· 88 ·

DOI: 10. 13382/j. jemi. B2407415

# 火箭撬试验长直轨道测量控制网的建立及精度分析\*

张  $\mathbb{R}^{1,2}$  熊  $\mathbb{Z}^{1,2}$  赵子越<sup>3</sup> 钟陈小鹏<sup>1,2</sup> 李春森<sup>1,2</sup> 翟中生<sup>1,2</sup> (1. 湖北工业大学机械工程学院 武汉 430068; 2. 湖北省现代制造质量工程重点实验 武汉 430068; 3. 航空工业北京长城计量测试技术研究所 北京

要:火箭撬试验在航空航天、兵器、电子、核武器研制中具有重要的试验价值,为了建立轨道测量控制网、实现火箭撬试验中 时空位置参数的测量,本文提出了一种基于边角混合交汇平差模型的组合测量方法。首先,构建了基于全站仪测角信息与激光 跟踪仪测距信息的混合交汇平差模型,定义了构建测量误差矩阵的原则,并采用非线性最小二乘法对全局坐标进行了最优估 计:其次,采用蒙特卡洛法对测量设备布局和混合交汇平差模型的精度进行了仿真分析,仿真结果表明,测量设备布设在测量范 围内的中间位置,可使整体位置标坐标测量误差达到最小,进一步减小平差模型中初始值误差,提高模型解算精度;最后,在某 火箭撬试验场地进行了实验验证,在669 m的测量范围内,整个轨道测量控制网的位置标距离标准差为0.19 mm,验证了长直 导轨测量中边角混合平差模型的可行性,该方法对全量程测量任务具有重要参考价值。

关键词:火箭撬试验;轨道测量控制网;平差模型;最小二乘;激光跟踪仪;全站仪

中图分类号: TH711; TN206

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 410.55

## Establishment and precision analysis of long-straight track measurement control network for rocket sled test

Zhang Hao<sup>1,2</sup> Xiong Zhi<sup>1,2</sup> Zhao Ziyue<sup>3</sup> Zhong Chenxiaopeng<sup>1,2</sup> Li Chunsen<sup>1,2</sup>

- (1. School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;
- 2. Hubei Key Laboratory of Modern Manufacture Quality Engineering, Wuhan 430068, China;
- 3. AVIC Beijing Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China)

Abstract: Rocket sled tests hold significant experimental value in the development of aerospace, weaponry, electronics, and nuclear weapons. To establish a precise measurement control network for the track and accurately obtain the spatiotemporal parameters during rocket sled tests, a combined measurement method based on a distance-angle mixed intersection adjustment model is proposed. Firstly, a mixed intersection adjustment model was constructed utilizing angle measurements from total stations and distance measurements from laser trackers. Principles for constructing the measurement error matrix were defined, and the global coordinates were optimally estimated using a nonlinear least squares method. Secondly, the Monte Carlo method was employed to simulate and analyze the measurement equipment layout and the accuracy of the mixed intersection adjustment model. Simulation results indicated that positioning the measurement equipment centrally within the measurement range minimized the overall coordinate measurement errors of position markers, thereby reducing initial value errors in the adjustment model and enhancing the model's solution accuracy. Finally, experimental verification was conducted at a rocket sled test site. Within a measurement range of 669 m, the standard deviation of the position marker distances in the track measurement control network was found to be 0.19 mm, validating the feasibility of the mixed intersection adjustment model for long straight track measurements. This method offers significant reference value for full-range measurement tasks. Keywords: rocket sled test; track measurement control network; adjustment model; least squares; laser tracker; total station

收稿日期:2024-04-08 Received Date: 2024-04-08

#### 0 引言

火箭撬试验在航空航天、兵器、电子、核武器研制中,都有重要的试验价值。在火箭撬试验中,最主要的高速动态参数是火箭撬撬体的速度和加速度,这一动态参数测试称为火箭撬的时空位置测试,空间位置信息主要是对轨道一侧的位置标坐标进行测量获得。获取位置标坐标常用的方法是利用激光跟踪设备建立轨道测量控制网,通常火箭撬轨道长度可达十几千米,因此,短距离的高精度控制网对于全局精度控制有着至关重要的作用。

近年来,为了满足大尺寸范围内的测量需求,国内外 研究人员对测量控制网中空间坐标测量精度进行了多方 面的研究。范百兴等[1-2]构建了空间联合精密控制网平 差模型,对激光跟踪仪、全站仪、经纬仪等测量系统进行 了联合平差解算,验证了平差模型的可行性。Manwiller 等[3]利用最小二乘法对 FRIB 粒子加速器中的数据进行 平差处理,验证了平差模型适用于长距离测量控制网。 于成浩等[4]利用激光跟踪仪在240米的测量范围内建立 控制网,并对北京正负电子对撞机实际测量数据进行了 分析与处理。杨凡等[5]基于边角观测值的坐标转换模型 建立了激光跟踪仪的三维边角网整体平差模型,削弱了 角度观测值的权,实现了宝钢不锈钢冷轧厂大尺寸精密 三维控制网的建立。靳婷婷[6]通过蒙特卡洛仿真分析了 大尺寸三维控制网的精度及测站布设问题,为实际测量 任务提供了良好的指导作用。张振虎[7]采用激光跟踪仪 与全站仪相结合的测量方式,在上海软 X 射线 FEL 装置 上建立了三维控制网,取得了良好的测量精度。上述研 究对大尺寸空间三维控制网进行了研究,实现了约250 m 范围内的目标点坐标测量,结果表明,随着测量范围的增 大,坐标测量精度会降低,当测量范围进一步扩大时,这 些方法不能直接用于测量控制网的建立。

为了实现长直导轨位置标的点位参数测量,本文以激光跟踪设备建立轨道测量控制网,构建了基于全站仪和激光跟踪仪的边角混合交汇平差模型,利用蒙特卡洛仿真分析方法,分析了不同仪器位置对位置标坐标测量精度的影响,给出了测站最佳测量位置以及平差模型误差。最后通过现场实验验证了本文方法的有效性。

## 1 轨道测量控制网

#### 1.1 测量设备坐标系定义

激光跟踪仪和全站仪测量设备的水平和垂直角度编码器提供相对于其自身中心球面坐标系的方位角  $\alpha$  和天顶角 $\beta$ 读数,以及返回斜距离 D。图 1 给出了该类设备的坐标系示意图和测得的点坐标 Point(X,Y,Z)。将

Point(X,Y,Z)分别投影到 xoy、yoz 面,则可以得到球坐标系到笛卡尔坐标系的转换关系,如式(1)所示。

$$\begin{cases} X = D \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta \\ Y = D \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \\ Z = D \cdot \cos\beta \end{cases} \tag{1}$$

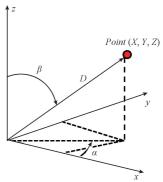


图 1 测量设备坐标系

Fig. 1 The coordinate system of the measuring equipment

#### 1.2 边角混合交汇平差模型

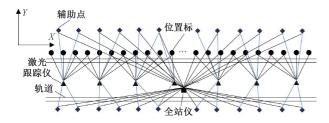
如图 2 所示,定义轨道方向为 X 轴方向、垂直轨道方向为 Y 轴方向,每间隔 3 m 有一个位置标,沿 X 轴方向布设在轨道一侧。为了建立全站仪与激光跟踪仪之间的联系,在轨道周围布设辅助点,激光跟踪仪和全站仪架设在轨道内<sup>[8]</sup>。其中,激光跟踪仪对量程范围内的位置标和辅助点进行坐标测量,全站仪对量程范围内的辅助点进行坐标测量<sup>[9-10]</sup>。

对图 2 所示的轨道上位置标和辅助点进行测量网络的构建,假设激光跟踪仪和全站仪测量系统在轨道内布设 m 个测站,对该系统构成的空间网络内的 n 个测量点进行距离和角度的观测 [11] ,第 i 个测站对第 j 个点的距离和角度观测为  $(D_{ij},\alpha_{ij},\beta_{ij})$  ,测站中心的空间位置参数为  $(t_{xi},t_{yi},t_{zi})$   $(i=1,2,\cdots,m)$  ,第 j 个测量点在第 i 个测站坐标系(局部坐标系)下的坐标为  $(X_{ij},Y_{ij},Z_{ij})$  ( $j=1,2,\cdots,n$ ),在全局坐标系下的坐标为  $(X_{ij},Y_{ij},Z_{ij})$  。定义全站仪所在坐标系为全局坐标系  $[12\cdot14]$  ,通过公共点转换模型得到其余测站坐标系相对于全局坐标系的旋转矩阵  $R_i$  和平移向量  $\overrightarrow{T}_i$  ,则  $(X_j,Y_j,Z_j)$  与  $(X_{ij},Y_{ij},Z_{ij})$  的关系如式(2) 所示。

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_t \end{pmatrix} = \mathbf{R}_i \times \begin{pmatrix} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_t \end{pmatrix} + \mathbf{T}_i \tag{2}$$

其中,  $T_i = (t_{xi}, t_{yi}, t_{zi})^T$ ,  $R_i = Ry_i \times Rx_i \times Rz_i (Rx_i, Ry_i, Rz_i)$  分别为 X, Y, Z 轴的旋转矩阵)。

由式(1)可知,第i个测站的测量点坐标值与水平角及天顶角之间的函数关系如式(3)、(4)所示。



长轨道上位置标、辅助点及测站分布

Fig. 2 The distribution of position markers, reference points and stations on long tracks

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} \arctan \frac{Y_{ij}}{X_{ij}}, X_{ij} > 0 \\ \pi + \arctan \frac{Y_{ij}}{X_{ij}}, X_{ij} < 0, Y_{ij} > 0 \\ -\pi + \arctan \frac{Y_{ij}}{X_{ij}}, X_{ij} < 0, Y_{ij} < 0 \end{cases}$$

$$\beta_{ij} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{Z_{ij}}{\sqrt{X_{ij}^2 + Y_{ij}^2}}$$
(4)

上述两式中的测量点坐标为局部坐标系下表示,通过 式(2)将其转换到全局坐标系下,则式(4)变为:

$$\beta_{ij}^{0} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{Z_{j} - t_{zi}}{\sqrt{(X_{i} - t_{xi})^{2} + (Y_{i} - t_{yi})^{2}}}$$
 (5)

全局坐标系下点坐标与距离观测值的函数关系如公 式(6)所示。

$$D_{ij}^{0} = \sqrt{(X_{j} - t_{xi})^{2} + (Y_{j} - t_{yi})^{2} + (Z_{j} - t_{zi})^{2}}$$
 (6)

如图 3 所示,由于坐标系的旋转,全局坐标系  $O_1$  ·  $X_1Y_1Z_1$  与局部坐标系  $O_i \cdot X_iY_iZ_i$   $(i=2,\cdots,m)$ 的  $O \cdot X$  轴 之间存在夹角  $\alpha_{ox}^{li}$ 。因此,在使用转换后的全局测量点 坐标计算水平角时,不仅需要考虑 X 轴之间的夹角及方 向,还需要考虑向量  $\overrightarrow{O_1P}$  的投影落在哪一个象限<sup>[15]</sup>,则 全局坐标系下水平角  $\alpha_{ii}^0$  的计算公式如式(7)所示。

$$\alpha_{ij}^{0} = \arctan \frac{Y_{j} - t_{yi}}{X_{i} - t_{yi}} - \alpha_{OX}^{1i} + \theta$$
 (7)

式中:  $\alpha_{ox}^{11}$  表示全局坐标系与局部坐标系 X 轴之间的夹  $\mathbf{h}$ ,  $\theta$ 表示坐标转换后水平角的补偿值。补偿值的大小 取决于向量  $\overrightarrow{O_{\cdot P}}$  的投影位置,表 1 给出了其投影位置在

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{D}_{ij} + \boldsymbol{\Delta}_{ij}^{D} &= \boldsymbol{F}_{ij}^{D0} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{D}}{\partial t_{xi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{xi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{D}}{\partial t_{yi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{yi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{D}}{\partial t_{zi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{zi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{D}}{\partial X_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta X_{j} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{D}}{\partial Y_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta Y_{j} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{D}}{\partial Z_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta Z_{j} \\ \boldsymbol{\alpha}_{ij} + \boldsymbol{\Delta}_{ij}^{\alpha} &= \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha0} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha}}{\partial t_{xi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{xi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha}}{\partial t_{yi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{yi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha}}{\partial t_{zi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{zi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha}}{\partial X_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta X_{j} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha}}{\partial Y_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta Y_{j} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\alpha}}{\partial Z_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta Z_{j} \\ \boldsymbol{\beta}_{ij} + \boldsymbol{\Delta}_{ij}^{\beta} &= \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta0} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta}}{\partial t_{xi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{xi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta}}{\partial t_{yi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{yi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta}}{\partial t_{zi}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta t_{zi} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta}}{\partial X_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta X_{j} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta}}{\partial Y_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta Y_{j} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_{ij}^{\beta}}{\partial Z_{j}} \bigg|_{x^{0}} \cdot \delta Z_{j} \end{aligned}$$

对于边角混合交汇的平差模型,按照以下原则构造 误差矩阵方程:

不同象限时  $\theta$  的取值<sup>[16]</sup>。

### 表 1 向量 $\overrightarrow{O_{\cdot}P}$ 投影在不同象限 $\theta$ 的取值

The value of vector  $\overrightarrow{O_1P}$  projection of  $\theta$  in different quadrants

象限		θ/°	
I	0	$-2\pi$	
II	π	$-\pi$	
Ш	π	$-\pi$	
IV	0	$2\pi$	

将全局坐标系下距离和角度的计算公式写成一般 形式:

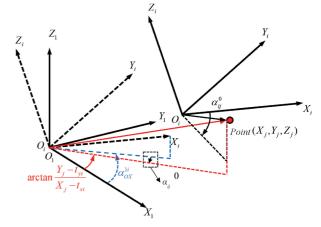


图 3 全局坐标系下水平角 α 计算示意图

Schematic diagram of the calculation of the horizontal angle  $\alpha$  in the global coordinate system

$$\begin{cases}
\mathbf{D}_{ij}^{0} = \mathbf{F}_{ij}^{D}(t_{x_{1}}, t_{y_{1}}, t_{z_{1}}, \cdots, t_{x_{i}}, t_{y_{i}}, t_{z_{i}}, X_{1}, Y_{1}, Z_{1}, \cdots, X_{j}, Y_{j}, Z_{j}) \\
\boldsymbol{\alpha}_{ij}^{0} = \mathbf{F}_{ij}^{\alpha}(t_{x_{1}}, t_{y_{1}}, t_{z_{1}}, \cdots, t_{x_{i}}, t_{y_{i}}, t_{z_{i}}, X_{1}, Y_{1}, Z_{1}, \cdots, X_{j}, Y_{j}, Z_{j}) \\
\boldsymbol{\beta}_{ij}^{0} = \mathbf{F}_{ij}^{\beta}(t_{x_{1}}, t_{y_{1}}, t_{z_{1}}, \cdots, t_{x_{i}}, t_{y_{i}}, t_{z_{i}}, X_{1}, Y_{1}, Z_{1}, \cdots, X_{j}, Y_{j}, Z_{j})
\end{cases}$$
(8)

由于式(8)为非线性函数,需要将非线性的观测方 程线性化[17]。观测方程线性化一般采用泰勒级数展开 取一次项,略去二次和二次以上各项的方式,取  $\delta x = x$  $x^{0}$ .则式(8)线性化后为:

$$\cdot \delta t_{zi} + \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial X_{j}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta X_{j} + \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial Y_{j}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta Y_{j} + \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial Z_{j}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta Z_{j}$$

$$\cdot \delta t_{zi} + \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial X_{j}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta X_{j} + \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial Y_{j}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta Y_{j} + \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial Z_{j}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta Z_{j} \qquad (9)$$

$$\cdot \delta t_{zi} + \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial X_{i}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta X_{j} + \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial Y_{i}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta Y_{j} + \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial Z_{i}} \Big|_{x^{0}} \cdot \delta Z_{j}$$

全站仪只观测辅助点,因其测距精度较差,在列观测 值误差方程时,只保留辅助点的角度观测信息。

激光跟踪仪不仅要测量位置标,还需要测量辅助点, 在列观测值误差方程时,保留位置标所有观测信息,只保 留辅助点的距离观测信息。

按照上述原则,式(9)可以用矩阵形式表示:

$$\Delta = A \cdot \delta x - (L - d) \tag{10}$$

式中:  $\Delta = (\Delta_{ij}^{D}, \Delta_{ij}^{\alpha}, \Delta_{ij}^{\beta})^{\mathrm{T}}; d = (F_{ij}^{DO}, F_{ij}^{\alpha O}, F_{ij}^{\beta O})^{\mathrm{T}}$  表示观测值初始值;  $L = (D_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij})^{\mathrm{T}}$  包含全站仪对辅助点的角度观测信息、激光跟踪仪对位置标坐标所有观测信息及对辅助点的距离观测信息<sup>[18]</sup>; A 表示误差方程的系数矩阵,具体形式如式(11)所示。

$$A_{3mn\times3(m+n)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial t_{x1}} & \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial t_{y1}} & \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial t_{z1}} & \cdots & \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial X_{1}} & \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial Y_{1}} & \frac{\partial F_{ij}^{D}}{\partial Z_{1}} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial t_{xi}} & \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial t_{yi}} & \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial t_{zi}} & \cdots & \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial X_{j}} & \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial Y_{j}} & \frac{\partial F_{ij}^{\alpha}}{\partial Z_{j}} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial t_{xi}} & \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial t_{yi}} & \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial t_{zi}} & \cdots & \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial X_{j}} & \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial Y_{j}} & \frac{\partial F_{ij}^{\beta}}{\partial Z_{j}} & \cdots \end{pmatrix}$$

$$(11)$$

假设m个测站中有 $m_1$ 台激光跟踪仪和 $m_2$ 台全站仪,n个测量点中有 $n_1$ 个位置标坐标和 $n_2$ 个辅助点,在不考虑测站旋转参数的情况下,则式(10)中未知数个数U和方程数E分别为:

$$\begin{cases} U = 3(m-1) + 3n \\ E = 3m_1n_1 + m_1n_2 + 2m_2n_2 \end{cases}$$
 (12)

考虑到方程有解的条件为方程数大于未知数个数<sup>[19]</sup>,即  $E \ge U$ ,为了方便计算,令  $m_2 = 1$ ,则有:

$$m_1 \ge 1 + \frac{3n_1 + 2n_2}{n_1 - n_2 - 3} \tag{13}$$

为了使方程(10)有解,只需要满足式(13),且  $m_1, n_1$  和  $n_2$  均为正整数,同时  $n_2 \neq 0$ 。

对式(10)按照最小二乘原理解算可得未知参数的解为:

$$\delta \mathbf{x} = (\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{P} \cdot (\mathbf{L} - \mathbf{d})$$
式中: **P** 表示观测值权阵。

### 2 仿真分析

边角混合交汇平差模型的精度受多种因素的影响, 主要包括测站的布局和测量点的分布<sup>[20]</sup>,本文位置标分 布在轨道一侧,其待测坐标位置固定,因此,本节重点考 虑了测站的布局对测量结果的影响。

以激光跟踪仪为例,将仪器分别设置在如图 4 所示 60 m 测量范围内的不同位置,代入激光跟踪仪的观测误差,得到位置标坐标测量误差,如图 5 所示。其中位置 1

在测量范围边缘,位置 4 在测量范围中间。由仿真结果可知,激光跟踪仪在位置 1 至 4 对所有目标点的平均测量误差分别为 0. 28 mm, 0. 21 mm, 0. 17 mm 和 0. 16 mm。因此,在实际测量中,建议将仪器设置在测量范围的中间,这样就能使得测量范围内的整体位置标坐标测量误差达到最小,进一步减小平差模型中初始值的误差,提高模型解算精度。

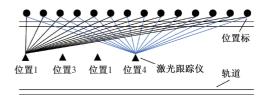


图 4 测站位置分布 Fig. 4 Distribution of station locations

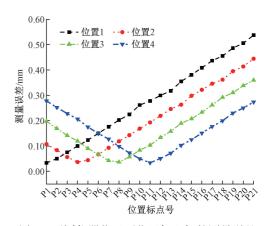


图 5 不同仪器位置下位置标坐标的测量误差 Fig. 5 Measurement error of position calibration coordinates at different instrument positions

利用 MATLAB 对边角混合交汇平差模型进行蒙特卡洛仿真分析。仿真条件如下:设置轨道长度为 600 m,沿轨道一侧每间隔 3 m 布置位置标,共 201 个位置标;辅助点分布在轨道周围,共 40 个辅助点。10 台激光跟踪仪架设在轨道中心线上,并按照图 4 布置在测量范围中间位置,仪器离轨道高度为 1.5 m,轨道中心线距离位置标为 2 m。激光跟踪仪的测距精度为 0.5 mm/m,测角精度为 15  $\mu$ m+6  $\mu$ m/m。全站仪与激光跟踪仪处于同一水平面上,全站仪架设在测量范围的中间位置,在 Y 轴方向距离激光跟踪仪 1 m。全站仪测量长轨道上的辅助点,其测距精度 1.2 mm+2 mm/km,测角精度为 0.5"。对图 2 所示位置标坐标和辅助点重复测量 1 000 次,每次测量结果代入平差模型中解算,得到位置标坐标修正值  $\delta x = (\delta X_j, \delta Y_j, \delta Z_j)^{\mathrm{T}}$ ,以位置标坐标 X 方向为例,其标准差计算公式为:

$$\begin{cases}
\Delta X_k = \left[ X_j + \delta X_j - x_j \right]_{k \times 1} \\
\sigma_{X_j = 1} \sqrt{\sum_{k=1}^{M} (\Delta X_k)^2}
\end{cases} \tag{15}$$

式中:  $\Delta X_k$  表示重复测量 M 次位置标坐标 X 方向平差值与理论值差值, $\sigma_{X_j}$  表示重复测量 M 次位置标坐标 X 方向标准差 $^{[21]}$ 。根据误差合成式(16)可得位置标坐标测量标准差为:

$$\delta_{P_{j}} = \sqrt{\sigma_{X_{j}}^{2} + \sigma_{Y_{j}}^{2} + \sigma_{Z_{j}}^{2}} \tag{16}$$

平差后整体位置标坐标点位标准差如图 6 所示。

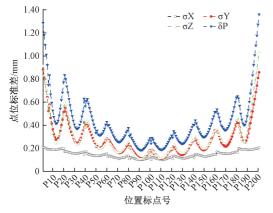


图 6 平差模型解算位置标坐标标准差

Fig. 6 Standard deviation of position markers coordinates solved by the adjustment model

由图 6 分析可知,在测量范围内使用激光跟踪仪和全站仪进行联合测量,并对位置标坐标进行平差处理,在600 m 的长距离测量范围内,可以将位置标坐标点位标准差控制在 1.36 mm 以下。在整个长轨道上,位置标坐标点位标准差在 Y和 Z 方向较大,其中 X 方向标准差低于 0.21 mm。全站仪位于 300 m 处,距离全站仪近的位置标坐标点位误差小,距离全站仪远的位置标坐标点位误差大。

为了进一步验证基于全站仪和激光跟踪仪组网的 边角混合交汇平差模型的优势,将本文方法和仅采用 激光跟踪仪的组网 USMN 测量方法进行对比分析。被 测要素和上述仿真环境一致,以激光跟踪仪为全局坐 标系,通过相邻两个激光跟踪仪连续转站,使用 USMN 平差模型得到全局坐标系下的所有位置标坐标标准 差,如图7所示。

从图 7 可以看出,当仅使用激光跟踪仪建立控制测量网络时,远距离位置标的标准偏差较边角混合模型更大,并且由于多次的转站,误差会持续传递累积到全局坐标系下,导致整体测量精度降低,无法满足要求。

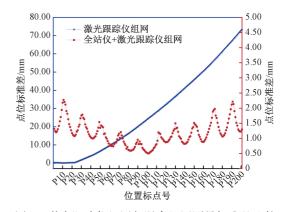


图 7 激光跟踪仪组网与混合组网测量标准差比较 Fig. 7 Standard deviation of laser tracker network compared to mixed network

#### 3 实验验证

为了验证本文中边角混合交汇平差模型的适用性和可行性,选取某火箭撬试验场地中一段轨道进行实验。

实验中所用全站仪的型号为 Leica MS60,激光跟踪仪的型号为 Leica AT402,采取转站测量的方式在某段长约为 669 m 的轨道上移动激光跟踪仪。如图 8 所示,激光跟踪仪测量位置标和辅助点,共转站测量 11 次,有 11 个激光跟踪仪测站位置 L1~L11,相邻两台跟踪仪间距约为 60 m,全站仪 T1 放置在这一段轨道中间位置,测量辅助点。相邻两个位置标之间距离约为 3 m,辅助点布设在轨道周围,保证每一个激光跟踪仪测站能够观测到足够多的辅助点即可。

全站仪和跟踪仪观测到该段轨道上所有的位置标和辅助点,如表 2 所示,给出了每个站所观测到测量点的数量。

表 2 各测站观测不同类型测量点
Table 2 Each station observes different
types of measurement points

• •	•	
测站编号\点类型	位置标	辅助点
T1	-	38
L1	25	7
L2	25	6
L3	25	5
L4	25	6
L5	25	6
L6	27	6
L7~L10	25	6
L11	25	5

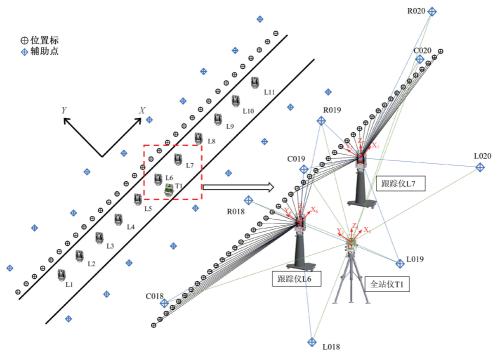


图 8 实验场地测站及测量点分布

Fig. 8 Distribution of measuring stations and measuring points in the experimental site

按照式(10)构造误差方程,其测量点和测站参数如表3所示,则满足式(13),表4给出了未知参数与方程数个数,则方程数>未知数个数,方程有解。

表 3 测量点及测站参数

Table 3 Parameters of measuring points and stations

$n_1$	$n_2$	$m_1$	$m_2$
224	38	11	1

## 表 4 未知参数与方程数个数 Table 4 The number of unknown

# parameters and equations

未知参数	方程数	多余观测方程数
819	972	153

实验前对激光跟踪仪进行了重复性验证,在间隔约30 m的位置标上分别放置靶球,对两个位置标坐标进行重复性测量,并计算两点之间的距离值。采用标准偏差评价重复性。测试数据表明,在30 m的测量范围内,激光跟踪仪的距离标准偏差为0.01 mm,因此采用激光跟踪仪的距离测量值作为控制网精度评价基准。表5给出了平差后部分位置标坐标值以及距离测量结果。

通过平差后位置标坐标之间的距离值与距离基准值 之间的残差计算距离标准差,对整个轨道测量控制网的 精度进行间接评估。由表 5 可得,位置标坐标距离标准 差为 0.19 mm。

## 4 结 论

为建立轨道测量控制网、实现火箭撬试验中时空位置参数的测量,本文构建了基于全站仪与激光跟踪仪的边角混合交汇平差模型。该模型利用全站仪测边信息、激光跟踪仪测角信息建立空间几何约束,采用非线性最小二乘法实现全局坐标的最优估计;进一步地,为了分析测量设备布局对混合交汇平差精度的影响,采用蒙特卡洛法进行了仿真分析,结果表明将仪器布设在测量范围的中间位置可减小初始值误差,进一步提升模型解算精度,为实际测站的布设提供了指导思想;最后,基于上述理论研究,在某火箭撬现场进行了试验验证,在 669 m的测量范围内,整个轨道测量控制网的位置标距离标准差为0.19 mm,验证了长直导轨测量中边角混合平差模型的可行性。本文提出的方法对火箭撬全程测量方案的设计具有重要的参考价值,同时边角混合平差模型也适用于由其他距离或角度测量仪器构建的测量网络。

表 5 边角混合交汇平差后部分位置标坐标及距离测量结果

Table 5 Partial position calibration coordinates and distance measurements after adjustment

mm

点号	X	Y	Z	距离计算值	距离基准值	
L420-4	327 934. 63	22 636. 57	-103. 56	29 983. 39	20.082.20	20.082.20
L418-4	298 017. 42	20 646.46	-165. 56		29 983. 39	
L414-4	238 144. 22	16 662. 69	-293. 89	29 999. 39	20,000,20	20,000,20
L412-4	208 211.06	14 671. 13	-346. 83		29 999. 30	
L410-4	178 279. 93	12 680. 69	-414. 41	20.006.52	20.006.52	20,006,41
L408-4	148 339.66	10 688. 85	-475. 65	30 006. 52	30 006. 41	
L406-4	118 413. 63	8 696. 80	-544. 12	20.000.42	29 999. 73	
L404-4	88 480. 62	6 702. 50	-605. 16	29 999. 43		
L402-4	58 533. 27	4 712. 44	-673. 62	29 969. 09	29 969. 18	
L400-4	28 630. 33	2 723. 17	-729. 18			
L398-4	-1 337.62	730. 04	-789. 12	20 001 72	29 981. 81	
L396-4	-31 253.37	-1 257.00	-845. 98	29 981. 72		
L394-4	-61 199.69	-3 251.72	-904. 90	20,000,20	20,000,40	
L392-4	-91 141.79	-5 241.31	-973. 56	30 008. 20	30 008. 48	
L390-4	-121 053.96	-7 231. 20	-1 030. 21	30 012. 76	3 0012.76	
L388-4	-151 000.44	-9 223. 69	-1 092.55			
L386-4	-180 922. 57	-11 211.15	-1 151.98	30 014. 61	30 014. 66	
L384-4	-210 870.76	-13 206. 22	-1 204.42			
L382-4	-240 796. 15	-15 195.93	-1 260.80	29 984. 03	29 984. 04	
L380-4	-270 713. 85	-17 188.57	-1 314.63			
L378-4	-300 665.04	-19 179.54	-1 366.88	20 002 24	29 992. 34	
L376-4	-330 591.06	-21 172.24	-1 419. 93	29 992. 34	27 772. 34	

#### 参考文献

- [1] 范百兴,李广云,周维虎,等. 激光跟踪仪空间联合平 差模型及精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学 版),2018,43(1);120-126.
  - FAN B X, LI G Y, ZHOU W H, et al. Precision analysis of the unified spatial metrology network adjustment model [J]. Geomatics and information Science of Wuhan University, 2018, 43(1): 120-126.
- [2] 范百兴. 激光跟踪仪高精度坐标测量技术研究与实现[D]. 郑州:解放军信息工程大学, 2013.
  - FAN B X. Research and realization of the high precision coordinate measurement technique using laser tracker[D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2013.
- [ 3 ] MANWILLER P. Three-dimensional network adjustment of laser tracker measurements for large-scale metrology applications [ J ]. Journal of Surveying Engineering, 2021, 147(1).
- [4] 于成浩,董岚,柯明,等. 大尺寸激光跟踪仪三维控制 网平面精度研究[J]. 测绘科学, 2008, 33(2): 42-44.
  - YU CH H, DONG L, KE M, et al. The plane accuracy research of 3D control network based on laser tracker in

- large-scale space [J]. Science of Surveying and Mapping, 2008, 33(2): 42-44.
- [5] 杨凡,范百兴,李广云,等. 大尺寸高精度三维控制网技术探讨[J]. 测绘科学技术学报, 2015, 32(2): 120-124.
  - YANG F, FAN B X, LI G Y, et al. Discussion on precise three-dimensional coordinate control network in field large-space measurement [J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2015, 32(2): 42-44.
- [6] 靳婷婷. 大尺寸甚高精度三维控制网测量方法研究与仿真分析[D]. 北京:北京建筑大学, 2021.
  - JIN T T. Research and simulation analysis on measurement method of large-scale ultra-high precision 3D control network [D]. Beijing; Beijing University of Civil Engineering and Architecture, 2021.
- [7] 张振虎. 激光跟踪仪结合全站仪的三维控制网测量及其精度分析[J]. 北京测绘, 2019, 33(6): 708-712.
  - ZHANG ZH H. Survey and accuracy analysis for three-dimensional control network using laser tracker and total station [J]. Beijing Surveying and Mapping, 2019, 33(6): 708-712.
- [8] 范百兴,李广云,李佩臻,等. 激光干涉测量三维点坐

- 标的 PDOP 模型研究和应用[J]. 测绘通报, 2015 (11): 28-31.
- FAN B X, LI G Y, LI P ZH, et al. PDOP model of laser interferometry 3D trilateration network [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2015(11); 28-31.
- [9] 李洋,瞿剑苏,李鸿儒. 大型火箭橇位置参数测量方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(5): 16-22. LIY, QUJS, LIHR. Method for measuring position parameter of large rocket sled[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(5): 16-22.
- [10] 李洋,瞿剑苏,李鸿儒. 基于全站仪和激光跟踪仪的长 距离标定方法研究[J]. 计量与测试技术, 2021, 48(1): 86-90.
  - LIY, QUJS, LIHR. Research on calibration method of large rocket sled position information[J]. Metrology & Measurement Technique, 2021, 48(1): 86-90.
- [11] 林嘉睿, 邾继贵, 郭寅, 等. 现场大空间测量中精密三维坐标控制网的建立[J]. 机械工程学报, 2012, 48(4): 6-11.
  - LIN J R, ZHU J G, GUO Y, et al. Establishment of precise three-dimensional coordinate control network in field large-space measurement [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(4): 6-11.
- [12] 杨丁亮,邹进贵. 激光跟踪仪进行控制网精度估算与分析[J]. 测绘通报, 2020(S1): 41-44.
  YANG D L, ZOU J G. Precision estimation and analysis of control network of laser tracker [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2020(S1): 41-44.
- [13] 丁克良, 靳婷婷, 蒋志强, 等. 三维多点交会点位空间 分布优化与精度分析 [J]. 光学精密工程, 2021, 29(4): 691-700.
  - DING K L, JIN T T, JIANG ZH Q, et al. Optimization and accuracy analysis of point spatial distribution based on three-dimensional multi-point intersection  $[\,J\,]$ . Optics and Precision Engineering, 2021, 29(4): 691-700.
- [14] 张翼飞,金利民,樊奕辰,等. 一种评价三维控制网精度的方法[J]. 测绘通报, 2018(6): 126-129.

  ZHANG Y F, JIN L M, FAN Y CH, et al. A method for evaluating the precision of 3D control network [J].

  Bulletin of Surveying and Mapping, 2018(6): 126-129.
- [15] 李辉,刘巍,张洋,等. 激光跟踪仪多基站转站精度模型与误差补偿[J]. 光学精密工程, 2019, 27(4): 771-783.

- LI H, LIU W, ZHANG Y, et al. Model establishment and error compensation of laser tracker station-transfer [J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27 (4): 771-783.
- [16] 樊印久,张福民,曲兴华,等. 海洋工程装备制造现场大尺寸组网测量[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(3); 369-376.
  - FAN Y J, ZHANG F M, QU X H, et al. Large-scale network measurement in the field of marine engineering equipment manufacturing [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017, 31 (3): 369-376.
- [17] 赵子越,甘晓川,马骊群. 一种基于多传感系统协同测量的联合平差组网方法[J]. 传感技术学报, 2019, 32(1):100-105.
  - ZHAO Z Y, GAN X CH, MA L Q. A combined adjustment network method based on multi-sensor system cooperative measurement [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2019, 32(1): 100-105.
- [18] 许航,熊芝,张刘港,等. 基于加权最小二乘的激光跟踪姿态角测量方法[J]. 红外与激光工程, 2022, 51(6): 353-358.
  - XU H, XIONG ZH, ZHANG L G, et al. Laser tracking attitude angle measurement method based on weighted least squares[J]. Infrared and Laser Engineering, 2022, 51(6): 353-358.
- [19] 罗涛,齐志军,王巍,等. 适用于激光跟踪仪转站的改进平差方法[J]. 中国激光, 2024, 51(2): 68-75.

  LUO T, QI ZH J, WANG W, et al. Improved adjustment method applied in transformation of laser tracker[J]. Chinese Journal of Lasers, 2024, 51(2): 68-75.
- [20] 熊涛,李泷杲,李琦,等. 基于组合测量的激光跟踪仪站位规划[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(17): 246-255.
  - XIONG T, LI SH G, LI Q, et al. Station planning of laser tracker based on combination measurement [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58 (17): 246-255.
- [21] 刘宁桐,熊芝,何静,等. 基于空间距离约束的姿态角 现场精度评定方法[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(9):72-80.
  - LIU N T, XIONG ZH, HE J, et al. Attitude angle field accuracy evaluation method based on space distance

constraints [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(9): 72-80.

#### 作者简介

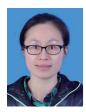


张昊,2022年于湖北工业大学获得学 士学位,现为湖北工业大学硕士研究生,主 要研究方向为工业大尺寸测量。

E-mail: 2057794521@ qq. com

Zhang Hao received his B. Sc. degree

from Hubei University of Technology in 2022. Now he is a graduate student in Hubei University of Technology. His main research interest includes large size industrial measurement.



熊芝,分别在 2007 年、2009 年和 2012 年于天津大学获得学士、硕士和博士学位, 现为湖北工业大学副教授,主要研究方向为 工业大尺寸测量和光电检测技术。

E-mail: xiongzhi0611@163.com

Xiong Zhi received her B. Sc. degree, M. Sc. degree and Ph. D. degree from Tianjin University in 2007, 2009, and 2012, respectively. Now she is an associate professor at Hubei University of Technology. Her research interests focusing on large size industrial measurement and optoelectronic detection technology.



电子测量与仪器学报

赵子越(通信作者),分别在2010、 2012、2015年在天津大学获得学士、硕士和 博士学位,现任中国航空工业集团公司北京 长城计量测试技术研究所高级工程师,主要 研究方向是几何量计量和大尺寸检测。

E-mail: 18500366376@ 163. com

Zhao Ziyue (Corresponding author) received his B. Sc. degree, M. Sc. degree and Ph. D. degree from Tianjin University in 2010, 2012, and 2015, respectively. Currently, he is a senior engineer in Beijing Changcheng Institute of Metrology & Measurement (AVIC), and his main research interests are geometric metrology and large size measurement.