陈刚, 李志新, 徐敏锐, 等. 考虑电力系统随机噪声的电流互感器在线校验方法[J]. *自动化与仪器仪表*, 2023(8): 329-332.
- CHEN G, LI ZH X, XU M R, et al. Online calibration method of current transformer considering power system random noise [J]. *Automation and Instrumentation*, 2023(8): 329-332.
- [11] 马克琪, 周刚, 史建勋, 等. 基于同相测量一致性的电压互感器误差状态在线评估方法[J]. *电子测量技术*, 2023, 46(23): 56-62.
- MA K Q, ZHOU G, SHI J X, et al. Online assessment method of voltage transformer error state based on in-phase measurement consistency [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2023, 46(23): 56-62.
- [12] 叶剑涛, 李宾宾, 黄杰, 等. 基于数据相关性分析的全光纤电流互感器误差状态在线评估方法研究[J]. *高压电器*, 2022, 58(12): 156-162.
- YE J T, LI B B, HUANG J, et al. Research on online assessment method of error state of all-fiber current transformer based on data correlation analysis [J]. *High Voltage Apparatus*, 2022, 58(12): 156-162.
- [13] 江银玉, 丁勇, 左锋, 等. 霍尔效应式力传感器的温度补偿[J]. *电子测量与仪器学报*, 2024, 38(4): 9-17.
- JIANG Y Y, DING Y, ZUO F, et al. Temperature compensation of Hall effect force sensors [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2024, 38(4): 9-17.
- [14] 李振华, 李春燕, 张竹. 基于 Q-ARMA 的电子式电压互感器误差状态预测 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2018, 48(12): 1401-1412.
- LI ZH H, LI CH Y, ZHANG ZH. Error state prediction of electronic voltage transformer based on Q-ARMA [J]. *Science Chins Technological Sciences*, 2018, 48(12): 1401-1412.
- [15] 李振华, 郑严钢, 李振兴, 等. 基于传递熵和小波神经网络的电子式电压互感器误差预测[J]. *电测与仪表*, 2021, 58(3): 146-152.
- LI ZH H, ZHENG Y G, LI ZH X, et al. Error prediction of electronic voltage transformer based on transfer entropy and wavelet neural network [J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2021, 58(3): 146-152.
- [16] 钟悦, 李振华, 兰芳. 考虑多因素的电子式电压互感器误差组合预测方法研究 [J]. *电力科学与技术学报*, 2023, 38(3): 188-196.
- ZHONG Y, LI ZH H, LAN F. Research on the combination prediction method of electronic voltage transformer error considering multiple factors [J]. *Journal of Electric Power Science and Technology*, 2023, 38(3): 188-196.
- [17] FAN M, PENG G, ZHANG B, et al. Operation state assessment and prediction of distribution transformer based on data driven [C]. 2021 IEEE 10th Data Driven Control and Learning Systems Conference. IEEE, 2021: 715-721.
- [18] 杨信强, 李振华, 钟悦, 等. 基于变分模态分解和 CNN-GRU-ED 的超短期互感器误差预测 [J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(12): 68-77.
- YANG X Q, LI ZH H, ZHONG Y, et al. Ultra-short-term transformer error prediction based on variational mode decomposition and CNN-GRU-ED [J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(12): 68-77.
- [19] 刘继腾. 基于法拉第效应的光学电流互感器研究与设计 [D]. 唐山: 华北理工大学, 2022.
- LIU J T. Research and design of optical current transformer based on Faraday effect [D]. Tangshang: North China University of Science and Technology, 2022.
- [20] 王妍艳. 基于无迹卡尔曼滤波的光学电流互感器的参数辨识 [D]. 保定: 华北电力大学, 2014.
- WANG Y Y. Parameter identification of optical current transformer based on traceless Kalman filtering [D]. Baoding: North China Electric Power University, 2014.
- [21] 王小虎. 基于 WinCE 嵌入式的光学电流互感器实验测试系统研究 [D]. 保定: 华北电力大学, 2016.
- WANG X H. Research on optical current transformer experimental test system based on WinCE embedded [D]. Baoding: North China Electric Power University, 2016.
- [22] KORDA M, MEZI? I. Linear predictors for nonlinear dynamical systems: Koopman operator meets model predictive control [J]. *Automatica*, 2018, 93: 149-160.
- [23] ARBABI H, KORDA M, MEZIC I. A data-driven koopman model predictive control framework for nonlinear partial differential equations [C]. 2018 IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2018: 6409-6414.
- [24] WILLIAMS M O, KEVREKIDIS I G, ROWLEY C W. A

data-driven approximation of the koopman operator; Extending dynamic mode decomposition[J]. Journal of Nonlinear Science, 2015, 25(6): 1307-1346.

作者简介



曹睿康, 2022 年于华北电力大学获得学士学位, 现为华北电力大学硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析与控制。

E-mail: crk0309@163.com

Cao Ruikang received his B. Sc. degree from North China Electric Power University in 2022. He is now a M. Sc. candidate at North China Electric Power University. His main research interests include power system analysis and control.



李岩松 (通信作者), 1991 年于东北电力大学获得学士学位, 2000 年于华北电力大学获得硕士学位, 2004 年于华北电力大学获得博士学位, 现为华北电力大学教授, 主要研究方向为智能传感与透明电网、电力系统分析与控制。

E-mail: liyansong811@126.com

Li Yansong (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Northeast Electric Power University in 1991, M. Sc. degree from North China Electric Power University in 2000 and Ph. D. degree from North China Electric Power University in 2004. He is now a professor of North China Electric Power University. His main research interests include intelligent sensing and transparent power grid, power system analysis and control.