

DOI: 10.13382/j.jemi.2017.11.016

稳态背景流场下超声波流量计内瞬态声场分析*

李冬耿 介 杜广生 刘正刚

(山东大学 能源与动力工程学院 济南 250061)

摘要:采用 Runge-Kutta 间断有限元(RKDG)方法对一款 Z 型超声波水表进行三维数值模拟,计算过程分为流场计算和声场计算两个部分。采用标准 $k - \varepsilon$ 模型获得超声传播的稳态背景流场。对声学变量作线性化假设,从欧拉方程、连续性方程和状态方程中获得绝热状态下声传播的控制方程。在发射换能器的端面定义法向速度边界条件,以图形化的形式展现超声波在顺流情况下的传播过程。切换发射和接收换能器的相对位置,重新计算得到声波逆流传播时相应接收换能器端面的平均声压分布。对比顺、逆流情况下换能器端面平均声压分布,通过曲线拟合得到的传播时差值要小于实验得到的时差值。该方法为模拟声波在复杂结构和流动中传播提供可能性。

关键词: 超声波流量计;间断有限元;时差;声传播

中图分类号: TH814;TN64 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 470.10

Transient analysis of acoustic characteristic in ultrasonic flowmeter under stationary background flow

Li Dong Geng Jie Du Guangsheng Liu Zhenggang

(School of Energy and Power Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China)

Abstract: The RKDG (Runge-Kutta discontinuous galerkin) method that is the combination of discontinuous galerkin method for space discretization together with an explicit Runge-Kutta approach for time derivatives has been adopted to show the 3D simulation of a Z type ultrasonic flowmeter in water flow measurement field, which divided into flow field and sound field. Based on the stationary background meanflow obtained by solving the standard $k - \varepsilon$ model, the control equations are derived from continuity, momentum, and equation of state to describe the propagation of linear acoustic wave in an adiabatic way. The acoustic characteristic is shown in figure when it moves in the direction of the main flow with the presence of a background flow by defining the normal velocity on the surface of transmitter. Through the recalculation, the average sound pressure on corresponding surface of receiver under upstream propagation can be generated by simply switching the source and receiver boundary, as the difference in travel times by comparing the average sound pressure for downstream and upstream propagation which is lower than experimental result. This numerical methodology opens the possibilities in simulating acoustic propagation in other complex configurations, as well as complicated flows.

Keywords: ultrasonic flowmeter; discontinuous galerkin method; time difference; acoustic propagation

0 引 言

流量作为现代工业领域的三大被测量之一,在化工冶金、石油和气体运输、供暖燃气、贸易计量等方面占有

重要地位^[1]。近年来,随着数字信号处理、超声换能器材料和电子技术的发展,超声波流量测量技术取得长足进展^[2]。不同原理、各种形式及适用于不同场合的超声波流量计相继出现于国民经济的各个领域。其中,时差法超声波流量计以测量精度高、量程比宽、无任何活动部

件、输出通讯功能齐全等优点成为应用最为广泛的一种超声波流量计。

时差法的实现难点在于准确的估算出管道中流体的流速分布和精确地测量出超声波束在流体中传播的顺、逆流时间差,而超声波在流体内的传播规律又受管内流动状态的影响。当前,包括超声波换能器的安装效应及声道布置、弯管、调节装置等其他因素引起的流场适应性问题可以轻松的通过计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)技术解决^[3-4]。但是不同背景流场下超声波传播过程的数值模拟面临较大挑战^[5],一方面表现为声波传播的声程较长。以 DN50 水表为例,取发射和接收换能器之间的相对距离 100 mm,约为声波波长的 70 倍,计算耗费时间较长。另一方面为取得较好的模拟结果,需要高精度、低耗散的数值格式。

针对上述问题,国内外学者利用不同研究方法做了大量工作。Zheng 等人^[6]和 Iooss 等人^[7]利用基于几何声学的射线追踪法(ray tracing method, RTM)指出在非均匀流场的作用下超声信号的传播轨迹不再是一条直线而是呈“S”型,其最大偏转量与流场马赫数有关。但是 RTM 不能很好地解释声传播过程中的衍射以及交界面处的波形转换等问题^[8]。Bezdek 等人^[9]将 RTM 和 Helmholtz 积分(Helmholtz integral ray tracing method, HIRM)相结合将其应用到嵌入式超声波流量计的三维数值模拟中去,并和实验数据对比验证有效性。

Muramatsu 等人^[10]用欧拉方程和连续性方程描述声场,并通过时域有限差分法(finite difference time domain, FDTD)对方程组进行空间和时间离散,获得方形截面管道内 400 kHz 声波在流动气体内传播的声压场分布。通过对比实验和模拟的波形图,发现两者的趋势相同但是幅值差别较大。Casenave 等人^[11]利用有限元方法(finite element method, FEM)求解对流 Helmholtz 方程模拟声波在非均匀流体内传播过程,但是 FEM 的应用受网格尺寸和时间步长的限制^[12]。

近年来,随着科研人员对计算精度要求越来越高,高精度的计算格式得到广泛关注。在众多的高精度格式中,间断有限元方法(discontinuous galerkin method, DGM)由于精度高、易于处理复杂边界以及并行计算效率高等优点在计算流体力学,计算声学、计算电磁学等领域得到大量应用。Luca 等人^[13]将 DGM 引入到线性欧拉方程的求解中,获得声波在 V 型超声波流量计内不同流量点下传播过程。受计算资源的限制,作者仅进行二维仿真,其背景流场符合管内幂函数和对数函数速度分布。

综上所述,为完整展现声波的传播过程,对于声波在流动介质中传播的数值模拟需要高精度的计算格式,同时二维仿真不能真正的体现介质的流动状态。本文采用 RKDG 方法对一款 DN50 口径的超声波水表进行三维数

值模拟,仿真过程分为流场计算和声场计算两个部分。将计算域分为直管段和基表部分,采用 CFD 软件中的标准 $k - \varepsilon$ 模型获得超声传播的稳态背景流场。对声学变量作线性化假设,获得绝热状态下线性声传播的控制方程,模拟基表内考虑背景流动的声传播过程。改变法向速度边界条件的施加位置(换能器 1 或者换能器 2 端面),获得声波在相应接收换能器端面的平均声压分布,从而计算超声波在流体中传播的顺、逆流时差,实现流场和超声波信号传输的有机结合。

1 DGM 概述

DGM 发展于 20 世纪 70 年代,最早出现在 Reed 和 Hill 求解中子输运方程问题的论文中。DGM 结合了有限体积法和有限元法的优点。作为一种有限元方法,它采用有限元法中基函数的思想来构造单元内的变量分布,容易实现高精度。同时它又具有有限体积法积分形式的计算形式且融入了有限体积法中数值通量、限制器等思想。经过 Cockburn 和 Shu 等人的持续研究,一种具有 TVD 性质的显示 Runge-Kutta 间断有限元(RKDG)格式得以逐步完善^[14]。

目前 DGM 不仅应用于双曲守恒方程,还被广泛应用于求解椭圆形方程、对流扩散方程、Maxwell 方程、可压缩 N-S 方程等。双曲守恒方程的一般形式可表示为:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{W}) = 0 \quad (1)$$

式中: \mathbf{W} 为守恒变量, \mathbf{F} 为对流量。本文采用 DGM 进行空间离散和 4 阶显式 Runge-Kutta 格式进行时间推进,具体实现方法详见参考文献[15]。

2 数值模拟计算

数值模拟分为流场计算和声场计算两个部分。其中为保证水流经过超声波流量计已充分发展,消除管道入口不稳定水流对测量精度的影响,通常在绘制计算模型时,取基表前端 10D 直管段。基于提高计算效率的目的,将计算区域分成直管段和基表部分两部分,直管段仅计算其内的流场分布,得到直管段出口速度分布作为基表部分的入口边界条件,基表部分进行稳态流场和声传播的瞬态模拟。

2.1 直管段

入口边界条件为速度入口,取 DN50 超声波流量计检定流量点中的额定流量 $25 \text{ m}^3/\text{h}$,管内流动为湍流。文献[16]通过对比圆管内湍流速度曲线的数值模拟和实验结果,指出标准 $k - \varepsilon$ 模型能较好的模拟圆管内的湍流流动。所以本文亦采用标准 $k - \varepsilon$ 模型计算直管段出口

处的速度分布,并将其作为超声波流量计基表部分的进口边界条件。

2.2 基表部分

为扩大超声波流量计的量程比,提高小流量点下的测量精度,基表中间部分设计成缩径形式,起到一定的整流效果。图1所示为基表部分计算区域,其中, $\alpha = 50^\circ$, $d = 40 \text{ mm}$ 。

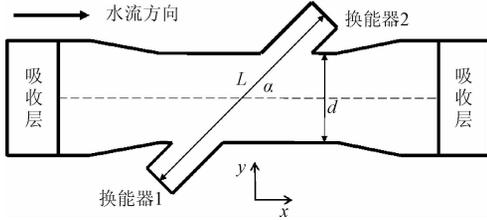


图1 基表部分计算区域

Fig.1 The computational area of flowmeter

基表内流场的模拟计算采用与直管段相同的方法。计算收敛后,获得超声传播的稳态背景流场,在此基础上模拟超声传播的瞬态过程。

2.3 声场的瞬态计算

声振动作作为一种宏观的物理现象,必然要满足基本的物理定律,即连续性方程、欧拉方程、物态方程。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{I} + \rho \mathbf{u} \mathbf{u}^T) = 0$$

$$\rho = \rho(p) \tag{2}$$

超声波流量计把超声波看成是一种波动形式仅仅作为一种信息载体,避免对传播介质造成影响或者破坏,属于小振幅声波,即各声学变量都可以看做一阶微量。同时声波传播时,媒质中的稠密和稀疏的过程看成是绝热过程。因此,声学变量可以写成如下的线性形式:

$$p = p_0(x, y, z) + p_1(x, y, z, t)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0(x, y, z) + \mathbf{u}_1(x, y, z, t) \tag{3}$$

$$\rho = \rho_0(x, y, z) + \rho_1(x, y, z, t)$$

式中:下标“0”表示背景稳态流场的参数,下标“1”表示声场的扰动量。

将式(3)代入到式(2)仅保留一阶微量(即声扰动量),得到线性声传播的控制方程(绝热状态):

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{u}_0 + \rho_0 \mathbf{u}_1) = 0 \tag{4}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot$$

$$(\rho_1 \mathbf{u}_0 \mathbf{u}_0^T + \rho_0 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_0^T + \rho_0 \mathbf{u}_0 \mathbf{u}_1^T + p_1 \mathbf{I}) = 0 \tag{5}$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{c_0^2} \tag{6}$$

将式(6)代入到式(4)和(5)中,仅保留变量 p_1, u_1, v_1, w_1 , 并写成和式(1)相匹配的守恒形式如下:

$$\mathbf{W} = \left[\frac{p_1}{c_0^2}, \rho_0 u_1 + \frac{u_0}{c_0^2} p_1, \rho_0 v_1 + \frac{v_0}{c_0^2} p_1, \rho_0 w_1 + \frac{w_0}{c_0^2} p_1 \right]^T$$

$$F(\mathbf{W}) = [F(\mathbf{W})_p, F(\mathbf{W})_u, F(\mathbf{W})_v, F(\mathbf{W})_w]^T \tag{7}$$

其中:

$$F(\mathbf{W})_p = \frac{p_1}{c_0^2} \mathbf{u}_0 + \rho_0 \mathbf{u}_1$$

$$F(\mathbf{W})_u = \frac{p_1}{c_0^2} u_0 \mathbf{u}_0 + \rho_0 (u_1 \mathbf{u}_0 + u_0 \mathbf{u}_1) + \begin{bmatrix} p_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F(\mathbf{W})_v = \frac{p_1}{c_0^2} v_0 \mathbf{u}_0 + \rho_0 (v_1 \mathbf{u}_0 + v_0 \mathbf{u}_1) + \begin{bmatrix} 0 \\ p_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F(\mathbf{W})_w = \frac{p_1}{c_0^2} w_0 \mathbf{u}_0 + \rho_0 (w_1 \mathbf{u}_0 + w_0 \mathbf{u}_1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_1 = [u_1, v_1, w_1]^T, \mathbf{u}_0 = [u_0, v_0, w_0]^T \tag{8}$$

对式(7)按双曲守恒方程的一般形式进行空间离散和时间推进计算,结合下节中相应的边界条件即可获得声波在稳态背景流场下的瞬态传播过程。

2.4 声学边界条件

换能器在两端电压的作用下,其与水接触的端面往复振动产生声波^[17]。通过定义法向速度边界条件来实现这一过程。顺流情况下,换能器1发射超声波,换能器2接收超声波,法向速度边界加载在换能器1的端面。逆流情况下,换能器2发射超声波,换能器1接收超声波,法向速度边界加载在换能器2的端面,从而实现一对换能器交替发射和接收对方的超声波信号。

法向速度边界 $v_n(t)$ 为一正弦曲线并通过高斯脉冲进行调制:

$$v_n(t) = A e^{-(f_0(t-3T_0)^2)} \sin \omega_0 t \tag{9}$$

式中: A 为信号幅值, $A = 0.1 \text{ mm}$; $\omega_0 = 2\pi f_0$, $f_0 = 1 \text{ MHz}$, $T_0 = 1/f_0$ 。

在基表进出口设置吸收层,当声波传播至该区域时,被逐渐衰减,过滤,吸收。吸收层的外边界设置为阻抗边界:

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_1 = -\frac{p}{Z} \tag{10}$$

式中: \mathbf{n} 为曲面法向量; Z 为介质水的特征阻抗, $Z = \rho_0 c_0$ 。通过吸收层和阻抗边界实现声波的完全吸收,模拟无反射的声传播条件,更加符合声传播的实际过程。其他边界设置为声硬边界条件:

$$\begin{aligned} -\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_1 &= 0 \\ -\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_0 &= 0 \end{aligned} \tag{11}$$

2.5 网格尺寸和时间步长的选取

DGM 的计算精度取决于每个波长范围内的网格单元数和用于局部近似时多项式的阶数。当 DGM 用于声波传播的数值模拟时,参考文献 [18] 给出不同计算精度下两者之间的关系,如表 1 所示。

表 1 不同精度下网格单元数和多项式阶数之间的关系
Table 1 The relationship of grid elements number and polynomial order in different accuracy

	$N=1$	$N=2$	$N=3$	$N=4$
10^{-1}	3.657 2	1.909 8	1.269 4	0.929 5
10^{-2}	6.667 0	2.940 8	1.780 7	1.248 2
10^{-3}	12.040 8	4.423 9	2.451 3	1.626 5
10^{-4}	21.516 6	6.562 6	3.322 0	2.087 1

本文中选取 4 阶多项式进行局部近似,为取得较好的仿真结果,基表部分全部采用四面体网格,并将最小和最大网格尺寸 h 控制在 $\lambda/2 \sim \lambda/1.5$ 。

RKDG 的显式计算格式单步计算时间少,内存需求量相对较小,程序容易实现,但是需要满足严格的限制条件:

$$CFL = \frac{\Delta t \cdot c_0}{h_{\min}} = \frac{\Delta t}{\frac{\lambda}{\lambda}} \cdot \frac{\lambda}{T_0} = 2 \frac{\Delta t}{T_0} \quad (12)$$

同时为确保 RK 显式时间推进格式的稳定性,CFL 数需满足^[18]:

$$CFL < \frac{1}{2N + 1} = \frac{1}{9} \quad (13)$$

式中: N 为多项式的阶数。为满足以上限制条件,本文最终取 CFL 数为 0.05,对应的时间步长为 $\Delta t = T_0/40$ 。

本文的所有数值模拟计算均在 Dell Precision Tower 7910 上进行,其配置如下:2 个 Inter Xeon E5-2690 v4 @ 2.6 GHz CPU 和 256 GB(8 × 32 GB) 内存。

3 计算结果及分析

3.1 稳态背景流场

采用标准 $k - \varepsilon$ 模型获得基表内的速度分布如图 2 所示。从图 2 可以看出,缩径形式起到一定的整流效果,

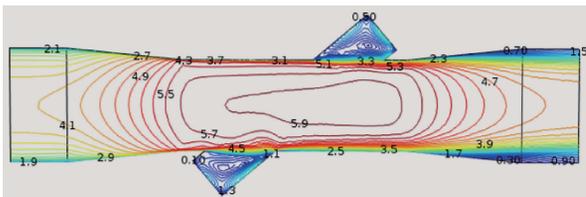


图 2 稳态背景流场

Fig. 2 The stationary background flow

使得被测介质流经测量段时速度分布均匀,减少计时分辨率不足对测量结果的影响。相比于主流流速,测量管段的两端速度值较小。

3.2 瞬态声场

超声波在基表内顺流传播时不同时刻的瞬态过程如图 3 所示。6 个时刻分别为 6×10^{-6} 、 3.4×10^{-5} 、 4×10^{-5} 、 5×10^{-5} 、 6.5×10^{-5} 、 6.9×10^{-5} s。超声波换能器的压电陶瓷晶片按所加载的法向速度边界条件进行往复运动,从而带动与之接触的水产生振动发出超声波。初始时刻,声波被限制在测量管段内。随着时间的推移,波束左、右两侧均突破测量管段的限制,并以球面波的形式

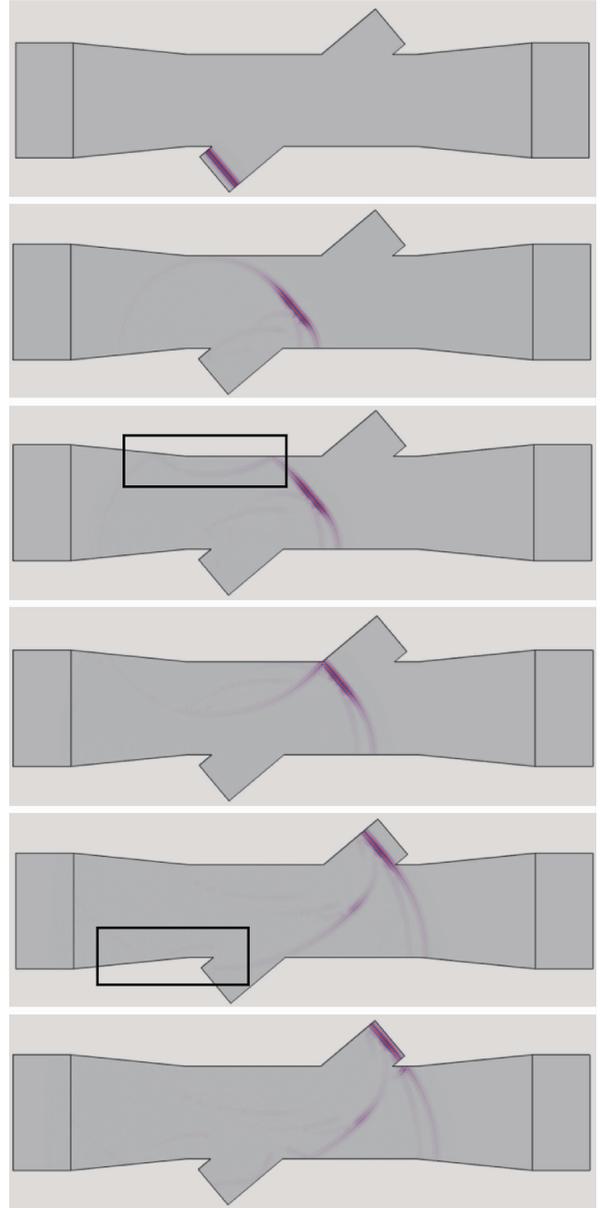


图 3 不同时刻下声波顺流传播过程

Fig. 3 The procedures of soundwave downstream propagation in different times

在主管道内传播。波束左侧不断前移,到达基表的上壁面,声波与上管壁相互作用产生第1次反射。与主轴声束相比反射波的能量较小。波束右侧亦发生反射现象,只是波束右侧发生发射的位置离主轴波束较近,从而反射声波“淹没”在主轴波束里。一次反射声波继续在管道内传播,左侧部分离开基表进入吸收层。这些声波被吸收层逐渐吸收,并未造成反射声波重新进入基表,符合实际情况。在 6.5×10^{-5} s 时刻,一次反射声波接触下管壁,两者相互作用产生二次反射声波继续在主管道内传播。同时,一次反射声波到达发射换能器。在实际的超声波信号采集电路中,通常设置窗口延迟功能,即发射换能器发出超声波后,关闭信号采集电路,一定时间后再再次开启并作为接收换能器进行信号采集。设置窗口延迟作用就是为了避免上述的一次反射声波先于实际的询问信号到达接收换能器从而造成误判。因此仿真得到时间点可为实际信号采集电路中窗口延迟时间的设置提供参考依据。主轴声波继续向前推进,到达对应的接收换能器。

3.3 平均声压对比

将法向速度边界条件施加于换能器2的端面上,重新计算超声波逆流传播过程。同时计算超声波在静止流体中传播的过程(在静止流体中,无顺、逆流情况之分)。计算完成后,提取声波在静止流体、顺流和逆流3种情况下相应接收换能器端面平均声压分布进行对比,如图4所示。

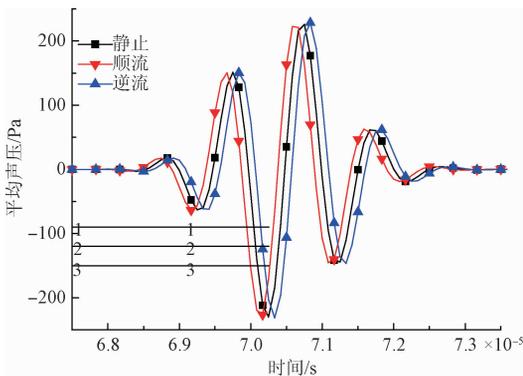


图4 相应接收换能器端面平均声压分布

Fig. 4 The distribution of average sound pressure on corresponding surface of receiver

从图中可以看出,超声波在3种情况下相应接收换能器端面的平均声压分布不再重合。由于流动流体的作用,顺流传播提前到达换能器而逆流情况则存在一定的延迟。两者之间的偏差即为超声波顺、逆流传播的时差。提取图4中平行线1~3的数据,选择 \sin 函数对3种情况进行曲线拟合。然后将3个函数取平行线2对应的值(3条平行线对应的声压值为 $-90, -120, -150$),确定3

种情况下声波的“到达时间”,进而获得超声波顺、逆流传播的时差。

4 实验验证

将 DN50 口径的超声波流量计(本文数值模拟的结构尺寸取自该款流量计,如图5所示),将其夹持在标准流量检定装置上^[19]。待流量稳定后,间隔 10 s 记 1 次,取 5 次测量的平均值作为时差的实验值。将采用图4和实验获得的时差进行对比,如表2所示。

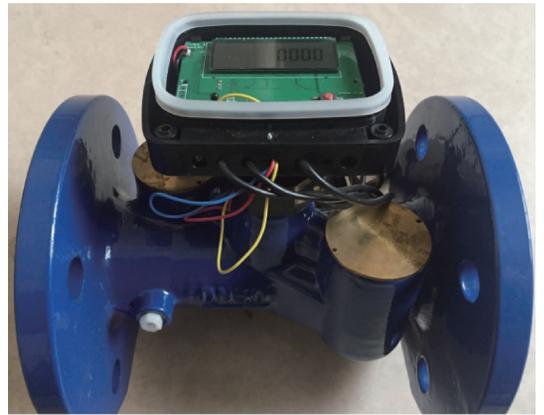


图5 超声波流量计

Fig. 5 The ultrasonic flowmeter

表2 两种情况下的时差对比

Table 2 The comparison of time-difference under two conditions

工况	时差/ns
图4 曲线拟合	221.4
实验值	243.2

该款流量计的准确度等级为2级,即在大流量区最大允许误差为 $\pm 2\%$,以实验值作为判断依据。超声波测量原理中将超声波流量计的传播路线看成一条直线,并用平均流速代替声传播路径上变化的线速度。但是实际上超声波在非均匀介质中的传播轨迹为“S”型。曲线拟合的时差值是从声传播角度获得。本文中背景流场通过标准 $k-\varepsilon$ 进行稳态计算获得,其速度场的模拟结果和实际流场会存在一定的偏差,同时声场和流场之间的耦合不包括任何的流激噪声,这可能是曲线拟合和实验值不一致的原因。

5 结论

在通过 CFD 软件获得超声波流量计基表内稳态背

景流场的基础上,利用 RKDG 方法求解绝热状态下线性声传播的控制方程,以图形化形式呈现超声波信号在基表内的传播过程,分析声波与管壁之间的相互作用对信号传输的影响。仿真得到时间点可为实际信号采集电路中窗口延迟时间的设置提供参考依据。对比顺、逆流情况下的实际波形图,从实际声传播的角度获得时差。因此该方法可用于指导超声波流量计的设计,优化基表结构例如缩径尺寸、测量管段与主轴管道的夹角等从而减弱反射声波对主轴波束的影响,分析实际流场下的波形图,对流量计信号处理提供一定的参考依据。

参考文献

- [1] 陈满堂,姜渭宇,刘伟光,等. 用于航空燃油流量测量的 V 锥流量计的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(8): 1167-1174.
CHENG M T, JIANG W Y, LIU W G, et al. Research on V cone flowmeter used for jet fuel flowrate measurement[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30 (8): 1167-1174.
- [2] 吴宇,黄新迪,吴媚,等. 基于 DSP 的高速数据采集处理系统的研究[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(5): 62-65.
WU Y, HUANG X D, WU M, et al. Study of high-speed data acquisition and porocessing system based on DSP[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2016, 35(5): 62-65.
- [3] CHEN G, LIU G, ZHU B, et al. 3D isosceles triangular ultrasonic path of transit-time ultrasonic flowmeter: Theoretical design and CFD simulations [J]. Sensors Journal, IEEE, 2015, 15(9): 4733- 4742.
- [4] ZHENG D, ZHANG P, XU T. Study of acoustic transducer protrusion and recess effects on ultrasonic flowmeter measurement by numerical simulation [J]. Flow Measurement & Instrumentation, 2011, 22 (5): 488-493.
- [5] REYES J. Modeling and simulation of ultrasonic flow meters: State of art [C]. Proceedings of the 2010 IEEE ANDESCON, 2010.
- [6] ZHENG D, MEI J, WANG M. Improvement of gas ultrasonic flowmeter measurement nonlinearity based on ray tracing method [J]. IET Science, Measurement & Technology, 2016, 10(6): 602-606.
- [7] IOOSS B, LHUILLIER C, JEANNEAU H. Numerical simulation of transit-time ultrasonic flowmeters: Uncertainties due to flow profile and fluid turbulence [J]. Ultrasonics, 2002, 40(9): 1009-1015.
- [8] LUCA A, MARCHIANO R, CHASSAING J C. A discontinuous galerkin approach for the numerical simulation of transit-time ultrasonic flowmeters [C]. Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2014
- [9] BEZDĚK M, LANDES H, RIEDER A, et al. A coupled finite-element, boundary-integral method for simulating ultrasonic flowmeters [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2007. 54(3): 636-646.
- [10] MURAMATSU K, KIMOTO A, TAKAHASHI S. 3D transient analysis of ultrasonic propagation in flow field using finite difference time domain method [C]. Proceedings of the ICCAS-SICE, 2009
- [11] CASENAVE F, ERN A, SYLVAND G. Coupled BEM-FEM for the convected Helmholtz equation with non-uniform flow in a bounded domain [J]. Journal of Computational Physics, 2014, 257(1): 627-644.
- [12] SIMONAHO S P, L HIVAARA T, HUTTUNEN T. Modeling of acoustic wave propagation in time-domain using the discontinuous Galerkin method: A comparison with measurements [J]. Applied Acoustics, 2012, 73(2): 173-183.
- [13] LUCA A, MARCHIANO R, CHASSAING J C. Numerical simulation of transit-time ultrasonic flowmeters by a direct approach [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2016, 63(6): 886-897.
- [14] 马明生,龚小权,邓有奇,等. 一种适用于非结构网格的间断 Galerkin 有限元 LU-SGS 隐式方法 [J]. 西北工业大学学报, 2016, 34(5): 754-760.
MA M SH, GONG X Q, DENG Y Q, et al. An implicit LU-SGS scheme for the discintinuous Galerkin method on unstructured grids [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2016, 34(5): 754-760.
- [15] SIMONAHO S P, LÄHIVAARA T, HUTTUNEN T. Modeling of acoustic wave propagation in time-domain using the discontinuous Galerkin method-A comparison with measurements [J]. Applied Acoustics, 2012, 73(2): 173-183.
- [16] 刘永辉,杜广生,陶莉莉,等. 反射装置对超声波流量计水流特性影响的研究 [J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(5): 1183-1188.
LIU Y H, DU G SH, TAO L L, et al. Study on the influence of ultrasonic reflection device on the flow characteristics of ultrasonic flowmeter [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32 (5):

1183-1188.

- [17] 孙景峰, 刘慧英, 舒蓉, 等. 超声换能器时频域特性校准系统研究与实现[J]. 电子测量技术, 2016, 39(9): 158-164.
- SUN J F, LIU H Y, SHU R, et al. Research and implementation of frequency domain characteristic calibration system for ultrasonic flowmeter[J]. *Electronic Measurement Technology*, 2016. 39(9): 158-164.
- [18] CHEVAUGEON N, HILLEWAERT K, GALLET X, et al. Optimal numerical parameterization of discontinuous Galerkin method applied to wave propagation problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 223(1): 188-207.
- [19] 李冬, 孙建亭, 杜广生, 等. 结构参数对超声波流量计水流特性影响的研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(4): 945-951.
- LI D, SUN J T, DU G SH, et al. Study on the flow characteristics of ultrasonic flowmeter with different structure parameters [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(4): 945-951.

作者简介



李冬, 2008年于内蒙古工业大学获得学士学位, 现为山东大学博士研究生, 主要研究方向为工业流体力学。

E-mail: ldstudy123@163.com

Li Dong received B. Sc. from Inner Mongolia University of Technology in 2008.

Now he is a Ph. D. candidate in Shandong University. His main research interest includes industrial fluid mechanics.



杜广生(通讯作者), 1982年于山东工学院获得学士学位, 2002年于中国船舶研究院获得博士学位, 现为山东大学教授, 主要研究方向为工业流体力学, 汽车空气动力学。

E-mail: du@sdu.edu.cn

Du Guangsheng (Corresponding author) received B. Sc. from Shandong Engineering College in 1982, and Ph. D. from China Ship Scientific Research Center in 2002, respectively. Now he is a professor in Shandong University. His main research interests include industrial fluid mechanics, and aerodynamics of automobile.