

DOI: 10.13382/j.jemi.2017.03.006

# 海洋工程装备制造现场大尺寸组网测量\*

樊印久<sup>1</sup> 张福民<sup>1</sup> 曲兴华<sup>1</sup> 王俊龙<sup>2</sup>

(1. 天津大学 国家重点实验室 天津 300072; 2. 国网河北省电力公司 石家庄 050021)

**摘要:**为满足海洋工程高端装备的制造与装配过程中对宏观测量大尺寸和局部细节高精度的双重要求,提出了一种构建全局控制网络并优化转站精度的方法。在研究激光跟踪仪测量规律的基础上,对激光跟踪仪测量过程中误差的传递建立了数学模型,并据此来预测跟踪仪在单点测量时的不确定度。试验证明实际测量与仿真数据具有较好的一致性。基于该试验结果,预先为激光跟踪仪测量的全局控制点分配权重,并把权重融入奇异值分解法(SVD)中,求得转站参数。使用均方根法(RMS),与普通SVD法相比较,发现带权重的SVD法具有统计学意义上的优化性。使用转站参数的评价方法分析了转站精度,利用整体最小二乘法,综合考虑两个测站的测量误差,分析出影响转站精度的因子,为后续研究转站精度的提高打下基础。

**关键词:**激光跟踪仪;全局控制网;坐标转换精度;海洋工程;误差分析

中图分类号: TH744.5 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 410.55

## Large-scale network measurement in the field of marine engineering equipment manufacturing

Fan Yinjiu<sup>1</sup> Zhang Fumin<sup>1</sup> Qu Xinghua<sup>1</sup> Wang Junlong<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. State Grid Hebei Electric Power Company, Shijiazhuang 050021, China)

**Abstract:** In order to meet the double requirements which are the large-scale in measurement range and high-precision in local detail in the manufacturing and assembly process of marine engineering, a method to construct the global control network and optimize the transfer station is presented in this paper. Based on the research on the rules of the measurement process of laser tracker, the mathematical model of measurement process is established, and the uncertainty of single point measurement is predicted according to the result. The experiments show that the actual measurement and simulation data are in good agreement. Therefore, the point measured by the tracker different weight distribution is given, and which is integrated into the SVD decomposition method, then the parameters of transfer station can be obtained. And compared with the ordinary SVD in RMS, the SVD method with the weight has a statistically significant optimization. Transfer station parameter is used to analyze the transfer station accuracy. The measurement errors existed in both two stations are considered with TLS (total least squares), the affecting factors of precision are figured out, it lays the foundation for the follow-up study to improve the precision of the transfer station.

**Keywords:** laser tracker; global control network; coordinate transformation accuracy; ocean engineering; error analysis

## 1 引言

目前我国正在大力发展海洋工程高端装备,它们具

有装置庞大、结构复杂、精度要求高、原位制造装配和调整量大等特点。例如海洋石油201号深水铺管船是重大海洋工程装备,不仅具备4 000 t起重能力和360°全回转,还具备3 000 m深水油气田海底管线、隧道沉管铺设

能力,该装备作业能力在同型船中居领先地位,使海上工程周期大为缩短且造价降低,安全性较高,具备在深水海域及恶劣海况下作业的能力。但是这种大型装备在制造、测量过程中存在着比如人工劳动强度大、重复调整周期长等问题,需现场对制造设备实时监测,并与CAD理想模型进行比较、修正。因为难度大,关联技术复杂等客观条件限制,所以此类问题一直是学术界、工业界努力追求克服的目标,而目前的研究多停留在解决局部技术问题阶段。

本文研究现场原位测量的控制技术与装置,利用激光跟踪仪测量布控在测量空间的全局控制点,建立稳定的全局坐标系控制网络,实现长周期、大范围空间内多坐标系的统一,解决多坐标系基准变换引起的误差累积,实现统一基准制造、测量。

利用激光跟踪仪构建全局控制网络,从本质上讲是全局控制点的点位匹配问题,即利用不同测站对于全局控制点的测量与演算,确定测站之间的定向关系,实现不同坐标系的转换。目前天津大学、浙江大学、长春理工大学等多所高校与研究院都对大型工件的组网测量进行了研究,例如俞慈君等人<sup>[1]</sup>提出了一种用于带有工程约束的加权奇异值分解法,解决带有约束条件的目标的姿态测量;郭英起等人<sup>[2]</sup>提出了一种利用稳健抗差估计理论计算坐标转换参数的方法,克服了个别公共点误差过大的影响;谢政委等人<sup>[3]</sup>和林嘉睿等人<sup>[4-5]</sup>等利用激光跟踪仪精确的长度测量值来约束角度测量值,达到提高整体测量网络精度的目的;陆珏等人<sup>[6]</sup>利用总体最小二乘法来求解误差方程中的系数矩阵以及观测向量;Moghari等人<sup>[7]</sup>假设公共点服从多元正态分布,并采用极大似然估计法计算坐标变换参数。Predmore<sup>[8]</sup>通过建立测量点的不确定度椭球误差模型,提出一种基于参考点马氏距离最小的转站方法来提高转站精度。

## 2 激光跟踪仪测量特点

激光跟踪仪测量系统有3个显著的优点<sup>[9]</sup>:1)测量原理符合阿贝原则;2)以激光的波长作为测量的参考,分辨率高、测量精度高;3)结合不同的终端装置可以完成不同种类的测量任务。由激光跟踪仪测量的数据主要由激光干涉法测得的距离值,和两个高精度光栅测得的角度值,由此得到靶标在以跟踪仪为中心的极坐标系中的位置,然后将极坐标值转化到笛卡尔坐标系下作为输出结果<sup>[10-12]</sup>。转换公式如下:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \sin \beta \cos \alpha \\ l \sin \beta \sin \alpha \\ l \cos \beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

激光跟踪仪内部有1个测距传感器和2个测角传感

器,测量的结果也由这3个传感器的数据合成。然而传感器会受到外界温度、气压等因素的影响,因此每个传感器单元都无可避免的存在测量误差 $\varepsilon$ ,激光跟踪仪传感器的数据如下:

$$\begin{bmatrix} l \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l^* \\ \alpha^* \\ \beta^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_\alpha \\ \varepsilon_\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, $(l^*, \alpha^*, \beta^*)^T$ 为测量真值, $(\varepsilon_l, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta)^T$ 为测量误差。

那么激光跟踪仪测量结果的笛卡尔坐标可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (l^* + \varepsilon_l) \sin(\beta^* + \varepsilon_\beta) \cos(\alpha^* + \varepsilon_\alpha) \\ (l^* + \varepsilon_l) \sin(\beta^* + \varepsilon_\beta) \sin(\alpha^* + \varepsilon_\alpha) \\ (l^* + \varepsilon_l) \cos(\beta^* + \varepsilon_\beta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:由于长度误差远小于角度误差,因此可以忽略不计。对角度的正余弦公式积化和差展开并求其二阶泰勒展开式可得如下公式:

$$x = -l \sin \alpha \sin \beta [\varepsilon_\alpha (1 - 0.5 \varepsilon_\beta^2)] - l \sin \alpha \cos \beta [\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta] + l \cos \alpha \sin \beta [(1 - 0.5 \varepsilon_\beta^2)(1 - 0.5 \varepsilon_\alpha^2) + l \cos \alpha \cos \beta [\varepsilon_\beta (1 - 0.5 \varepsilon_\alpha^2)]] \quad (4)$$

$$y = l \cos \alpha \sin \beta [\varepsilon_\alpha (1 - 0.5 \varepsilon_\beta^2)] + l \cos \alpha \cos \beta [\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta] + l \sin \alpha \sin \beta [(1 - 0.5 \varepsilon_\beta^2)(1 - 0.5 \varepsilon_\alpha^2) - 1] + l \sin \alpha \cos \beta [\varepsilon_\beta (1 - 0.5 \varepsilon_\alpha^2)] \quad (5)$$

$$z = l \cos \beta (1 - 0.5 \varepsilon_\beta^2) - \sin \beta \varepsilon_\beta \quad (6)$$

从式(4)~(6)可以看出, $\alpha, \beta$ 两角度的误差会对 $x, y, z$ 的值会产生不同的影响。为每个传感器的不确定度特性配置合适的概率分布函数,由以往经验可知,随机误差一般服从正态分布,即 $\varepsilon_l \in N(0, \sigma_l^2)$ , $\varepsilon_\alpha \in N(0, \sigma_\alpha^2)$ , $\varepsilon_\beta \in N(0, \sigma_\beta^2)$ ,3个传感器的测量标准不确定度分别为 $\sigma_l, \sigma_\alpha, \sigma_\beta$ 。假设各个传感器的测量数据互不相关,则其协方差矩阵为:

$$V_\theta = \begin{bmatrix} \sigma_l^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据激光跟踪仪由极坐标转换为笛卡尔坐标的转换式(1),可得到其雅可比矩阵:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial l} & \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} \\ \frac{\partial y}{\partial l} & \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} \\ \frac{\partial z}{\partial l} & \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha \cos \beta & -l \sin \alpha \sin \beta & l \cos \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & l \cos \alpha \sin \beta & l \sin \alpha \cos \beta \\ \cos \beta & 0 & -l \sin \beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

那么该激光跟踪仪测得数据的协方差矩阵为:

$$V_\epsilon = J V_\theta J^T \tag{9}$$

以变量的伪随机抽样获得服从其概率分布的随机数,并用得到的随机误差与真实值融合,代入式(3),即可得到测量模型可能的结果分布。循环上述步骤  $m$  次以得到  $m$  个样本值,对样本统计可得到不确定度参数。假定激光跟踪仪测长距离为 10 m,测量角  $\beta$  的范围是  $0^\circ \sim 180^\circ$ ,测量角  $\alpha$  的范围是  $0^\circ \sim 360^\circ$ ,取 2 000 个样本值,测量数据的不确定度如图 1 所示。

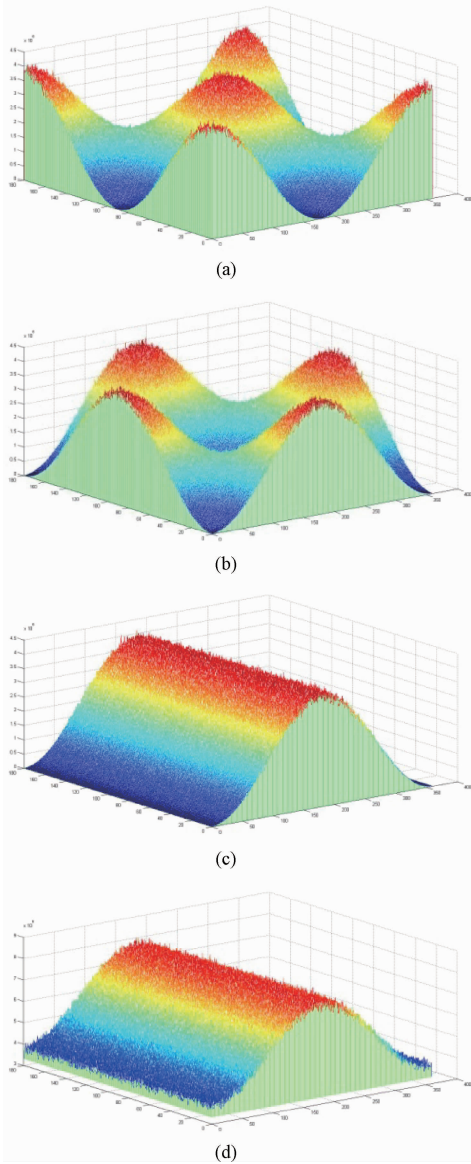


图 1 (a)各角度下  $x$  的不确定度;(b)各角度下  $y$  的不确定度;(c)各角度下  $z$  的不确定度;(d)各个角度下整体不确定度

Fig. 1 (a)The uncertainty of  $x$  under various angles; (b)The uncertainty of  $y$  under various angles; (c)The uncertainty of  $z$  under various angles; (d)The uncertainty of ensemble under various angles

对此,本文进行试验来分析在实际测量中测量数据的方差是否与其位置有关。试验分为 3 组。第 1 组为在实验室随机位置用固态胶粘贴靶标基座,以此来固定靶标位置,第 2 组为在水平位置固定靶标基座,第 3 组为在竖直位置固定靶标基座。每组测量时,使用激光跟踪仪对每个位置点进行 50 次的重复性测量,以此得到该点测量数据的方差,并与仿真的方差进行对比。

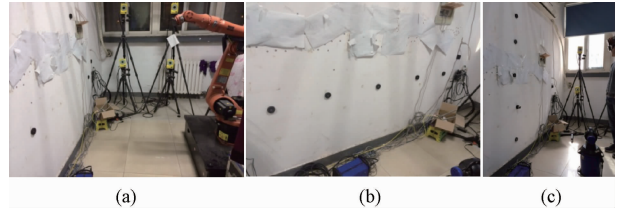


图 2 (a)第 1 组试验现场图;(b)第 2 组试验现场图;(c)第 3 组试验现场图

Fig. 1 (a)The scene graph of the first group test; (b)The scene graph of the second group test; (c)The scene graph of the third group test

试验所得数据如表 1 所示,对比图如 3 所示。

表 1 实际方差及其仿真方差

Table 1 Actual variance and its simulation variance (mm<sup>2</sup>)

实际方差	仿真方差	实际方差	仿真方差	实际方差	仿真方差
0.229 457	0.214 297	0.067 555	0.027	0.101 585	0.142 612
0.079 371	0.085 273	0.013 663	0.050 756	0.093 707	0.093 091
0.109 785	0.127 375	0.052 049	0.054 009	0.040 852	0.082 81
0.126 333	0.128 591	0.032 61	0.076 174	0.108 069	0.122 316
0.117 202	0.092 259	0.040 743	0.113 508	0.182 07	0.187 956
0.214 191	0.306 332	0.080 985	0.153 603		

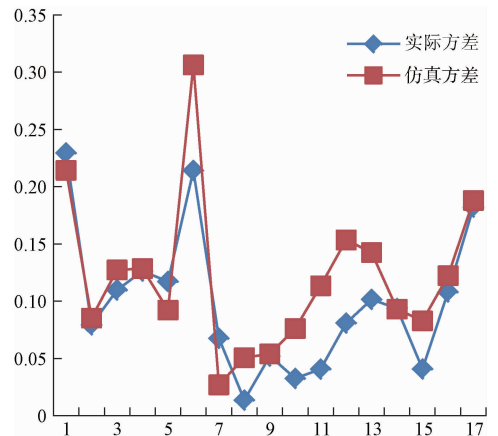


图 3 对比图  
Fig. 3 Contrast diagram

从数据中可以发现,由于在测量环节存在着诸如环

境、温度、仪器状态、操作者熟练程度等各种影响因素,激光跟踪仪的数学建模很难完全正确的预测出每次测量结果的具体情况,但是从图表中不难发现两种方法得到的数据具有较好的一致性。因此可以得出结论:调整好相应的系数,以仿真数据来模拟现实测量中单点的不确定度具有一定的可行性。

### 3 全局控制网的建立

利用测量仪器测量多个全局控制点,建立稳定的全局控制网络,是现场大尺寸组网测量过程中重要的一环<sup>[13-14]</sup>。激光跟踪仪以其测量范围大、便捷性高、动态测量、较高精度等优点,是目前构建全局控制网络的最有效手段。

全局控制网络的构建过程一般如下:首先设置激光跟踪仪测量网络的全局控制点,对于全局控制点的布设一般要求是数量多于 6 个,其分布应该均匀分散开来,以充满整个测量空间;随后将跟踪仪放置于某一测站,依次测量全局控制点;然后逐次移动激光跟踪仪到下一测站,测量测量全局控制点直到完成测量任务;最后根据跟踪仪在每个测站下对全局控制点的测量数据,通过相应的配置算法,求得各个测站在全局坐标系下的转站参数。

图 4 所示为构建全局控制网络。最终所有的测站和全局控制点会在测量空间构成一个空间三维控制网络。

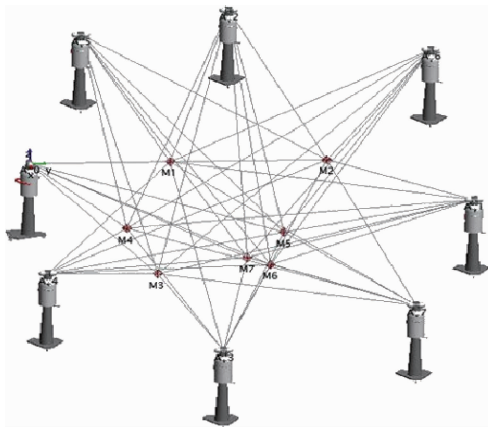


图 4 全局控制网

Fig. 4 Schematic diagram of global control network

配置算法的求解过程一般是通过统一两个坐标系数据并基于误差平方和为目标函数的最小化原则来配置转站参数。常见的方法包括最小二乘法、整体最小二乘法、奇异值分解法、四元数法、罗德里格矩阵法等。

为评价转站参数的匹配优劣,采用一种均方根 (root mean square, RMS) 的转站评价方式。因为存在测量误差和转站参数误差,单点在坐标变换后,与该点在全局坐标

系中的位置并不重合,因此可以采用两点间的距离来评价该点的转站精度,称之为 RMS 转站误差,表示如下:

$$RMS_i = \sqrt{(x_i' - x_i)^2 + (y_i' - y_i)^2 + (z_i' - z_i)^2} \tag{10}$$

对于转站精度,可以分两部分对其进行评价,第一种是对所有参与计算转站参数的全局控制点的转站误差评价:

$$m_p = \sqrt{(RMS_i)^2} \quad n \geq 3 \tag{11}$$

另一种是对于没有参与计算定位关系矩阵,而只为比较转站精度的全局控制点的转站误差评价:

$$m_q = \sqrt{(RMS_i)^2} \quad n \geq 2 \tag{12}$$

第 1 种评价方法适用于评价算法对于全局控制点的配置情况,第 2 种方法适用于评价特定参数的转站精度。

为评价以上算法的优劣,分别对同一转站点分别用以上算法计算,得到结果如表 2 所示。

表 2 算法比较

Table 2 Comparison of algorithms (mm)

算法	$m_q$	$m_p$
最小二乘法	0.227715195968402	0.0526915107726668
整体最小二乘法	0.227718338425261	0.0526915108174082
SVD 分解	0.0788576054310231	0.10558871084691
四元数	0.0655919292173438	0.104284371005274
罗德里格	0.103270005507929	0.124707224930634

从表 2 可以发现,4 种算法对于公共点的拟合都比较不错,其中以最小二乘法最高,SVD 分解和四元数较好。对于非公共点的对比就可以看出明显的差别,但是依然是 SVD 分解和四元数较好,最小二乘法则却显不足,主要原因是最小二乘法求得的旋转矩阵不具有严格的正交性。其中 SVD 算法以算法容易实现,适用性与稳定性较好的优点,被普遍采用。

在全局控制网中,全局坐标系可以是激光跟踪仪在某个测站测量时的坐标系定义的,其余测站的坐标系相对于全局坐标系的定向关系可以用旋转矩阵  $R$  和平移矩阵  $T$  来表示。

$$P_i = R Q_i + T \tag{13}$$

式中:  $P_i$  表示全局控制点在全局坐标系下的坐标,  $Q_i$  表示全局控制点在其余任意一个测站坐标系下的坐标。因为两组点有相同的质心,所以可以将两组坐标数据分别质心化,求质心坐标:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{n}, \bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} \tag{14}$$

然后把两组数据分别质心化。坐标数据质心化的原因是可以把平移矩阵  $T$  从式子中分离出去,来优先求解

旋转矩阵  $R$ 。质心化后的坐标为:

$$P_i' = P_i - \bar{P}, Q_i' = Q_i - \bar{Q} \quad (15)$$

质心化后误差平方和最小的目标函数为:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \|P_i' - R Q_i'\|^2 = \sum_{i=1}^n (P_i' - R Q_i')^T (P_i' - R Q_i') = \sum_{i=1}^n (P_i'^T P_i' + Q_i'^T Q_i' - 2 P_i'^T R Q_i') \quad (16)$$

式中:可以把求解  $\min \Delta$  的问题转换为求解  $\max \sum_{i=1}^n P_i'^T R Q_i'$ , 因此进一步将其变为:

$$\sum_{i=1}^n P_i'^T R Q_i' = \text{Trace}(R \sum_{i=1}^n P_i'^T Q_i') = \text{Trace}(RH) \quad (17)$$

式中:  $H = \sum_{i=1}^n P_i'^T Q_i'$ 。对矩阵  $H$  进行奇异值分解, 可以得到两个  $3 \times 3$  的正交矩阵  $U$  和  $V$ , 其满足  $H = U \Lambda V^T$ 。其中  $\Lambda$  为  $3 \times 3$  的对角矩阵。令矩阵  $T = V U^T$ , 则:

$$TH = V \Lambda V^T \quad (18)$$

由于  $TH$  为对称正定矩阵, 因此总是存在一个对称正定矩阵  $D$ , 满足条件  $TH = DD^T$ 。那么假设  $d_i$  是  $D$  的第  $i$  个列向量, 根据 Schwarz 不等式, 对于任意正交矩阵  $R$ , 有:

$$d_i^T (R d_i) \leq d_i^T d_i \quad (19)$$

即:

$$\text{Trace}(TH) \leq \text{Trace}(RTH) \quad (20)$$

由式(20)可知  $T$  即为最优解, 当  $R = V U^T$  时,  $\sum_{i=1}^n P_i'^T R Q_i'$  达到最大值。求得最优化的旋转矩阵  $R$ , 根据式(13)可以求出相应的平移矩阵  $T$ , 到此得到两测站之间的转站参数。

### 4 基于不确定度为权重的全局控制网参数解算方式

在第2节, 已经验证了由激光跟踪仪误差的数学模型, 可以预测激光跟踪仪在单点测量时相应数据的不确定度, 并且在试验中可以发现, 外界环境越优良, 操作者越熟练, 那么真实数据方差则会越接近仿真数据方差。且点位方差与所选取的坐标系无关, 因此可以用仿真方差作为该点测量精度的评价指标, 从而确定该点数据的权重。在参数解算过程中, 采用方差大的点权重较小, 方

差小的点权重较大的规则<sup>[15]</sup>。由第2节的式(9)可知某一测站的协方差矩阵, 从中可以提取点位方差  $\rho_i$ , 则该点的权重可以表示为:

$$\omega_i = \frac{1}{\rho_i} / \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{\rho_i} \right) \quad (21)$$

使用带权重的 SVD 法求解转站参数, 将权重代入误差平方和最小的目标函数当中, 使每个点的误差平方和具有不同的权重, 将目标函数变为:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \omega_i \|P_i' - R Q_i'\|^2 \quad (22)$$

之后的求解过程基本与 SVD 分解法相同, 先是对目标函数展开, 如下式:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \omega_i \|P_i' - R Q_i'\|^2 = \sum_{i=1}^n (P_i' - R Q_i')^T (P_i' - R Q_i') = \sum_{i=1}^n \omega_i (P_i'^T P_i' + Q_i'^T Q_i' - 2 P_i'^T R Q_i') \quad (23)$$

然后把求解  $\min \Delta$  的问题转换为求解  $\max \sum_{i=1}^n \omega_i P_i'^T R Q_i'$  的问题, 将  $\max \sum_{i=1}^n \omega_i P_i'^T R Q_i'$  变为:

$$\sum_{i=1}^n \omega_i P_i'^T R Q_i' = \text{Trace}(R \sum_{i=1}^n \omega_i P_i'^T Q_i') = \text{Trace}(RH) \quad (24)$$

式中:  $H = \sum_{i=1}^n \omega_i P_i'^T Q_i'$ , 对  $H$  进行奇异值分解, 得到  $H = U \Lambda V^T$ , 那么可以求得旋转矩阵  $R = V U^T$ 。平移矩阵  $T$  也应采用权重的方式解算, 根据式(13)分别求得各个全局控制点的平移矩阵  $T_i$ , 则平移矩阵为:

$$T = \sum_{i=1}^n \omega_i T_i \quad (25)$$

由于采取了带权重的参数解算方式, 较好的分配了全局控制点的残差在最小化问题中的权值, 使得结果会更偏向于权重大的点, 也就是更加精确的点, 从而使得转站参数更加贴近真实值。

为此, 本文进行试验来验证带权重的方法是否可以带来优化。实验过程为在测量空间中固定 8 个全局控制点, 使用激光跟踪仪分别测量这 10 个全局控制点, 然后点位置不变, 激光跟踪仪转站, 再次测量这 8 个全局控制点, 如此反复 7 次。使用前 6 个全局控制点的数据解算转站参数, 以另外 4 个点为对结算方法进行评价, 数据如表 3 所示, 对比如图 5 所示。

表3 SVD 与带权值的 SVD 的转站评价对比表

Table 3 Comparison of SVD and weighted SVD transfer station evaluation

(mm)

SVD	SVD(weight)	SVD	SVD(weight)	SVD	SVD(weight)
0.028 008	0.028 166	0.057 275	0.060 59	0.082 019	0.081 053
0.069 15	0.071 65	0.067 422	0.066 589	0.063 746	0.066 706
0.051 508	0.028 166	0.109 571	0.096 031	0.120 666	0.115 499
0.088 837	0.071 65	0.051 408	0.048 205	0.103 371	0.104 794



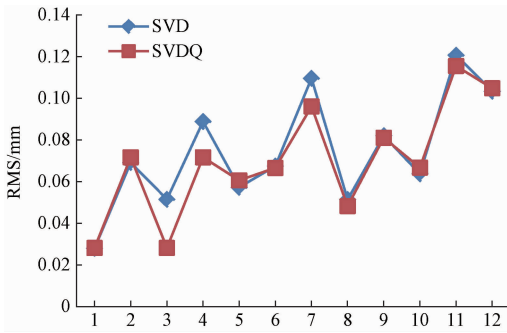


图 5 对比图

Fig. 5 Contrast diagram

从试验数据中可以看出,这种预测权重式的算法能够让大部分点的 RMS 降低,让转站数据得到统计学意义上的优化,即这种预测式权重的算法可以较好的提高大部分点的转站精度,实际上是让转站参数向真值靠近,从而提高组网测量的精度。

并没有让所有的点的精度得到优化的原因可能是这种预测式权重并不能与实际测量中该点应有的权重完全相符合;评价方式没有使用具有标准位置关系的点进行比较,而是采用激光跟踪仪在两个测站分别测得的数据来比较,这种评价方式只具有一定的参考意义。

### 5 误差分析

为了分析转站参数精度的影响因子,可以建立数学模型,对比转站后的全局控制点的坐标与其在全局坐标系下的坐标,以两个坐标再次转站的形式,使用转站参数作为评价,以总体最小二乘法的形式分析转站参数,得出其影响因子。

在测量空间中存在全局坐标系和局部坐标系两个坐标系,通过分别在两个测站下对全局控制点的测量,可以求解出两坐标系的转站参数,即旋转矩阵  $R$  和平移矩阵  $T$ 。那么可以确定两坐标系的关系如下式:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_W = kR \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_L + T \quad (26)$$

但是由于测量存在误差,求取的转站参数也会存在误差,因此全局控制点实际上并没有转换到全局坐标系下的相应坐标,而是转换到一个新的坐标  $M$ 。  $M$  与  $W$  之间的转站精度实际上就是两测站的转站精度。而且由于  $M$  与  $W$  很接近,可以使用最小近似角法来描述它们的关系,如下式:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_W = k \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_M + k \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_M + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (27)$$

为分析转站参数的影响因素,式(27)可以改写成最小二乘的形式,如下:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ \vdots \\ x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix}_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_1 & y_1 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & z_1 & 0 & -x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -y_1 & x_1 & 0 & z_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_2 & y_2 & x_2 \\ 0 & 1 & 0 & z_2 & 0 & -x_2 & y_2 \\ 0 & 0 & 1 & -y_2 & x_2 & 0 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_n & y_n & x_n \\ 0 & 1 & 0 & z_n & 0 & -x_n & y_n \\ 0 & 0 & 1 & -y_n & x_n & 0 & z_n \end{bmatrix}_M \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ k \varepsilon_x \\ k \varepsilon_y \\ k \varepsilon_z \\ k \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中:令  $X = (\Delta x, \Delta y, \Delta z, k \varepsilon_x, k \varepsilon_y, k \varepsilon_z, k)^T$  为转站参数,式(28)可以简化为:

$$V = L - AX \quad (29)$$

相比于最小二乘法使用的 G-M 模型,总体最小二乘法得到的参数估计,会同时考虑到矩阵  $A$  和观测值  $L$  的随机误差,较好的符合实际情况。解算总体最小二乘法数学上比较普遍的解法是 SVD 分解 (Golub and Van Loan, 1980; Van Huffel and Vandewalle, 1991)。其中计算步骤如下<sup>[16-18]</sup>:

建立函数模型  $(A + E_A) = L + e, 1)$  对增广矩阵进行奇异值分解  $[A \ L] = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix} V^T = U_1 S V^T$ ;

2) 如果  $V_{22}$  非奇异,则可得  $X = -V_{12} V_{22}^{-1}$ 。

因此,转站参数的整体最小二乘估计为:

$$X = -V_{12} V_{22}^{-1} = \frac{-1}{V_{m+1, m+1}} V_{12} \quad (30)$$

并且得到其转站参数的协方差矩阵为:

$$D(X) = \sigma_0^2 (N - v I_m)^{-1} N (N + v I_m)^{-1} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{27} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & d_{56} & d_{57} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} & d_{64} & d_{65} & d_{66} & d_{67} \\ d_{71} & d_{72} & d_{73} & d_{74} & d_{75} & d_{76} & d_{77} \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中:  $v = e^T e + (\text{vec } E_A)^T \text{vec } E_A = \text{tr}(e e^T + E_A E_A^T) = \text{tr}(E E^T) = \sigma_{m+1}^2, \sigma_0^2 (TLS) = \frac{v}{n - m}, N = A^T A$ 。

从式(31)可以发现,矩阵  $D(X)$  与矩阵  $A$  (全局控制点的分布)还有两个测站数据中的随机误差都相关。

接下来分析对于局部坐标系测量空间中任意一点

$P(x_p, y_p, z_p)$ , 在将点  $P$  转换到全局坐标系下坐标值的过程中, 转站参数作用在点  $P$  上, 坐标变换如下:

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_p & y_p & x_p \\ 0 & 1 & 0 & z_p & 0 & -x_p & y_p \\ 0 & 0 & 1 & -y_p & x_p & 0 & z_p \end{bmatrix}_M \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ k \varepsilon_x \\ k \varepsilon_y \\ k \varepsilon_z \\ k \end{bmatrix} \quad (32)$$

相应的坐标转站的误差协方差矩阵为:

$$D_p = E(\Delta W_p \Delta W_p^T) = A_p E(\Delta X \Delta X^T) A_p^T = A_p D_x A_p^T = \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xy} & d_{xz} \\ d_{yx} & d_{yy} & d_{yz} \\ d_{zx} & d_{zy} & d_{zz} \end{bmatrix} \quad (33)$$

从式(33)可以知道一个任意点  $P$  的转站误差产生的根本原因在于激光跟踪仪在两个测站测量时存在误差, 影响因素是参与解算转站参数的全局控制点的位置分布, 同时点  $P$  的位置会影响到点  $P$  转站精度的大小。

结合式(31), 可以解算出点  $P$  的转站精度为:

$$m_p^2 = d_{xx} + d_{yy} + d_{zz} = (d_{55} + d_{66} + d_{77})x_p^2 + (d_{44} + d_{66} + d_{77})y_p^2 + (d_{44} + d_{55} + d_{77})z_p^2 + 2(d_{71} - d_{62} + d_{53})x_p + 2(d_{61} + d_{72} - d_{43})y_p + 2(-d_{15} + d_{24} + d_{37})z_p - 2d_{45}x_p y_p - 2d_{56}y_p z_p - 2d_{46}x_p z_p + d_{11} + d_{22} + d_{33} \quad (34)$$

式(34)又可以简化为:

$$m_p^2 = a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 z^2 + a_4 xy + a_5 yz + a_6 xz + a_7 x + a_8 y + a_9 z + a_{10} \quad (35)$$

由式(35)可知, 任意一点  $P$  的转站精度在空间分布为二次曲面。由于式中  $a_4, a_5, a_6$  相对较小,  $a_1, a_2, a_3$  恒为正, 因此该二次曲面接近椭球的标准型, 通过无约束最优化的方法可以求的最小值<sup>[5]</sup>。

## 6 结论

本文研究了激光跟踪仪测量规律, 建立相应的简单数学模型, 并以此估算激光跟踪仪在测量不同位置时的不确定度, 并以实验数据与仿真数据对比, 发现二者具有较好的一致性。在通过测量全局控制点, 求取转站参数的过程中, 合理的调整残差的权重, 以体现激光跟踪仪测量的特点。通过试验发现该数学模型及点匹配方法相比普通的SVD分解法具有统计学意义上的优化性, 即在测量大量点时, 可以使大部分点的测量结果得到优化。采用了转站参数的形式对转站精度进行了理论分析, 结合

整体最小二乘法, 综合考虑了两个测站的测量误差, 分析了影响转站精度的因素, 为进一步提高转站精度提供了理论依据。

为了更好的优化转站精度, 还需要对激光跟踪仪建立更复杂和全面的数学模型, 以加入外部环境的影响。另外对于全局控制点的布局对转站精度的影响也不能忽略, 通过研究其布局对于转站参数的影响, 以提高转站精度, 将是未来在工业现场构建全局控制网络, 优化转站精度的重要研究方向。

## 参考文献

[1] 俞慈君, 李江雄, 余锋杰, 等. 带工程约束的点匹配算法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(5): 183-190.  
YU C J, LI J X, YU F J, et al. 3D points registration algorithm with engineering constraints [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(5): 183-190.

[2] 郭英起, 唐彬, 张秋江, 等. 基于空间直角坐标系的高精度坐标转换方法研究 [J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(3): 125-128.  
GUO Y W, TANG B, ZHANG Q J, et al. Research on coordinate transformation method of high accuracy based on space rectangular coordinates system [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2012, 32(3): 125-128.

[3] 谢政委, 林嘉睿, 郑继贵, 等. 基于空间长度约束的坐标控制场精度增强方法 [J]. 中国激光, 2014, 42(1): 108005.  
XIE ZH W, LIN J R, ZHU J G, et al. Accuracy enhancement method for coordinate control field based on space length constraint [J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 42(1): 108005.

[4] 林嘉睿, 郑继贵, 张皓琳, 等. 激光跟踪仪测角误差的现场评价 [J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(2): 463-468.  
LIN J R, ZHU J G, ZHANG H L, et al. Field evaluation of laser tracker angle measurement error [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(2): 463-468.

[5] 林嘉睿. 大型复杂物体组合测量方法研究 [D]. 天津: 天津大学, 2012.  
LIN J R. Research on the combined measurement method of large complex objects [D]. Tianjin: Tianjin University, 2012.

[6] 陆珏, 陈义, 郑波. 总体最小二乘方法在三维坐标转换中的应用 [J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(5): 77-81.  
LU J, CHEN Y, ZHENG B. Applying total least squares to three-dimensional datum transformation [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2008, 28(5): 77-81.

[7] MOGHARI M H, ABOLMAESUMI P. Maximum likelihood estimation of the distribution of target

- registration error[C]. Medical Imaging, International Society for Optics and Photonics, 2008: 69180I-69180I-12.
- [8] PREDMORE C R. Bundle adjustment of multi-position measurements using the Mahalanobis distance [J]. Precision Engineering, 2010, 34(1): 113-123.
- [9] PEGGS G N, MAROPOULOS P G, HUGHES E B, et al. Recent developments in large-scale dimensional metrology [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2009, 223(6): 571-595.
- [10] 张福民, 曲兴华, 叶声华. 大尺寸测量中多传感器的融合[J]. 光学精密工程, 2008, 16(7): 7320.  
ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Multiple sensor fusion in large scale measurement [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(7): 7320.
- [11] 张福民, 曲兴华, 叶声华. 基于蒙特卡罗仿真方法的大尺寸测量不确定度分析[J]. 计算机集成制造系统, 2009, 15(1): 184-187.  
ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Uncertainty analysis in large-scale measurement based on Monte Carlo simulation method [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2009, 15(1): 184-187.
- [12] 张福民, 曲兴华, 叶声华. 面向对象的大尺寸测量不确定度分析[J]. 光学精密工程, 2008, 16(11): 2239-2243.  
ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Uncertainty estimation of large 2 scale measurement for special fitting task [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(11): 2239-2243.
- [13] ZOBRIST T L, BURGE J H, DAVISON W B, et al. Measurements of large optical surfaces with a laser tracker[C]. SPIE Astronomical Telescopes & Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 2008: 70183U-70183U-12.
- [14] HUGHES B, FORBES A, LEWIS A, et al. Laser tracker error determination using a network measurement[J]. Measurement Science and Technology, 2011, 22(4): 045103.
- [15] 黄鹏, 王青, 俞慈君, 等. 飞机航炮的数字化校准分析[J]. 光学精密工程, 2013, 21(12): 3102-3110.  
HUANG P, WANG Q, YU C J, et al. Accuracy analysis for digital boresighting of aircraft gun [J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(12): 3102-3110.
- [16] 鲁铁定. 总体最小二乘平差理论及其在测绘数据处理中的应用[D]. 武汉: 武汉大学, 2010.  
LU T D. Research on the total least squares and its applications in surveying data processing [D]. WuHan: Wuhan University. 2010.

- [17] 周欣然, 滕召胜, 蒋星军. 稀疏在线无偏置最小二乘支持向量机的预测控制[J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25(4): 331-337.  
ZHOU X R, TENG ZH SH, JIANG X J. Predictive control using sparse online non-bias LSSVM [J]. Journal of Electronic measurement and Instrument. 2011, 25(4): 331-337.

## 作者简介



**樊印久**, 2014年于天津大学获得学士学位, 现为天津大学硕士研究生, 主要研究方向为大尺寸测量研究。  
E-mail: fanyinjiu@126.com

**Fan Yinjiu** received his B. Sc. degree in 2014 from Tianjin university, now he is Graduate student in Tianjin university. His

main research interest include Large size measurement.



**张福民** (通讯作者), 2004年于哈尔滨工业大学获得学士学位, 2009年于天津大学获得博士学位, 现为天津大学副教授, 主要研究方向为测试计量技术及仪器。  
E-mail: zhangfumin@tju.edu.cn

**Zhang Fumin** (Corresponding author) received B. Sc. from Harbin Institute of

Technology University in 2004 and Ph. D. from Tianjin University in 2009. He is an associate professor in Tianjin University. His research interest is measurement and instrument technology.



**曲兴华**, 分别于1982、1988和2003年在天津大学获得学士、硕士和博士学位, 现为天津大学教授, 主要研究方向为测试计量技术及仪器。  
E-mail: quxinghua@tju.edu.cn

**Qu Xinghua** received bachelor degree, master degree and doctor degree from Tianjin

University in 1982, 1988 and 2003, respectively. He is a professor in Tianjin University. His research interest is measurement and instrument technology.



**王俊龙**, 2007年于西安石油大学获得学士学位, 2009年于天津大学获得硕士学位。现为国网河北省电力公司高级工程师, 主要研究方向为测试计量技术、用电信息采集技术。  
Email: wjlmxc001@126.com

**Wang Junlong** received bachelor degree from Xi'an Shiyou University in 2004 and master degree from Tianjin University in 2009. He is a senior engineer in State Grid

Hebei Electric Power Company. His research interest is measurement technology, electricity information collection technology.