

DOI: 10.13382/j.jemi.B2407655

# MFWVD 时频分析在时延估计中的研究与应用

邢毓华 魏子薇

(西安理工大学自动化与信息工程学院 西安 710048)

**摘要:**针对常见时频分析中存在交叉项干扰或时频聚焦度较低而无法准确进行时延估计的问题,提出一种遮罩滤波魏格纳威利分布时延估计新方法。其基本原理是将 WVD 时频谱与 SPWVD 时频谱的幅度谱之比同高斯函数滤波器相结合,利用 SPWVD 方法能够有效抑制交叉项干扰和 WVD 方法时频聚焦度高的优点,将信号的 SPWVD 时频谱作为一个遮罩以此屏蔽 WVD 时频谱中的交叉项,在保持高时频分辨率的同时获得高精度的时频谱。该方法与常见时频域反射方法相比在交叉项抑制和时频聚焦度这两个关键性能指标上具有更好的性能,时延估计结果的可靠性较高。利用该方法结合时频互相关函数定位电缆微弱的低阻故障,通过仿真实验进行对比分析,结果显示所提方法在定位电缆 1.5 km 处的低阻故障时,均方根误差为 0.652 7 m,与 WVD 方法和 SPWVD 方法相比,定位误差分别减少了 1.288 4 和 0.683 4 m。此外,该方法在信噪比为 -5、0 和 5 dB 的情况下定位误差均小于其他常见方法,定位效果最佳。

**关键词:** 时延估计;时频分析;魏格纳威利分布;交叉项干扰;时频互相关;电缆故障定位

**中图分类号:** TN98 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4

## Research and application of MFWVD time-frequency analysis in delay estimation

Xing Yuhua Wei Ziwei

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** A new time delay estimation method based on masked filtering Wigner-Ville distribution is proposed to address the issues of cross-term interference or low time-frequency concentration in common time-frequency analysis, which lead to inaccurate time delay estimation. The basic principle is to combine the amplitude spectrum ratio of the WVD time-frequency spectrum and the SPWVD time-frequency spectrum with a Gaussian function filter. By taking advantage of the SPWVD method's ability to effectively suppress cross-term interference and the high time-frequency concentration of the WVD method, the SPWVD time-frequency spectrum of the signal is used as a mask to shield the cross-terms in the WVD time-frequency spectrum, thereby obtaining a high-precision time-frequency spectrum while maintaining high time-frequency resolution. Compared with common time-frequency domain reflection methods, this method exhibits better performance in two key performance indicators, namely cross-term suppression and time-frequency concentration, and the reliability of the time delay estimation results is relatively high. This method is applied to locate weak low-resistance faults in cables in combination with the time-frequency cross-correlation function. Through comparative analysis of simulation experiments, the results show that when locating a low-resistance fault at 1.5 km in the cable, the root mean square error of the proposed method is 0.652 7 m. Compared with the WVD method and the SPWVD method, the positioning errors are reduced by 1.288 4 and 0.683 4 m respectively. In addition, the positioning error of this method is smaller than that of other common methods under signal-to-noise ratios of -5, 0, and 5, and the positioning effect is the best.

**Keywords:** delay estimation; time-frequency analysis; Wigner-Ville distribution; cross-term interference; time-frequency cross-correlation; cable fault location

## 0 引言

电缆的微弱故障常常难以被及时发现,从而引发重大的经济损失和安全风险<sup>[1-2]</sup>,因此发展一种高效、精准的电缆故障检测技术十分必要<sup>[3]</sup>。目前,国内外利用行波原理定位同轴电力电缆故障的方法已有广泛研究,主要有时域反射法<sup>[4]</sup>(time domain reflectometry, TDR)和频域反射法<sup>[5-6]</sup>(frequency domain reflectometry, FDR)。由于时域反射法和频域反射法仅分别从时域或频域单个角度对反射信号进行研究,因此无法全面分析故障的相关信息,难以准确识别微弱故障。为了弥补 TDR 和 FDR 两种方法的缺陷,时频域反射法<sup>[7]</sup>(time-frequency domain reflectometry, TFDR)应运而生,该方法同时在时域和频域对故障进行分析,因此可以获得更全面的故障信息,进而提高时延估计的准确性。

然而,在利用传统时频分析即魏格纳威利方法<sup>[8]</sup>(Wigner-Ville distribution, WVD)分析故障信息时,发射信号和反射信号通过公式转换到时频域后会产生交叉项,在时频分布图中存在干扰信号,影响时延估计的准确性。针对交叉项干扰的问题,王瑶瑶等<sup>[9]</sup>提出伪魏格纳威利分布方法(pseudo Wigner-Ville distribution, PWVD),即在频域内将信号的 WVD 变换乘以一个窗函数来消除交叉项对时延估计的干扰;尹振东等<sup>[10]</sup>提出平滑伪魏格纳威利分布方法(smooth pseudo Wigner-Ville distribution, SPWVD),在时域和频域内均对 WVD 变换进行加窗处理,进一步降低了交叉项对信号处理的不利影响。尽管这两种方法都能有效消除 WVD 方法中产生的虚假分量,但是信号真实分量的时频分辨率也随之下降,影响故障定位的准确性。此外,王昱皓等<sup>[11]</sup>利用仿射变换等信号处理技术在不影响信号分辨率的情况下消除了交叉项干扰,但该方法具有一定的算法复杂度;刘鹏程等<sup>[12]</sup>提出一种基于 S 变换与时频域反射的时延估计方法,虽然有效消除了交叉项,但是故障峰的展宽使得定位精度有所下降;陈新全等<sup>[13]</sup>提出将模糊函数域重分解与变分模态分解相结合来抑制交叉项干扰,但该方法在进行变分模态分解时需要确定分解层数且算法实现较复杂。

为了解决利用 TFDR 进行时延估计时,传统 WVD 类方法产生的交叉项干扰和现有改进方法的时频分辨率降低对故障定位结果的影响,提出了一种基于遮罩滤波时频分析(mask filter Wigner-Ville distribution, MFWVD)的时延估计定位方法。该方法与现有方法相比交叉项抑制效果良好且算法复杂度较低,首先计算出反射信号的 SPWVD 谱与 WVD 谱,利用两个时频谱的幅度谱比抑制交叉项干扰,再用高斯函数光滑输出高精度、高保真的

MFWVD 谱,最后分析时频互相关曲线中的故障峰值得到时延信息从而定位故障位置。仿真实验结果表明,在不同信噪比下 MFWVD 时频分析方法与传统的时频分析方法相比具有更高的时频分辨率和更好的故障识别能力。

## 1 基本原理

### 1.1 TFDR 基本原理

TFDR 方法是利用行波反射原理定位同轴电力电缆故障的方法<sup>[14]</sup>,其原理如图 1 所示,将测试信号输入至待测电缆,信号在传输过程中会因故障点处阻抗失配产生反射信号,在发射端接收到反射信号后,分别对测试信号和反射信号进行时频分析并计算时频互相关函数,根据时频互相关曲线中的故障峰值得到关于故障点的时延信息,结合信号的传输速度就可以对电缆故障进行定位。

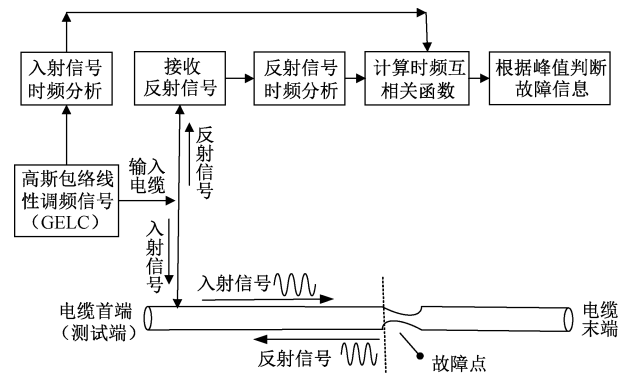


图 1 TFDR 原理

Fig. 1 Schematic diagram of TFDR

TFDR 方法中采取的测试信号是具有高斯包络的线性调频信号<sup>[15]</sup>,该信号的非零部分在时域和频域内均限制在一个有限区域内,这样的紧支性使其具有显著的时频特性。测试信号的具体表达式  $s(t)$  和其傅里叶变换  $S(\omega)$  如式(1)和(2)所示。

$$s(t) = Ae^{-\frac{\alpha(t-t_0)^2}{2} + j\frac{\beta(t-t_0)^2}{2} + j\omega_0(t-t_0)} \quad (1)$$

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2)$$

式中: $A$  为测试信号的幅值; $t_0$  为测试信号的中心时刻; $\omega_0$  为测试信号的中心频率,与中心物理频率  $f_0$  满足  $\omega_0 = 2\pi f_0$  的关系; $\alpha$  为时宽系数,决定测试信号的时长,单位为  $\mu s^{-2}$ , $\beta$  为频宽系数,单位为  $MHz/\mu s$ , $\alpha$ 、 $\beta$  两个系数共同确定信号频宽; $t$  为  $s(t)$  的时间变量; $T_s$  为信号时长的标准偏差; $B_s$  为信号带宽,它们与  $\alpha$ 、 $\beta$  的关系式如式(3)、(4)所示<sup>[16]</sup>。

$$T_s^2 = \int (t - t_0)^2 |s(t)|^2 dt = \frac{1}{2\alpha} \quad (3)$$

$$B_s^2 = \int (\omega - \omega_0)^2 |S(\omega)|^2 d\omega = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha} \quad (4)$$

实验选取的测试信号  $s(t)$  各参数如下: 采样时长为 10  $\mu\text{s}$ , 时宽为 0.6  $\mu\text{s}$ , 频宽为 5 MHz, 中心频率为 5 MHz, 时间中心为 5  $\mu\text{s}$ , 采样频率为 100 MHz, 得到的测试信号如图 2 所示。从图中可以看出, 高斯包络线性调频信号在时域和频域上均具有较高的分辨率, 因此在利用 TFDR 方法进行时延估计定位电缆故障时, 通过时频谱图可以充分获得故障点在时域和频域内的相关信息, 克服了传统时域反射法和频域反射法仅依赖单一领域分析的局限, 从而显著提升故障定位精度。

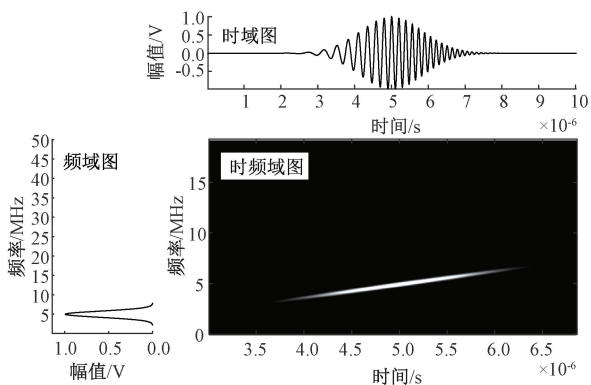


图 2 测试信号时频分布

Fig. 2 Time-frequency distribution of test signal

### 1.2 MFWVD 时频分析方法

在利用 TFDR 方法进行时延估计定位电缆故障时, 传统 WVD 类时频分析方法产生的交叉项将影响故障定位的准确性, 针对这个问题, 提出利用 MFWVD 交叉项遮罩滤波方法对测试信号和反射信号进行时频分析。该方法的时频分析结果同时拥有 WVD 方法良好的时频聚焦性<sup>[17]</sup>和 SPWVD 方法有效抑制交叉项的优点<sup>[18]</sup>。

WVD 方法是对信号进行时频分析时的一种重要手段, 其时频谱中的能量聚焦性能良好。当仅含单分量的线性调频信号进行 WVD 分析后时频分辨率较高, 但 WVD 方法为双线性变换, 当线性调频信号含有多个分量时, 双线性变换会导致分量之间的相互作用, 从而在时频分析后的谱图中出现交叉项干扰。

设待分析的信号为  $z(t)$ , 则其 WVD 变换的数学表达式为:

$$\text{WVD}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

设信号  $z(t)$  为含有  $p$  个分量的多分量线性调频信号, 则  $z(t) = \sum_{i=1}^p z_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ , 其中  $z_i(t)$  为单分量

线性调频信号, 则其 WVD 变换可表示为:

$$\begin{aligned} \text{WVD}_z(t, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{i=1}^p z_i\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^p z_j^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] \cdot \\ &e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \sum_{i=1}^p \int_{-\infty}^{\infty} z_i\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot z_i^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau + \\ &\sum_{i,j=1; i \neq j}^p \int_{-\infty}^{\infty} z_i\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot z_j^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \\ &\sum_{i=1}^p \text{WVD}_{z_i}(t, f) + \sum_{i,j=1; i \neq j}^p \text{WVD}_{z_i, z_j}(t, f) \end{aligned} \quad (6)$$

由式(6)可得, 当对含有多个分量的线性调频信号进行 WVD 分析时, 其中任意两个分量将会产生一个交叉项, 并且介于两个频率分量的中间。在利用 TFDR 检测电缆故障时, 交叉项会使时频互相关结果中出现干扰峰, 从而影响对真实故障峰的识别。因此, 有必要对 WVD 交叉项抑制方法进行深入研究。

SPWVD 方法通过在时域和频域上均进行加窗处理的方式有效抑制了 WVD 方法中产生的交叉项干扰。其数学表达式为:

$$\text{SPWVD}_z(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) h(\tau) \cdot z\left(t - \xi + \frac{\tau}{2}\right) \cdot z^*\left(t - \xi - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\xi d\tau \quad (7)$$

式中:  $g(\xi)$  为时域中的窗函数;  $h(\tau)$  为频域中的窗函数。时间窗函数  $g(\xi)$  和频率窗函数  $h(\tau)$  分别通过在时间轴上和频率轴上对信号进行加权处理来限制参与计算的信号的时间范围和频率范围。设含有  $p$  个分量的多分量线性调频信号  $z(t)$  为  $z(t) = \sum_{i=1}^p z_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ , 则:

$$\begin{aligned} \text{SPWVD}_z(t, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) h(\tau) \\ &\left[ \sum_{i=1}^p z_i\left(t - \xi + \frac{\tau}{2}\right) \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^p z_j^*\left(t - \xi - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{-j2\pi f\tau} d\xi d\tau = \\ &\sum_i \text{SPWVD}_{z_i}(t, f) + \sum_{i,j=1; i \neq j}^p \text{SPWVD}_{z_i, z_j}(t, f) \end{aligned} \quad (8)$$

由式(8)可得,  $\sum_{i,j=1; i \neq j}^p \text{SPWVD}(t, f)$  是信号  $z(t)$  的互 SPWVD 谱。与 WVD 方法相比, SPWVD 方法通过对信号在局部时间和局部频率范围内的积分运算使得多分量信号的不同分量在时频平面上的相互作用被限制在窗函数所确定的局部范围内, 从而使其相互作用被减弱, 有效消除了 WVD 方法产生的交叉项干扰。但窗函数需要有一定的宽度, 这就导致在时间分辨率和频率分辨率之间进行权衡, 因此不可避免地牺牲了时频分辨率。

为了方便观察, 以图 3 所示的多分量线性调频信号为例, 分别对其进行 WVD 时频分析和 SPWVD 时频分析。

如图 4 和 5 所示, 对图 3 中的多分量线性调频信号分别进行了 WVD 和 SPWVD 谱分析。由图 4、5 可知, WVD 谱虽然具有较高的时频分辨率, 但却存在着严重的

交叉项干扰,影响后续的信号处理;SPWVD 谱虽然在抑制交叉项方面取得了良好效果,但信号的时频分辨率下降。

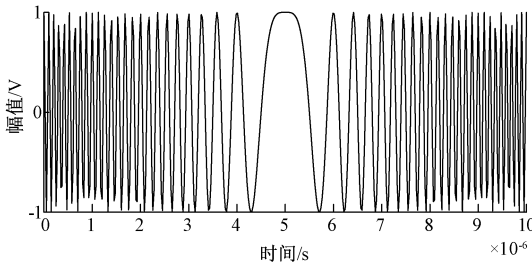


图3 线性调频信号时域图

Fig. 3 Time domain diagram of linear frequency modulation signal

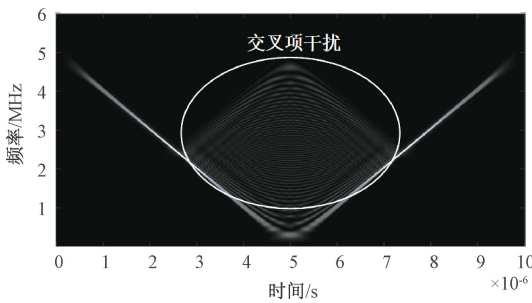


图4 线性调频信号的WVD谱

Fig. 4 WVD spectrum of linear frequency modulation signal

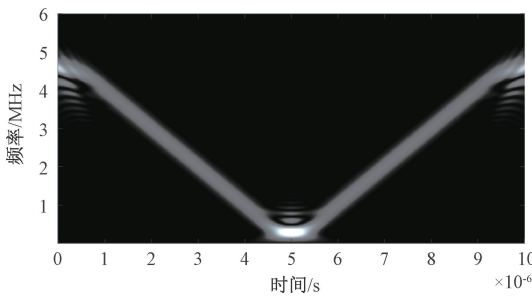


图5 线性调频信号的SPWVD谱

Fig. 5 SPWVD spectrum of linear frequency modulation signal

针对WVD方法交叉项干扰严重和SPWVD方法时频分辨率较低的问题,提出了一种基于遮罩滤波的时频分析方法MFWVD,其基本原理是利用SPWVD方法能够有效抑制交叉项干扰的优点,将信号的SPWVD谱作为一个遮罩以此屏蔽WVD谱中的交叉项,在保持高时频分辨率的同时获得高精度的时频谱。

设信号的WVD谱为 $X_{\text{WVD}}(t, f)$ ,时频域遮罩滤波器为 $H(t, f)$ ,则通过滤波器对WVD谱进行处理后得到的MFWVD谱如式(9)所示。

$$X_{\text{MFWVD}}(t, f) = H(t, f)X_{\text{WVD}}(t, f) \quad (9)$$

设滤波器 $H(t, f)$ 的幅值在0~1的范围内,以便对信号的时频能量进行调节,当幅值取0时,表示完全抑制该时频点的能量;当幅值取1时,表示完全保留该时频点的能量。遮罩滤波器设计时需要考虑如下4种情况:

1)当某些时频点在WVD谱中的频谱能量较强,而在SPWVD谱中表现为较弱的频谱能量时,说明该点为信号经WVD分析后生成的交叉项,此时SPWVD/WVD的比值会很小,滤波器输出为0,通过滤波处理可以有效抑制交叉项;

2)若时频点在SPWVD谱和WVD谱中的频谱能量均较强,表明该时频点是有效信号,因此将滤波器的值设置为1保留有效信号;

3)若时频点在SPWVD谱和WVD谱中的频谱能量均较弱,通常表明该时频点是背景噪声,随意抑制可能会影响MFWVD谱的时频聚焦性,因此将滤波器输出设置为1来保留该处WVD谱的频谱能量;

4)若时频点在SPWVD谱中的频谱能量较强,而在WVD谱中的频谱能量较弱时,说明该点在SPWVD谱中被过度平滑,导致时频分辨率下降。在这种情况下,使滤波器的输出趋近于1以保持WVD谱的高分辨率。

针对1)~3)的情况,采用SPWVD谱与WVD谱的幅度谱比判断时频点的频谱能量强弱,如式(10)所示。

$$H(t, f) = \frac{|\bar{X}_{\text{SPWVD}}(t, f)|^2}{|\bar{X}_{\text{WVD}}(t, f)|^2 + \sigma^2} \quad (10)$$

式中: $X_{\text{SPWVD}}(t, f)$ 为信号的SPWVD谱; $X_{\text{WVD}}(t, f)$ 为信号的WVD谱; $\bar{X}$ 代表频谱的归一化;为避免分母为零,使用了稳定因子 $\sigma^2$ 来调控SPWVD谱与WVD谱的幅度谱比。

针对情况4),引入高斯函数滤波器并结合式(10)使滤波器最终输出值趋近于1。引入的高斯函数滤波器如式(11)所示。

$$H(k) = 1 - e^{-\frac{k}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

不同参数的高斯函数特性如图6所示。其中 $\varepsilon$ 为一个标准差,在 $k$ 值为0的情况下,滤波器的输出值是0,而在 $k$ 值很大的情况下,滤波器的输出值趋近于1。通过结合式(10)和(11)就可以有效实现交叉项的遮罩效果。

当标准差 $\varepsilon^2$ 取0.08时,多分量线性调频信号经过遮罩滤波器滤波后的时频谱如图7所示。从图7可以看出,与图4所示的WVD谱相比,交叉项被有效抑制,并且与图5所示的SPWVD谱相比,时频分辨率有明显改善。

通过对上述4种情况的合理处理,遮罩滤波器能够在抑制交叉项的同时,尽可能地保留WVD谱中的高时频分辨率特性。即对于交叉项,通过利用SPWVD谱的特性进行判断并抑制;对于有效信号,通过合理调整滤波器输出,避免过度抑制而保持高时频分辨率。



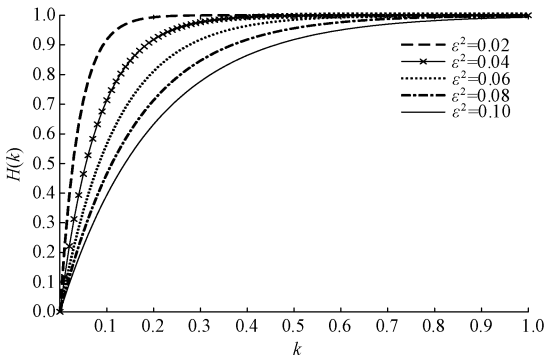


图 6 不同参数高斯函数特征

Fig. 6 Characteristics of Gaussian function with different parameters

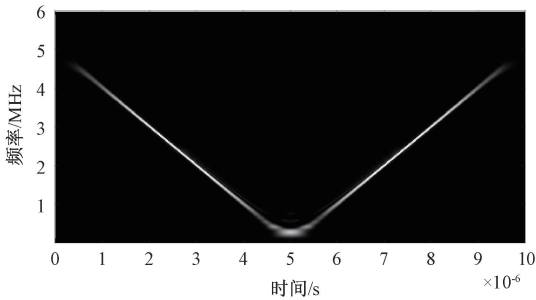


图 7 遮罩滤波器输出的时频谱

Fig. 7 Time spectrum of output of mask filter

### 1.3 基于 MFWVD 的时频互相关

利用入射信号和反射信号的时频分布能够准确定位电缆故障,因此引入归一化时频互相关函数  $T(t)$  [19]。该函数进行时频能量分析来比较入射信号和反射信号之间的特征。如式(12)所示。

$$T(t) = \left[ \int_{t'=t-t_s}^{t'+t_s} MFWVD_s(t' - t, f) \cdot MFWVD_r(t', f) df dt' \right] / E_s E_r(t) \quad (12)$$

式中:  $MFWVD_s(t, f)$  表示入射信号的 MFWVD 时频分布,  $MFWVD_r(t, f)$  表示反射信号的 MFWVD 时频分布;  $t_s$  表示入射信号的时宽; 入射信号和反射信号的时频能量用  $E_s$ 、 $E_r(t)$  表示, 如式(13)和(14)所示。

$$E_s = \sqrt{\int_{t=-t_s}^{t'+t_s} MFWVD_s^2(t, f) df dt} \quad (13)$$

$$E_r(t) = \sqrt{\int_{t'=t-t_s}^{t'+t_s} MFWVD_r^2(t', f) df dt'} \quad (14)$$

为了方便观察入射信号和反射信号的时频能量,利用  $E_s$ 、 $E_r(t)$  对时频互相关函数  $T(t)$  进行归一化处理,使其值被限定在 0~1 的范围内。如式(15)所示,通过分析时频互相关曲线中故障峰的位置,可以估计出入射信号与反射信号之间的时间延迟  $\Delta t$ ,再结合信号传输速度  $v$ ,

得到故障点到入射端的距离  $d$  从而定位电缆故障。

$$d = \frac{v \times \Delta t}{2} \quad (15)$$

## 2 仿真信号基于 MFWVD 的时延估计及算法性能评价

### 2.1 仿真信号的时延估计

为验证 MFWVD 时频分析方法的优点,按照式(1)生成仿真信号模拟测试信号在同轴电力电缆传输过程中遇到故障点产生的反射信号并进行研究分析,其时域图如图 8 所示,其中  $S_1$  为测试信号,  $S_2$  为反射信号,时延差设置为  $10 \mu s$ 。信号  $S_1$  和  $S_2$  的时间中心分别为 5 和  $15 \mu s$ ,脉宽均为  $0.6 \mu s$ ,频宽均为 5 MHz,中心频率均为 5 MHz,采样频率均为 100 MHz。将仿真信号分别通过 WVD 方法、SPWVD 方法和 MFWVD 方法进行时频分析,得到各方法的时频谱如图 9(a)~(c)所示。其中 SPWVD 方法中采用的窗函数为高斯窗函数。

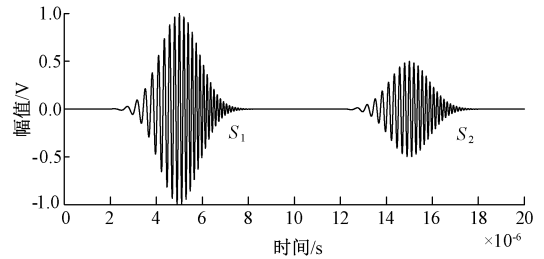


图 8 仿真信号时域图

Fig. 8 Time domain diagram of simulated signal

由图 9 可知,在仿真信号经 3 种方法得到的频谱图中测试信号和反射信号的时频能量均清晰可见,表明 WVD 方法、SPWVD 方法和 MFWVD 方法都能够准确获取两信号的时频分布。但是在 WVD 谱图中,信号  $S_1$  和  $S_2$  之间存在虚假信号即交叉项干扰,这将影响时频互相关曲线中故障峰值的判别,从而降低时延估计定位故障结果真实性;SPWVD 谱图中虽然有效抑制了交叉项的产生,但是也导致时频点变宽即  $S_1$  和  $S_2$  的时频分辨率下降,使其无法保证时延估计定位故障结果的准确性;而在 MFWVD 时频谱中,不仅 WVD 方法中的交叉项干扰被有效消除,而且拥有良好的时频分辨率,保证了入射信号和反射信号时频分析结果的准确性。

仿真信号经各方法时频分析后,利用时频互相关函数求取反射信号和测试信号之间的时延估计值,各方法的时频互相关曲线如图 10(a)~(c)所示。

由图 10 可得,使用 WVD 和 SPWVD 方法处理后的仿真信号,其时频互相关函数在零点及预设的  $10 \mu s$  延

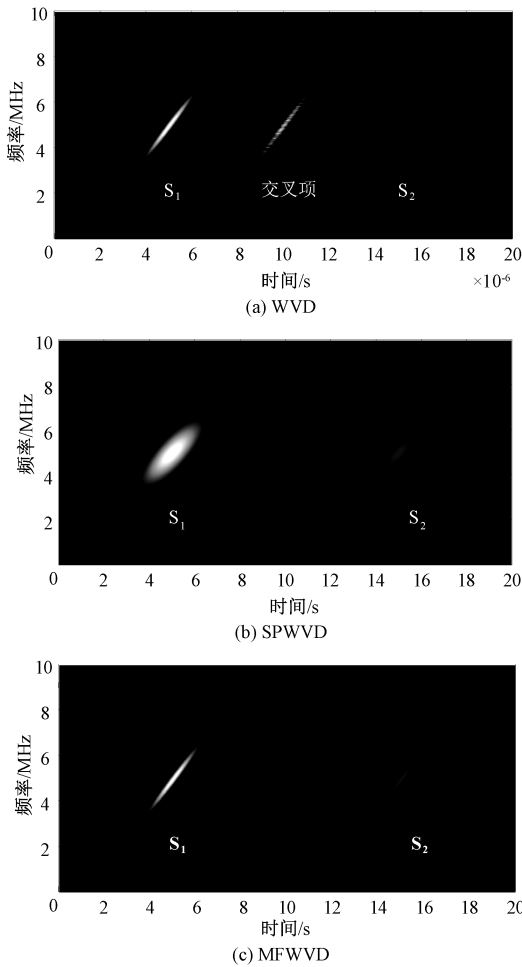


图9 仿真信号的各时频分布

Fig. 9 Time-frequency distribution of simulation signals

迟处均出现显著峰值,表明该两种方法能够有效获取测试信号和反射信号的时延估计值从而进行故障定位。然而,WVD方法受到了交叉项的干扰,在 $S_1$ 和 $S_2$ 的中间位置出现了干扰信号的局部峰值,导致故障峰值的误判,影响时延估计的精确度;尽管SPWVD方法在时域和频域都应用了加窗滤波技术有效抑制了交叉项,但是局部峰相较于WVD方法被展宽,导致信号的检测盲区增大,故障定位精度下降;而所提MFWVD方法不仅在时延位置处出现了显著峰值,并且没有虚假信号的干扰,此外,局部峰的宽度较小,表明利用该方法检测故障时盲区较小,提升了时延估计的精度,可以有效定位故障位置。

### 2.2 交叉项抑制评价

因为单分量信号经WVD时频变换后无交叉项的干扰,因此若要评价各时频分析方法抑制交叉项的效果,可以把多分量信号经各时频变换后的时频谱能量值和其包含的各个单分量信号经WVD时频变换后的时频谱能量

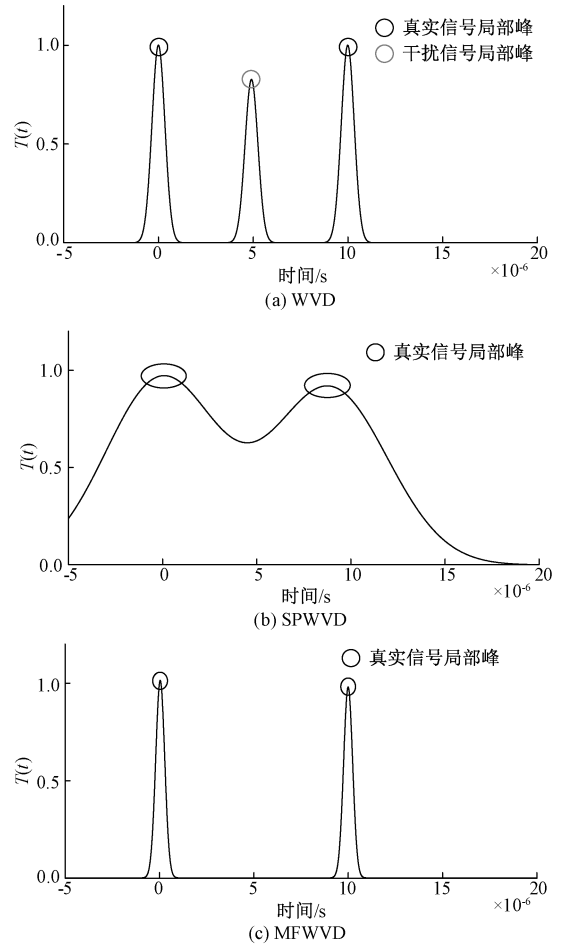


图10 各时频方法的时频互相关函数

Fig. 10 Time-frequency cross-correlation function of each time-frequency method

值之差作为判断依据<sup>[20]</sup>。各个单分量信号的时频谱能量值由 $P_s$ 表示,如式(16)所示。

$$P_s = \sum_{k=1}^N P_{WVD}(k) \quad k = 1, 2, 3, \dots, N \quad (16)$$

式中: $P_{WVD}(k)$ 为第 $k$ 个信号分量经WVD时频变换后的时频谱,用 $\sigma_s$ 表示各时频分析方法的交叉项抑制误差,误差数值越大表示该方法产生的交叉项越严重,交叉项抑制误差如式(17)所示。

$$\sigma_s = 20 \lg \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{P(i) - P_s(i)}{P_s(i)} \right) \quad (17)$$

式中: $N$ 为信号的采样点数; $P(i)$ 为信号经不同时频分析方法得到的时变功率谱。

利用式(16)和(17)计算第2.1节中仿真信号 $s(t)$ 的各时频分析方法对交叉项抑制的效果,得到交叉项抑制误差如表1所示。从表1可以看出,WVD方法的交叉项干扰最为严重,而SPWVD方法和MFWVD方法均能有效消除交叉项干扰,且MFWVD方法的抑制误差数值

最小,即交叉项抑制效果最明显。

表 1 不同算法的交叉项抑制误差

Table 1 Cross-term rejection errors for different algorithms

时频分析算法	$\sigma_s$
WVD	241.166 1
SPWVD	66.075 2
MFWVD	65.919 6

### 2.3 时频聚焦度评价

为定量地分析各方法的时频分辨率,采用如式(18)所示的评价方法来计算仿真信号经各方法变换后的时频能量聚集程度<sup>[21]</sup>,其数值越大,表示该方法的时频能量越聚集、时频分辨率越高。

$$C_{T-F} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\omega=0}^{W-1} |Q(n, \omega)|^4}{\left(\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\omega=0}^{W-1} |Q(n, \omega)|^2\right)^2} \quad (18)$$

式中: $Q(n, \omega)$ 为仿真信号中反射信号分量 $S_2$ 的时频分布。各方法的时频聚集程度如图 11 所示,由图可知,信号经 WVD 方法变换后得到的时频谱中时频分辨率良好,但存在的交叉项干扰严重影响了后续对真实信号时频谱的准确分析;信号经 SPWVD 方法变换后的时频聚集度最低,虽然有效消除了 WVD 方法中产生的交叉项,但是也降低了时频分辨率;而所提 MFWVD 方法的时频能量聚集度最高,在有效消除交叉项干扰的同时保证了信号的时频分辨率,与 WVD、SPWVD 方法相比有着更好的时频分析性能。

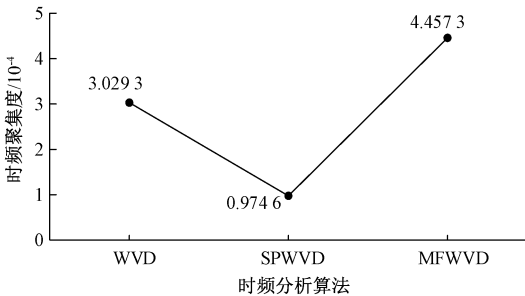


图 11 各方法时频聚集度统计图

Fig. 11 Statistical graph of time-frequency aggregation degree of each method

### 3 缺陷仿真实验验证

利用 Simulink 仿真平台搭建同轴电力电缆故障模型,模拟电缆绝缘层存在局部缺陷,即在某处发生微弱低阻故障,进一步验证所提方法的有效性,如图 12

所示。

在此模型中,电缆正常段 $d_1$ 和 $d_3$ 单位长度的电阻、电感、电导和电容分别用 $R$ 、 $L$ 、 $G$ 和 $C$ 表示;缺陷段 $d_2$ 单位长度的电阻、电感、电导和电容分别用 $R_0$ 、 $L_0$ 、 $G_0$ 和 $C_0$ 表示。

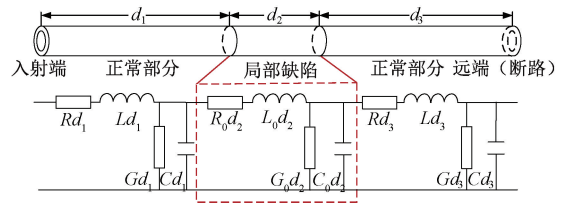


图 12 电缆故障仿真模型

Fig. 12 Cable fault simulation model

模型中将 $d_1$ 、 $d_2$ 和 $d_3$ 分别设置为 1.5 km、0.5 m、1.5 km,将缺陷段电容增大为正常段的 1.2 倍,模拟同轴电力电缆受潮或绝缘层损坏的低阻故障,即 $C_0 = 1.2C$ ;  $R$ 、 $L$ 、 $G$ 、 $C$ 的计算如式(19)~(22)所示。

$$R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2}} \left( \frac{1}{r_c} \sqrt{\rho_c} + \frac{1}{r_s} \sqrt{\rho_s} \right) \quad (19)$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_s}{r_c} + \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{2\mu_0}{\omega}} \left( \frac{1}{r_c} \sqrt{\rho_c} + \frac{1}{r_s} \sqrt{\rho_s} \right) \quad (20)$$

$$G = \frac{2\pi\sigma}{\ln(r_s/r_c)} \quad (21)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(r_s/r_c)} \quad (22)$$

式中: $\mu_0$ 为真空磁导率; $\omega$ 为电磁波角频率; $r_c$ 为缆芯半径; $\rho_c$ 为缆芯电阻率; $r_s$ 为绝缘层半径; $\rho_s$ 为绝缘层电阻率; $\sigma$ 为电介质电的导率; $\epsilon$ 为介电常数。

若电缆在距入射端 $d$ 处发生故障,则入射信号在该处的反射系数如式(23)所示。

$$\Gamma = \frac{Z_d - Z_0}{Z_d + Z_0} e^{-2\gamma d} \quad (23)$$

式中: $Z_d$ 为故障 $d$ 处的等效阻抗; $Z_0$ 为电缆正常段的特性阻抗; $\gamma$ 为传播常数。其具体表达式如式(24)所示。

$$\begin{cases} \gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \\ Z_0 = \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)} \end{cases} \quad (24)$$

当测试信号的频率较高时,电缆电阻、电容、电导和电感满足式(25)。

$$R \ll \omega L, G \ll \omega C \quad (25)$$

由式(25)可以得到电缆正常段的特性阻抗 $Z_0$ ,如式(26)所示。

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \quad (26)$$

当电缆发生故障,故障点处的电感和电容会发生变化,从而改变了该位置的特性阻抗,使其与电缆正常段的特性阻抗不同。因此,当传输的入射信号遇到阻抗改

变的故障点时,就会产生反射信号。通过分析反射信号的相关信息即可判断故障位置。

为验证所提算法相较于传统时频分析算法的优势,采用均方根误差 (RMSE) 及故障定位准确性进行对比分析<sup>[22]</sup>。均方根误差表达式如式 (27) 所示,故障定位结果的准确性如式 (28) 所示。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} (d_i - d)^2} \quad (27)$$

$$Acc = \left(1 - \frac{|d_i - d|}{d}\right) \times 100\% \quad (28)$$

式中:  $d_i$  为第  $i$  次仿真实验时判断的故障距离;  $d$  为实际的故障距离;  $N_{total}$  表示总共进行的仿真实验次数。由式 (27) 和 (28) 可知,当均方根误差较小时,时延估计的故障定位结果与实际故障点的偏离程度越小,故障定位的准确性越高。

反射信号为通过 Simulink 仿真模型输出的数据波形,发射信号的采样频率为 100 MHz,采样时间为  $4 \times 10^{-5}$  s。利用式 (1) 生成 TFDR 的测试信号注入含有缺陷段的电缆仿真模型,在发射端接收的反射信号波形如图 13 所示。

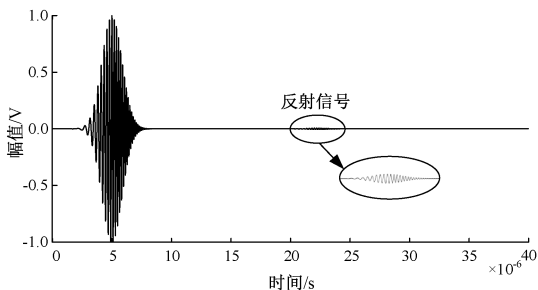


图 13 由仿真模型接收的反射信号

Fig. 13 Reflected signal received by the simulation model

由图 13 可知,当只在时域内分析测试信号时,由于反射信号幅值较低,不能准确获取反射信号的时延估计信息,从而无法对故障点进行有效定位。因此在接收到反射信号后,如图 14(a) ~ (c) 所示,分别利用 WVD 方法、SPWVD 方法和所提 MFWD 方法对其进行时频分析,并计算各时频互相关函数曲线分析故障峰。

由图 14 可知,信号经 WVD 方法、SPWVD 方法和 MFWD 方法变换后得到的时频互相关函数曲线中,在距离发射端 1.5 和 3 km 处均存在显著局部峰值,其中 1.5 km 处的局部峰值与仿真模型中的故障点相对应,3 km 处的局部峰值与仿真模型中的电缆末端相对应,说明 WVD 方法、SPWVD 方法和 MFWD 方法均可以有效定位仿真模型中的故障缺陷。然而,反射信号经 WVD 方法分析后得到的时频互相关曲线中在 750、2 250 m 左右出现了两处虚假信号的干扰峰值,极易对真实的故障

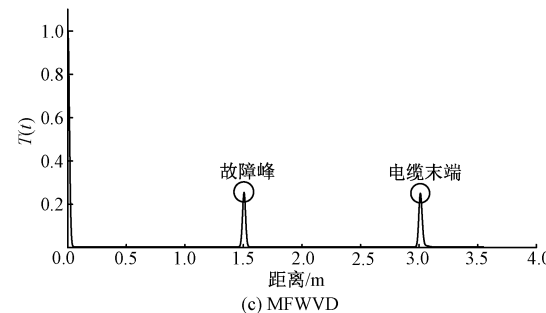
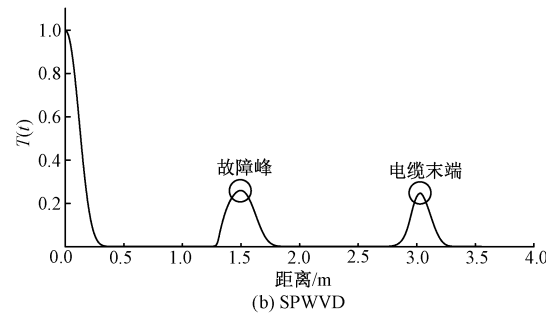
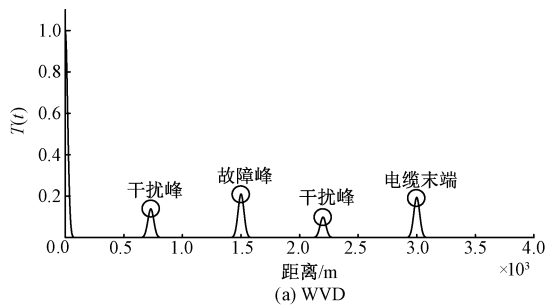


图 14 各时频方法的时频互相关函数

Fig. 14 Time-frequency cross-correlation function of each time-frequency method

峰值造成错误判断,从而降低时延估计定位结果的真实性;在 SPWVD 方法对应的时频互相关曲线中,交叉项的虚假干扰峰被有效消除,但相较于其他两种方法其局部峰值被展宽,导致故障检测的盲区增大,降低了时延估计定位结果的准确性;而在 MFWD 方法对应的时频互相关曲线中,不仅消除了 WVD 方法中的干扰峰值,而且局部峰值较为尖锐,保留了 WVD 方法良好的时频分辨率,利于对故障的精准定位。

通过 500 次 Monte Carlo 实验,利用式 (27) 均方根误差公式和式 (28) 故障定位准确性公式计算各方法的故障定位误差及准确性如表 2 所示,由表可知所提 MFWD 算法的均方根误差为 0.652 7 m,与 WVD 方法相比减少了 0.683 4 m,与 SPWVD 算法相比减少了 1.288 4 m,且 MFWD 算法的故障定位准确性相较于其他两种算法最高。

综上所述,基于 MFWD 时频分析的时延估计方法能保证故障缺陷定位的真实性和准确性。



**表 2 各时频分析算法的故障定位误差及准确性**  
**Table 2 Fault location errors and accuracy of each time-frequency analysis algorithm**

时频分析算法	故障定位误差/m	准确性/%
WVD	1.336 1	99.91
SPWVD	1.941 1	99.87
MFWVD	0.652 7	99.96

为更好地说明所提方法相对于其他算法在不同强度高斯噪声干扰下的优越性,分别在信噪比(SNR)为 5、0、-5 dB 的高斯噪声下,将从仿真故障模型中得到的反射信号利用 WVD、SPWVD 和 MFWVD 方法进行时频分析并求取时频互相关函数进行时延估计,如图 15 所示为信噪比为-5 dB 时接收到的反射信号,如图 16(a)~(c)所示为在信噪比为-5 dB 时各方法的时频互相关曲线。

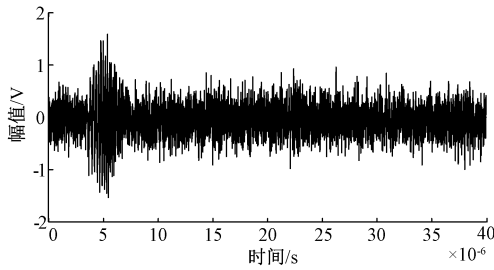


图 15 SNR=-5 时接收的反射信号

Fig. 15 Reflected signals received at SNR=-5

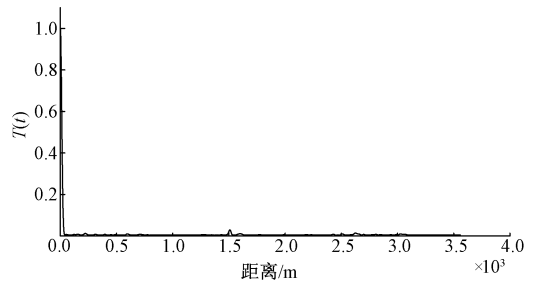
由图 15 可知,当信噪比为-5 dB 时,反射信号淹没在噪声中无法辨别,经各时频分析方法求得时频互相关曲线后,WVD 方法故障峰很小,易对其造成误判;SPWVD 方法故障峰较宽且峰值不明显,不利于进行故障定位;而所提 MFWVD 方法中故障峰明显且无干扰峰,能够准确进行故障定位。

在不同信噪比下分别进行了 500 次的 Monte Carlo 实验,不同方法求得故障距离的均方根误差如表 3 所示。

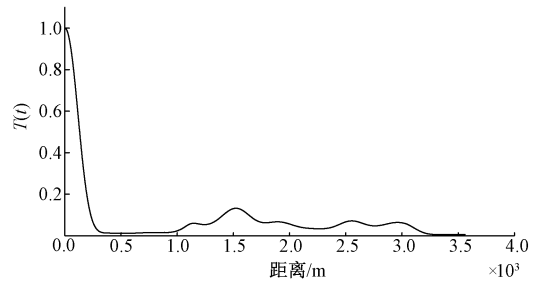
**表 3 不同信噪比下各时频分析算法的故障定位误差及准确率**

**Table 3 Fault location errors and accuracy rates of various time-frequency analysis algorithms under different signal-to-noise ratios**

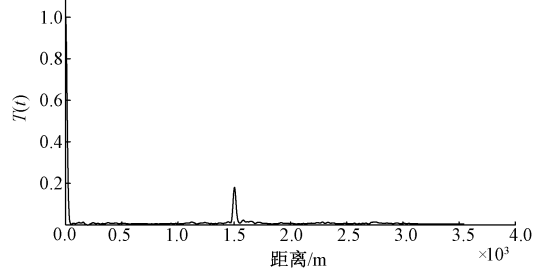
信噪比/dB	时频分析算法	故障定位误差/m	准确性/%
SNR=5	WVD	1.815 8	99.88
	SPWVD	2.465 5	99.83
	MFWVD	1.078 9	99.93
SNR=0	WVD	1.787 4	99.88
	SPWVD	2.967 6	99.80
	MFWVD	1.112 0	99.93
SNR=-5	WVD	2.143 0	99.85
	SPWVD	3.462 7	99.76
	MFWVD	1.315 3	99.91



(a) WVD 时频互相关曲线  
 (a) Time-frequency cross-correlation function of WVD



(b) SPWVD 时频互相关曲线  
 (b) Time-frequency cross-correlation function of SPWVD



(c) MFWVD 时频互相关曲线  
 (c) Time-frequency cross-correlation function of MFWVD

图 16 SNR=-5 时反射信号经不同  
 时频分析的时频互相关曲线

Fig. 16 Cross-correlation curves of reflected signals with different time-frequency analysis at SNR=-5

分析各时频分析方法的时频互相关曲线和表 3 中的数据可知,当检测电缆 1.5 km 处的低阻故障时,3 种方法均能够在不同高斯噪声环境下对微弱故障进行定位,但所提 MFWVD 算法的时频互相关值更高,局部峰值的峰宽更窄,故障检测盲区较小,因此该方法在微弱故障中的时延估计效果明显好于 WVD 方法和 SPWVD 方法。当信噪比为 5 dB 时,MFWVD 方法的故障定位误差为 1.078 9 m,准确性为 99.93%;相较于 WVD 和 SPWVD 方法,故障定位误差分别减少了 0.736 9 和 1.386 6 m,准确性分别提高了 0.05% 和 0.1%;当信噪比为 0 dB 时,MFWVD 方法的故障定位误差为 1.112 0 m,准确率为 99.93%;相较于 WVD 和 SPWVD 方法,故障定位误差分别减少了 0.675 4 和 1.855 6 m,准确率分别提升了 0.05% 和 0.13%。当信噪比为-5 dB 时,WVD 方法的时频互相关曲线中故障峰很小,SPWVD 方法的故障峰宽度

进一步增大,都不利于进行时延估计,而 MFWVD 方法仍保持了较好的故障定位效果,其故障定位误差为 1.315 3 m,准确率为 99.91%,相较于 WVD 和 SPWVD 方法分别减少了 0.827 7 和 2.147 4 m,准确率分别提升了 0.06% 和 0.15%。

仿真实验结果表明,MFWVD 方法在不同强度的高斯噪声环境下,仍能有效定位同轴电力电缆故障,且故障定位误差均最低,准确率保持在 99.91% 以上,并未随着噪声的增大而降低,相比于其他两种时频分析方法定位效果更好、准确性更高。

## 4 结 论

针对时频域反射法中信号经过常见时频分析后存在严重交叉项干扰或时频分辨率下降而导致时延估计结果误差较大的问题,提出了一种基于 MFWVD 时频分析的时延估计新方法定位同轴电力电缆故障。该方法利用 SPWVD 方法能有效抑制交叉项与 WVD 方法时频分辨率高的特性,依据时频点在 SPWVD 谱与 WVD 谱中频谱能量的强弱确定遮罩滤波器的输出,通过将幅度谱比与高斯函数滤波器相结合实现精准滤波。滤波后的 MFWVD 谱不仅有效消除了交叉项,还能保持较高的时频分辨率,从而更准确地提取信号的时频特征,使得时延估计的结果不受虚假信号的干扰,提高故障定位精度。基于 Simulink 仿真平台建立故障模型并针对不同信噪比进行多次仿真实验,仿真结果对比分析表明,基于 MFWVD 时频分析的时延估计方法在识别同轴电力电缆的微弱故障时,具有良好的抗噪声干扰能力和较高的定位精度,证明了其在电缆故障诊断领域的可行性和有效性。

## 参考文献

- [1] 谢璐遥. 铁路交通信号线缆故障检测技术的研究[D]. 成都:电子科技大学,2023.  
XIE L Y. Research on fault detection technology of railway traffic signal cable[D]. Chengdu: University of Electronic Science and technology, 2023.
- [2] 邢毓华, 郑琦. 广义互相关在混沌扩频时延估计中的研究与应用[J]. 激光与光电子学进展,2021,58(23): 43-49.  
XING Y H, ZHENG Q. Research and application of generalized cross correlation in chaotic spread spectrum time delay estimation [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021,58(23):43-49.
- [3] 毛健美, 王莉, 高闯, 等. 感性非接触式电缆故障在线诊断方法研究[J]. 仪器仪表学报,2017,38(7): 1579-1588.  
MAO J M, WANG L, GAO CH, et al. Research on inductive non-contact online cable fault diagnosis method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(7): 1579-1588.
- [4] 任志刚, 赵雪骞, 郭卫, 等. 基于时域反射技术的电缆渗水缺陷检测方法[J]. 绝缘材料,2022,55(1): 80-86.  
REN ZH G, ZHAO X Q, GUO W, et al. Detecting method of cable with water seepage defect based on time domain reflection technology [J]. Insulating Materials, 2022,55(1):80-86.
- [5] 饶显杰, 徐忠林, 龙林, 等. 基于频域反射法的电缆缺陷时域诊断特征波形[J]. 电网技术,2023,47(8): 3483-3493.  
RAO X J, XU ZH L, LONG L, et al. Cable defect time domain diagnostic characteristic waveform based on frequency domain reflection [J]. Power System Technology, 2023,47(8):3483-3493.
- [6] 魏力强, 苏金刚, 韩涛, 等. 基于宽频阻抗谱的电缆绝缘水树定位机理及算法研究[J]. 电力科学与技术学报,2024,39(3):125-133.  
WEI L Q, SU J G, HAN T, et al. Research on mechanism and location algorithm of water tree in cable insulation based on broadband impedance spectrum[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2024, 39(3):125-133.
- [7] 邓红雷, 李力行, 涂画, 等. 基于改进 TFDR 法的核电站仪控电缆断裂缺陷检测[J]. 电力工程技术, 2024,43(4):177-185.  
DENG H L, LI L X, TU H, et al. Fracture detection of I&C cable in NPP based on improved TFDR method[J]. Electric Power Engineering Technology, 2024, 43(4): 177-185.
- [8] 孔慧芳, 陶文益, 闫嘉鹏. 基于 FRFT 的 Wigner-Ville 分布交叉项抑制方法[J]. 测控技术,2019,38(10): 15-19.  
KONG H F, TAO W Y, YAN J P. Wigner-Ville distribution cross terms suppression method based on FRFT[J]. Measurement and Control Technology, 2019, 38(10):15-19.
- [9] 王瑶瑶, 姚周飞, 谢伟, 等. 基于时频域反射法的高温超导电缆故障定位研究[J]. 中国电机工程学报, 2021,41(5):1540-1547.  
WNAG Y Y, YAO ZH F, XIE W, et al. Research on fault location of high temperature superconducting cable based on time-frequency domain reflectometry [J]. Proceedings of the CSEE, 2021,41(5):1540-1547.
- [10] 尹振东, 王莉, 陈洪圳, 等. 增广时频域反射法在电缆复合故障检测中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2020,40(23):7760-7773.  
YIN ZH D, WANG L, CHEN H ZH, et al. Application

- of augmented time frequency domain reflectometry in detection of complex cable faults[J]. Proceedings of the CSEE, 2020,40(23):7760-7773.
- [11] 王昱皓,周凯,汪先进,等. 基于改进时频域反射法的电力电缆局部缺陷定位[J]. 中国电机工程学报, 2021,41(7):2584-2594.  
WANG Y H, ZHOU K, WANG X J, et al. Power cable defects location based on improved time-frequency domain reflectometry [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(7):2584-2594.
- [12] 刘鹏程,田立斌,冯杰,等. 基于 S 变换与时频域反射的电缆缺陷定位方法[J]. 绝缘材料,2023,56(3):47-53.  
LIU P CH, TIAN L B, FENG J, et al. Defect location method of cable based on S-transform and time-frequency domain reflectometry [J]. Insulating Materials, 2023, 56(3):47-53.
- [13] 陈新全,杨诚,赵迪. 基于 VMD 和模糊函数抑制交叉项的 Wigner-Ville 时频分析方法[C]. 2023 中国汽车工程学会年会论文集(4),2023:8.  
CHEN X Q, YANG CH, ZHAO D. Wigner-Ville frequency analysis method based on WVD and fuzzy function to suppress cross terms [C]. Proceedings of 2023 Annual Meeting of China Society of Automotive Engineering (4), 2023:8.
- [14] YOUNG G K, KWON C L, SEOK G L, et al. Offline fault localization technique on HVDC submarine cable via time-frequency domain reflectometry[J]. IEEE Journal of Transactions on Power Delivery, 2017, 32(3):1626-1635.
- [15] LIM H, LEE Y H., BANG S S, et al. Application of enhanced optimal-detection of time-frequency domain reflectometry on HTS cable with high-resolution [J]. IEEE Journal of Transactions on Applied Superconductivity, 2023,33(5):1-10.
- [16] 王志武,涂画,李力行,等. 基于时频域反射法的核电站仪控电缆缺陷检测[J]. 电力工程技术,2023,42(5):240-249.  
WANG ZH W, TU H, LI L X, et al. Defect detection of instrumentation and control cable in nuclear power plant based on time-frequency domain reflection method [J]. Electric Power Engineering Technology, 2023, 42(5):240-249.
- [17] 李波. 基于变分模态分解及魏格纳威尔分布的电缆故障定位方法研究[D]. 广州:华南理工大学,2017.  
LI B. Research of cable fault location based on variational mode decomposition and Wigner-Ville distribution[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2017.
- [18] 刘世林,陈里里. 基于 VMD-SPWVD-CNN 的滚动轴承故障智能诊断[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2022(4):62-65,69.  
LIU SH L, CHEN L L. Intelligent fault diagnosis of rolling bearing based on VMD-SPWVD-CNN [J]. Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique, 2022(4):62-65,69.
- [19] BANG S S, SHIN Y J. Classification of faults in multicore cable via time-frequency domain reflectometry [J]. IEEE Journal of Transactions on Industrial Electronics, 2020, 65(5):4163-4171.
- [20] 赵婷,张成祥. 一种基于 SPWVD-WVD 的高质量时频分析方法及 ISAR 成像应用[J]. 电讯技术,2023,63(10):1538-1545.  
ZHAO T, ZHANG CH X. A High-quality time-frequency analysis method based on SPWVD-WVD and its application in ISAR imaging [J]. Telecommunication Engineering, 2023, 63(10):1538-1545.
- [21] WANG SH B, CHEN X F, CAI G G, et al. Matching demodulation transform and synchro squeezing in time-frequency analysis[J]. IEEE Journal of Transactions on Signal Processing, 2014, 62(1):69-84.
- [22] 邢毓华,顾力铭. 脉冲噪声环境下混沌扩频时延估计算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2023,37(3):230-237.  
XING Y H, GU L M. Research on chaotic time delay estimation method in alpha stable distributed noise environment[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(3):230-237.

## 作者简介



邢毓华,1990 年于西安理工大学获得学士学位,1998 年于西安理工大学获得硕士学位,现为西安理工大学副教授,主要研究方向为通信电子技术及物联网大数据处理。

E-mail: xyh@xaut.edu.cn

**Xing Yuhua** received his B. Sc. degree from Xi'an University of Technology in 1990, M. Sc. degree from Xi'an University of Technology in 1998 respectively. Now he is an associate professor in Xi'an University of Technology. His main research interests include communication electronic technology and Internet of Things big data processing.



魏子薇(通信作者),2022 年于四川师范大学获得学士学位,现为西安理工大学硕士研究生,主要研究方向为信号处理及故障诊断。

E-mail: 815833914@qq.com

**Wei Zifei** (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Sichuan Normal University in 2022. Now she is a M. Sc. candidate in Xi'an University of Technology. Her main research interest includes signal processing.