

DOI: 10.13382/j.jemi.B2307070

机翼一体化天线变形重构标定方法研究*

吴琨¹ 赵振义² 范恒祯²

(1. 中国电子科技集团有限公司电子科学研究院 北京 100041; 2. 西安电子科技大学杭州研究院 杭州 311231)

摘要:针对传统的误差标定方法存在网络训练速度迟缓、生成规则数量多且泛化能力不足的问题,本文提出了一种基于主成分分析和自构架模糊网络(PCA-SCFN)的标定方法,实现了机翼一体化天线的实时高精度变形重构。首先,基于逆有限元方法(iFEM)建立了位移-节点自由度误差模型,并通过单调快速迭代收缩阈值算法(MFISTA)对逆问题进行求解;其次,引入了PCA降维方法降低应变维度,从而简化训练网络复杂度;再次,对小样本训练集进行非均匀有理B样条(NURBS)拟合实现数据扩充,提高网络泛化能力并降低噪声对训练集的影响;最后,基于三角形隶属函数(MF)和Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型进行自构架模糊网络(SCFN)训练获得模糊规则。机翼加载实验结果表明,基于PCA-SCFN的标定方法具有更快的训练速度和更少的规则数量,同时能够获得更高的重构精度。当机翼负载80 N时,结构最大变形为-134.36 mm,最大重构误差仅为0.46 mm,SCFN训练时间仅为9.715 s,规则数量最多仅有121条。因此,基于PCA-SCFN的标定方法是一种能够应用于机翼变形监测的有效方法。

关键词:机翼一体化天线;标定;主成分分析;自构架模糊网络

中图分类号: TN82; V240.2

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 510.70

Research on deformation reconfiguration calibration method of wing integrated antenna

Wu Kun¹ Zhao Zhenyi² Fan Hengzhen²

(1. China Academic of Electronics and Information Technology, Beijing 100041, China;

2. Hangzhou Research Institute of Xi'an University of Electronic Science and Technology, Hangzhou 311231, China)

Abstract: To deal with the issues of slow network training speed, large number of fuzzy rules and insufficient accuracy of traditional error calibration methods, a calibration method based on Principal Component Analysis and Self-Construction Fuzzy Network (PCA-SCFN) is proposed in this paper to realize real-time high-precision deformation reconstruction of integrated wing antennas. Firstly, a displacement-node degree of freedom error model is established based on the inverse finite element method (iFEM), and the inverse problem is solved by the monotone fast iterative shrinkage thresholding algorithm (MFISTA). Secondly, the PCA dimensionality reduction method is introduced to simplify the training network complexity by reducing strain dimensions. Thirdly, non-uniform rational B-spline (NURBS) fitting is applied to the small-sample training set to expand the data, enhancing network generalization and reducing the influence of noise on the training set. Finally, the SCFN is trained based on triangular membership functions (MF) and Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model to obtain the fuzzy rules. The results of wing loading experiment show that the PCA-SCFN-based calibration method can greatly improve the reconstruction accuracy, and at the same time, it has faster training speed and fewer rules. For a load of 80 N, the maximum reconstruction error is only 0.46 mm when the maximum deformation of the structure is -134.36 mm, and the training time of the SCFN is only 9.714 s, and the number of rules is only 121 at most. Therefore, the calibration method based on PCA-SCFN is an effective approach that can be applied to wing deformation monitoring.

Keywords: wing integrated antenna; error calibration method; principal component analysis; self-construction fuzzy network

0 引言

机翼一体化天线能够保持战机良好的气动和隐身特性,并且增加雷达口径,提高雷达威力。但是当受到气动动力或冲击载荷等外部载荷作用时,天线结构会发生剧烈变形,严重恶化了共形天线的电性能^[1-2]。因此,对天线结构变形的实时高精度测量是保证天线性能的关键技术。

基于光学成像原理的非接触式测量技术受限于测量环境和测量设备,难以对机翼进行实时变形测量^[3-4]。基于应变传感器重建结构位移场的形状传感(接触式测量)是实现机翼变形动态监测的重要技术^[5-6],现有的形状传感方法主要集中于 3 类:KO 位移法^[7-8]、模态法^[9-10]以及 iFEM^[11-13]。KO 位移理论根据纯弯曲假设,建立离散的表面测量点应变与变形位移矢量的微分方程,通过多项式外推法和积分运算处理得到变形位移场,但当载荷不确定时,其重构精度不理想。模态叠加法将应变场和位移场视为各阶模态分量的加权线性组合,但重构精度依赖于准确的结构建模和模态分析。相比于前两种方法,iFEM 具有求解速度快,实时性好,并且无需载荷形式、材料属性、惯性阻尼等先验知识即可进行变形重构的优势。该方法基于应变传感器实测数据,采用最小二乘法建立实测应变场与计算应变场的误差泛函,求解得到结构全部单元节点的自由度,进而重建结构位移场。

由于使用 iFEM 进行变形重构的精度会受到传感器安装位置误差和应变测量误差等不确定因素的影响,为了减小传感器安装位置误差,文献[14]建立了以系数矩阵特征值之间最小差异为优化目标的模型,并采用标准粒子群算法进行求解,获得了重构精度高的传感器布局方案,但使用单目标粒子群优化可能会导致其他性能的退化。文献[15]以重构精度最高和鲁棒性最强作为优化目标建立双目标优化模型,采用多目标粒子群算法获得帕累托前沿。对于应变测量误差等不确定因素,文献[16]提出了一种将支持向量与模糊网络相结合来校正应变误差的方法,但由于缺乏大量训练数据,导致训练效果不佳。文献[17]使用贝叶斯正则化算法来解决模型变换矩阵病态的问题,但算法求解速度较慢。文献[18]提出粗细两级标定方法以及残差分析法,进一步提高了重构精度。上述方法都从减小不确定性因素的影响出发来达到提高重构精度的目的,但未考虑减小 SCFN 的训练复杂度来提高训练效果。传统的基于 SCFN 的标定方法中,训练输入应变数量与使用的应变传感器数量一致^[19],通常一个逆有限元单元需要安装 6 个应变传感

器,这意味着将有 6 个应变参与训练,实际应用中发现,6 个应变的训练集会出现网络训练速度迟缓、规则数量爆炸、训练效果欠佳的问题。针对该问题,本文提出了一种基于 PCA-SCFN 的标定方法。首先,基于 iFEM 建立了位移-节点自由度误差数学模型,使用基于梯度的单调快速迭代收缩阈值算法(MFISTA)对病态线性方程组进行求解,保证求解精度并提高了求解效率,使整个结构测量点的重构误差显著减小;其次,引入 PCA 降维方法,计算贡献率并对训练样本维度进行压缩,实现了减小训练网络复杂度的目的。最后,针对训练样本不足导致网络泛化能力较差的问题,使用 NURBS 拟合方法对训练数据进行扩展,同时降低了环境噪声的影响。本文结构如下,首先介绍 iFEM 的变形重构理论,随后从 4 个部分介绍 PCA-SCFN 框架,最后通过机翼变形实验说明该方法的有效性,并给出结论。

1 逆有限元重构模型

根据铁木辛柯梁理论,如图 1 所示,梁表面任意一点的变形场可以由沿各轴的位移和绕各轴的转角表示,这 6 个运动学变量可以以矢量形式分组为:

$$\mathbf{u} = [u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z] \quad (1)$$

基于三维变形的运动学假设,梁截面上任意一点的位移矢量可以由中性轴位移表示:

$$\begin{cases} u_x(x, y, z) = u(x) + z\theta_y(x) - y\theta_z(x) \\ u_y(x, y, z) = v(x) - z\theta_x(x) \\ u_z(x, y, z) = w(x) + y\theta_x(x) \end{cases} \quad (2)$$

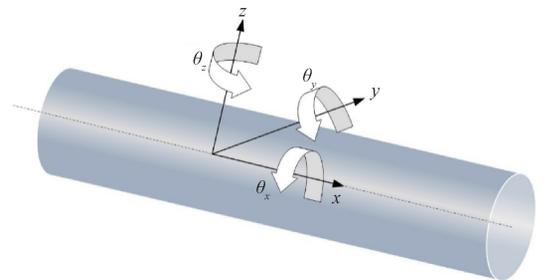


图 1 铁木辛柯梁示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Timoshenko beam

基于小应变假设,任意截面的应变矢量定义如下:

$$\mathbf{e}(\mathbf{u}) = [e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6]^T \quad (3)$$

其中, e_1 是由单元的拉伸变形引起的截面应变, e_2 和 e_3 是由单元的弯曲变形引起的截面应变, e_4 和 e_5 与剪切变形有关, e_6 与单元的扭转变形相关。截面应变可描述为式(4):

$$\begin{aligned} e_1(x) &= u_x(x), e_2(x) = \theta_{y,x}(x) \\ e_3(x) &= -\theta_{z,x}(x), e_4(x) = w_x(x) + \theta_y(x) \\ e_5(x) &= v_x(x) - \theta_z(x), e_6(x) = \theta_{x,x}(x) \end{aligned} \quad (4)$$

任意点沿轴线的应变是式(2)对 x 的求导:

$$\begin{cases} \varepsilon_x(x, y, z) = e_1(x) + ze_2(x) + ye_3(x) \\ \gamma_{xz}(x, y) = e_4(x) + ye_6(x) \\ \gamma_{xy}(x, y) = e_5(x) - ze_6(x) \end{cases} \quad (5)$$

iFEM 的基本思路是通过最小二乘法,使实验应变和理论应变误差最小,拟合函数 $\varphi(\mathbf{u})$ 通过理论截面应变 $e(\mathbf{u})$ 和真实截面应变 e^e 来定义:

$$\varphi(\mathbf{u}) = \|e(\mathbf{u}) - e^e\|^2 \quad (6)$$

其中,运动学变量 \mathbf{u} 可以由插值形函数 $N(x)$ 和节点自由度 \mathbf{u}_e 表示,截面应变 $e(\mathbf{u})$ 写为:

$$\begin{cases} \mathbf{u}(x) = N(x)\mathbf{u}_e \\ e(\mathbf{u}) = N(x)' \mathbf{u}_e = \mathbf{B}(x)\mathbf{u}_e \end{cases} \quad (7)$$

对式(6)关于 \mathbf{u} 进行求导,并使导函数等于 0,建立了梁中性轴位移变量与实验应变测量值之间的关系:

$$\mathbf{k}^e \mathbf{u}_e = \mathbf{f}^e \quad (8)$$

其中, \mathbf{k}^e 和 \mathbf{f}^e 可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^e &= \sum_{k=1}^6 w_k \mathbf{k}_k^e \mathbf{k}_k^e = \frac{L}{n} \sum_{i=1}^n [\mathbf{B}_k^T(x_i) \mathbf{B}_k(x_i)] \\ \mathbf{f}^e &= \sum_{k=1}^6 w_k \mathbf{f}_k^e \mathbf{f}_k^e = \frac{L}{n} \sum_{i=1}^n [\mathbf{B}_k^T(x_i) e_k^e(x_i)] \end{aligned} \quad (9)$$

其中, n 表示评估截面数, L 是单元长度, x_i 是截面应变的计算位置, $e_k^e(x_i)$ 是由实测的应变数据计算得到的 x_i 位置处的截面应变, w_k ($k=1,2,\dots,6$) 是考虑轴向拉伸、弯曲、扭转和横向剪切相互影响的加权系数, $\mathbf{B}_k(x_i)$ 是形函数矩阵求导得到的系数矩阵,一旦确定 x_i , 该系数矩阵随之确定。可以看到, \mathbf{k}^e 是关于 x_i 的函数, \mathbf{f}^e 由 x_i 和实测的应变值 ε_2^e 决定。

将多个逆有限元单元拼接后,可得到方程式(10):

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (10)$$

其中, \mathbf{K} 是整体类刚度矩阵,由形函数和应变传感器位置决定, \mathbf{F} 是全局类载荷向量,仅依赖于测量的应变。该方程提供了结构节点自由度的解, $\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}$ 。

当节点自由度 \mathbf{u}_e 确定时,三维变形场表示为式(11):

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{u}(x) = \begin{Bmatrix} d^{iFEMx} \\ d^{iFEMy} \\ d^{iFEMz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y \\ 0 & 1 & 1 & -z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & y & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \\ w(x) \\ \theta_x(x) \\ \theta_y(x) \\ \theta_z(x) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

其中, d^{iFEMx} , d^{iFEMy} , d^{iFEMz} , 分别表示沿着 x 轴、 y 轴和

z 轴的位移。 $\mathbf{u}(x)$ 通过式(7)确定。

2 PCA—SCFN 标定方法介绍

2.1 误差分配

为减小基于 iFEM 重构的理论位移与真实位移之间的误差,本文提出误差分配的概念,即将观测点(Mark 点)的位移误差分配至中性轴节点自由度上。真实位移和理论位移之间的关系可以表示为:

$$\mathbf{d}_k^e = \mathbf{d}_k^{iFEM} + \Delta \mathbf{d}_k \quad (12)$$

其中, $k=(1,2,\dots,n)$ 表示 Mark 点的序号, $\Delta \mathbf{d}_k$ 为重构误差。在重构过程中,结构中每个 Mark 点的位移都可以通过形函数 $N(x)$ 从节点自由度 \mathbf{u}_e 获得。因此,通过重构误差 $\Delta \mathbf{d}_k$, 可以获得节点自由度误差 $\Delta \mathbf{u}_e$, 计算式如下:

$$\Delta \mathbf{d}_k = \mathbf{M} \cdot N_k \cdot \Delta \mathbf{u}_e = \mathbf{H} \cdot \Delta \mathbf{u}_e \quad (13)$$

其中, \mathbf{H} 为系数矩阵,通常表现为病态,因此该问题是一个求解病态线性方程组的逆问题。

对于病态方程组求解问题,已经有各种方法进行解决:引入 l_2 正则项的最小二乘法、贝叶斯估计法、奇异值分解法等^[20]。由于引入 l_1 正则化的最小二乘模型在实际工程中的广泛应用,笔者使用它来解决病态方程式(13)。式(13)可重新表述为:

$$\min_x \left\{ \psi(x) = \frac{1}{2} \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \right\} \quad (14)$$

其中, $\lambda \|x\|_1$ 是 l_1 范数正则化项, $\lambda > 0$ 是正则化参数。式(14)是一个凸优化问题,基于二阶锥规划的内点法算法复杂度为 $O(N^3)$,在维度太大时耗时太多。笔者提出使用 MFISTA 迭代求解,该算法使用了收缩阈值算子,具有快速收敛以及算法结构简单的优势^[21],因此将该算法引入到误差分配过程中。

收缩阈值算子通过正则化参数生成,表示如下:

$$S_\lambda(u) = \begin{cases} 0, & |u| < \lambda \\ u - \lambda \text{sign}(u), & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

其中, sign 是符号函数,定义如下:

$$\text{sign}(u) = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases} \quad (16)$$

当通过 MFISTA 求解时,迭代式为:

$$z_k = S_{\lambda/\beta} \left(\frac{1}{\beta} \mathbf{A}^T (y - \mathbf{A}y_k) + y_k \right) \quad (17)$$

其中, $\frac{1}{\beta}$ 是一个常数,并且当 $\beta \geq \|\mathbf{A}^T \mathbf{A}\|_2$ 时迭代保证收敛;初始 y_1 向量设置为 0 向量; k 是迭代次数,当经过 k 次迭代后,实际近似解 x_k 以及下一次迭代的 y_{k+1} 为:

$$x_k = \operatorname{argmin}_z \{ \psi(z) \mid z \in \{z_k, x_{k-1}\} \} \quad (18)$$

$$y_{k+1} = x_k + \frac{t_k}{t_{k+1}}(z_k - x_k) + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}}(x_k - x_{k-1})$$

其中,初始 x_0 向量设置为 0 向量, t_k 是迭代参数,第 k 次迭代时 t_k 为:

$$t_k = \frac{(1 + \sqrt{1 + 4t_{k-1}^2})}{2} (t_0 = 1) \quad (19)$$

算法流程见算法 1。

算法 1 MFISTA 流程

输入:最大迭代次数 k ,正则化参数 $\lambda > 0$,常数 $\beta \in (\|A^T A\|_2, \infty)$

1. 初始化: $t_0 = 1, y_1$ 和 x_0 为零向量

2. For $i = 1$ to k

$$3. z_k = S_{\lambda/\beta} \left(\frac{1}{\beta} A^T (y - A y_k) + y_k \right)$$

$$4. t_k = \frac{(1 + \sqrt{1 + 4t_{k-1}^2})}{2} (t_0 = 1)$$

$$x_k = \operatorname{argmin}_z \{ \psi(z) \mid z \in \{z_k, x_{k-1}\} \}$$

$$5. y_{k+1} = x_k + \frac{t_k}{t_{k+1}}(z_k - x_k) + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}}(x_k - x_{k-1})$$

6. End For

输出: z_k

使用基于 MFISTA 的 l_1 正则化优势可以总结如下:

1) 相比 l_2 正则项, l_1 正则项具有能产生稀疏解,对异常值不敏感的优势,在某些需要特征筛选的领域能够被广泛应用;2) 相比于 FISTA,该算法解决了收敛过程中出现波动现象的问题,具有单调收敛的优势,从而获得更为稳定的求解结果和更快的求解速度。

通过求解式(13),我们对节点自由度误差进行了标定,这意味着在 Mark 点处的位移重构精度得到了显著提高。下一小节将介绍 PCA 降维方法及基于该方法获得的简化训练样本。

2.2 PCA 降维方法

在基于 SCFN 的标定方法中,训练输入应变与所贴传感器的数量一致,这种处理方法有以下缺点:1) 由于模糊规则数量与变量数量和隶属函数数量有关,6 个输入应变的训练集会导致出现规则数量大量增加,网络训练速度迟缓的现象;2) 每个传感器的应变数据对训练有不同的贡献,不加以筛选就使用全部应变值会导致 SCFN 的辨识精度不足,从而使训练效果变差。

PCA 方法是一种通过线性变换实现特征提取的无监督学习算法,能够在最大程度保留数据信息的情况下实现数据降维,被广泛应用于机器学习、计算机视觉等领域。其主要思想及实现步骤如下:

1) 应变数据样本点集合 $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_n]^T$, 每个

样本中特征量为 6 个, $\boldsymbol{\varepsilon}_i = (\boldsymbol{\varepsilon}_{i1}, \boldsymbol{\varepsilon}_{i2}, \boldsymbol{\varepsilon}_{i3}, \boldsymbol{\varepsilon}_{i4}, \boldsymbol{\varepsilon}_{i5}, \boldsymbol{\varepsilon}_{i6})$ ($i = 1, 2, \dots, n$)。为方便后续降维操作,首先对样本进行中心化处理:计算样本均值 $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i$, 处理后的新样本为 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_i = \boldsymbol{\varepsilon}_i - \boldsymbol{\mu}$ 。

2) 为减少冗余信息,我们希望各维度之间线性无关,而多维变量间的相关性可以由协方差矩阵进行描述。具体实现方法为:首先计算数据集的协方差矩阵, $\mathbf{C} = \frac{1}{n} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T$, 其次求得协方差矩阵的特征值和对应的特征向量(模态),最后计算模态的贡献率。某个特征值占有所有特征值之和的比值,就是其对应模态的贡献率,体现了该模态包含原始数据信息的程度,第 j 个模态贡献率计算式如下:

$$r_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^6 \lambda_j} \quad (20)$$

3) 由于较小的贡献率往往与噪声有关,因此本文将前 k 个累计贡献率达到 90% 的模态作为选取的主模态,舍弃其余模态,既可以达到降维的目的,又能起到一定的降噪效果。完成降维处理后,新的应变数据集可以表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{new} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n \times 6} \cdot \mathbf{vec}_{6 \times k} \quad (21)$$

其中, \mathbf{vec} 表示由前 k 个模态组成的矩阵,新的训练集的输入应变从 6 个降至 k 个,应变-节点自由度误差可以写成如下离散样本点形式:

$$S_i = \{ (\boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_k)_i, (\Delta u_{e1}, \Delta u_{e2}, \dots, \Delta u_{em})_i \} \quad (22)$$

其中, S_i 表示第 i 组工况, $i = 0, 1, \dots, n, m$ 表示节点自由度的数量。

2.3 非均匀有理 B 样条(NURBS)样本扩充

SCFN 的训练效果直接受到样本数量的影响,式(22)中 S_i 是通过实验获得的一个小样本数据集,如果不加以处理直接进入训练,将会严重影响训练效果和重构精度。因此,对该小样本数据集进行数据扩充是十分有必要的。

NURBS 曲线由贝塞尔曲线改进而来,具有局部支撑性、局部修改性等优秀性质,这些性质使 NURBS 可以精确地表示各种复杂的曲面和曲线,因此本文使用 NURBS 拟合方法来扩充小样本数据集 S_i 。

由 $l + 1$ 个控制顶点定义的 k 阶 NURBS 曲线可以写成如下的有理分式:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^l \omega_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^l \omega_i N_{i,k}(u)} \quad (23)$$

其中, ω_i 称为权因子, 分别与控制顶点 d_i 相对应, $N_{i,k}(u)$ 称为 k 次规范 B 样条基函数, 可由节点向量 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_{t+k+1}]$ 递推求得:

$$\begin{cases} N_{i,0} = \begin{cases} 1, u \in [u_i, u_{i+1}] \\ 0, \text{其他} \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \\ \text{规定 } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

构造 NURBS 拟合曲线, 需要根据样本点得到节点矢量和控制点。样本数据参数化方法有均匀参数化法、积累弦长法、向心参数法, 其中积累弦长法能够如实表现出样本依据多边形各弦长的分布情况, 且能得到光顺性较好的逼近曲线, 因此笔者选择该方法将样本数据参数化:

$$\begin{cases} u_0 = u_1 = \dots = u_k = 0 \\ u_{j+k} = u_{j+k-1} + \frac{|\Delta P_j|}{\sum_{j=1}^t |\Delta P_t|} \quad (j = 1, 2, \dots, t - k + 2) \\ u_{t+3} = u_{t+4} = \dots = u_{t+k+3} = 1 \end{cases} \quad (25)$$

其中, $\Delta P_t = |P_t - P_{t-1}|$ 是两点之间的距离。对于该参数序列, 构造目标函数, 使其在首末点的重构值与数据点相等, 并基于 $n - 1$ 个数据点在最小二乘意义上被逼近。此外, 考虑到边界条件: 需要对数据点进行修正, 修正式(26)及目标函数式(27)给出如下:

$$R_i = S_i - S_0 N_{0,k}(u_i) - S_n N_{t,k}(u_i) \quad (i = 1, 2, \dots, t - 1) \quad (26)$$

$$Q = \sum_{i=1}^{t-1} \|R_i - p(u_i)\|^2 \quad (27)$$

求解式(27), 可得 $t - 1$ 个控制点为未知量的线性方程组, 矩阵形式为:

$$(\mathbf{N}^T \mathbf{N}) \mathbf{D} = \mathbf{R} \quad (28)$$

其中, \mathbf{N} 是 $(n - 1)(t - 1)$ 的矩阵, \mathbf{R} 和 \mathbf{D} 都是 $t - 1$ 的列向量, 具体形式为:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{1,k}(u_1) & \cdots & N_{t-1,k}(u_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,k}(u_{n-1}) & \cdots & N_{t-1,k}(u_{n-1}) \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} N_{1,k}(u_1) & \cdots & N_{t-1,k}(u_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,k}(u_{n-1}) & \cdots & N_{t-1,k}(u_{n-1}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_{n-1} \end{bmatrix}$$

求出控制点后, 进而能够获得拟合曲线 $p(u)$, 将 u_i 以一定步长从 0 取到 1, 代入曲线(式(23))中即可获得大量数据点。

2.4 自构架模糊网络

2.1~2.3 节内容中, 首先使用误差分配的方法获得离散样本点 S , 然后通过 PCA 降维方法压缩了应变维度, 最后由 NURBS 拟合方法扩充了样本点数量, 这些步骤都可视为进入训练前的预处理, 本节将介绍 SCFN 训练方法。

SCFN 能够解决数据集中输入输出非线性和耦合的问题, 考虑到模型的易操作性和准确性, 本文使用最简单的三角形隶属函数(MF)和 0 阶 Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型来表示模糊规则的集合。SCFN 的训练分为 3 个步骤: 增加 MF 并生成规则; 模糊规则后件自适应; 固化规则库。

1) 增加 MF 和生成规则: 初始化 SCFN 中规则数量为 1 条, 其 MF 和规则的增加有两个标准: 一是误差准则, 本文使用均方根误差(RMSE)来评估系统误差, 对于 $n + 1$ 个样本, 系统 RMSE 计算式如下:

$$\delta_a = \sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n (\hat{y}(i) - y(i))^2} \quad (29)$$

其中, $\hat{y}(i)$ 表示 SCFN 的输出值, 该值通过规则后件加权平均计算得到, 权重由包含该输入的所有 MF 中的最小隶属度决定, $y(i)$ 表示预期输出, 即节点自由度误差值。如果 δ_a 大于设定好的误差阈值 δ_c , 说明网络训练不够充分, 达不到预期精度指标, 此时需要增加 MF 和规则。

二是完备性准则, 对于每一个输入应变, 都应至少存在一个 MF, 使其隶属度不小于 ε_0 。因此, 如果某一个输入应变的最大隶属度小于 ε_0 , 则需要对该应变增加 MF。

在增加 MF 时, 需要保证 MF 的连续分布, 以当前输入应变为三角形 MF 的中心点, 左右端点为相邻 MF 的中心点, 同时相邻 MF 的左端点或右端点也需要调整为新增 MF 的中心点。考虑到规则数不宜过多, 训练过程中每次只生成一条规则。

2) 增加 MF 和规则后, 需要对规则后件自适应调整, 在当前训练时间 j , 调整第 k 条规则后件 $a^k(j)$ 的方式如下:

$$a^k(j) = a^k(j-1) + \gamma \cdot \mu^k(j-1) \cdot (y(j-1) - \hat{y}(j)) \quad (30)$$

其中, γ 是常数, 用于调整自适应的速度, $\mu^k(j-1)$ 表示前一时间第 k 条规则的权重, $y(j-1)$ 表示前一时间系统的预期输出。

3) 固化规则库: 当系统精度达到指标后, SCFN 停止训练, 此时需要将获得的规则进行固化保存以方便应用, 第 p 条规则保存形式如下:

$$L_p = \{ (a_1^p, b_1^p, c_1^p, \dots, a_k^p, b_k^p, c_k^p), (u_1^p, u_2^p, \dots, u_k^p), A_p \} \quad (31)$$

其中, a_k^p, b_k^p, c_k^p 表示第 k 个应变的 MF 三要素, u_k^p 表示第 k 个应变的隶属度, A_p 表示规则后件。

在应用规则阶段, 输入应变数据后, 将会激活对应的

模糊规则, 由加权平均法即可计算系统输出, 即节点自由度误差, 进而通过形函数得到准确的结构位移场。本章介绍的标定方法的框架如图 2 所示。

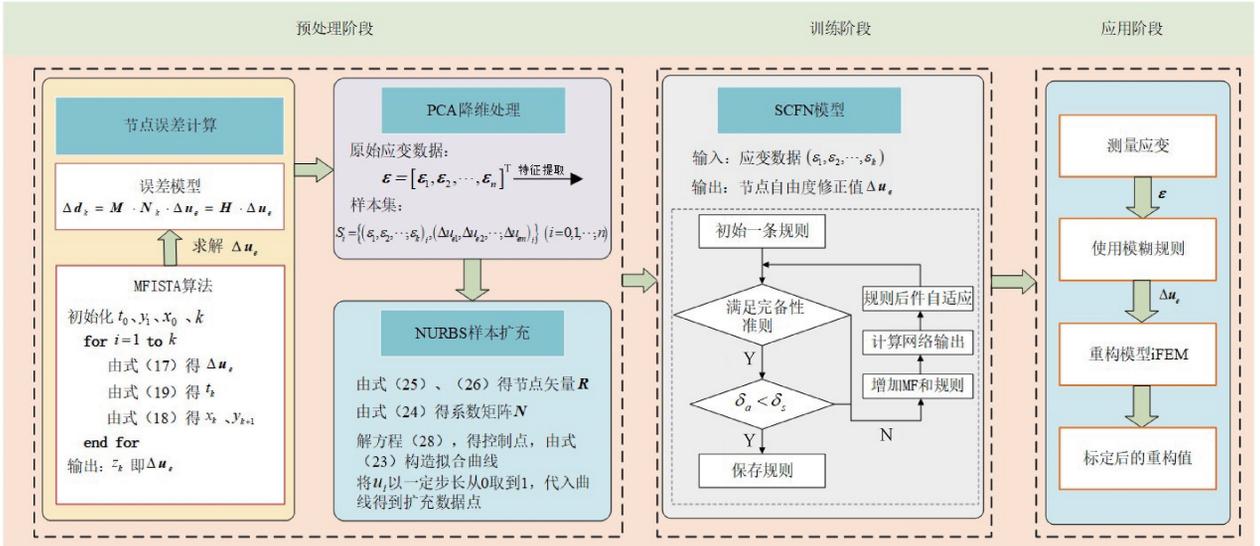


图 2 基于 PCA-SCFN 的标定框架

Fig. 2 Calibration framework based on PCA-SCFN

3 实验验证

本章以集成天线结构的机翼为实验对象来说明基于 PCA-SCFN 的标定方法的优越性。机翼材质为铝, 其外观尺寸数据列于表 1, 实体模型及其坐标系建立见图 3(a)。为满足悬臂约束, 翼根与固定地台相贴合。

表 1 机翼外观尺寸

Table 1 Appearance dimensions of the wing

| 属性 | 数值 | 属性 | 数值 |
|---------|-----|---------|-----|
| 长度/m | 2 | 翼梢弦长/mm | 140 |
| 展弦比 | 20 | 最大高度/mm | 30 |
| 尖削比 | 0.7 | 肋板厚度/mm | 10 |
| 翼根弦长/mm | 200 | | |

实验平台搭建过程说明如下: 为了获得结构的真实变形情况, 在机翼上 8 个 Mark 点处均粘贴了位置传感器, 位置传感器能够发射红外线并被光学定位跟踪系统 (NDI) 捕获, 以获得实时的三维坐标, NDI 仪器如图 3(b) 所示, 其测量精度为 0.1 mm。为了获得离散点的应变值, 在机翼上安装了 6 个布拉格光纤光栅 (FBG) 应变传感器。当应变传感器变形时, 使用光纤光栅解调仪 (图 3(c)) 即可解算出此处的应变数据。应变传感器和位置传感器的坐标信息列于表 2, (θ, β) 表示应变传感器在圆周角上的位置, 它们的布置模型如图 3(d)

所示。

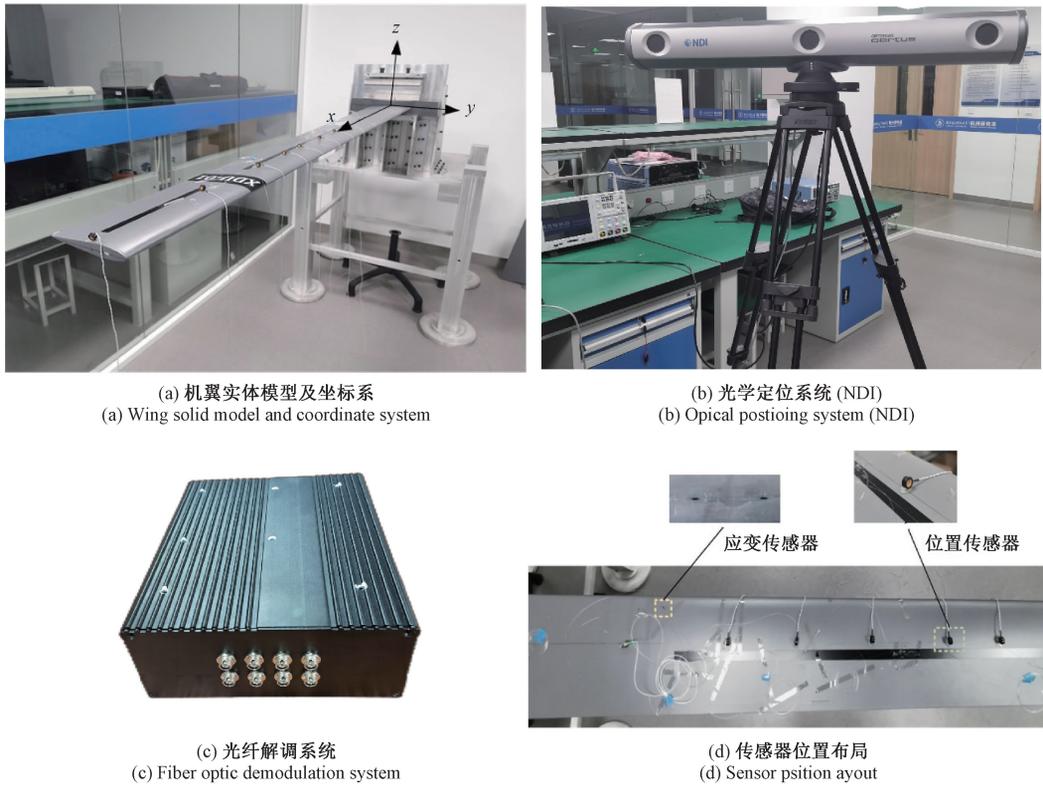
表 2 传感器坐标

Table 2 Sensor coordinates

| 应变传感 器编号 | 三维坐标/ mm | (θ, β) | 位置传感 器编号 | 三维坐标/mm |
|-------------|------------------|-------------------|-------------|-------------------------|
| | | | | |
| 1 | (1 199, -16, 11) | (20, 0) | 1 | (826.91, 0.94, 0.91) |
| 2 | (922, 83, 3) | (140, 0) | 2 | (949.87, 0.76, 0.85) |
| 3 | (1 060, -29, 11) | (-110, 0) | 3 | (1 087.98, 1.14, 1.05) |
| 4 | (1 322, 72, 5) | (110, 0) | 4 | (1 208.54, 1.49, 1.22) |
| 5 | (697, 25, 12) | (40, 0) | 5 | (1 321.77, 2.14, 2.45) |
| 6 | (667, -51, 11) | (160, 45) | 6 | (1 456.48, 3.62, 3.14) |
| 7 | | | 7 | (1 650.29, -1.23, 4.64) |
| 8 | | | 8 | (1 884.38, 3.35, 6.10) |

为收集不同工况下的数据, 在机翼的自由端上施加集中载荷, 载荷大小从 0 N 每次递增 5 N, 最大载荷为 100 N, 共 21 组工况。待结构在某个工况稳定后, 解调仪解算应变传感器位置处的应变数据, 同时 NDI 采集 Mark 点处的坐标信息。实验平台各部分之间的关系以及各自功能如图 4 所示。

获得实验数据后, 首先使用 MFISTA 算法将结构表面 Mark 点处的误差分配至中性轴节点上, 为保证算法性能, 将最大迭代次数 k 设置为 3 500, 正则化参数 λ 设置为 0.1, 常数 $\beta = \|A^T A\|_2$ 。其次, 根据 PCA 方法计算了每个模态的贡献率, 如图 5 所示, 编号为 6 的传感器测得的应变的模态贡献率超过了 99%, 因此将需要保留的主模态数量设置为 1, 即式 (21) 中 $k = 1$, 即可将应变维度



(a) 机翼实体模型及坐标系
(a) Wing solid model and coordinate system

(b) 光学定位系统 (NDI)
(b) Optical positioning system (NDI)

(c) 光纤解调系统
(c) Fiber optic demodulation system

(d) 传感器位置布局
(d) Sensor position layout

图 3 实验设备

Fig. 3 Experimental setup

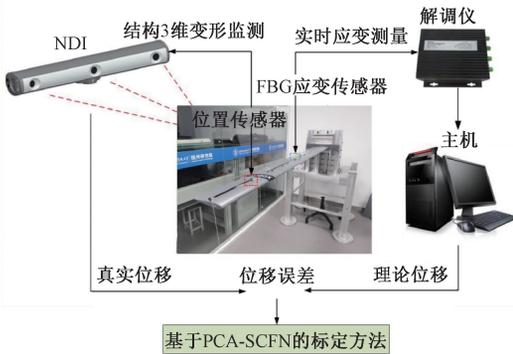


图 4 结构变形重构实验框架

Fig. 4 Experimental framework of structural deformation reconstruction

误差阈值 δ 。根据训练样本自适应确定,若样本预期输出的最小值大于 1,则将最小值除以 10^6 作为误差阈值,否则除以 10^3 作为误差阈值;根据实际调参效果,将隶属度阈值 ε_0 设为 0.5,后件适应因子设为 10^{-5} 。

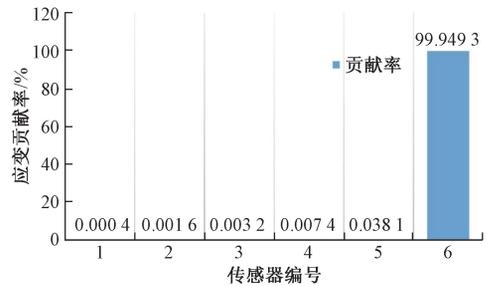


图 5 模态贡献率

Fig. 5 Contribution rate of modes

降至一维。然后,基于残差分析法^[18],将 21 组数据分为 15 组训练集和 6 组测试集,测试集为工况 4、6、10、12、14、16 的数据,其余工况作为训练集,并使用 NURBS 拟合方法将训练集扩充至 200 组数据。为获得较好的拟合效果,将控制点数目设置为 10 个,阶次设置为 3 阶,权重均设置为 1。最后使用扩充后的训练集进行 SCFN 训练。在基于 SCFN 的标定方法和基于 PCA-SCFN 的标定方法中,SCFN 方法是完全一致的,其关键参数设置说明如下:

基于实验数据,从 3 个方面来说明基于 PCA-SCFN 的标定方法的优越性:规则数量、训练速度以及标定精度。表 3 展示了两种对比标定方法完成训练所需的时间以及训练获得的规则数量的数据对比结果,由于 Z 方向是结构的主变形方向,因此仅对 Z 方向作相关计算和分析。

表 3 训练时间和规则数量在两种标定方法下的对比

Table 3 Comparison of training time and number of rules under two calibration methods

| 标定方法 | 训练时间/ s | 规则数量 | | | |
|----------|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | Δu_{e1} | Δu_{e2} | Δu_{e3} | Δu_{e4} |
| SCFN | 136.79 | 166 | 169 | 168 | 169 |
| PCA-SCFN | 9.72 | 121 | 120 | 120 | 121 |

从表 3 中可以看到,基于 PCA-SCFN 的标定方法大大减少了规则的训练时间,同时会生成更少的规则数量,在实际工程项目应用过程中,可以大大降低时间成本以及相关硬件设备的要求。

训练阶段结束后,在测试集上进行标定精度的验证。将经降维的测试应变值输入到训练好的 SCFN 中获得节点自由度误差,然后使用修正后的节点自由度和形函数得到位移。为了更好地评估使用基于 PCA-SCFN 的标定方法后的重构精度,本文进一步提供以下评估指标:

$$Error = |disp^{NDI} - disp^c| \quad (32)$$

$$MER = \max |disp^{NDI}(i) - disp^c(i)| \quad (33)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (disp^{NDI}(i) - disp^c(i))^2} \quad (34)$$

其中, $disp^{NDI}$ 表示由 NDI 测得的真实位移, $disp^c$ 表示标定后的理论位移,标定方法分为基于 SCFN 的标定方法和本文提出的基于 PCA-SCFN 的标定方法,经两种方法标定后获得的理论位移分别是 $disp^{ct}$ 和 $disp^{ci}$, N 是结构上的 Mark 点数, MR 表示最大变形位移, $Error$ 表示绝对误差, MER 表示最大绝对误差, $RMSE$ 表示均方根误差。8 个 Mark 点在不同工况下的重构误差见图 6, 6 组测试数据的重构误差 (RMSE) 见图 7, 带方框、三角和菱形的折线分别表示不进行误差标定, 经基于 SCFN 标定方法标定后和经基于 PCA-SCFN 标定方法标定后的重构误差。

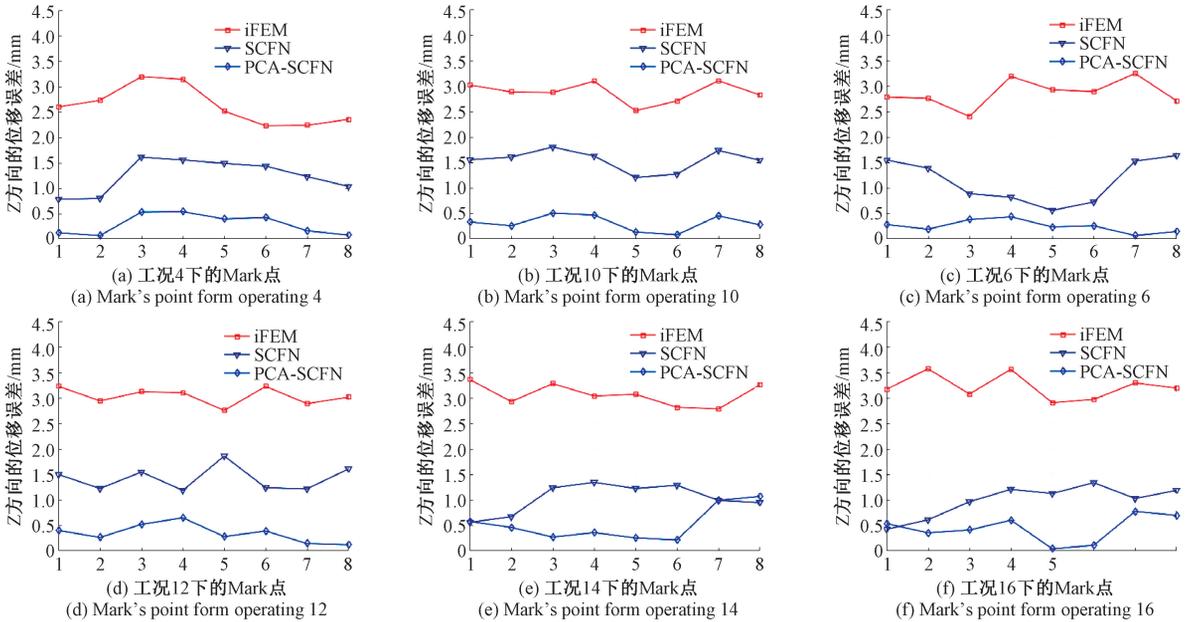


图 6 不同工况下 Mark 点处的重构误差

Fig. 6 Reconstruction error at Mark's point for different operating conditions

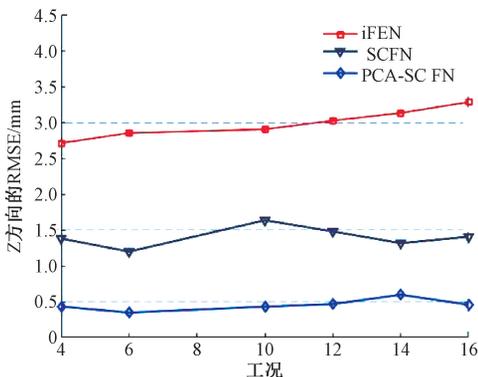


图 7 不同工况下 Mark 点处的 RMSE

Fig. 7 RMSE at Mark point for different operating conditions

以图 6 中工况 4 为例, Z 方向的位移误差在 3 种对比方法下界限明显。经基于 PCA-SCFN 的标定方法标定后, Z 方向的位移误差在所有 Mark 点处最大误差不超过 0.6 mm。结合所有测试工况, 与基于 SCFN 的标定方法相比, 经基于 PCA-SCFN 的标定方法标定后具有更高的重构精度。图 7 中, 使用本文提出的方法后, Z 方向的 RMSE 稳定在 0.5 mm 附近, 相比于其他两种方法重构精度优势明显。表 4 给出了 Mark 点处 Z 方向的重构误差, 在具有 80 N 负载的工况下, 结构最大变形 MR^{NDI} 为 -134.36 mm, 由 iFEM 计算得到的重构误差 MER^{iFEM} 和 $RMSE^{iFEM}$ 分别为 3.57 mm 和 3.28 mm, 经过基于 SCFN 的标定方法标定后, 重构误差 MER^{ct} 和 $RMSE^{ct}$ 分别降到

了 2.39 mm 和 1.40 mm, 而使用基于 PCA-SCFN 的标定方法标定后, MER^{ci} 和 $RMSE^{ci}$ 进一步降到了 0.77 mm 和

0.46 mm。因此, 实验结果清楚表明了所提出的标定方法是非常有效的。

表 4 6 组测试数据下 Z 方向重构精度指标的比较

Table 4 Comparison of Z-direction reconfiguration accuracy metrics with 6 sets of test data

| 负载/N | MR^{NDI}/mm | MR^{ci}/mm | MR^{ci}/mm | MR^{iFEM}/mm | MER^{ci}/mm | MER^{ci}/mm | MER^{iFEM}/mm | $RMSE^{ci}/mm$ | $RMSE^{ci}/mm$ | $RMSE^{iFEM}/mm$ |
|------|---------------|--------------|--------------|----------------|---------------|---------------|-----------------|----------------|----------------|------------------|
| 20 | -68.36 | -66.77 | -67.75 | -65.59 | 1.83 | 0.72 | 3.19 | 1.38 | 0.43 | 2.71 |
| 30 | -79.39 | -78.74 | -78.78 | -76.58 | 1.64 | 0.59 | 3.25 | 1.20 | 0.35 | 2.85 |
| 50 | -102.38 | -100.49 | -101.85 | -99.32 | 1.94 | 0.77 | 3.18 | 1.63 | 0.43 | 2.90 |
| 60 | -113.00 | -111.27 | -112.33 | -110.09 | 1.86 | 0.73 | 3.23 | 1.48 | 0.47 | 3.02 |
| 70 | -123.56 | -121.62 | -124.18 | -120.31 | 2.09 | 1.06 | 3.44 | 1.31 | 0.60 | 3.13 |
| 80 | -134.36 | -131.96 | -134.52 | -130.86 | 2.39 | 0.77 | 3.57 | 1.40 | 0.46 | 3.28 |

4 结 论

本文提出了基于 PCA-SCFN 的标定方法, 并从误差分配、PCA 降维、NURBS 扩充、SCFN 训练四个方面对该方法进行了介绍。通过机翼变形实验可知:

1) 引入 PCA 降维方法后, 在尽可能不丢失原始应变数据信息的前提下减小了应变维度, 大大降低了 SCFN 训练的复杂度, 从网络训练时间和规则数量两个指标表明引入效果较好。

2) 经基于 PCA-SCFN 的标定方法标定误差后, 重构精度得到了极大的提高, 验证了该标定方法在三维结构变形重构中的可行性, 为高精度的结构健康监测提供了一种切实有效的实现方法。

但是, 该标定方法精度受限于第三方位移测量设备的精度, 未来需改进标定理论框架, 考虑先通过误差标定方法获得准确的应变场, 再基于 iFEM 重构位移场。

参考文献

- [1] YOU R Z, LIANG R. An enhanced inverse beam element for shape estimation of beam-like structures[J]. Measurement, 2021, 181: 109575.
- [2] GUO J M, QIU X H, ZHANG J, et al. Frequency reconfigurable antenna actuated by inflated triangular structure: Design and analysis[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2023, 36(5): 280-285.
- [3] 陶孟卫, 姚宇威, 元海文, 等. 无人机自主降落视觉标识设计及位姿测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(5): 155-164.
TAO M W, YAO Y W, YUAN H W, et al. Visual target design and pose measurement method for UAV autonomous landing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(5): 155-164.
- [4] 刘瑾, 张鹏程, 程绍伟, 等. 基于双 PSD 视觉的空间光点位置测量研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(1): 81-88.

LIU J, ZHANG P CH, CHENG SH W, et al. Research on spatial spot position measurement based on dual PSD vision[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(1): 81-88.

- [5] 张俊康, 李红, 孙广开, 等. 用于变形机翼监测的光纤光栅传感及重构方法[J]. 工具技术, 2018, 52(8): 131-135.
ZHANG J K, LI H, SUN G K, et al. Fiber Bragg Grating Sensing and Reconstruction Method for Morphing Wing Monitoring[J]. Tool Engineering. 2018, 52(8): 131-135.
- [6] ZHAO F F, BAO H. An improved inverse finite element method for shape sensing using isogeometric analysis[J]. Measurement, 2021, 167, 108282.
- [7] DING G P, YUE S Y, ZHANG S C. Strain deformation reconstruction of CFRP laminates based on Ko displacement theory[J]. Nondestructive Testing and Evaluation, 2020, 5: 1-13.
- [8] WANG X J, CHEN Y S, WANG Z L, et al. Displacement field reconstruction of structures under thermal and mechanical loading environment[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 117, 106914.
- [9] FRANZISKA E, JOACHIM B. Application of the modal approach for prediction of forced response amplitudes for fan blades[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2019, 141(3): 1-10.
- [10] 戴苏亚, 丁可. 基于模态法的形变重构技术应用研究[J]. 电子机械工程, 2022, 38(4): 36-39.
DAI S Y, DING K. Research on deformation reconstruction technology based on modal method[J]. Electro-Mechanical Engineering, 2022, 38(4): 36-39.
- [11] NIU S T, GUO Y H, BAO H. A triangular inverse element coupling mixed interpolation of tensorial components technique for shape sensing of plate structure[J]. Measurement, 2022, 202: 1-13.
- [12] SHANG C, WANG K, BAO H, et al. A unified full-field deformation measurement approach for plates with

- different thickness [C]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024.
- [13] 陈康宇, 保宏, 贺大航, 等. 基于多翼型特征的非奇异变形感知方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(1): 101-111.
- CHEN K Y, BAO H, HE D H, et al. Research on the non-singular shape sensing method based on multi-airfoil features [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(1): 101-111.
- [14] ZHAO Y, DU J L, BAO H, et al. Optimal sensor placement for inverse finite element reconstruction of three-dimensional frame deformation [J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2018, 1-10.
- [15] LI X H, NIU S T, BAO H, et al. Improved adaptive multi-objective particle swarm optimization of sensor layout for shape sensing with inverse finite element method [J]. Sensors, 2022, 22(14): 5023-5203.
- [16] FU Z, ZHAO Y, BAO H, et al. Dynamic deformation reconstruction of variable section WING with fiber bragg grating sensors [J]. Sensors, 2019, 19:3350.
- [17] LI Z H, CHEN K Y, WANG Z, et al. An effective calibration method based on fuzzy network for enhancing the accuracy of inverse finite element [J]. Measurement, 2022, 202:111708.
- [18] LU J W, HE D H, ZHAO Z Y, et al. Coarse and fine two-stage calibration method for enhancing the accuracy of inverse finite element method [J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2023, 23(13): 5793.
- [19] CHEN K Y, CAO K T, GAO G M, et al. Shape sensing of Timoshenko beam subjected to complex multi-nodal loads using isogeometric analysis [J]. Measurement, 2021, 184:109958-109970.
- [20] HAKAN E, KYLE D, FRANCIS H R F, et al. Inverse methods in thermal radiation analysis and experiment [J]. J. Heat Mass Transfer, 2023, 145(5), DOI:10.1115/1.4056371.
- [21] FANG E, WANG J J, HU D F, et al. Adaptive

monotone fast iterative shrinkage thresholding algorithm for fluorescence molecular tomography [J]. IET Science, Measurement & Technology, 2015, 9(5): 587-595.

作者简介



吴琨, 2009 年于北京科技大学获得学士学位, 2014 年于中国科学院大学获得博士学位, 现就职于中国电子科学研究院, 主要研究方向为综合探测系统设计。

E-mail: kun-w@163.com

Wu Kun received his B. Sc. degree from University of Science and Technology Beijing in 2009 and received his Ph. D. degree from University of Chinese Academy of Sciences in 2014. He is now working in China Academic of Electronics and Information Technology. His main research interest includes integrated detection system design.



赵振义 (通信作者), 2022 年于陕西科技大学获得学士学位, 现为西安电子科技大学杭州研究院硕士研究生, 主要研究方向为误差标定算法。

E-mail: 22041212766@stu.xidian.edu.cn

Zhao Zhenyi (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shaanxi University of Science and Technology in 2022. He is now a M. Sc. candidate in Hangzhou Research Institute of Xi'an University of Electronic Science and Technology. His main research interest includes error calibration algorithm.



范恒祯, 2021 年于北华航天工业学院获得学士学位, 现为西安电子科技大学杭州研究院硕士研究生, 主要研究方向为结构变形测量与健康检测。

E-mail: 22041212765@stu.xidian.edu.cn

Fan Hengzhen received his B. Sc. degree from North China Institute of Aerospace Engineering in 2021. He is now a M. Sc. candidate in Hangzhou Research Institute of Xi'an University of Electronic Science and Technology. His main research interests include structural deformation measurement and health detection.