

DOI: 10.13382/j.jemi.B2104999

改进阈值函数的小波去噪算法*

吴叶丽 行鸿彦 李 瑾 张颖超 段儒杰

(南京信息工程大学江苏省气象灾害预报预警与评估协同创新中心 南京 210044)

摘要:针对小波软、硬阈值函数去噪后信号存在局部震荡和边缘模糊导致去噪效果不佳的问题,研究了小波去噪原理和优化阈值函数的规则,设计了一种具有连续性、灵活性和恒定偏差小的可调阈值函数,提出了一种基于改进阈值函数的小波去噪算法,将其应用于含有高斯白噪声的信号中进行去噪。实验表明,相较于传统方法,所提方法对仿真信号和心电信号都具有灵活性和适用性,并且去噪后信号的信噪比提升了16.21%,皮尔逊相关系数增大了1.62%。因此,本文所提算法具有可行性,可有效保留特征信息,去噪效果更加理想。

关键词:改进阈值函数;小波阈值去噪;信噪比

中图分类号: TP391; TN713 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Wavelet denoising algorithm with improved threshold function

Wu Yeli Xing Hongyan Li Jin Zhang Yingchao Duan Rujie

(Jiangsu Collaborative Innovation Center on Forecast and Evaluation of Meteorological Disasters, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: The principle of wavelet denoising and the rule of optimizing threshold function are studied, aiming at the problem that local oscillation and edge blur of signal after wavelet soft and hard threshold function denoising lead to poor denoising effect. An adjustable threshold function with continuity, flexibility and small constant deviation is designed. A wavelet denoising algorithm based on improved threshold function is proposed, which is applied to denoising signals containing Gaussian white noise. Experimental results show that compared with traditional methods, the proposed method has flexibility and applicability to simulated signals and ECG signals, and the signal-to-noise ratio of the signal after denoising is improved by 16.21%, and the Pearson correlation coefficient is increased by 1.62%. Therefore, the algorithm is feasible, which can effectively retain feature information, and the denoising effect is more ideal.

Keywords: improved threshold function; wavelet threshold denoising; signal-to-noise ratio

0 引言

现实生活工作中,噪声无处不在,有限冲击响应滤波器、无限冲击响应滤波器和移动平均法等降噪方法去噪后导致信号的相关性较弱^[1]。小波去噪方法改进了一般去噪方法将信号在频域上全局滤波的缺点,并且在时域上也具有相同特性,还具有低熵性等优点,对信号进行去噪具有明显的优势,因此,小波去噪在天文学、医学影像和计算机视觉等^[2]许多方面都得到了较多的使用。

在小波变换的不同阶段中对噪声进行滤除有:小波变换阈值去噪法、小波系数空域相关性去噪法和小波系数模极大值去噪法^[3]。由于,小波阈值去噪算法实现去噪的方法原理简单易懂、噪声滤除的能力更好并且运行时间及工作量较小,因此,本文选取小波阈值去噪算法,其在去噪处理中使用也较为广泛。一般小波阈值去噪算法多采用软、硬阈值函数对信号中的噪声分量进行滤除,但软阈值函数存在恒定偏差的问题,导致去噪后的信号精度下降,硬阈值函数自身发生间断会导致去噪处理后的信号出现局部异常尖峰值^[4]。吴安全等^[5]提出了半软

收稿日期: 2021-12-09 Received Date: 2021-12-09

* 基金项目:国家重点研发计划(2021YFE0105500)、国家自然科学基金(62171228)、江苏省研究生科研与实践创新计划(SJCX22_0338)项目资助

阈值函数对传统阈值函数的做出了改进,但并没有克服软硬阈值的缺点,故仍然存在偏差性和不连续问题。Gao等^[6]提出了Garrote阈值函数,虽然改进了软、硬阈值函数的不足,但是随着小波变换层数的增加有用信号也会被滤除,信号存在失真现象。其他研究者们对上述阈值函数的优点进行总结,通过改变阈值函数的构造形式解决软、硬阈值函数存在的问题^[7-10],这些改进阈值函数虽然解决了软、硬阈值函数的不足,但函数形式一般较为复杂,结构固定,无法满足多个数据系统的去噪,缺乏灵活性和包容性。

针对上述问题,本文通过对传统阈值函数进行总结并分析研究构造阈值函数的规则,设计一种新的阈值函数,即可调阈值函数,在改进的函数构造形式的基础上引入两个调节参数 a 、 b 。证明可调阈值函数可以解决软、硬阈值函数的存在恒定偏差和不连续的缺点,同时通过调节参数增加可调阈值函数的灵活性,克服函数结构单一的不足。组合通用阈值规则(VisuShrink)对噪声分量进行滤除,提出一种基于可调阈值函数的小波去噪算法,并使用所提方法进行去噪对比实验,利用SNR(signal-to-noise ratio)和皮尔逊(Pearson)相关系数对去噪效果进行评估。

1 小波去噪中阈值函数的优化与改进

小波阈值去噪算法中,分解后小波系数中的噪声系数需要通过阈值函数进行滤除,信号的去噪结果直接受到阈值函数的影响,软阈值函数过滤后会导致部分有用信息被滤除的问题,硬阈值函数存在间断跳跃现象导致信号失真,因此,优化改进阈值函数在小波阈值去噪过程中至关重要,能够克服传统阈值函数恒定偏差和不连续的问题,较完整的保留信号有效成分。

1.1 小波阈值函数

阈值函数一般有硬阈值函数和软阈值函数。硬阈值函数^[11]不连续,在 $\pm\lambda$ 点处发生间断导致在小波域产生突变,去噪处理后的信号会存在尖峰毛刺,造成信号变化较大。软阈值函数^[12]虽然具有连续性,能解决硬阈值函数“一刀切”导致的影响,去噪后信号相对较为平滑,但软阈值函数存在恒定偏差的问题,重构后信号的有用信息会被部分滤除,导致信号发生失真,造成去噪重构后的信号和原始信号之间的相关性减弱。

硬阈值函数式为:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & |w_{j,k}| > \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| \leq \lambda \end{cases} \quad (1)$$

软阈值函数式为:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - \lambda) & |w_{j,k}| > \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| \leq \lambda \end{cases} \quad (2)$$

式(1)、(2)中, $\hat{w}_{j,k}$ 代表阈值处理后的小波系数, $w_{j,k}$ 代表阈值处理前的第 j 尺度上的第 k 个小波系数, λ 代表临界阈值。

有关学者提出了一种改进的阈值函数,对半软阈值函数没有克服软、硬阈值函数的缺点和Garrote阈值函数造成有用信号丢失的不足进行了改进^[13],函数为:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - \lambda e^{\lambda(\lambda^{-1}w_{j,k}^l)}) & |w_{j,k}| > \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| \leq \lambda \end{cases} \quad (3)$$

式(3)的阈值函数改善了上述软、硬阈值函数存在恒定偏差和不连续造成的信号失真较大的不足,但是式(3)的阈值函数灵活性较低,无法满足特值情况下为软、硬阈值函数的要求。

1.2 小波阈值函数的优化与改进

针对软、硬阈值函数存在恒定偏差和不连续的问题,通过改进得到新的阈值函数克服软、硬阈值法的缺陷,优化小波阈值函数的一般规则是改进的阈值函数^[14-16]:1)在定义域内具有连续性并且高阶可导,不会出现额外的震荡点能够较好的保留分解后小波系数的能量。2)渐近线为 $\hat{w}_{j,k} = w_{j,k}$,随着 $|w_{j,k}|$ 的增大,信号逐渐增强,噪声逐渐减弱, $\hat{w}_{j,k}$ 与 $w_{j,k}$ 之间的偏差逐渐缩小,但是要防止减少至0,使函数变为硬阈值函数。3)在取特值的情况下可转化为硬阈值函数或软阈值函数的形式对信号进行处理。

研究小波阈值函数优化的一般规则,并总结已有阈值函数的优点,新的阈值函数引入的带指数参数的阈值估计器^[17],满足高阶可导。分析式(3)中的阈值函数,参考其构造形式并进行改进,使得新的阈值函数具有连续性、渐近性,改善了其在恒定偏差方面的不足。引入调节参数 b 作为指数参数的底数代替固定底数,引入参数 a ($a \in [0, 1]$),增加该函数的灵活性及包容性,通过调整 a 、 b 参数使新的阈值函数可转变为软、硬阈值函数,并得到适用于不同数据系统的阈值函数。综上可得,提出的新阈值函数,为可调阈值函数,其数学模型如下所示:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda^{-1}w_{j,k}^l)}) & |w_{j,k}| > \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| \leq \lambda \end{cases} \quad (4)$$

在式(4)中, a 、 b 为可调阈值函数的调节参数,其中, $a \in [0, 1]$, $b > 0$ 。当 $a=0$ 时或者 $b=1$ 时,式(4)可转化为软阈值函数。当 $b \rightarrow 0$ 时,式(4)可近似转化为硬阈值函数。可调阈值函数在应用中可设定 a 和 b 值,对不同的数据系统进行去噪。式(4)中的可调阈值函数引入了带指数参数的阈值估计器,因此,当 $|w_{j,k}| \geq \lambda$ 时,可调阈值函数不仅结构简单还具有高阶可导的特性,可实现

更多的函数研究处理。本文设计的可调阈值函数的连续性、渐近性以及恒定偏差性的理论证明如下。

1) 证明可调阈值函数在定义域内的连续性

当 $w_{j,k} \rightarrow \lambda^+$ 时:

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \widehat{w}_{j,k} = \lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^+} (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) = 0 \quad (5)$$

当 $w_{j,k} \rightarrow \lambda^-$ 时:

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^-} \widehat{w}_{j,k} = \lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^-} \text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^-} - (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) = 0 \quad (6)$$

由式(5)、(6)可知, $\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \widehat{w}_{j,k} = \lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^-} \widehat{w}_{j,k} = 0$, 证明函数

在 λ 处具有连续性。

同理可证, 在 $-\lambda$ 处, $\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\lambda^+} \widehat{w}_{j,k} = \lim_{w_{j,k} \rightarrow -\lambda^-} \widehat{w}_{j,k} = 0$, 则函数

在 $-\lambda$ 处也具有连续性。

由此可知, 可调阈值函数在定义域内具有连续性, 理论证明了可调阈值函数弥补了硬阈值函数在 $\pm\lambda$ 处产生间断的不足。

2) 证明可调阈值函数的渐近性

当 $w_{j,k} \rightarrow +\infty$ 时:

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} \left(\frac{\widehat{w}_{j,k}}{w_{j,k}} \right) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} \left(\frac{\text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l})}{w_{j,k}} \right) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}}{w_{j,k}} \right) = 1 \quad (7)$$

同理, 当 $w_{j,k} \rightarrow -\infty$ 时:

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} \left(\frac{\widehat{w}_{j,k}}{w_{j,k}} \right) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} \left(\frac{\text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l})}{w_{j,k}} \right) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} - \left(-1 - \frac{\lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}}{w_{j,k}} \right) = 1 \quad (8)$$

由式(7)、(8)可知, $\widehat{w}_{j,k}$ 的渐近线为 $\widehat{w}_{j,k} = w_{j,k}$ 。

可调阈值函数的渐近线在趋于无穷时逐渐逼近硬阈值函数, 这样很好地保留信号的局部特征, 减少不可控噪声的影响, 可以改进上述软、硬阈值的不足。

3) 证明可调阈值函数的偏差性

当 $w_{j,k} \rightarrow +\infty$ 时:

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} (\widehat{w}_{j,k} - w_{j,k}) = \lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} (\text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) - w_{j,k}) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} (-\lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) = 0 \quad (9)$$

同理, 当 $w_{j,k} \rightarrow -\infty$ 时:

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} (\widehat{w}_{j,k} - w_{j,k}) = \lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} (\text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) - w_{j,k}) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} (-(-w_{j,k} - \lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) - w_{j,k}) =$$

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} (\lambda b^{a(\lambda-1)w_{j,k}^l}) = 0 \quad (10)$$

由式(9)、(10)可知, 可调阈值函数的 $\widehat{w}_{j,k}$ 与 $w_{j,k}$ 之间不存在恒定偏差, 克服了软阈值函数存在的问题, 可有效减少低频信号信息的丢失。

为了直观观察和分析新的可调阈值函数与软、硬阈值函数的特性区别, 将3种阈值函数绘制在同一坐标下并进行对比分析, 函数图形如图1所示。

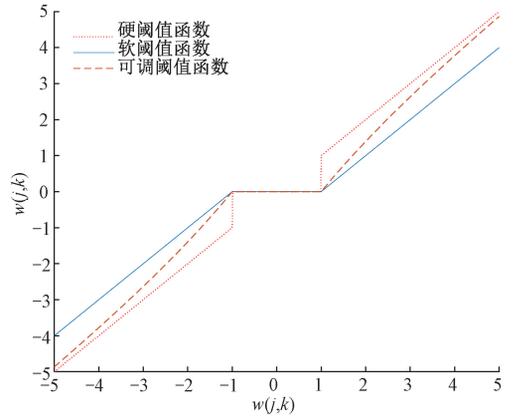


图1 3种阈值函数特性曲线

Fig. 1 Three kinds of threshold function characteristic curves

由图1可知, 改进的可调阈值函数能够很好的在软、硬阈值函数区间内实现平滑过渡, 保证了良好的连续性, 且小波系数趋于无穷时, 可调阈值函数无穷逼近于硬阈值函数, 恒定偏差逐渐减小并趋于0, 与理论证明结果一致。

综上所述, 可调阈值函数满足了小波阈值函数优化与改进的所有一般规则, 具有连续性、渐近性和高阶可导, 在应用中具有良好的灵活性和适用性。

2 基于改进阈值函数的小波去噪算法

基于可调阈值函数的改进小波去噪算法可改善传统的小波阈值去噪算法导致去噪后信号存在异常峰值和信号过度平滑导致有用信息丢失的不足, 本文所提算法能够较好的保留原有信号中所需有用信号的峰值, 滤除异常毛刺, 避免处理后的信号被模糊化、丢失细节信息造成失真, 去噪后的信号将更加平滑并且整体形状基本保持不变。

2.1 阈值的确定

通过选取恰当的阈值作为判定门限, 保留比阈值大的小波系数, 舍弃比阈值小的小波系数, 实现信号的去

噪。若选取的阈值过大,则会导致有用的信号被当做噪声滤除;若过小,则导致噪声的滤除不够彻底,导致信号失真。选取 VisuShrink 阈值,具有较强的适用性^[18]。

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(N)} \quad (11)$$

式中: N 为信号长度, σ 为噪声的均方根误差,为 $\sigma = \frac{\text{median}(|w_{1,k}|)}{0.6745}$, $w_{1,k}$ 表示第 1 次小波变换后的高频系数,0.6745 为噪声标准方差的调整系数。

2.2 基于改进阈值函数的小波去噪算法的实现步骤

本文研究分析了已有的阈值函数,总结出优化阈值函数的规则,由此设计了具有连续性、渐近线为 $\hat{w}_{j,k} = w_{j,k}$ 、无恒定偏差值的可调阈值函数,继承了软、硬阈值函数的优点并改进了它们的不足。选取合适的小波基函数对信号进行小波分解,结合阈值规则和本文提出的可调阈值函数对分解得到的各层小波系数进行量化去噪,重构后得到去噪后的信号。小波阈值函数去噪过程原理^[19]如图 2 所示。

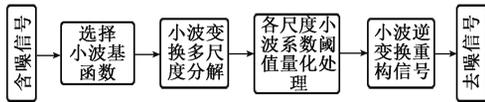


图 2 小波阈值去噪流程

Fig. 2 Wavelet threshold denoising flow chart

基于可调阈值函数的小波去噪算法实现的具体步骤如下:

- 1) 通过小波基对带噪信号进行分解,得到小波分解系数 $w_{j,k}$ 。
- 2) 对信号中的噪声方差 σ 进行估计,然后根据式(11)求出门限阈值 λ 的值。
- 3) 以 λ 为门限,根据改进的可调阈值函数对小波系数 $w_{j,k}$ 进行过滤处理,得到估计的小波系数 $\hat{w}_{j,k}$ 。
- 4) 将步骤 3) 所得 $\hat{w}_{j,k}$ 估计小波系数和步骤 1) 分解后得到的小波逼近值进行重构,进而完成去噪流程,得到处理后的信号。

3 仿真实验

设计去噪模拟实验,验证改进的小波阈值去噪算法的有效性。为验证可调阈值函数的去噪能力,本文选取 SNR 和 Pearson 相关系数对基于 3 种不同阈值函数的小波阈值去噪算法的去噪结果进行量化,有利于将它们去噪能力进行直白的对比衡量,SNR 和 Pearson 相关系数^[20-21]如下:

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{\sum_{n=1}^N x(n)^2}{\sum_{n=1}^N [y(n) - x(n)]^2} \quad (12)$$

$$r = \frac{N \sum x(n)y(n) - \sum x(n) \sum y(n)}{\sqrt{N \sum x(n)^2 - (\sum x(n))^2} \sqrt{N \sum y(n)^2 - (\sum y(n))^2}} \quad (13)$$

式(12)、(13)中, $y(n)$ 为阈值函数处理重构后的信号序列, $x(n)$ 为原信号序列, N 为数据长度。信噪比值越高,表明有用信号占比越大,混在信号中的噪声部分减少,算法的降噪能力更加理想;Pearson 相关系数的绝对值越接近 1,表明重构后与原信号的信号之间的偏差越小,两者的相关性越强。

3.1 仿真信号去噪效果对比实验

假设,信号理想情况下为有限正弦波,信噪比为 3 dB,其模型为:

$$y = x + e \quad (14)$$

式中: y 表示信号, x 表示理想正弦波, e 表示高斯白噪声。

1) 传统小波阈值去噪算法

实验选取小波基函数 coif3 、分解层数为 5,正弦波幅值为 1。使用传统的硬、软阈值函数分别对 SNR 为 3 dB 的加噪正弦信号进行噪声滤除处理,去噪重构后信号波形如图 3 所示。

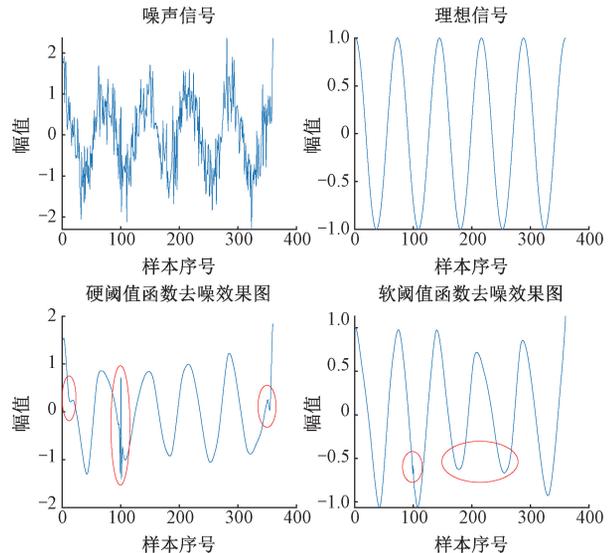


图 3 传统算法去噪波形

Fig. 3 Traditional algorithm denoising waveform

由图 3 可知,基于硬阈值函数的小波去噪算法处理信号后出现了“吉布斯”现象,存在较多异常尖峰毛刺,噪声去除效果较差,波形失真较大;基于软阈值函数的小波去噪算法处理信号后,信号波形异常尖峰有所减少,但

不能完全去除,在 $x = 100$ 处附近出现了较小毛刺,且信号在样本序列为 200~300 的信号幅值变换幅度明显缩减,出现部分有用信号丢失现象,去噪效果有待改进。

2) 改进小波阈值去噪算法的分析与对比

选取小波基函数 coif3 , 分解层数为 5, 理想正弦波幅值为 1, a 取 0.5, b 取 3。基于可调阈值函数的小波去噪算法对 SNR 为 3 dB 的信号进行降噪处理, 效果如图 4 所示。

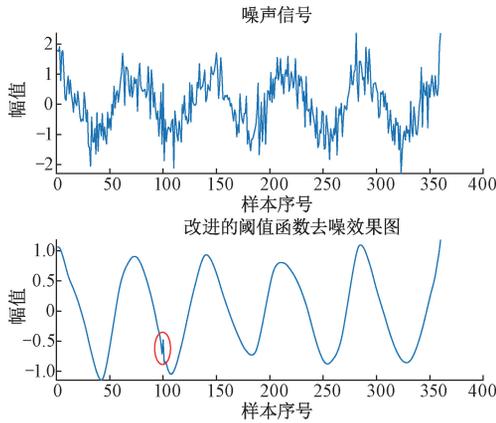


图 4 改进小波阈值去噪法波形

Fig. 4 Improved wavelet threshold denoising method waveform

基于可调阈值函数的改进小波去噪算法可有效减少信号中产生振荡和恒定偏差的影响, 克服传统小波阈值算法的缺点。由图 4 观察可得, 改进的小波阈值去噪算法处理后信号波形基本不存在尖峰毛刺, 仅在 $x = 100$ 处存在较小尖峰, 相较于硬阈值函数对噪声进行过滤的方法, 本文所提算法的去噪效果明显得到了改善; 并且本文所提算法处理后信号的波形幅值变化较为理想, 改善了软阈值函数过滤噪声部分后重构的信号缺失大量有用信号的缺点。基于可调阈值函数的改进小波去噪算法减少了信号的失真, 信号整体极少存在的毛刺值, 与理想信号更为逼近, 信息保留得较为完整, 去噪效果明显改善。

为有效评价基于可调阈值函数的小波去噪算法与传统小波阈值去噪算法对信号的降噪处理能力, 将评估参数 SNR 和 Pearson 相关系数情况进行分析并对比, 结果如表 1 所示。

表 1 信号去噪效果评估对比表

Table 1 Comparison table of signal denoising effect evaluation

阈值函数	SNR/dB	Pearson 相关系数
噪声信号	3.000 0	0.819 8
硬阈值函数	10.016 8	0.951 6
软阈值函数	9.804 9	0.950 7
可调阈值函数	11.640 5	0.967 0

由表 1 可知, 传统阈值函数中硬阈值函数相较于软阈值函数对 SNR 为 3 时的正弦信号噪声滤除效果更佳, 可调阈值函数去噪效果相较于两种传统的阈值函数具有更好的优越性, 并且本文所提小波阈值去噪算法比硬阈值函数处理重构后信号的 SNR 提升了 16.21%, Pearson 相关系数增强了 1.62%, 表明所提算法相较于传统小波阈值去噪算法去噪能力得到了明显的提高。

为验证所提算法的具有有效性和适用性, 选取不同噪声强度的含噪信号进行去噪处理, 并采用 SNR 和 Pearson 相关系数进行评估, 分别选取 SNR 为 -3、0、3、5、8、10 dB 的信号进行实验, 如图 5、6 所示。

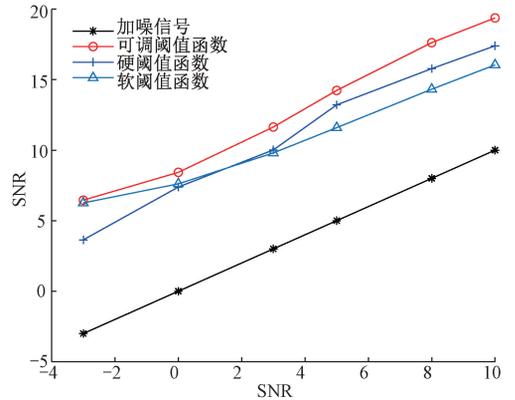


图 5 不同噪声强度下去噪信号 SNR 对比

Fig. 5 SNR comparison chart of de-noising signal with different noise intensity

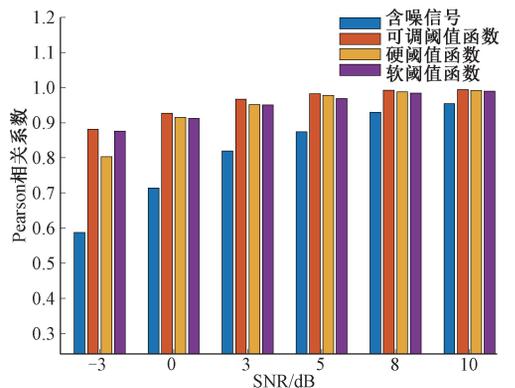


图 6 不同噪声强度下去噪信号 Pearson 相关系数对比

Fig. 6 Pearson correlation coefficient comparison chart of de-noising signal with different noise intensity

根据图 5 可知, 信号 SNR 较小时, 此时可调阈值函数相较于软、硬阈值函数去噪效果较为接近, 但仍能保持更佳的去噪效果。信号 SNR 在一定范围内增大时, 可直观观察出可调阈值函数具有更好的去噪处理能力, 相较于软、硬阈值函数, 可调阈值函数在 SNR 上逐渐具有更高的领先水平。并且由图 6 可知, 基于可调阈值函数的小波去噪算法处理后的信号与理想信号逼近程度一直保

持更高的水平,在去噪效果上具有优势。因此,可调阈值函数在处理不同 SNR 的含噪信号时,相较于软、硬阈值函数处理的降噪能力得到了较大的提升,证明了基于可调阈值函数的小波去噪算法对不同噪声强度信号都具有较理想的适用性和优越性。

3.2 实测信号去噪效果对比实验

为验证本文提出的改进小波阈值去噪方法对实测信号的处理具有可行性,选取美国麻省理工心电数据库 (MIH-BIH Arrhythmia Database) 中的两组心电信号进行去噪对比实验分析。实验选取小波基函数 coif3 、分解层数为 5, a 取 0.89, b 取 30 000。使用传统的硬、软阈值函数和可调阈值函数分别对心电信号进行噪声滤除处理。去噪重构后信号波形如图 7 所示。

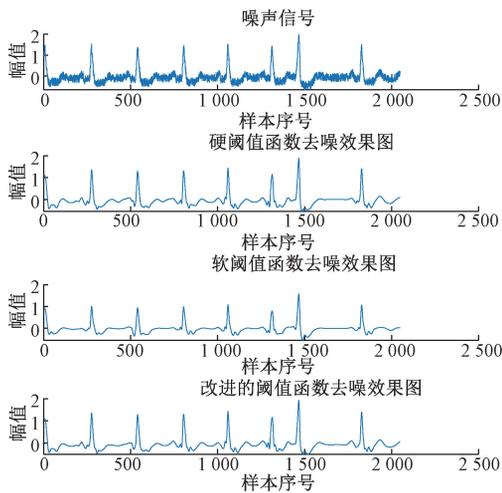


图 7 心电信号 1 去噪效果波形图

Fig. 7 Waveform diagram of denoising effect of ECG signal 1

由图 7、8 观察可得,基于硬阈值函数的小波去噪方法处理信号后,噪声滤除情况较为良好。但图 7 在样本序列为 500 左右处存在异常抖动,去噪不够彻底,并且在样本序列为 1 500~1 800 的信号幅度变化较为平缓,特征点被滤除,导致去噪后的信号丢失部分有用信息;图 8 在样本序列为 0 到 500 间的特征点趋于平缓并且在 1 200 到 1 500 间存在一处抖动没有滤除。图 7、8 中基于软阈值函数的小波去噪方法处理信号后,都改善了硬阈值函数去噪效果不彻底的缺点,但是都存在每段尖峰值之间的信号幅度变化都过于平缓的问题,整个信号的特征点基本被严重滤除,去噪后的信号丢失大量的有用信息,去噪效果较差。

图 7、8 中基于可调阈值函数的小波去噪方法有效的滤除了心电信号中包含的噪声分量并且波形整体较为理想,不仅保留了特征点并且滤除了异常抖动,改善了硬阈值函数的不足,并且相对于软阈值函数基本有效保留了整体心电信号的所有特征点,心电信号中的信息保留得

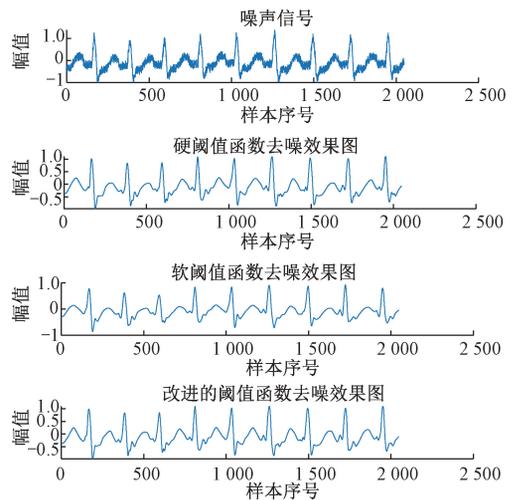


图 8 心电信号 2 去噪效果波形图

Fig. 8 Waveform diagram of denoising effect of ECG signal 2

较为完整,去噪效果明显得到改善。图 7 中硬阈值函数法去噪后信号 SNR 为 7.973 4 dB,软阈值函数法去噪后信号 SNR 为 3.617 7 dB,本文所提改进方法去噪后信号 SNR 为 8.247 3 dB。图 8 中硬阈值函数法去噪后信号 SNR 为 8.966 9 dB,软阈值函数法去噪后信号 SNR 为 4.459 2 dB,本文所提改进方法去噪后信号 SNR 为 9.150 5 dB。

因此,改进的阈值函数的小波去噪的 SNR 相对于软、硬阈值函数最大,改进的阈值函数去噪效果较好。

4 结 论

本文提出了一种基于可调阈值函数的小波去噪算法。为克服软阈值函数存在恒定偏差和硬阈值函数在临界阈值处发生间断造成信号发生失真的问题,通过分析已有阈值函数的优点和不足,总结出优化阈值函数的规则,设计了可调阈值函数并且调节参数取特值情况下可转化为传统阈值函数,对小波系数进行噪声部分滤除更加具有优势。与传统的小波阈值去噪算法的噪声滤除的效果进行比较分析,所提算法处理后信号的 SNR 提升了 16.21%,Pearson 相关系数增强了 1.62%。并且在信号 SNR 较小时,本文所提算法去噪效果相较于传统算法能够保持领先水平;信号 SNR 在一定范围内增大时,本文所提算法进行去噪更加具有优势。同时,使用传统方法与本文所提改进方法对多组心电信号分别进行去噪对比实验,实验表明,改进方法去噪效果更佳,证明了改进方法的可行性。因此,本文所提基于可调阈值函数的改进小波去噪算法实现了对测量数据的高精度要求处理,证明了所提出方法的适用性、有效性和优越性,为今后信号的准确处理提供了基础。

参考文献

- [1] ZHU K G, PENG C, JING C Y, et al. Suppression of motion noise based on a linear-homomorphic filtering algorithm in airborne electromagnetic survey [J]. *Geophysical Prospecting*, 2021, 69(5) : 1102-1115.
- [2] 王延年, 刘航宇, 刘宏涛, 等. 基于小波深度残差网络的图像超分辨率重建 [J]. *国外电子测量技术*, 2021, 40(9) : 160-164.
- WANG Y N, LIU H Y, LIU H T, et al. Image super-resolution reconstruction based on wavelet depth residual network [J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2021, 40(9) : 160-164.
- [3] SHENG J, ZENG Y P, LIU G M, et al. Determination of weak knock characteristics for two-stroke spark ignition UAV engines based on mallat decomposition algorithm [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021.
- [4] GUO H, YUE L H, SONG P, et al. Denoising of an ultraviolet light received signal based on improved wavelet transform threshold and threshold function [J]. *Applied Optics*, 2021, 60(28) : 8938-8990.
- [5] 吴安全, 沈长圣, 肖金标, 等. 基于一种渐进半软阈值函数的小波去噪 [J]. *电子器件*, 2017, 40(2) : 396-399.
- WU AN Q, SHEN CH SH, XIAO J B, et al. Wavelet denoising based on an asymptotic semisoft thresholding function [J]. *Electronic Devices*, 2017, 40(2) : 396-399.
- [6] GAO H Y. Wavelet shrinkage denoising using the non-negative garrote [J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1998, 7(4) : 469-488.
- [7] 申科, 付厚利, 秦哲, 等. 改进阈值函数的小波去噪研究 [J]. *中国科技论文*, 2018, 13(13) : 1500-1504.
- SHEN K, FU H L, QIN ZH, et al. Research on wavelet de-noising with improved threshold function [J]. *Chinese Science and Technology Papers*, 2018, 13(13) : 1500-1504.
- [8] ZHANG K S, CHEN J P. Application of an improved wavelet threshold algorithm in pulse measuring instrument [J]. *Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering*, 2018, 18(2) : 435-443.
- [9] 火元莲, 张健, 连培君, 等. 基于改进小波阈值函数的闪电电场信号去噪研究 [J]. *传感技术学报*, 2021, 34(2) : 218-222.
- HUO Y L, ZHANG J, LIAN P J, et al. Research on lightning electric field signals denoising based on improved wavelet threshold function [J]. *Journal of Transducer Technology*, 2021, 34(2) : 218-222.
- [10] 曾金芳, 颜昉. 一种改进的小波阈值去噪算法 [J]. *信息记录材料*, 2020, 21(5) : 177-178.
- ZENG J F, YAN F. An improved wavelet threshold denoising algorithm [J]. *Information Recording Materials*, 2020, 21(5) : 177-178.
- [11] 徐小军, 王友仁, 陈帅. 基于下采样分数阶小波变换的图像融合新方法 [J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(9) : 2061-2069.
- XU X J, WANG Y R, CHEN SH. A new method of image fusion based on down-sampling fractional wavelet transform [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(9) : 2061-2069.
- [12] XI J H, CHEN J. Empirical mode decomposition denoising method based on improved soft-threshold [J]. *Advanced Engineering Forum*, 2011 : 1415.
- [13] 檀雪, 叶继伦, 张旭, 等. 改进小波阈值在心电信号去噪中的应用 [J]. *中国医疗器械杂志*, 2021, 45(1) : 1-5.
- TAN X, YE J L, ZHANG X, et al. Application of improved wavelet threshold in denoising of ECG signals [J]. *Chinese Journal of Medical Instrumentation*, 2021, 45(1) : 1-5.
- [14] 牟雪姣, 李怀良, 庾先国. 一种改进小波阈值降噪算法及其仿真研究 [J]. *自动化仪表*, 2020, 41(8) : 46-50.
- MOU X J, LI H L, TUO X G. Research on improved wavelet threshold denoising algorithm and its simulation [J]. *Process Automation Instrumentation*, 2020, 41(8) : 46-50.
- [15] 杨承金, 聂春燕, 王慧宇, 等. 基于小波改进阈值的肌电干扰降噪研究与效果评估 [J]. *电子测量技术*, 2021, 44(22) : 80-86.
- YANG CH J, NIE CH Y, WANG H Y, et al. Research of noise reduction algorithm and effect evaluation about EMG interference based on improved wavelet threshold [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2021, 44(22) : 80-86.
- [16] 吴保锋, 夏林元, 吴东金, 等. 基于改进小波阈值的MEMS陀螺去噪算法 [J]. *电子器件*, 2020, 43(5) : 1104-1107.
- WU B F, XIA L Y, WU D J, et al. A MEMS gyroscope denoising algorithm based on improved wavelet threshold [J]. *Electronic Devices*, 2020, 43(5) : 1104-1107.
- [17] 杜诗强, 宋宇鲲, 张玄, 等. 一种改进的小波阈值去噪算法 [J]. *微电子学与计算机*, 2021, 38(2) : 40-46.
- DU SH Q, SONG Y K, ZHANG X, et al. Improved wavelet threshold denoising algorithm [J]. *Microelectronics and Computer*, 2021, 38(2) : 40-46.
- [18] CHIKANBANJAR M. Comparative analysis between non-linear wavelet based image denoising techniques [J]. *Journal of Science and Engineering*, 2018, 5 : 58-67.
- [19] 辛元明, 谭峰, 田芳明. 基于小波变换的植物电信号降噪方法研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2019, 33(12) :

190-196.

XIN Y M, TAN F, TIAN F M. Research on denoising method of plant electrical signal based on wavelet transform [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(12): 190-196.

[20] SUN Z Y, XI X G, YUAN C M, et al. Surface electromyography signal denoising via EEMD and improved wavelet thresholds. [J]. Mathematical Biosciences and Engineering: MBE, 2020, 17 (6): 6945-6962.

[21] TONG Y N, LI J G, XU Y H, et al. Signal denoising method based on improved wavelet threshold function for microchip electrophoresis C4D equipment [J]. Complexity, 2020.

作者简介



吴叶丽, 2020 年于安庆师范大学获得学士学位, 现为南京信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为仪器仪表检测、信号处理。

E-mail: 2938607854@qq.com

Wu Yeli received her B. Sc. in 2020

from Anqing Normal University. Now she is a M. Sc. candidate in Nanjing University of Information Science and Technology. Her main research interests include instrument testing and signal processing.



行鸿彦 (通信作者), 1983 年于太原理工大学获得学士学位, 1990 年于吉林大学获得硕士学位, 2003 年于西安交通大学获得博士学位, 现为南京信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向: 微弱信号检测与处理、生物医学信号采集与处理、智能化

电子测量技术与仪器。

E-mail: xinghy@nuist.edu.cn

Xing Hongyan (Corresponding author), received his B.Sc. degree from Taiyuan University of Technology in 1983, M.Sc. degree from Jilin University in 1990, and Ph.D. degree from Xi'an Jiaotong University in 2003. Now he is a professor and supervisor for Ph.D. student in Nanjing University of Information Science & Technology. His main research interests include weak signal detection, bio-medical signal collection and processing, and design of intelligent electronic measurement technology and instrument.