DOI: 10. 13382/j. jemi. B2306541

测量噪声方差未知的多传感器组合导航 集中融合算法*

荆 蕾1 孙炜玮2 潘新龙2 乔玉新1 韩真真3

(1.烟台南山学院智能科学与工程学院 烟台 265713;2.海军航空大学 烟台 264001;3.山东东海热电有限公司 烟台 265713)

摘 要:目前,多传感器组合导航系统的信息融合方法是建立在测量噪声方差已知的基础上,然而测量噪声方差会随着内部及 外部的干扰而发生变化。为此,本文首先将基于变分贝叶斯逼近的自适应卡尔曼滤波(variational Bayesian approximation based adaptive Kalman filter,VB-AKF)从单一组合导航系统扩展到多传感器组合导航系统;然后,提出了多传感器组合导航系统的两 种集中融合算法,即基于 VB-AKF 的增广式集中融合算法及基于 VB-AKF 的序贯式集中融合算法,以解决测量噪声方差未知情 况下的多传感器组合导航的信息融合问题;最后,通过 SINS/GNSS/CNS/ADS 多传感器组合导航系统对上述算法进行了仿真验 证。实验结果表明,本文所提两种算法滤波精度相同、且接近于测量噪声方差已知情况下的理想集中融合算法(ICKF)。在整 个仿真时段内,相对于传统集中式卡尔曼滤波器(TCKF)及具有容错功能的联邦卡尔曼滤波算法(FT-FKF),本文算法可提高位 置精度分别为 32%和 90%、提高速度精度分别为 38%和 71%。

Centralized fusion algorithm of multi-sensor integrated navigation for unknown measurement noise variance

Jing Lei¹ Sun Weiwei² Pan Xinlong² Qiao Yuxin¹ Han Zhenzhen³

(1. College of Intelligent Science and Engineering, Yantai Nanshan University, Yantai 265713, China;2. Naval Aeronautical University, Yantai 264001, China;3. Shandong Donghai Thermal Power Co., LTD., Yantai 265713, China)

Abstract: At present, the information fusion method of multi-sensor integrated navigation system is based on the known variance of measurement noise, but the variance of measurement noise will change with internal and external interference. Therefore, this paper firstly extends the variational Bayesian approximation based adaptive Kalman filter (VB-AKF) from a single integrated navigation system to a multi-sensor integrated navigation system. Then, two kinds of centralized fusion algorithms of multi-sensor integrated navigation system are proposed, namely, the VB-AKF based augmented centralized fusion algorithm and the VB-AKF based sequential centralized fusion algorithm, to solve the problem of information fusion of multi-sensor integrated navigation with unknown measurement noise variance. Finally, the SINS/GNSS/ CNS/ADS multi-sensor integrated navigation system is used to validate the above algorithm. The experimental results show that the two algorithms proposed in this paper have the same filtering accuracy and are close to the ideal centralized Kalman fusion algorithm (ICKF) when the variance of measurement noise is known. In the whole simulation period, compared with traditional centralized Karl filter (TCKF) and federal Kalman filter (FT-FKF) with fault tolerance function, the proposed algorithm can improve position accuracy by 32% and 90%, and speed accuracy by 38% and 71%, respectively.

Keywords:variational Bayesian; adaptive Kalman filter; unknown measurement noise variance; multi-sensor integrated navigation; centralized fusion algorithm

收稿日期: 2023-05-18 Received Date: 2023-05-18

^{*}基金项目:国家自然科学基金(62076249)、山东省自然科学基金(ZR2020MF154)项目资助

0 引 言

多传感器组合导航系统已广泛应用于航空、航天等 多个领域。一般来说,多传感器组合导航系统的融合方 法包括集中式、分布式和混合式,其中集中式的融合精度 最高。目前,对上述方法的研究大都基于测量噪声统计 特性已知的情况^[1]。

在滤波过程中,可以通过测量值来估计系统状态。 正常情况下,可以认为测量误差服从于均值为0、方差已 知的高斯分布。然而,由于内部和外部的干扰,如仪器误 差或环境干扰,测量值往往不准确,即测量误差随干扰而 变化,为此测量噪声方差往往是未知的。如果在滤波过 程中不对测量噪声方差进行估计,则滤波精度下降甚至 滤波发散。为此,在测量噪声统计量是未知的或不完全 知道的情况下,需要在滤波过程中进行估计。文献[2-3] 利用遗忘因子,并与动态矩阵合并至滤波过程中以补偿 噪声知识的不足,然而该过程对测量噪声的补偿效果较 差,导致滤波效果较差。针对测量噪声未知,在文献[4-5]的交互多模型算法中,利用多个滤波模型以获得满意 的滤波效果,但该算法的时间复杂度非常高。在测量噪 声知识不足的情况下,文献[6-7]利用粒子滤波以获得较 好的滤波性能,但粒子滤波存在两个缺点,一是粒子滤波 只适用于测量噪声稳定或缓慢变化的情况,二是时间复 杂度非常高。文献[8-9]利用基于 Sage-Husa 的自适应滤 波算法以解决测量噪声知识不足的情况,但该方法直接 应用于组合导航系统时存在滤波发散的问题。文 献[10]针对单传感器的目标跟踪问题提出了变分贝叶 斯(variational Bayesian, VB) 逼近的自适应卡尔曼滤波器 (adaptive Kalman filter, AKF), 以解决测量噪声未知情况 下的滤波估计问题。

当测量噪声方差发生变化时,上述研究均不能准确 地、在线跟踪该变化,进而导致单一组合导航系统的滤波 精度较差,应用于多传感器组合导航系统时也将导致滤 波精度下降。如何在多传感器组合导航系统中实时、高 精度地估计测量噪声方差的变化,进而提高其滤波精度 是多传感器组合导航系统应用于复杂环境的难点与挑 战。为此,本文将 VB-AKF 与集中式融合框架进行有机 融合,提出了基于 VB-AKF 的增广式集中融合算法,为了 降低计算复杂度又提出了基于 VB-AKF 的序贯式集中融 合算法,并将其应用于多传感器组合导航系统滤波 问题。该方法不仅能够准确地、在线实时跟踪测量噪声 方差的变化,还提高了复杂环境下多传感器组合导航系 统的滤波精度。

1 基于 VB 的组合导航自适应滤波

1.1 问题描述

在仅考虑一个子导航系统的情况下,取组合导航系 统的高斯线性系统如下:

$$\boldsymbol{X}_{k+1} = \boldsymbol{\Phi}_{k+1,k} \boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{\Gamma}_{k} \boldsymbol{W}_{k} \tag{1}$$

 $\boldsymbol{Z}_{k} = \boldsymbol{H}_{k}\boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{V}_{k} \tag{2}$

其中, X_k 为状态向量, $\boldsymbol{\Phi}_{k+1,k}$ 为状态转移矩阵, $\boldsymbol{\Gamma}_k$ 为 系统噪声矩阵, $W_k \sim N(0, \boldsymbol{Q}_k)$ 为高斯分布的系统噪声 向量; Z_k 为测量向量, $V_k \sim N(0, \boldsymbol{R}_k)$ 是高斯分布的测量 噪声序列, H_k 是测量矩阵, k 为离散时刻; 系统噪声、测 量噪声和初始状态是相互独立的。

在贝叶斯框架下,利用具有递归特性的变分贝叶斯 算法逼近后验分布 $p(X_{1,k}, R_k | Z_{1,k})$ 。假设状态向量的 动态模型与测量噪声方差的动态模型是相互独立的,则 有如下的后验分布:

 $p(\mathbf{X}_{k}, \mathbf{R}_{k} | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{R}_{k-1}) = p(\mathbf{X}_{k} | \mathbf{X}_{k-1}) p(\mathbf{R}_{k} | \mathbf{R}_{k-1})$ (3)

利用 Chapman-Kolmogorov 方程,变分贝叶斯估计的 预测阶段可以表示为:

$$p(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1}) =$$

$$\int p(\boldsymbol{X}_{k} | \boldsymbol{X}_{k-1}) p(\boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{R}_{k-1}) p(\boldsymbol{X}_{k-1}, \boldsymbol{R}_{k-1} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1}) \cdot d\boldsymbol{X}_{k-1} \cdot d\boldsymbol{R}_{k-1}$$
(4)

变分贝叶斯估计的观测更新阶段可以表示为:

$$p(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k}) = \frac{p(\boldsymbol{Z}_{k} | \boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k}) p(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1})}{p(\boldsymbol{Z}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1})}$$
(5)

其中,归一化常数表示如下:

$$p(\boldsymbol{Z}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1}) = \int p(\boldsymbol{Z}_{k} | \boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k}) \cdot p(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1}) \cdot d\boldsymbol{R}_{k}$$
(6)

 $\mathrm{d} \boldsymbol{X}_k \cdot \mathrm{d} \boldsymbol{R}_k$

式中: 似然函数 $p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k)$ 来自于测量模型及已知的 测量噪声方差。而后验概率 $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{Z}_{1:k})$ 通常情况下 是非解释的, 当 \mathbf{R}_k 已知时, 就可以得到无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF)、粒子滤波器 (particle filter, PF)及其他非线性滤波器。

1.2 基于 VB 的自适应滤波模型

变分贝叶斯估计是近似贝叶斯推理的一种替代方法,可以递推计算测量噪声方差未知的后验分布。假设状态向量与测量噪声是相互独立的,可以得到如下的近似公式:

$$p(\boldsymbol{X}_{k},\boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k}) \doteq Q_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{X}_{k}) \cdot Q_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{R}_{k})$$
(7)
其中:

$$\begin{cases} Q_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{X}_{k}) \propto \exp\left(\int \log p(\boldsymbol{Z}_{k}, \boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1}) Q_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{R}_{k}) d\boldsymbol{R}_{k}\right) \\ Q_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{R}_{k}) \propto \exp\left(\int \log p(\boldsymbol{Z}_{k}, \boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{R}_{k} | \boldsymbol{Z}_{1:k-1}) Q_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{X}_{k}) d\boldsymbol{X}_{k}\right) \end{cases}$$

$$\tag{8}$$

式中: $Q_{x}(X_{k})$ 和 $Q_{R}(R_{k})$ 是相互耦合的,不能直接求解。 可以证明 $Q_{x}(X_{k})$ 服从于高斯分布,而 $Q_{R}(R_{k})$ 服从于逆 伽马分布,则:

$$Q_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_{k}) = \mathrm{N}(\mathbf{X}_{k} \mid \mathbf{X}_{k+k}, \mathbf{P}_{k+k})$$
(9)

$$Q_{R}(\boldsymbol{R}_{k}) = \prod_{i=1}^{d} \operatorname{IG}(\boldsymbol{\sigma}_{k,i}^{2} | \boldsymbol{\alpha}_{k,i}, \boldsymbol{\beta}_{k,i})$$
(10)

式中: d 代表对角矩阵 \mathbf{R}_k 的维数; $\hat{\mathbf{X}}_{k|k}$ 是 \mathbf{X}_k 的滤波估计 值, $\mathbf{P}_{k|k}$ 是 \mathbf{X}_k 的滤波估计误差的协方差矩阵; $\sigma_{k,i}^2 \neq \mathbf{R}_k$ 的对角线元素, 而 $\alpha_{k,i}$ 和 $\beta_{k,i}$ 是逆伽马分布的两个参数。

基于卡尔曼滤波框架下的 VB 近似,式(9)及(10)中的相关参数计算如下^[11]:

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k} = \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1} + \boldsymbol{K}_{k}(\boldsymbol{Z}_{k} - \boldsymbol{H}_{k}\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1})$$
(11)

$$\boldsymbol{K}_{k} = \boldsymbol{P}_{k|k-1}(\boldsymbol{H}_{k})^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k|k-1}(\boldsymbol{H}_{k})^{\mathrm{T}} + \hat{\boldsymbol{R}}_{k}]^{-1} \qquad (12)$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k} = \boldsymbol{P}_{k|k-1} - \boldsymbol{K}_{k} \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k|k-1}$$
(13)

$$\alpha_{k,i} = \frac{1}{2} + \alpha_{k-1,i}$$
(14)

$$\beta_{k,i} = \beta_{k-1,i} + \frac{1}{2} \left[\left(\mathbf{Z}_{k} - \mathbf{H}_{k} \hat{\mathbf{X}}_{k \mid k-1} \right)_{i}^{2} + \left(\mathbf{H}_{k} \mathbf{P}_{k \mid k} \mathbf{H}_{k}^{\mathrm{T}} \right)_{ii} \right]$$
(15)

式中: $\hat{X}_{k|k-1}$ 代表状态向量 X_k 的一步预测值; $P_{k|k-1}$ 代表 状态向量 X_k 的一步预测协方差矩阵; ()_i: 代表对角矩阵 的第 i 个对角线元素, ()²: 代表对列向量的第 i 个元素进 行平方运算。

式(12)中, R_k 是对未知测量噪声方差的估计值。在 VB 逼近中,为了描述测量噪声方差的波动性,在逆伽马 分布的两个参数 $\alpha_{k,i}$ 和 $\beta_{k,i}$ 中引入 $\rho_i \in (0,1]$ 的比例因 子,则 \hat{R}_k 表达如下:

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{k} = diag\left(\frac{\beta_{k,1}}{\alpha_{k,1}}, \frac{\beta_{k,2}}{\alpha_{k,2}}, \cdots, \frac{\beta_{k,d}}{\alpha_{k,d}}\right)$$
(16)

$$\begin{cases} \alpha_{k \mid k-1,i} = \rho_i \alpha_{k-1,i} \\ \beta_{k \mid k-1,i} = \rho_i \beta_{k-1,i} \end{cases}$$
(17)

 ρ_i 的取值原则: $\rho_i \rightarrow 1$ 代表平稳噪声; $\rho_i < 1$ 代表非 平稳噪声,且 ρ_i 越小则噪声的波动性越强。在式(17) 中,不考虑与时刻 k 有关的下标时,将 3 个参数表达为列 向量的形式:

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_d \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_d \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_d \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{\circ}$$

2 基于 VB-AKF 的集中融合算法

在多传感器组合导航系统中,如果有一个或多个子 导航系统存在未知测量噪声方差的情况,利用传统的集 中式融合方法将导致滤波精度下降甚至滤波发散。为了 解决该问题,下面提出了基于 VB-AKF 的两种集中式融 合方法。

在状态方程(1)不变的情况下,多传感器组合导航 系统中子导航传感器对应的测量方程为:

$$\mathbf{Z}_{k}^{j} = \mathbf{H}_{k}^{j} \mathbf{X}_{k} + \mathbf{V}_{k}^{j} \tag{18}$$

式中: $j = 1, 2, \dots, N, N$ 代表子导航传感器的总数,测量噪 声服从零均值的高斯分布 $V_{k} \sim N(0, R_{k})$,且 R_{k} 未知,假 设 $Z_{k} \downarrow H_{k}$ 和 V_{k} 为 $d_{i} \times 1$ 的列向量。

在多传感器组合导航情况下,式(10)可改写为:

$$Q_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{R}_{k}^{j}) = \prod_{i=1}^{d_{j}} \mathrm{IG}((\sigma_{k,i}^{i})^{2} | \alpha_{k,i}^{j}, \boldsymbol{\beta}_{k,i}^{j})$$
(19)

2.1 基于 VB 的增广式集中融合算法

基于式(18),集中式卡尔曼测量方程为:

$$Z_{k} = H_{k}X_{k} + V_{k}$$
 (20)
其中:
 $Z_{k} = [(Z_{k}^{1})^{T}, (Z_{k}^{2})^{T}, \dots, (Z_{k}^{N})^{T}]^{T}$
 $H_{k} = [(H_{k}^{1})^{T}, (H_{k}^{2})^{T}, \dots, (H_{k}^{N})^{T}]^{T}$
 $V_{k} = [(V_{k}^{1})^{T}, (V_{k}^{2})^{T}, \dots, (V_{k}^{N})^{T}]^{T}$
同时,将与式(19)对应的逆伽马分布的参数向量与

同时,将与式(19)对应的逆伽马分布的参数向量与 比例因子向量进行增广,得:

$$\boldsymbol{\alpha}_{k-1} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\alpha}_{k-1}^{1})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{\alpha}_{k-1}^{2})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\boldsymbol{\alpha}_{k-1}^{N})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(21)

$$\boldsymbol{\beta}_{k-1} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\beta}_{k-1}^{1})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{\beta}_{k-1}^{2})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\boldsymbol{\beta}_{k-1}^{N})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(22)

 $\boldsymbol{\rho}_{k-1} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\rho}_{k-1}^{1})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{\rho}_{k-1}^{2})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\boldsymbol{\rho}_{k-1}^{N})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ (23) 基于 VB 的增广式集中融合算法的步骤如下:

步骤 1)一步预测

$$X_{k|k-1} = \Phi_{k|k-1} \hat{X}_{k-1|k-1}$$
(24)

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1} \boldsymbol{P}_{k-1|k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Gamma}_{k} \boldsymbol{Q}_{k} \boldsymbol{\Gamma}_{k}^{\mathrm{T}}$$
(25)
$$(\boldsymbol{\varphi}_{k+1})_{k} = \boldsymbol{\varrho} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{k-1}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{k+k-1}^{(2)} = \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\beta}_{k-1}$$

$$(26)$$

式中:"·"代表"点乘"运算。

步骤 2)测量更新阶段

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}_{k} = \frac{1}{2} + \boldsymbol{\alpha}_{k \mid k-1} \\ \boldsymbol{\beta}_{k}^{-} = \boldsymbol{\beta}_{k \mid k-1} \end{cases}$$
(27)

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{k} = diag(\boldsymbol{\beta}_{k} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{k})$$
(28)

式中:"(·/)"代表"点除以"运算。

然后,应用式(11)~(13)所示的测量更新方程,进 而得到状态估计值 $\hat{X}_{k|k}$ 。 步骤 3) **B** 因子向量的更新阶段

$$\boldsymbol{\beta}_{k} = \boldsymbol{\beta}_{k}^{-} + \frac{1}{2} \left[\left(\boldsymbol{Z}_{k} - \boldsymbol{H}_{k} \hat{\boldsymbol{X}}_{k \mid k-1} \right) \cdot \left(\boldsymbol{Z}_{k} - \boldsymbol{H}_{k} \hat{\boldsymbol{X}}_{k \mid k-1} \right) + \operatorname{diag} \left(\boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k \mid k} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} \right) \right]$$
(29)

式中:diag()表示将一个方阵取其对角线元素并组成一 个列向量。

2.2 基于 VB 的序贯式集中融合算法

随着子导航传感器数量的增加,增广式集中融合算 法的计算复杂度将会增加,并将会引起容错及通信等问 题,而序贯滤波可以有效解决该问题。序贯滤波的核心 思想是,将预测阶段和更新阶段应用于第1个子导航传 感器,并将第1个子导航传感器的结果应用于第2个子 导航传感器的更新阶段,以此类推,最后一个子导航传感 器的更新结果即最终的滤波结果。

基于 VB 的序贯式集中融合算法的步骤如下:

步骤 1) 利用式(24)、(25) 进行一步预测;并令

 $\hat{\boldsymbol{X}}_{k+k}^{0} = \boldsymbol{X}_{k+k-1} \boldsymbol{P}_{k+k}^{0} = \boldsymbol{P}_{k+k-1} \boldsymbol{\circ}$

步骤 2) 对于 j = 1,2,…,N

(1) 计算第 i 个子导航传感器测量噪声方差的逆伽 马分布参数:

 $(\boldsymbol{\alpha}_{k+k-1}^{j} = \boldsymbol{\rho}^{j} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{k-1}^{j})$

 $|\boldsymbol{\beta}_{k+k-1}^{j} = \boldsymbol{\rho}^{j} \cdot \boldsymbol{\beta}_{k-1}^{j}|$

(2)计算第i个子导航传感器测量噪声方差,计算状 态向量及其协方差:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}_{k}^{j} = \frac{1}{2} + \boldsymbol{\alpha}_{k+k-1}^{j} \\ \boldsymbol{\alpha}_{k-1}^{j} = \boldsymbol{\alpha}_{k-1}^{j} \end{cases}$$
(30)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{k}^{\prime} &= \boldsymbol{\beta}_{k+k-1}^{\prime} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{k}^{\prime} &= \boldsymbol{\beta}_{k+k-1}^{\prime} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}_{k}^{j} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\beta}_{k}^{j} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{k}^{j}) \tag{31}$$

$$\boldsymbol{X}_{k|k}^{j} = \boldsymbol{X}_{k|k}^{j-1} + \boldsymbol{K}_{k}^{j} (\boldsymbol{Z}_{k}^{j} - \boldsymbol{H}_{k}^{j} \boldsymbol{X}_{k|k}^{j-1})$$
(32)

$$\boldsymbol{K}_{k}^{j} = \boldsymbol{P}_{k|k}^{j-1} (\boldsymbol{H}_{k}^{j})^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{H}_{k}^{j} \boldsymbol{P}_{k|k}^{j-1} (\boldsymbol{H}_{k}^{j})^{\mathrm{T}} + \hat{\boldsymbol{R}}_{j_{k}}^{j}]^{-1}$$
(33)

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{j} = \boldsymbol{P}_{k|k}^{j-1} - \boldsymbol{K}_{k}^{j} \boldsymbol{H}_{k}^{j} \boldsymbol{P}_{k|k}^{j-1}$$
(34)

 $\boldsymbol{\beta}_{k}^{j} = \boldsymbol{\beta}_{k}^{j-1} + \frac{1}{2} [(\boldsymbol{Z}_{k}^{j} - \boldsymbol{H}_{k}^{j} \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k}^{j-1}) \cdot (\boldsymbol{Z}_{k}^{j} - \boldsymbol{H}_{k}^{j} \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k}^{j-1}) +$ (35)

diag $(\boldsymbol{H}_{k}^{j}\boldsymbol{P}_{k+k}^{j}\boldsymbol{H}_{k}^{j^{\mathrm{T}}})$] 步骤3)令最终的状态向量估计值及其协方差矩阵 $\hat{X}_{k+k} = \hat{X}_{k+k}^{N} \cdot P_{k+k} = P_{k+k}^{N}$

3 仿真分析

为了验证所提算法的有效性,以惯性/卫星/天文/高 度表(SINS/GNSS/CNS/ADS)多传感器组合导航系统为 例进行实例验证。选取组合导航系统状态方程(1)中的 系统状态向量为[12-15]:

 $\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{E}}, \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{N}}, \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{U}}, \delta \boldsymbol{v}_{\mathrm{E}}, \delta \boldsymbol{v}_{\mathrm{N}}, \delta \boldsymbol{v}_{\mathrm{U}}, \delta \boldsymbol{L}, \delta \boldsymbol{\lambda}, \delta \boldsymbol{h},$

 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{hr}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{hr}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{hz}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{rr}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{rr}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{rr}}, \nabla_{\mathrm{rr}}, \nabla_{\mathrm{rr}}, \nabla_{\mathrm{rr}}]^{\mathrm{T}}$ (36)

式(36)中各变量的具体含义及各子导航传感器对 应测量方程的具体表达方式可参照文献[12]。

基于上述方法进行仿真实验验证,设定包含各种机 动的飞行器轨迹作为导航参数基准,然后进行组合导航 系统滤波解算^[16-17]。初始化状态变量及导航传感器误差 参数设置如下:初始位置为(118.5°E, 29.5°N, 200 m), 初始航向角、俯仰角和横滚角为90°、0°和0°,初始速度 为0 m/s; 陀螺随机常值漂移及随机游走误差分别为 2°/h和0.2°/√h:加速度计零偏误差和随机游走误差分 别为100 μg 和10 μg/√Hz;SINS 的数据更新率为50 Hz; GNSS 接收机的位置误差及速度误差分别为 8 m 和 0.2 m/s,其数据更新率为1 Hz;CNS 测姿误差为 30",数 据更新率为1Hz:高度表测量误差为30m,数据更新率 为1Hz。整个仿真时长为3600s。

考虑到 CNS 及高度表的抗干扰性能优于 GNSS, 所 以下面的实验中仅考虑 GNSS 测量噪声方差变化的情 况,该变化包含两个突变及一个缓变,如图1所示的黑实 线所示,这里以均方差的方式给予表达。与 GNSS 对应 的测量方程中,设置比例因子向量及逆伽马分布的两个 参数向量如下:

 $\boldsymbol{\rho}^{1} = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.99 & 0.99 & 0.99 & 0.99 \\ \end{bmatrix};$

 $\boldsymbol{\alpha}^{1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$

 $\boldsymbol{\beta}^{1} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}_{0}$

在图1中,虚线代表利用基于 VB 的序贯集中融合 算法估计的 GNSS 测量噪声均方差的变化,同时,实验也 表明基于 VB 的增广集中融合算法估计到的结果与基于 VB的序贯集中融合算法完全相同,即二者的估计性能完 全一致。图1所示的结果表明,本文所提算法对测量噪 声的估计是有效的,且两者之间的差异性较小。在真实 测量噪声方差发生跳变的时间附近,估计误差会较大,估 计值会延迟一段时间,主要原因是本文算法通过一个比 例向量来估计非平稳噪声,但该比例因子向量也在当前 时刻保留了测量噪声方差的历史信息。

为了验证本文算法相对于传统算法的优越性,首先, 利用 VB-ACKF 及传统集中式卡尔曼滤波器^[18-19] (traditional centralized kalman filter, TCKF)进行了基于图 1的原始导航数据的组合导航系统仿真实验,其位置误 差及速度误差对比曲线如图2所示。

由图 2 可见,在 GNSS 测量噪声方差变化时段内,基 于 TCKF 算法的导航参数误差明显变大;而在 GNSS 测量 噪声方差未发生变化时段内,基于 TCKF 算法和 VB-ACKF 算法的导航参数误差基本相同。

然后,利用 VB-ACKF 算法及具有容错功能的联邦卡 尔曼滤波算法^[20-21] (federal kalman filter with fault tolerance,FT-FKF)进行了基于图 1 的原始导航数据的组







Fig. 1 RMS estimation value of GNSS measurement noise

合导航系统仿真实验,其位置误差及速度误差对比曲线 如图3所示。

由图 3 可见,在 GNSS 测量噪声方差变化的时段内, 基于 FT-FKF 算法的滤波精度明显低于 VB-ACKF;主要 原因是,FT-FKF 算法具有故障检测与隔离功能,当检测 到某个子滤波发生故障并对其进行隔离,且其他子滤波 参与到主滤波的信息融合中。图 4 给出了 GNSS 对应子 滤波的故障检测值变化曲线,因为 FT-FKF 算法不具有 测量噪声方差变化的跟踪功能,可以看出当 GNSS 测量 噪声方差发生变化时,FT-FKF 算法认为 GNSS 子滤波器 发生故障并对其进行隔离。所以,在处理测量噪声方差 变化时,FT-FKF 算法的性能较差。

最后,假设基于图 1 所示的 GNSS 测量噪声真实方差已知,并将这一理想情况应用于集中卡尔曼滤波器 (ideal centralized Kalman filter, ICKF)。为了更加清晰地 比较 VB-ACKF 算法的性能,利用 VB-ACKF 算法及 ICKF 算法进行了基于图 1 的原始导航数据的组合导航系统仿 真实验,其位置误差及速度误差对比曲线如图 5 所示。



图 2 基于 VB-ACKF 及 TCKF 的导航参数误差对比 Fig. 2 Comparison of navigation parameter error based on VB-ACKF and TCKF

由图 5 可见,仅在 GNSS 测量噪声方差发生跳变的 时刻附近,两种算法的滤波结果有些许差异,这主要是因 为 VB-ACKF 算法对 GNSS 测量噪声方差的估计具有滞 后性;而在其他时刻,两种算法的滤波精度大致相同。

在图 2、3 和 5 中,没有给出姿态误差曲线,原因是在 该多传感器组合导航系统算例中,CNS 增加了姿态角的 可观测性^[16-17],进而导致在上述 4 种滤波模式下的组合 导航姿态误差曲线大致相同。

为了更加精确地描述 VB-ACKF 算法的优越性,在整个仿真时段内,表1对基于各种算法的各导航参数误差的均方根进行了统计。从表1可以看出,在整个仿真时段内,相对于ICKF 算法,基于 VB-ACKF 算法的位置及速度精度下降了 3.5%及 4.9%;相对于 TCKF 算法的位置及速度精度提高了 32%及 38%;相对于 FT-FKF 算法,基于 VB-ACKF 算法的位置及速度精度提高了 90%及 71%;同时基于上述 4 种算法的姿态误差大致相同。





Fig. 3 Comparison of navigation parameter error based on VB-ACKF and FT-FKF







对于多传感器组合导航系统,在复杂环境下由于受



图 5 基于 VB-ACKF 及 ICKF 的导航参数误差对比 Fig. 5 Comparison of navigation parameter error based on VB-ACKF and ICFKF

到多种干扰因素的影响,子导航传感器的测量噪声方差 常常是未知的,而传统的多传感器组合导航融合算法不 具有在线地、精确地估计测量噪声方差的功能,导致滤波 精度较差、甚至滤波发散。为了解决该问题,本文将变分 贝叶斯自适应滤波算法与集中融合滤波算法进行有机融 合,提出了基于变分贝叶斯估计框架的增广式集中滤波 算法,为了降低系统的计算复杂度及提高系统的容错和 通信能力,又提出了基于变分贝叶斯估计框架的序贯式 集中滤波算法。

仿真实验结果表明,本文算法可以高精度地在线估 计测量噪声方差、且滤波性能接近于理想滤波器,进而解 决了测量噪声方差未知情况下的多传感器信息融合问 题。如前所述,本文仅仅研究了测量噪声方差未知情况 下的线性多传感器组合导航系统的信息融合问题,采用 与本文相同的思路,下一步将开展测量噪声方差未知情 况下的非线性多传感器组合导航系统的信息融合算法 研究。

表1 基于4种算法的多传感器组合导航系统导航参数误差均方根对比

Table 1 RMS comparison of navigation parameter error in multi-sensor integrated

navigation system based on four algorithms

滤波算法 -	位置误差/m			速度误差/(m·s ⁻¹)			姿态误差/(°)		
	经度	纬度	高度	东向速度	北向速度	天向速度	横滚角	俯仰角	航向角
ICKF	5.01	3.92	2.89	0.077	0.081	0.062	0.003 6	0.003 8	0.003 8
VB-ACKF	5.24	3.93	2.96	0.083	0.083	0.062	0.003 6	0.003 7	0.003 8
TCKF	5.76	4.07	5.75	0.130	0.110	0.110	0.003 6	0.003 7	0.003 8
FT-FKF	28.68	54.19	4.36	0.190	0.340	0.086	0.003 6	0.003 8	0.003 9

参考文献

- [1] LIN X Y, PAN X L, SUN W W, et al. Multi-scale asynchronous fusion algorithm for multi-sensor integrated navigation system [J]. Proc IMechE Part I: J Systems and Control Engineering, 2022, 236(9): 1709-1723.
- [2] 谭聚豪,杨傲爽,李天宇,等. 基于抗差自适应滤波 的多源融合导航算法[J]. 航天控制, 2022, 40(5): 22-29.

TAN J H, YANG AO SH, LI T Y, et al. Multi-source fusion navigation algorithm based on robust adaptive filtering[J]. Aerospace Control, 2022, 40(5):22-29.

- ZHU Y M, ZHANG K S, LI X R. Fusion of distributed extended forgetting factor RLS state estimators [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(2): 457-467.
- [4] 徐晓苏,仲灵通. 一种基于 M 估计的抗差自适应多
 模型组合导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2021, 29(4):482-490.

XU X S, ZHONG L T. Robust adaptive multiple model integrated navigation algorithm based on M-estimation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2021, 29(4): 482-490.

- [5] LI X R, BAR-SHALON Y. A recursive multiple model approach to noise identification [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30 (3): 671-684.
- [6] 赵方方.面向自主导航的非线性滤波算法研究[D]. 电子科技大学,2020.
 ZHAO F F. Research on nonlinear filtering algorithm for autonomous navigation [D]. University of Electronic Science and Technology of China, 2020.
- [7] STORVIK G. Particle filters in state space models with the presence of unknown static parameters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50 (2): 281-289.
- [8] 付梦印,邓志红,闫莉萍,等. Kalman 滤波理论及其 在组合导航系统中的应用[M].北京:科学出版 社,2010.

FU M Y, DENG ZH H, YAN L P, et al. Kalman Filtering Theory and Its Application in Integrated Navigation System[M]. Beijing: Science Press, 2010.

- [9] 曾庆化,赵天钰,赵宾,等.基于指数渐消遗忘因子的组合导航自适应滤波算法[J].中国惯性技术学报,2021,29(3):307-313.
 ZENG Q H, ZHAO T Y, ZHAO B, et al. Adaptive Kalman filter algorithm based on exponential attenuating factor for integrated navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2021, 29(3): 307-313.
- [10] SARKKA S, NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(3): 596-600.
- [11] 胡森森. 基于变分贝叶斯滤波的 SINS/GPS 组合导航[D]. 上海:上海交通大学, 2018.
 HU M M. SINS/GPS integrated navigation based on variational Bayesian filtering method [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2018.
- [12] 林雪原,李荣冰,高青伟.组合导航及其信息融合方法[M].北京:国防工业出版社,2017.
 LIN X Y, LI R B, GAO Q W. Integrated Navigation and Its Information Fusion Method [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2017.
- [13] 胡晓梅,潘新龙,朱璐瑛,等.一种抗差自适应 UKF 算法及其在 GNSS/SINS 组合导航系统的应用[J].电 子测量与仪器学报,2022,36(12):153-160.
 HU X M, PAN X L, ZHU L Y, et al. A robust adaptive UKF algorithm and its application in GNSS/SINS integrated navigation system [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36 (12): 153-160.
- [14] 朱璐瑛,孙炜玮,刘成铭,等. 多传感器组合导航系 统的联邦 UKF 算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2022,36(7):91-98.
 ZHU L Y, SUN W W, LIU CH M, et al. Research on federal UKF algorithm for multi-sensor integrated navigation system[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(7):91-98.

[15] 李伟,郝顺义,黄国荣,等.改进自适应 ADMCC-HCKF 算法及在 SINS/CNS/GNSS 中的应用[J].电子 测量及仪器学报,2021,35(8):79-65.

LI W, HAO SH Y, HUANG G R, et al. Improved adaptive ADMCC-HCKF algorithm and application in SINS/CNS/ GNSS integrated navigation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(8): 79-65.

 [16] 沈凯,刘庭欣,左思琪,等.复杂城市环境下 GNSS/ INS 组合导航可观测度分析及鲁棒滤波方法[J].仪 器仪表学报,2020,41(9):252-261.

SHEN K, LIU T X, ZUO S Q, et al. Observability analysis and robust fusion algorithms of GNSS/INS integrated navigation in complex urban environment [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 252-261.

[17] 林雪原,刘丽丽,董云云,等.改进的 GNSS/SINS 组 合导航系统自适应滤波算法[J].武汉大学学报(信 息科学版),2023,48(1):127-134.

> LIN X Y, LIU L L, DONG Y Y, et al. Improved adaptive filtering algorithm for GNSS/SINS integrated navigation system [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(1): 127-134.

[18] 崔展博,景博,焦晓璇,等.基于联邦卡尔曼滤波器
 的容错组合导航系统设计[J].电子测量及仪器学
 报,2021,35(11):143-153.

CUI ZH B, JING B, JIAO X X, et al. Design of faulttolerant integrated navigation system based on federated Kalman filter[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(11): 143-153.

[19] 潘泉, 胡玉梅, 兰华, 等. 信息融合理论研究进展:基 于变分贝叶斯的联合优化[J]. 自动化学报, 2019, 45(7): 1207-1223. PAN Q, HU Y M, LAN H, et al. Information fusion progress: Joint optimization based on variational Bayesian theory[J]. Acta Automatic Sinica, 2019, 45(7): 1207-1223.

- [20] VRETTAS M D, CORNFORD D, OPPER M. Estimating parameters in stochastic systems: A variational Bayesian approach[J]. Physica D Nonlinear Phenomena, 2011, 24(23): 1877-1900.
- [21] LIM K L, WANG H. MAP approximation to the variational Bayes Gaussian mixture model and application [J]. Soft Computing, 2017, (3):1-13.

作者简介



荆蕾,2007 年于潍坊学院获得学士学 位,2010 年于青岛科技大学获得硕士学位。 现为烟台南山学院讲师,主要研究方向为组 合导航及其信息融合技术。

E-mail: jingleijl2023@163.com

Jing Lei received her B. Sc. degree from Weifang University in 2007 and her M. Sc. degree from Qingdao University of Science and Technology in 2010 respectively. Now she is a lecturer in the College of Engineering of Yantai Nanshan University. Her main research interests include integrated navigation and its information fusion technology.



孙炜玮(通信作者),2012 年于烟台大 学获得学士学位,2015 年于辽宁师范大学 获得硕士学位,现为海军航空大学讲师,主 要研究方向为导航技术、目标识别。

E-mail: s353375092@126.com

Sun Weiwei (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Yantai University in 2012 and her M. Sc. degree from Liaoning Normal University in 2015 respectively. Now she is a lecturer in the Institute of Information Fusion of Naval Aviation University of China. Her main research interests include navigation technology and target recognition.