

DOI: 10.13382/j.jemi.B2205899

# Levy 噪声下欠阻尼指数型三稳随机共振系统研究\*

张刚<sup>1</sup> 毕璐洁<sup>1</sup> 蒋忠均<sup>2</sup>

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065; 2. 中共贵州省委网络安全和信息化委员会办公室 贵阳 550000)

**摘要:**针对经典双稳随机共振(CBSR)系统在微弱信号放大检测方面的困难,提出了 Levy 噪声下的欠阻尼指数型三稳随机共振(UETSR)系统。将双稳态和指数势函数相结合,利用非高斯噪声可有效提升信噪比的特性,构造出 UETSR 系统。首先推导该系统的稳态概率密度函数,以平均信噪比增益为衡量指标,采用量子粒子群算法进行参数寻优,研究在 Levy 噪声的不同参数  $\alpha$  与  $\beta$  下,系统各参数对 UETSR 输出变化规律的影响。最后将 UETSR、CBSR 和经典三稳系统(CTSR)应用于轴承故障诊断中,系统输出后的内外圈故障频率处的幅值较输入信号分别增长了 197.58, 1.153, 18.81 和 238.87, 26.63, 39.72, 最高峰与次高峰的谱级比分别为 5.44, 4.03, 3.85 和 5.10, 3.79, 5.05。实验结果表明,不同系统参数均可诱导产生 SR 现象,且 UETSR 系统的性能明显优于 CBSR 和 CTSR,具有良好的工程应用价值。

**关键词:** 故障诊断; 随机共振; 指数型三稳系统; Levy 噪声

中图分类号: TH133.33; TN911.23

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 510.40

## Underdamped exponential tri-stable stochastic resonance system under Levy noise

Zhang Gang<sup>1</sup> Bi Lujie<sup>1</sup> Jiang Zhongjun<sup>2</sup>

(1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications (CQUPT), Chongqing 400065, China; 2. Cyberspace Administration of Guizhou Province, Guiyang 550000, China)

**Abstract:** For the difficulties of classical bi-stable stochastic resonance (CBSR) system in amplification and detection of weak signals, an underdamped exponential tri-stable stochastic resonance (UETSR) system in a Levy noise background is proposed. The UETSR system is constructed by combining the bi-stable potential and exponential potential function, and using the property that non-Gaussian noise can effectively improve the signal-to-noise ratio. Firstly, the steady-state probability density function of the system is derived. The mean signal-to-noise ratio improvement (MSNRI) is adopted as an index to measure the stochastic resonance performance. The quantum particle swarm algorithm is used on parameters optimization. The effect of each parameter of the system on the output variation pattern of the UETSR system with different parameters  $\alpha$  and  $\beta$  of Levy noise is investigated. Finally, the UETSR, CBSR and classical tri-stable stochastic resonance system (CTSR) are applied to the bearing fault diagnosis, and the amplitudes at the inner and outer ring fault frequencies after the system output increased by 197.58, 1.153, 18.81 and 238.87, 26.63, 39.72, respectively, compared to the input signal. The spectral level ratios of the highest peak to the second highest peak were 5.44, 4.03, 3.85 and 5.10, 3.79, 5.05. The experimental results show that SR phenomena can be induced by different system parameters, and the UETSR system outperformed the CBSR system and the CTSR system. The above conclusions prove that the system has excellent performance and strong practical significance.

**Keywords:** fault diagnosis; stochastic resonance; exponential tri-stable system; Levy noise

收稿日期: 2022-10-10 Received Date: 2022-10-10

\* 基金项目: 国家自然科学基金(61771085)、重庆市自然科学基金面上项目(cstc2021jcyj-msxmX0836)、重庆市教育委员会科研项目(KJQN201900601)资助

## 0 引言

早在 1981 年,随机共振(stochastic resonance, SR)就在研究地球古气象环境的冰川问题时被提出,用来解释冰川期和暖气候期的周期交替。随着学者对随机共振现象的不断研究,其在微弱信号检测中的应用也受到了广泛关注。与传统的微弱信号检测方法不同<sup>[1]</sup>,随机共振在抑制噪声的同时不会削弱信号能量,而是利用非线性系统将噪声的部分能量传递给信号,从而达到增强和准确检测弱信号的目的。随机共振提出后,学者们的主要研究内容多是利用双稳态或三稳态系统来处理周期信号和高斯白噪声的混合信号<sup>[2]</sup>。贺利芳等<sup>[3]</sup>提出分段非对称线性双稳系统,具有良好的优效性。Qiao 等<sup>[4]</sup>提出一种自适应非饱和双稳态系统,使故障特征频率具有更大的可识别度,有效改善了 CBSR 系统的输出饱和性。Lei 等<sup>[5]</sup>提出多稳态势,能够根据不同的振动信号匹配合适的稳态数,可在目标频率处获得更高的振幅。孙万麟等<sup>[6]</sup>研究了二阶线性系统在阻尼系数和固有频率同时受耦合高斯噪声影响下的 SR 现象。近年来也有学者将指数项引入到势函数中,张刚等<sup>[7]</sup>将简谐模型与 GP 模型相结合提出一种指数型双稳系统,并加入 EMD 技术,能够更加准确的检测提取故障信号。Cui 等<sup>[8]</sup>提出级联二阶指数型三稳系统,并与混沌蚁群优化算法和 EMD 技术相结合,可有效提高故障诊断的精度。

目前国内外对多稳态势或指数势均有一定的研究,但多数都是以高斯白噪声作为背景噪声。然而高斯白噪声只是理想的噪声,现实世界中存在大量的非高斯噪声,其波形具有非常明显的尖峰特性和拖尾特性<sup>[9]</sup>。焦尚彬等<sup>[10]</sup>研究了  $\alpha$  噪声驱动的非对称双稳随机共振现象,研究了不同参数对 SR 现象的影响,为参数选择奠定了坚实的基础。张刚等<sup>[11]</sup>研究了  $\alpha$  噪声下自适应非线性耦合双稳系统,首次对通过非线性耦合双稳系统后的微弱信号进行检测提取。Liu 等<sup>[12]</sup>研究了 Levy 噪声下参数引起的对称三稳随机共振,根据三稳态系统的结构特性,构造了一种间接参数控制的方法。Zhang 等<sup>[13]</sup>研究了 Levy 噪声下基于线性耦合双稳态系统的随机共振,并将该系统应用于轴承故障检测。贺利芳等<sup>[14]</sup>为克服 CBSR 系统的输出饱和性问题,提出了一种 Levy 噪声下分段非线性双稳随机共振系统,该系统对于微弱信号的检测效果明显优于 CBSR 系统。张静静等<sup>[15]</sup>研究了非对称双稳系统在乘性非高斯噪声和加性高斯白噪声联合激励下的平均首次穿越时间,结果表明,非高斯噪声的引入可以提高系统信噪比。

上述研究多是在高斯和非高斯噪声下使用过阻尼双稳或三稳系统处理微弱信号,并未具体研究非高斯噪声

和欠阻尼三稳系统共同影响下的随机共振情况。因此本文将 CBSR 系统与传统指数型函数相结合,提出一种欠阻尼指数型三稳随机共振系统(underdamped exponential tri-stable stochastic resonance, UETS),并引入了最接近现实生活中噪声的 Levy 噪声。首先推导系统的稳态概率密度(steady-state probability density, SPD)函数来分析粒子的跃迁特性,根据粒子在势阱中停留的概率,可以判断其是阱间跃迁还是阱内跃迁;以平均信噪比增益(MSNRI)为衡量指标,利用量子粒子群算法进行参数寻优,探究了各系统参数在不同的 Levy 噪声参数下对于 MSNRI 的影响。然后将该系统应用到轴承故障诊断中,实验检测结果分别与 CBSR 和 CTSR 系统进行对比,信噪比增益较两个系统提升了 2.92 dB 及以上,可证明该系统的系统性能明显优于 CBSR 和 CTSR 系统。

## 1 势函数模型

### 1.1 经典双稳势函数模型

双稳态函数模型是随机共振系统中研究最多的一类非线性系统,其势函数的表达式为:

$$U_c(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4 \quad (1)$$

式中; $a, b$  均为大于 0 的系统参数。势垒高  $\Delta V = a^2/4b$ , 势函数在  $x_m = \pm \sqrt{a/b}$  处取得极小值,在  $x_b = 0$  处取极大值。不同系统参数  $a, b$  下的势函数如图 1 所示。

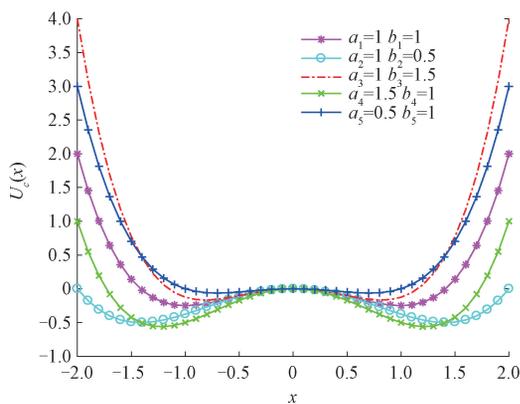


图 1 CBSR 系统势函数

Fig. 1 CBSR system potential function

由图 1 可见,随着  $b$  的增加,势阱深度逐渐减小,且势阱壁变得陡峭,更加靠近势垒;随着  $a$  的增加,势阱深度逐渐加深,宽度也随着  $a$  的增加而增加。

### 1.2 传统指数型势函数模型

传统的指数型系统势函数形式相对复杂,其势函数的表达式为<sup>[16]</sup>:

$$U_c(x) = K \exp \left[ -\frac{(x-c)^2}{2Q^2} \right] \quad (2)$$

式中： $K, Q, c$  为系统参数， $K > 0, Q > 0$ 。其势函数如图 2 所示，当  $c, Q$  固定时，高度随着  $K$  的增加而增加，宽度不变；固定  $K, Q$  时，势函数的高度和宽度均未发生改变，峰值点随着  $c$  的增加发生右移；势函数的宽度随  $Q$  的增加而加大。综上所述， $K, Q, c$  分别控制势函数的高度、宽度和中心点位置。

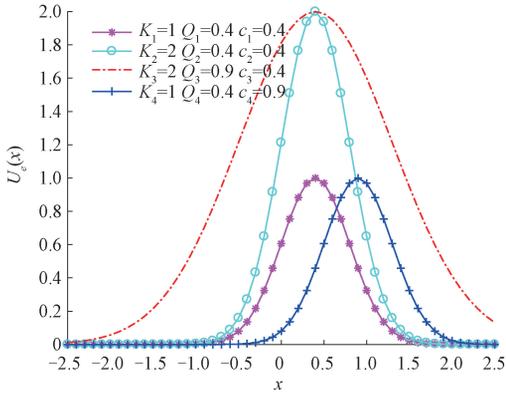


图 2 传统指数型势函数

Fig. 2 Traditional exponential potential function

### 1.3 指数型三稳势函数模型

结合经典双稳系统和传统指数型系统的特点，提出一种指数型三稳随机共振系统，其势函数表达式为：

$$U(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{4}bx^4 - K \exp \left( -\frac{x^2}{2Q^2} \right) \quad (3)$$

图 3(a) 为势函数在参数  $a, b$  不同时的变化情况，随着  $a$  的增加，两侧势阱的深度逐渐增加； $a$  相同时，两侧势阱的深度及宽度均随着  $b$  的增加而减小。图 3(b) 为势函数在不同参数  $K, Q$  下的变化情况，随着  $Q$  增加，势阱宽度逐渐加大，中间及两侧势阱的深度变小；中间势阱深度随  $K$  增加而变深，两侧势阱变化不明显。

由图 3 可以看出，当  $K, Q$  增加时其势函数整体呈现两侧势阱深度变浅，中间势阱深度及宽度逐渐加大的变化趋势。通过调整参数，模型可在双稳态势和三稳态势间切换，兼具两者的优点。

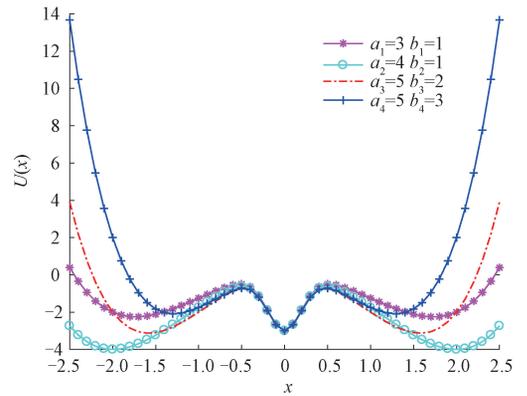
## 2 随机共振机理

### 2.1 系统方程

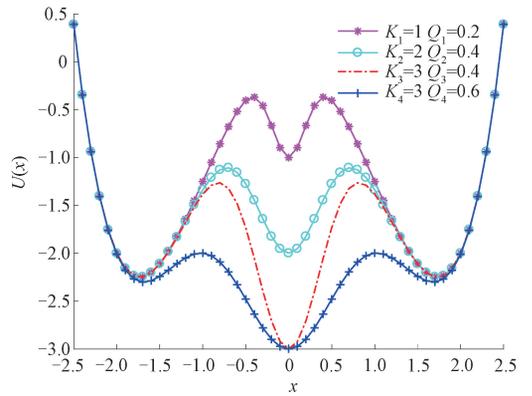
待测周期信号和 Levy 噪声驱动下的三稳态系统欠阻尼模型如下：

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{dU(x)}{dx} - r \frac{dx}{dt} + S(t) + N(t) \quad (4)$$

式中： $U(x)$  为势函数， $S(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$  是幅值为  $A$ ，



(a)  $K=3, Q=0.2$



(b)  $a=3, b=1$

图 3 势函数在不同参数下的变化情况

Fig. 3 Variation of potential function with different parameters

频率为  $f_0$  的待测微弱周期信号， $r$  为阻尼比系数， $N(t) = D\xi(t)$  表示噪声强度为  $D$  的 Levy 噪声。将式(3)代入式(4)可得：

$$\frac{d^2x}{dt^2} = ax - bx^3 - \frac{Kx}{Q^2} \exp \left( -\frac{x^2}{2Q^2} \right) - r \frac{dx}{dt} + S(t) + N(t) \quad (5)$$

令  $\frac{dx}{dt} = y$ ，可将式(5)降维为一阶微分方程组：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = ax - bx^3 - \frac{Kx}{Q^2} \exp \left( -\frac{x^2}{2Q^2} \right) - ry + S(t) + N(t) \end{cases} \quad (6)$$

通过 FPE(Fokker-Planck) 方程可推导出粒子运动的概率密度函数  $\rho(x, y, t)$ ，FPE 方程如式(7)所示<sup>[17]</sup>：

$$\frac{\partial \rho(x, y, t)}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \rho(x, y, t) - \frac{\partial}{\partial x} [y \rho(x, y, t)] - \frac{\partial}{\partial y} \{ [f(x) - ry] \rho(x, y, t) \} \quad (7)$$

$$f(x) = ax - bx^3 - \frac{Kx}{Q^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2Q^2}\right) + A \sin(2\pi f_0 t) \quad (8)$$

$$\tilde{U}(x, y, t) = r \left[ \frac{1}{2} y^2 + U(x) - x A \sin(2\pi f_0 t) \right] \quad (10)$$

根据绝热近似理论,可求得其稳态概率密度函数为:

$$\rho_{st}(x, y, t) = N \exp\left(-\frac{\tilde{U}(x, y, t)}{D}\right) \quad (9)$$

其中,  $N$  是归一化常数,  $\tilde{U}(x, y, t)$  为广义势函数,其表达式如式(10)所示<sup>[18-19]</sup>:

图 4 为稳态概率密度函数图像,对比图 4(a)和(b),  $A=0$  时  $\rho_{st}$  处于对称状态,  $A=0.5$  时左侧势阱  $\rho_{st}$  减小,右侧  $\rho_{st}$  增大,呈非对称状态,此时粒子由左侧势阱向右侧势阱转移;对比图 4(c)和(d),随着  $D$  的增加,中间势阱的  $\rho_{st}$  增高,说明粒子停留在中间势阱的概率变高,粒子更易从两侧势阱过渡到中间势阱;对比图 4(e)和(f),两侧势阱的  $\rho_{st}$  变高,中间势阱的  $\rho_{st}$  变低,有利于粒子从中间势阱跃迁到两侧势阱中。

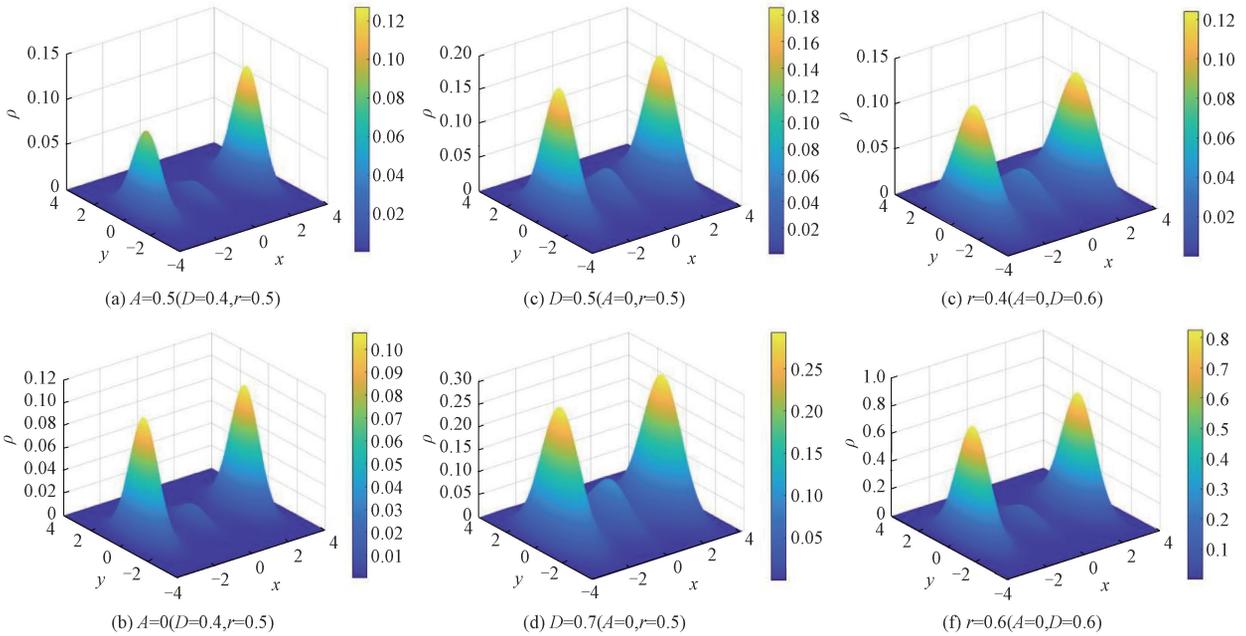


图 4 不同参数下的稳态概率密度函数

Fig. 4 SPD with different parameters

### 2.2 Levy 噪声

Levy 噪声又称  $\alpha$  噪声,是一种具有普遍性的非高斯噪声,有较强的脉冲尖峰和拖尾特性,其特征函数表达式为:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp\left[-\sigma |t| \left(1 + i\beta \frac{2}{\pi} \text{sign}(t) \log |t|\right) + i\mu t\right], & \alpha = 1 \\ \exp\left[-\sigma^\alpha |t|^\alpha \left(1 - i\beta \text{sign}(t) \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right) + i\mu t\right], & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)可知,Levy 噪声的分布由  $\alpha, \beta, \sigma, \mu$  来确定<sup>[20]</sup>。 $\alpha \in (0, 2]$  是特征参数,决定噪声分布的拖尾特性和脉冲尖峰特性; $\beta \in [-1, 1]$  是对称参数,决定噪声分布的对称性; $\sigma \in [0, +\infty)$  为尺度参数,表示样本点偏离均值的离散程度; $\mu \in (-\infty, +\infty)$  为位置参数,决定噪声分布的中心位置。

Levy 噪声的随机变量  $X$  可以通过 CMS (Chambers-Mallows-Stuck) 算法产生<sup>[21]</sup>,当  $\alpha \neq 1$  时:

$$X = D_{\alpha, \beta, \sigma} \frac{\sin(\alpha(V + C_{\alpha, \beta}))}{(\cos(V))^{1/\alpha}} \times \left[ \frac{\cos(V - \alpha(V + C_{\alpha, \beta}))}{W} \right]^{(1-\alpha)\alpha} + \mu \quad (12)$$

式中:随机变量  $V$  服从均匀分布,  $W$  服从指数分布,即  $V \sim U(-\pi/2, \pi/2)$ ,  $W \sim e(1)$ ,  $V$  和  $W$  相互独立,其中:

$$C_{\alpha, \beta} = \frac{\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))}{\alpha} \quad (13)$$

$$D_{\alpha, \beta, \sigma} = \sigma \left[ \cos(\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))) \right]^{-1/\alpha} \quad (14)$$

当  $\alpha = 1$  时:

$$X = \frac{2\sigma}{\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{2} + \beta V \right) \tan V - \beta \ln \left( \frac{(\pi/2) W \cos V}{\pi/2 + \beta V} \right) \right] + \mu \quad (15)$$

图 5 为不同 Levy 噪声参数的概率密度函数

(probability density function, PDF) 曲线。

如图 5(a) 所示,  $\alpha$  越小时, 脉冲特性越强, 拖尾特性越弱,  $\alpha = 2$  时服从高斯分布; 图 5(b) 中,  $\beta = 0$  时噪声对称分布,  $\beta < 0$  时偏右分布,  $\beta > 0$  时偏左分布, 当  $\alpha = 1$

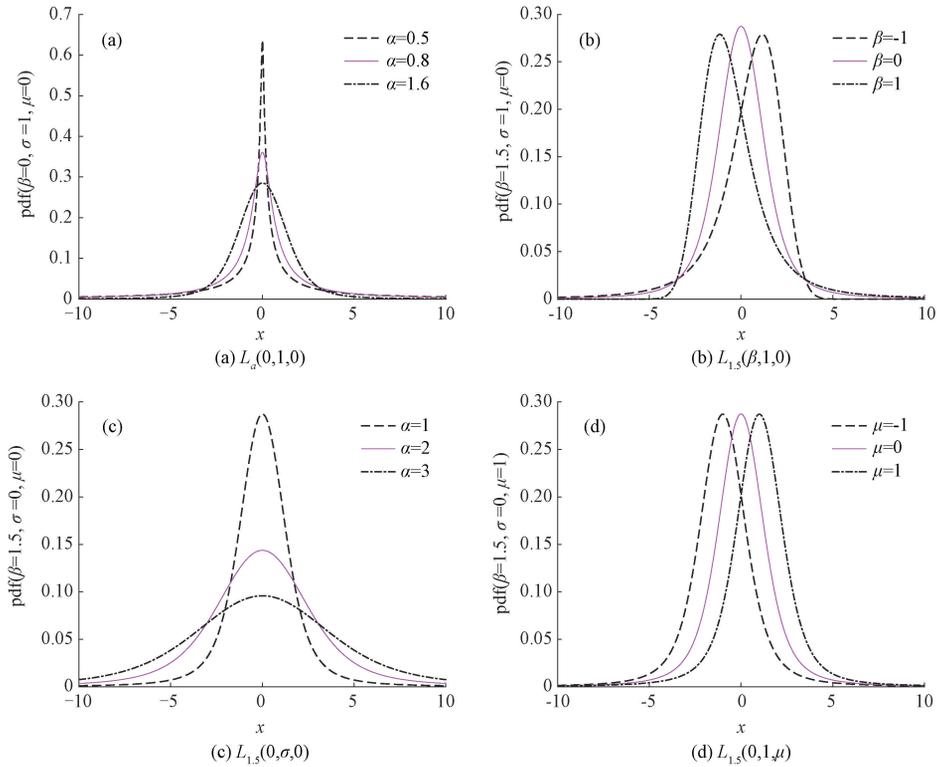


图 5 不同 Levy 噪声参数的概率密度函数

Fig. 5 PDF for different Levy noise parameters

### 2.3 性能指标

目前用于评价随机共振系统的性能衡量指标有很多, 例如驻留时间分布、功率谱放大系数、信噪比 (SNR) 等<sup>[22]</sup>。这其中 SNR 的使用最为广泛, 本文则采用与 SNR 相比能更好地反映对系统输入信号改进效果的信噪比增益 (SNRI), 其定义如式 (16) 所示:

$$SNRI = \frac{S_{out}(f_0)/\xi_{out}(f_0)}{S_{in}(f_0)/\xi_{in}(f_0)} \quad (16)$$

式中:  $S_{in}(f_0)$  和  $S_{out}(f_0)$  分别表示随机共振系统输入和输出信号的功率;  $\xi_{in}(f_0)$  和  $\xi_{out}(f_0)$  分别表示系统输入和输出噪声的功率。只有当  $SNRI > 1$  时, 系统才能显著提高和改善待测微弱周期信号,  $SNRI$  越大说明系统对微弱信号的改善效果越好<sup>[23]</sup>。

为了提高数据可靠性并减少实验中的随机性, 本文的性能指标选用平均信噪比增益 (MSNRI), 用来衡量系统对输入信号的增强和改善情况, 其定义如式 (17) 所示:

$$MSNRI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n SNRI_i \quad (17)$$

且  $\beta = 0$  时服从柯西分布; 图 5(c) 中, 随着  $\sigma$  的增大, 其分布越分散; 图 5(d) 中,  $\mu = 0$  时中心位置在零点,  $\mu > 0$  时, 中心在零点右边,  $\mu < 0$  时, 中心则在零点左边。

式中:  $n$  为仿真实验次数,  $SNRI_i$  为第  $i$  次仿真的增益。

### 2.4 数值仿真算法

由于 Levy 噪声的加入, 本文结合 CMS 算法与四阶 Runge-Kutta 算法对式 (5) 做数值仿真分析, 其过程如下:

$$\begin{cases} k_1 = y(n) \\ f_1 = -U'[x(n)] - rk_1 + s(n) \\ k_2 = y(n) + f_1 h/2 \\ f_2 = -U'[x(n) + k_1 h/2] - rk_2 + s(n) \\ k_3 = y(n) + f_2 h/2 \\ f_3 = -U'[x(n) + k_2 h/2] - rk_3 + s(n+1) \\ k_4 = y(n) + f_3 h \\ f_4 = -U'[x(n) + k_3 h] - rk_4 + s(n+1) \\ x(n+1) = x(n) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + h^\alpha \xi(n) \\ y(n+1) = y(n) + \frac{1}{6}(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) + h^\alpha \xi(n) \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $s(n)$  为输入信号的第  $n$  次采样值,  $x(n)$  和  $y(n)$  是输出信号的第  $n$  次采样值;  $\xi(n)$  是 Levy 噪声第  $n$  次采样值;  $h$  为采样步长。Levy 噪声具有较强的脉冲特性, 较大脉冲幅度会导致粒子跳跃过快, 因此数值仿真时要对系统输出进行截断, 即  $|x(n)| > 3$  时, 令  $x(n) = 3 \times \text{sign}[x(n)]$ ,  $y(n)$  同理。

### 3 参数寻优

常见的自适应寻优算法有很多, 如蚁群算法、遗传算法、量子粒子群算法、灰狼算法、人工鱼群算法等智能算法和遍历法<sup>[24-27]</sup>。量子粒子群算法由于在量子空间中, 粒子满足集聚态的性质完全不同, 使得算法可以在整个可行区域内搜索, 具有简单易行、全局寻优能力最强、收敛速度快等优点<sup>[28]</sup>。因此本文首先采用量子粒子群算法找到各个参数的最优范围, 将  $MSNRI$  作为参数寻优的度量, 观察参数变化对性能指标的影响, 最终寻得最优参数, 寻优结果如图 6 所示, 存在多组最优参数对, 且  $K$ 、 $Q$  呈负相关, 当  $Q$  较小且  $K$  较大时, 其  $MSNRI$  的数值较大;  $a$ 、 $b$  呈正相关, 当  $a$  和  $b$  取较大值时, 存在多组能产生 SR 现象的最优参数, 可以解决因参数选择不当而系统性能不佳的问题。

具体步骤如下(以参数  $K$ 、 $Q$  为例):

1) 初始化系统参数及 Levy 噪声参数, 设定参数初始值为  $K = 3$ ,  $Q = 0.1$ , 步长取 0.1,  $K$ 、 $Q$  的寻优范围分别为  $[3, 5]$  和  $[0.1, 2.1]$ ;

2) 初始化  $MSNRI$ , 令  $O-MSNRI = 0$ , 将含有噪声的待测信号输入到 UETSR 系统中, 且  $K = K + 0.1$ ,  $Q = Q + 0.1$ ;

3) 使用 Runge-Kutta 算法数值分析不同参数对应的系统;

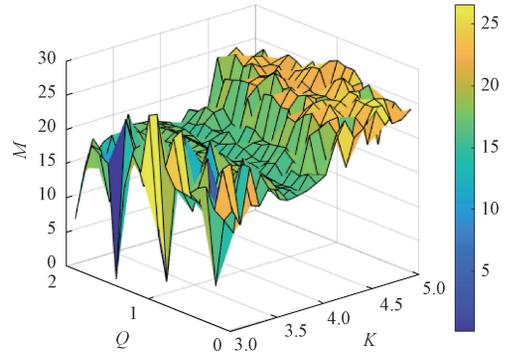
4)  $MSNRI$  的数值可由式(16)、(17)求得, 若  $MSNRI \geq O-MSNRI$ , 则  $O-MSNRI = MSNRI$ , 记录当前的  $K$ 、 $Q$  取值, 若未到达边界点, 返回步骤 2);

5) 将  $O-MSNRI$  对应的一组或多组系统参数代入 UETSR 系统中求解, 寻得最优参数  $K$ 、 $Q$ 。

该方法的流程图如图 7 所示。

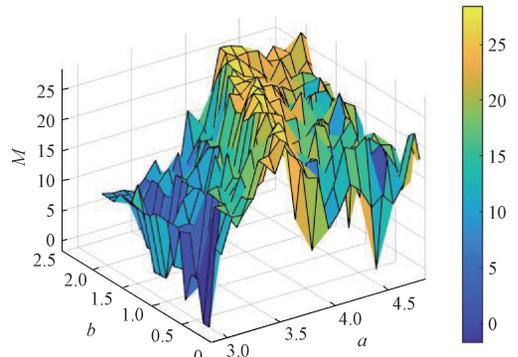
### 4 Levy 噪声下参数诱导的随机共振现象

将混有 Levy 噪声的待测信号输入到 UETSR 系统中, 采样频率  $f_s = 5\text{Hz}$ , 采样点数  $N = 10\ 000$ , 待测信号为:  $s(t) = 0.5\sin(2\pi \times 0.01t)$ 。Levy 噪声各项参数取  $\alpha = 1.5$ ,  $\beta = 0$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0$ ,  $D = 0.5$ , 阻尼比  $r = 0.1$ , 最优参数组为  $a = 4.993$ ,  $b = 0.894$ ,  $K = 3.597$ ,  $Q = 0.457$ 。输入输出结果如图 8 所示, 图 8(a) 中看出信号被淹没在强噪声



(a) MSNRI随  $K$ 、 $Q$  变化三维图

(a) MSNRI with  $K$ 、 $Q$  variation in three-dimensional map



(b) MSNRI随  $a$ 、 $b$  变化三维图

(b) MSNRI with  $a$ 、 $b$  variation in three-dimensional map

图 6 算法寻优结果

Fig. 6 Algorithm optimization results

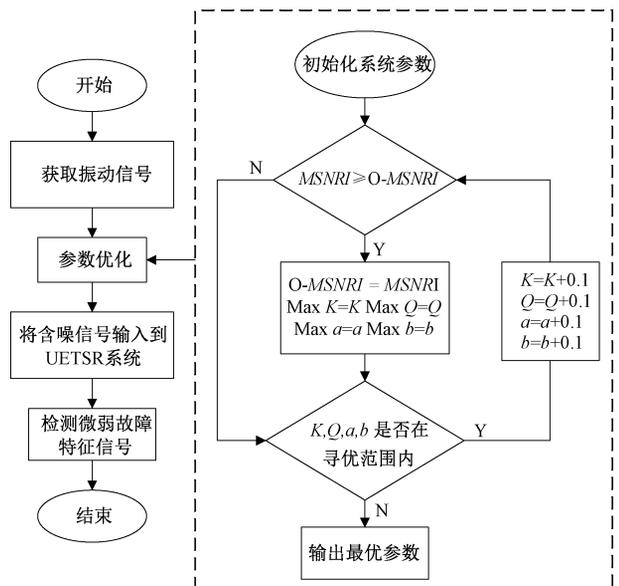


图 7 算法流程

Fig. 7 Algorithm flow chart

背景中无法提取。

图 8(b) ~ (d) 分别表示通过 CBSR、CTSR 和 UETSR

系统后的输出信号时域和频谱图, 3 个系统均可在 0.01 Hz 处检测出特征信号, 并且 UETSR 系统的频谱峰值与 CBSR 和 CTSR 系统相比有明显增大。这表明 UETSR 系统在强噪声背景下能有效检测和提取出微弱特征信号, 更适用于检测实际故障信号。

下面进一步研究 Levy 噪声特征参数  $\alpha$  和对称参数  $\beta$  取值不同时, UETSR 的系统参数  $a, b, K, Q$  和噪声强度  $D$  对  $MSNRI$  变化规律的影响。

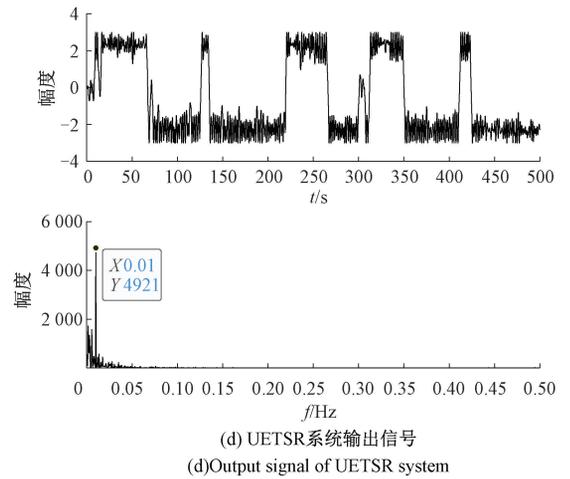
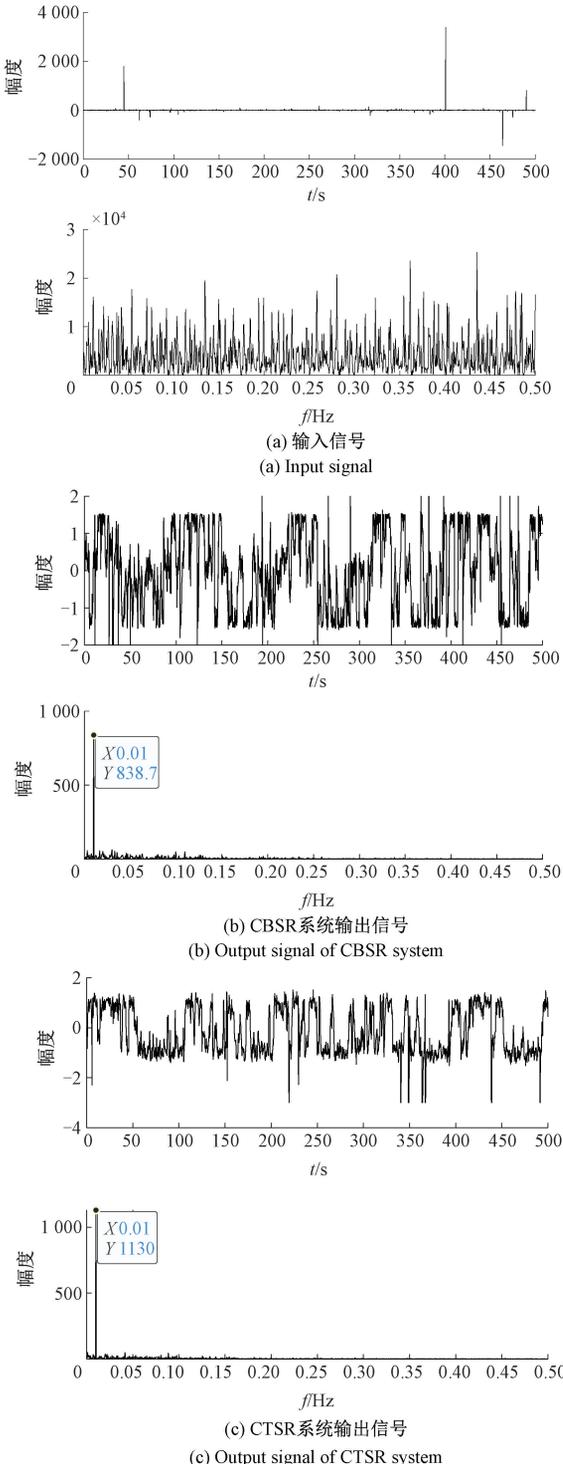


图 8 输入信号与输出信号时域和频域图

Fig. 8 The time and frequency domain diagram of input signal and output signal

#### 4.1 $MSNRI$ 在不同特征参数 $\alpha$ 下的变化

取 Levy 噪声参数为  $\beta = 0, \sigma = 1, \mu = 0$ , 特征指数分别为  $\alpha = 0.7, \alpha = 1, \alpha = 1.3$ , 阻尼比系数  $r = 0.2$ , 采样点数  $N = 4\ 096$ , 其余参数均保持不变。

图 9 所示为  $MSNRI$  随  $a$  变化的曲线图, 系统参数取  $b = 1, K = 4, Q = 0.2$ 。当  $\alpha = 1$  和  $\alpha = 1.3$  时,  $MSNRI$  总体上呈先增后减的趋势, 随着  $\alpha$  的增加,  $MSNRI$  的峰值逐渐减小并向左移。在峰值处, 系统与噪声和输入信号达到最佳匹配关系, 产生 SR 现象, 将一部分的噪声能量转换为有用的信号能量,  $\alpha = 0.7$  时无明显 SR 现象。

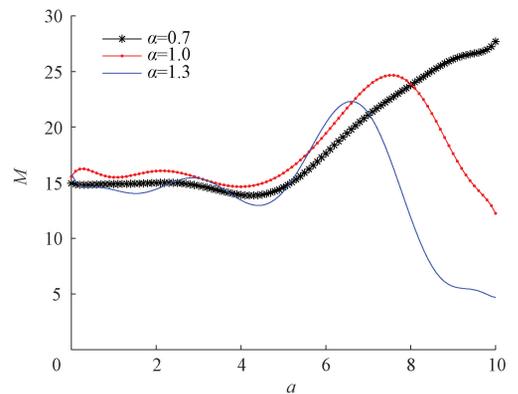


图 9 不同  $\alpha$  下  $MSNRI$  随  $a$  变化曲线

Fig. 9  $MSNRI$  versus  $a$  under different  $\alpha$

图 10 为  $MSNRI$  随  $b$  的变化, 系统参数取  $a = 6, K = 4, Q = 0.2$ 。3 条曲线都呈先增后减的趋势, 说明存在最优参数  $b$  使得系统发生 SR 现象。随着  $\alpha$  的增加,  $MSNRI$  的峰值逐渐下降并向右移, 当  $b > 1$  时,  $\alpha = 1$  的  $MSNRI$  大于  $\alpha \neq 1$  时。

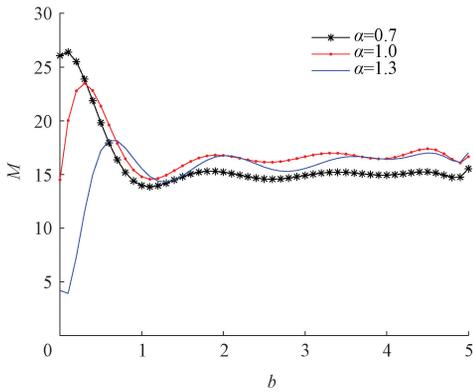


图 10 不同  $\alpha$  下  $MSNRI$  随  $b$  变化曲线  
Fig. 10  $MSNRI$  versus  $b$  under different  $\alpha$

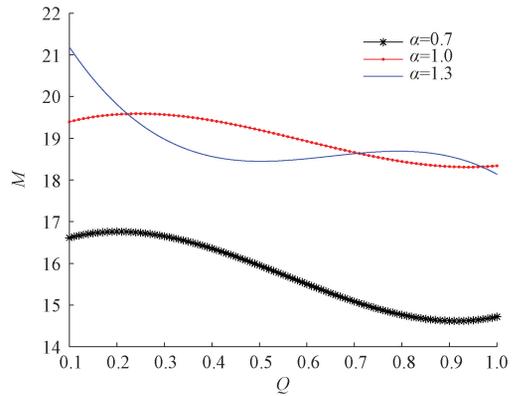


图 12 不同  $\alpha$  下  $MSNRI$  随  $Q$  变化曲线  
Fig. 12  $MSNRI$  versus  $Q$  under different  $\alpha$

图 11 为  $MSNRI$  随着  $K$  的变化,系统参数为  $a = 6, b = 1, Q = 0.2$ 。曲线整体上呈现一种先增后减,再上升到下降的趋势,且出现了多个峰值。在第 1 个峰值处系统的 SR 效果最好,随着  $K$  取值变大,粒子跃迁所需的能量也变大,因此后几个峰值处所产生的 SR 效果不如首次的效果好。由  $\alpha = 1.3$  的曲线可以看出,随着  $K$  的逐渐增大, $MSNRI$  的取值最终将趋于 0,噪声的能量不足以转换为有用的信号能量,此时将无法再发生 SR 现象。

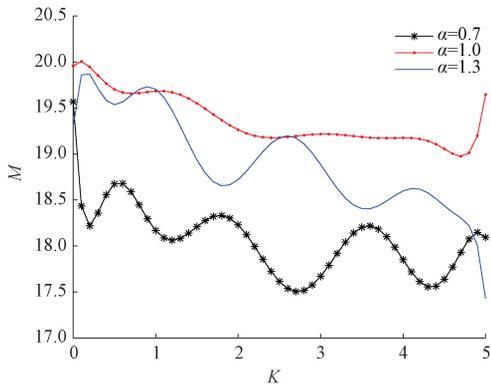


图 11 不同  $\alpha$  下  $MSNRI$  随  $K$  变化曲线  
Fig. 11  $MSNRI$  versus  $K$  under different  $\alpha$

$MSNRI$  随  $Q$  变化的曲线图如图 12 所示,系统参数取  $a = 4, b = 1, K = 3$ 。 $\alpha = 0.7$  和  $\alpha = 1$  时的曲线有先增后减的趋势,出现了 SR 现象,并且两者产生最佳随机共振效果的区间一致,而  $\alpha = 1.3$  时的曲线变化趋势与两者相反。

图 13 为  $MSNRI$  随  $D$  的变化情况,系统参数选择  $a = 6, b = 1, K = 4, Q = 0.2$ 。由图 13 可知,不同  $\alpha$  下  $MSNRI$  都是呈先急剧增加再缓慢减小的趋势,因此存在最佳的  $D$  使得系统发生 SR 现象;在  $\alpha = 0.7$  和  $\alpha = 1$  时, $MSNRI$  取得最大值时的  $D$  区间一致,随着  $\alpha$  的增加,峰值点会向右移,整体上来看,  $\alpha = 1$  时产生最佳随机共振的  $MSNRI$

峰值大于  $\alpha \neq 1$  的  $MSNRI$ 。

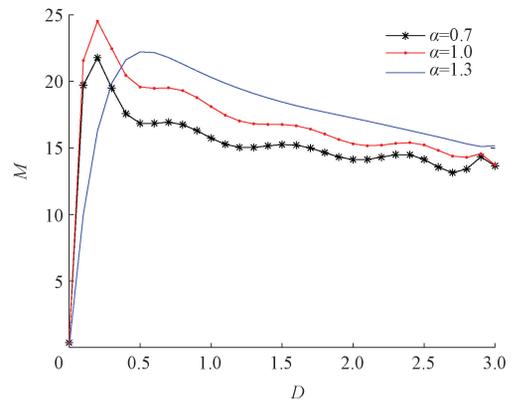
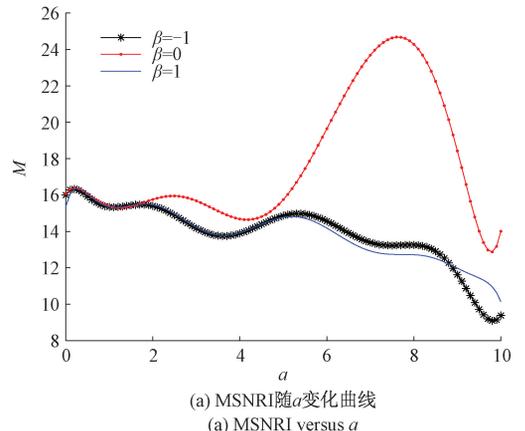


图 13 不同  $\alpha$  下  $MSNRI$  随  $D$  变化曲线  
Fig. 13  $MSNRI$  versus  $D$  under different  $\alpha$

#### 4.2 $MSNRI$ 在不同对称参数 $\beta$ 下的变化

Levy 噪声各参数取  $\alpha = 1, \sigma = 1, \mu = 0$ , 对称指数分别为  $\beta = -1, \beta = 0, \beta = 1$ , 其余各项系数均保持不变,不同  $\beta$  下的  $MSNRI$  变化情况如图 14 所示。



(a)  $MSNRI$  随  $a$  变化曲线  
(a)  $MSNRI$  versus  $a$

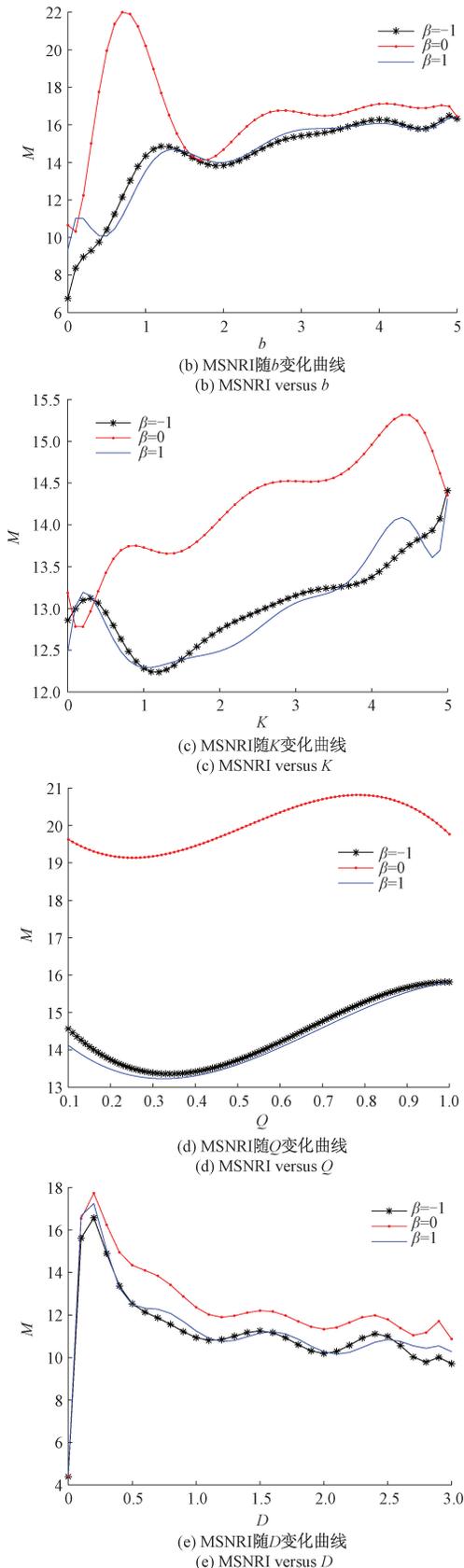


图 14 不同  $\beta$  下 MSNRI 随参数的变化曲线

Fig. 14 MSNRI versus parameters under different  $\beta$

图 14(a) 为 MSNRI 随参数  $a$  的变化图, 系统参数取  $b = 1, K = 4, Q = 0.2$ , 可以看出在  $\beta = 0$  时, 随着  $a$  的增加 MSNRI 会逐渐的上升然后急剧下降, 表明存在最优参数  $a$  使得系统发生 SR 现象, 并且  $\beta = 0$  对应的 MSNRI 取值大于  $\beta \neq 0$  时; 图 14(b) 中的 3 条曲线都是先增加后减小, 然后随着  $b$  的增加逐渐趋于平缓, 存在一个产生最佳随机共振的峰值点,  $\beta \neq 0$  时的峰值点要比  $\beta = 0$  时向右移且对应的 MSNRI 减小; 图 14(c) 为 MSNRI 随  $K$  变化的曲线图, 图中的几条曲线都先逐渐上升, 在  $K$  取值较大时出现峰值, 紧接着随着  $K$  的增加而下降,  $\beta = -1$  时无明显 SR 现象出现; 图 14(d) 为 MSNRI 随  $Q$  变化的曲线图, 几条曲线都先逐渐下降, 然后在  $Q = 0.3$  处开始逐渐上升, 达到峰值后开始下降,  $\beta \neq 0$  的峰值点较  $\beta = 0$  的峰值点相比逐渐向右移, MSNRI 的数值也减小; 图 14(e) 为 MSNRI 随  $D$  变化的曲线图, 随着  $D$  的增加, 3 条曲线均呈先升后降的情况, 当  $D$  较小时, 噪声中能转换为有用信号能量的部分较少, 此时信号需要更多的噪声能量, 因此 MSNRI 会随着  $D$  的增加而增大, 当  $D$  增大到最佳值时, MSNRI 取得峰值, 随着  $D$  的继续增加, 非线性系统与信号、噪声之间的协同作用就逐渐被打破, MSNRI 因此降低。结合图 14 中的所有子图, 可以发现  $\beta = 0$  时系统的 MSNRI 均远大于  $\beta \neq 0$  时的 MSNRI, 说明处于对称分布的 Levy 噪声其对应系统性能要优于非对称情况。

### 5 轴承故障特征检测

轴承在各种工业设备中起着重要的作用, 有缺陷的轴承会导致意外故障并产生巨大损失, 严重的轴承故障会引发无法逆转的灾难。滚动轴承的故障可由人工操作不当、异物掉入或材料使用不当等原因导致, 且在长时间的负载工作运行后, 即使定期维护设备, 轴承也会出现磨损和剥落<sup>[29]</sup>等问题。在物理学中, 当轴承发生故障时, 所获得的振动信号中会出现周期性脉冲。因此通过分析脉冲周期和强度, 可以估计故障类型和故障的严重程度。为了验证 UETSr 系统在实际应用中的可行性, 实验选用两组轴承故障信号, 并将检测结果与对比系统进行比较。

本数据集为美国西储大学 (Case Western Reserve University, CWRU) 电气工程实验室的轴承故障数据, 表 1 为该轴承的主要参数。

表 1 6205-2RS JEM SKF 轴承主要参数

Table 1 Main parameters of 6205-2RS JEM SKF bearing

内圈 直径/mm	外圈 直径/mm	厚度/mm	滚珠 直径/mm	滚珠个数	节径/mm
25.001	51.999	15.001	7.940	9	39.040

为满足绝热近似条件, 需对故障信号进行二次采样

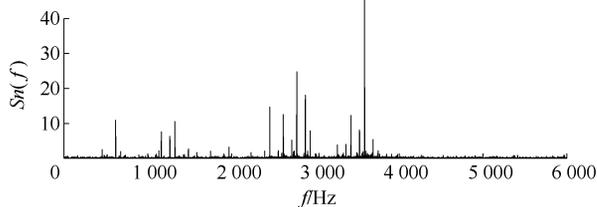
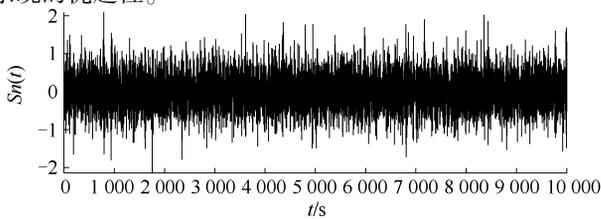
预处理,采样频率选取  $f_s = 12$  kHz,二次采样频率为  $f_{sr} = 5$  Hz,采样点数  $N = 10\ 000$ ,轴承转速为  $R = 1\ 797$  r/min。在预处理后的故障信号中加入  $\alpha = 1, \beta = 0, \sigma = 1, \mu = 0$  的 Levy 噪声,使信号完全淹没在噪声之中。本文主要分析滚动轴承的内圈和外圈故障信号,内外圈的故障频率可由式(19)给出:

$$\begin{cases} f_{BPFI} = \frac{nf_r}{2} \left( 1 + \frac{d}{D_1} \cos\alpha_0 \right) \\ f_{BPFO} = \frac{nf_r}{2} \left( 1 - \frac{d}{D_1} \cos\alpha_0 \right) \end{cases} \quad (19)$$

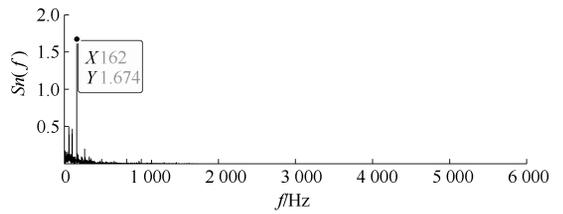
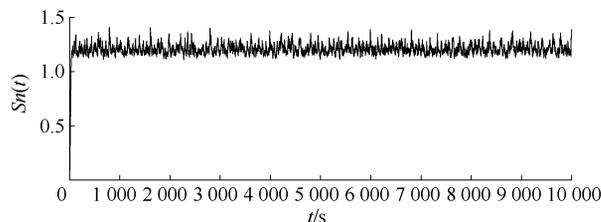
式中:  $f_r$  为轴承的转动频率;  $\alpha_0$  为滚动体接触角,通常取  $\alpha_0 = 0$ ;  $d, D_1$  分别是内(外)圈直径和轴承节径,将表 1 中的数据代入式(19),可以计算出内圈的故障频率  $f_{BPFI} = 162.2$  Hz,外圈故障频率为  $f_{BPFO} = 107.3$  Hz。

### 5.1 内圈故障实例

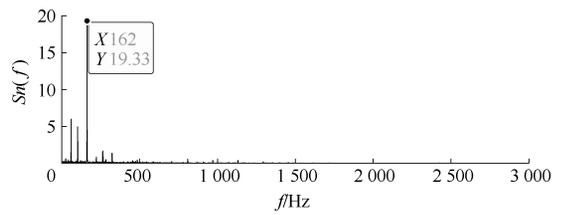
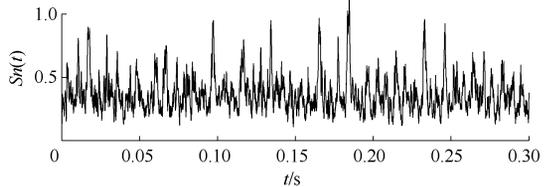
图 15(a) 为含噪内圈故障信号的时域和频谱图,原始信号几乎全部淹没在噪声中,特征频率处幅值为 0.52。阻尼比系数  $r = 0.1$ ,最优参数组为  $a = 3.893, b = 1.794, K = 3.297, Q = 0.857$ ,将二次采样后的信号分别输入到 CBSR、CTSR 和 UETSR 系统中,得到的输出信号如图 15(b)~(d) 所示,3 个系统均可在特征频率处检测出故障信号,UETSR 系统的  $MSNRI$  为 19.928 dB,较 CBSR 和 CTSR 系统分别提升 5.29 dB 和 3.763 dB。图 15(e) 为 3 个系统输出频谱归一化的形式,最高峰与次高峰之间的谱级比分别为 5.44, 3.85 和 4.03,且 CTSR 和 CBSR 在高频部分仍有较多噪声成分,均证明了 UETSR 系统的优越性。



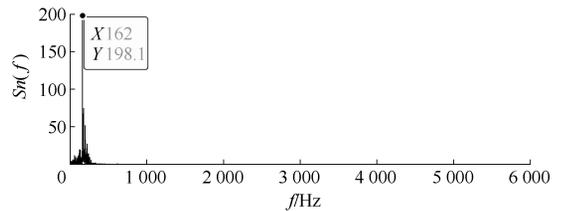
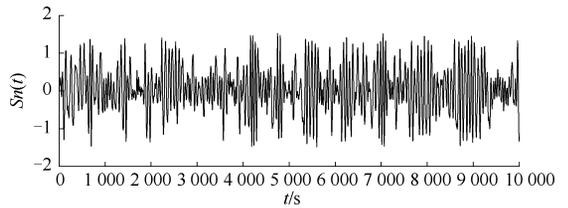
(a) 输入信号  
(a) Input signal



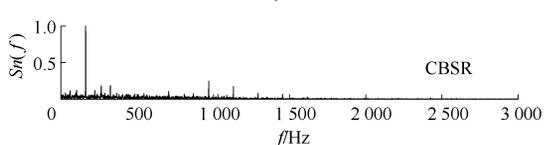
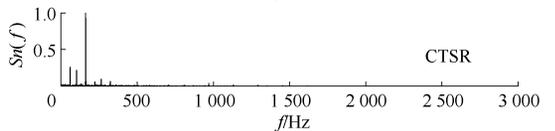
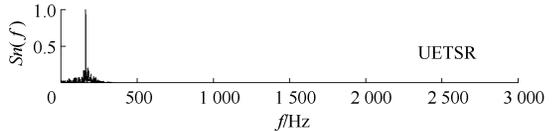
(b) CBSR系统输出信号  
(b) Output signal of CBSR system



(c) CTSR系统输出信号  
(c) Output signal of CTSR system



(d) UETSR系统输出信号  
(d) Output signal of UETSR system



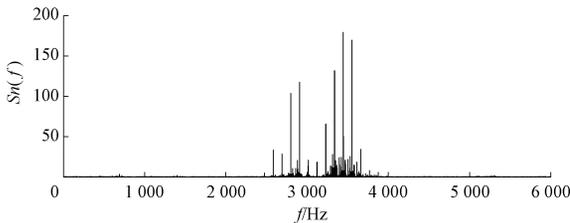
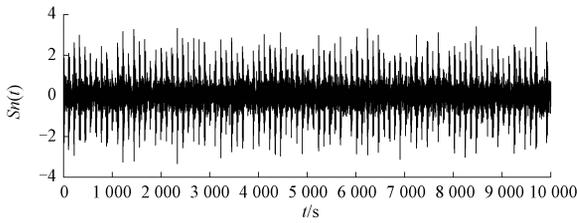
(e) 系统输出频谱归一化形式  
(e) Normalized form of system output spectrum

图 15 内圈故障检测

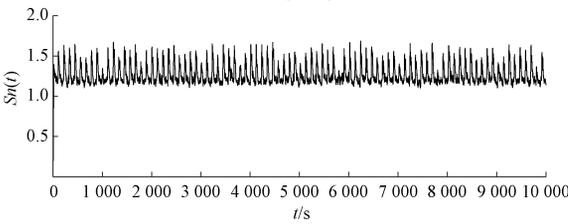
Fig. 15 Inner ring fault detection

### 5.2 外圈故障实例

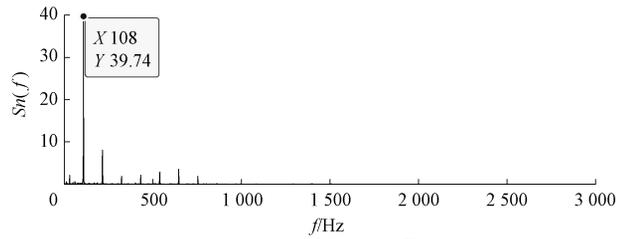
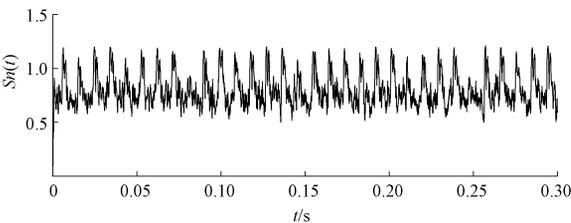
图 16(a) 为含噪外圈故障输入信号, 特征频率处幅值为 0.028, 在特征频率处无法检测出故障信号。图 16(b) 和(c) 分别为故障信号经过二次采样后输入 CBSR、CTSR 系统得到的结果, 从图 16 中可以看出外圈信号波形有所恢复, 在特征频率处可检测到明显的尖峰, CBSR 和 CTSR 系统的  $MSNRI$  分别为 30.75 dB 和 32.57 dB。将故障信号预处理后输入到 UETSR 系统中, 最优参数组为  $a = 4.353, b = 1.724, K = 3.597, Q = 0.897$ , 阻尼比系数取  $r = 0.1$ , 得到的输出结果如图 16(d) 所示, 在 108 Hz 处有一个峰值, 其幅值远大于两个对比系统,  $MSNRI$  也分别提升了 4.74 dB 和 2.92 dB。图 16(e) 中 3 个系统的最高峰与次高峰的谱级比分别为 5.10, 5.05 和 3.79, 证明了 UETSR 系统在故障检测领域的有效性和可靠性。



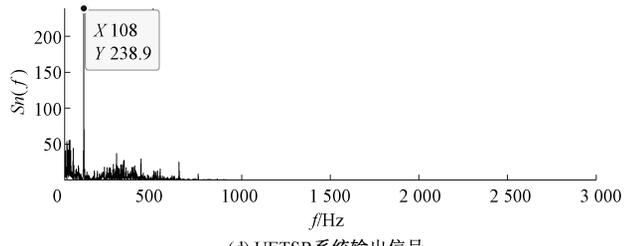
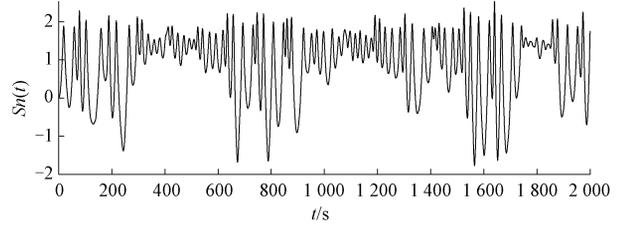
(a) 输入信号  
(a) Input signal



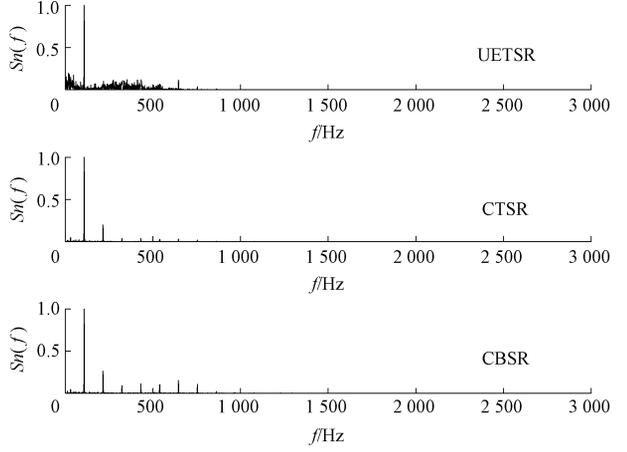
(b) CBSR 系统输出信号  
(b) Output signal of CBSR system



(c) CTSR 系统输出信号  
(c) Output signal of CTSR system



(d) UETSR 系统输出信号  
(d) Output signal of UETSR system



(e) 系统输出频谱归一化形式  
(e) Normalized form of system output spectrum

图 16 外圈故障信号

Fig. 16 Outer ring fault detection

## 6 结论

本文结合传统指数函数和经典双稳随机共振系统的优点, 提出了一种欠阻尼指数型三稳随机共振系统, 首先研究不同参数  $A, D, r$  下系统的稳态概率密度, 分析了粒子的跃迁特性。其次深入研究了不同 Levy 噪声参数下系统的随机共振现象, 研究表明: 在特征参数  $\alpha$  和对称参

数  $\beta$  不同时,通过调节改变系统参数  $a, b, K, Q$  和噪声强度  $D$  均可诱导随机共振现象产生,  $MSNRI$  整体呈先升后降的变化情况,说明此时发生了 SR 现象,存在最优参数使得噪声、信号与 UETSR 系统间产生协同作用;在不同的特征参数  $\alpha$  下,  $\alpha = 1$  时的  $MSNRI$  大于  $\alpha \neq 1$  时,随机共振输出效果最好;在不同的对称参数  $\beta$  下,  $\beta = 0$  的  $MSNRI$  大于  $\beta \neq 0$  时,说明当 Levy 噪声对称分布时系统的随机共振效果最好;利用量子粒子群算法对系统参数进行寻优,可寻得多组最佳参数对,有效解决因选择不当参数带来的性能不佳的问题。最后对 UETSR 系统进行数值仿真,并将该系统应用到两组故障轴承中,将输出结果与 CBSR 和 CTSR 系统进行比较,在对型号 6205-2RS JEM SKF 的轴承进行故障检测后, UETSR 系统的内外圈信号信噪比增益分别比 CBSR 系统提升了 5.29 dB 和 4.74 dB,比 CTSR 系统分别提升 3.763 dB 和 2.92 dB。实验结果表明 UETSR 系统性能明显优于 CBSR 和 CTSR 系统,可有效地检测出微弱周期信号,在实际的轴承故障检测应用中也具有可靠性和实用性。

展望,势函数中因高阶项的存在,系统会出现输出饱和和问题。克服输出饱和性,达到更好的弱信号检测效果将是下一步研究的方向。

## 参考文献

- [ 1 ] 俞一鸣. 自适应滤波器介绍与应用[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(8): 11-13.  
YU Y M. Introduction and application of adaptive filters[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2015, 34(8): 11-13.
- [ 2 ] CHENG W, XU X M, DING Y P, et al. An adaptive smooth unsaturated bistable stochastic resonance system and its application in rolling bearing fault diagnosis[J]. Chinese Journal of Physics, 2020, 65: 629-641.
- [ 3 ] 贺利芳, 江川, 张刚, 等. 分段线性非对称系统在故障检测中的研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(2): 226-234.  
HE L F, JIANG CH, ZHANG G, et al. Research on fault detection of the piecewise linear asymmetric system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(2): 226-234.
- [ 4 ] QIAO Z J, LEI Y G, LIN J, et al. An adaptive unsaturated bistable stochastic resonance method and its application in mechanical fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 84: 731-746.
- [ 5 ] LEI Y G, QIAO Z J, XU X F, et al. An underdamped stochastic resonance method with stable-state matching for incipient fault diagnosis of rolling element bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 94: 148-164.
- [ 6 ] 孙万麟, 朱超, 马莉. 耦合高斯噪声背景下二阶线性系统中随机共振的研究[J]. 电子测量技术, 2020, 43(18): 117-120.  
SUN W L, ZHU CH, MA L. Study on stochastic resonance of the second-order linear system under coupling gaussian noise [J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(18): 117-120.
- [ 7 ] 张刚, 曹莉, 贺利芳, 等. 指数型随机共振微弱振动信号检测方法[J]. 振动与冲击, 2019, 38(9): 53-61.  
ZHANG G, CAO L, HE L F, et al. Weak vibration signal detection method for exponential stochastic resonance systems[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(9): 53-61.
- [ 8 ] CUI H, GUAN Y, DENG W. Fault diagnosis using cascaded adaptive second-order tristable stochastic resonance and empirical mode decomposition [J]. Applied Sciences, 2021, 11(23): 11480.
- [ 9 ] 顾仁财, 许勇, 张慧清, 等. 非高斯 Lévy 噪声驱动下的非对称双稳系统的相转移和平均首次穿越时间[J]. 物理学报, 2011, 60(11): 174-180.  
GU R C, XU Y, ZHANG H Q, et al. Phase transitions and the mean first passage time of an asymmetric bistable system with non-Gaussian Lévy noise [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(11): 174-180.
- [ 10 ] 焦尚彬, 杨蓉, 张青, 等.  $\alpha$  稳定噪声驱动的非对称双稳随机共振现象[J]. 物理学报, 2015, 64(2): 49-57.  
JIAO SH B, YANG R, ZHANG Q, et al. Asymmetric bistable stochastic resonance phenomenon driven by  $\alpha$ -stable noise [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(2): 49-57.
- [ 11 ] 张刚, 张义俊, 张天骐.  $\alpha$  噪声下自适应非线性耦合双稳随机共振弱信号检测[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(5): 142-150.  
ZHANG G, ZHANG Y J, ZHANG T Q. Adaptive nonlinear coupled bistable stochastic resonance weak signal detection under  $\alpha$ -noise [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(5): 142-150.
- [ 12 ] LIU Y, WANG F, LIU L, et al. Symmetry tristable stochastic resonance induced by parameter under levy noise background [J]. The European Physical Journal B, 2019, 92(8): 1-8.
- [ 13 ] ZHANG G, HU D Y, ZHANG T Q. The analysis of stochastic resonance and bearing fault detection based on linear coupled bistable system under lévy noise [J]. Chinese Journal of Physics, 2018, 56: 2718-2730.
- [ 14 ] 贺利芳, 周熙程, 张刚, 等. Levy 噪声下新型势函数的随机共振特性分析及轴承故障检测[J]. 振动与冲击,

- 2019, 38(12):53-62.
- HE L F, ZHOU X CH, ZHANG G, et al. Stochastic resonance characteristics analysis of the novel potential function under Levy noise and bearing fault detection[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(12): 53-62.
- [15] 张静静, 靳艳飞. 非高斯噪声驱动下非对称双稳系统的平均首次穿越时间与随机共振研究[J]. *物理学报*, 2011, 60(12):54-62.
- ZHANG J J, JIN Y F. Study of the mean first passing time and stochastic resonance of asymmetric bistable systems driven by non-Gaussian noise[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(12):54-62.
- [16] 张刚, 宋莹, 张天骐. Levy噪声驱动下指数型单稳系统的随机共振特性分析[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(4): 893-900.
- ZHANG G, SONG Y, ZHANG T Q. Characteristic analysis of exponential type monostable stochastic resonance under Levy noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(4): 893-900.
- [17] LU S L, HE Q B, KONG F R. Effects of underdamped step-varying second-order stochastic resonance for weak signal detection[J]. *Digital Signal Processing*, Volume, 2015, 36: 93-103.
- [18] ZHANG G, TAN C L, HE L F. Piecewise asymmetric exponential potential under-damped bi-stable stochastic resonance and its application in bearing fault diagnosis[J]. *Modern Physics Letters B*, 2021, DOI: 10. 1142/S0217984921502808.
- [19] XU P F, JIN Y F, ZHANG Y X. Stochastic resonance in an underdamped triple-well potential system[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 346.
- [20] YANG S, FAN Z N, REN R B. The stochastic resonance phenomenon of different noises in underdamped bistable system[J]. *Advances in Mathematical Physics*, 2021.
- [21] 贺利芳, 崔莹莹, 李国权, 等. Levy噪声驱动下的三稳态随机共振特性分析[J]. *系统仿真学报*, 2018, 30(5):1908-1917.
- HE L F, CUI Y Y, LI G Q, et al. Analysis of tri-stable stochastic resonance characteristics driven by Levy noise[J]. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(5): 1908-1917.
- [22] 贺利芳, 杨玉蕾, 张天骐. 时延反馈 EVG 系统随机共振特性研究及轴承故障诊断[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(8):47-57.
- HE L F, YANG Y L, ZHANG T Q. Stochastic resonance characteristic study and bearing fault diagnosis of time-delayed feedback EVG system[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(8):47-57.
- [23] 张刚, 杨玉蕾, 张天骐. Levy噪声下自适应级联三稳随机共振系统研究[J]. *电子测量与仪器学报*, 2019, 33(4):160-168.
- ZHANG G, YANG Y L, ZHANG T Q. Study of adaptive cascaded tri-stable stochastic resonance systems under Levy noise[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2019, 33(4):160-168.
- [24] 马学森, 谈杰, 陈树友, 等. 云计算多目标任务调度的优化粒子群算法研究[J]. *电子测量与仪器学报*, 2020, 34(8):133-143.
- MA X S, TAN J, CHEN SH Y, et al. Research on optimal particle swarm optimization for multi-objective task scheduling in cloud computing [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2020, 34(8):133-143.
- [25] 田东雨, 何玉珠, 宋平. 基于灰狼优化算法的 SVM 的图像噪声识别[J]. *电子测量技术*, 2019, 42(4): 90-94.
- TIAN D Y, HE Y ZH, SONG P. Approach for image noise recognition by optimizing SVM using grey wolf optimization algorithm [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2019, 42(4):90-94.
- [26] 王刚, 张方, 严大亮, 等. 基于改进蚁群算法的机器人三维路径规划[J]. *国外电子测量技术*, 2020, 39(11): 1-6.
- WANG G, ZHANG F, YAN D L, et al. Robot 3D path planning based on improved ant colony algorithm[J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2020, 39(11):1-6.
- [27] ZHOU N R, XIA S H, MA Y, et al. Quantum particle swarm optimization algorithm with the truncated mean stabilization strategy [J]. *Quantum Information Processing*, 2022, 21(2):1-23.
- [28] 李一博, 张博林, 刘自鑫, 等. 基于量子粒子群算法的自适应随机共振方法研究[J]. *物理学报*, 2014, 63(16):40-47.
- LI Y B, ZHANG B L, LIU Z X, et al. Research on adaptive stochastic resonance method based on quantum particle swarm algorithm [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(16):40-47.
- [29] 刘进军, 冷永刚, 张雨阳, 等. 势函数特征参数调节随机共振及动车轴承故障检测研究[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(13):26-33, 41.
- LIU J J, LENG Y G, ZHANG Y Y, et al. Stochastic resonance with adjustable potential function characteristic parameters and its application in EMU bearing fault detection [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(13): 26-33, 41.

### 作者简介



张刚, 1999 年于西北工业大学获得学士学位, 2004 年于重庆邮电大学获得硕士学位, 2009 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆邮电大学教授, 主要研究方向为微弱信号检测与混沌保密通信。

E-mail: zhanggang@cqupt.edu.cn

**Zhang Gang** received his B. Sc. degree in 1999 from Northwestern Polytechnical University, received his M. Sc. degree in 2004 from Chongqing University of Posts and Telecommunications and received his Ph. D. degree in 2009 from Chongqing University. Now he is a professor in Chongqing

University of Posts and Telecommunications. His main research interests include weak signal detection and chaotic secure communication.



毕璐洁, 2020 年于西安邮电大学获得学士学位, 现为重庆邮电大学硕士研究生, 主要研究方向为微弱信号检测。

E-mail: 741448575@qq.com

**Bi Lujie** received her B. Sc. degree from Xi'an University of Posts and Telecommunications in 2020. Now she is a M. Sc. candidate at Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research interest includes weak signal detection.