

DOI: 10.13382/j.jemi.B2104282

# 输入受限下非完整轮式移动机器人 迭代学习跟踪控制\*

邓雄峰<sup>1,2</sup> 余磊<sup>1</sup> 魏利胜<sup>1,2</sup> 陈新强<sup>1</sup>

(1. 安徽工程大学 电气工程学院 芜湖 241000; 2. 安徽工程大学 高端装备先进感知与智能控制教育部重点实验室 芜湖 241000)

**摘要:**为了解决输入受限下非完整轮式移动机器人的跟踪控制问题,考虑迭代学习控制方法,设计了一种迭代学习控制律,这里所设计的迭代学习控制律结合了系统的跟踪误差和约束下的上一代控制律。通过应用范数分析理论,对跟踪误差的收敛性进行了理论分析,验证了设计的控制律的有效性。最后,给出了一个仿真实例以证明理论分析结果的正确性,仿真结果表明,在设计的迭代学习控制律作用下,具有输入受限的非完整轮式移动机器人能够获得很好的跟踪控制性能,跟踪误差最终收敛于零的很小邻域内。

**关键词:**轮式移动机器人;迭代学习控制;输入受限;跟踪控制

**中图分类号:** TP242 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8050

## Iterative learning tracking control of nonholonomic wheeled mobile robot with input constraint

Deng Xiongfeng<sup>1,2</sup> Yu Lei<sup>1</sup> Wei Lisheng<sup>1,2</sup> Chen Xinqiang<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, China;

2. Key Laboratory of Advanced Preception and Intelligent Control of High-end Equipment, Ministry of Education, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, China)

**Abstract:** This paper addresses the tracking control problem of nonholonomic wheeled mobile robot with input saturation. An iterative learning control law with iterative learning control method is designed, where the designed control law combines the tracking error of mobile robot system and the previous generation control law under constraint. Moreover, the convergence of the tracking error is analyzed by using the norm theory, and then the validity of the designed control law is verified. Finally, this paper gives a simulation example to prove the effectiveness of the theoretical analysis. The simulation results show that the nonholonomic wheeled mobile robot with input saturation can obtain good tracking control performance under the designed iterative learning control law, and the tracking error can converge to a small neighborhood of zero.

**Keywords:** wheeled mobile robot; iterative learning control; input constraint; tracking control

## 0 引言

移动机器人由于结构简单、便于操作、适用场合广等优点,近年来受到了众多学者的广泛关注。基于用途的不同,移动机器人常被用于路径规划<sup>[1-2]</sup>、室内外导

航<sup>[3-4]</sup>、水下未知环境探索<sup>[5]</sup>、月球表面地形探测<sup>[6]</sup>等各种复杂控制任务。然而,要使移动机器人能够很好地完成复杂的任务,设计合适的控制方法是不可缺少的。

围绕轮式移动机器人的控制问题,文献[7]针对独轮移动机器人的跟踪控制问题进行了研究,设计了一阶滑模控制器,解决了给定移动机器人的跟踪问题;文

收稿日期: 2021-05-13 Received Date: 2021-05-13

\* 基金项目:安徽省教育厅自然科学研究重点项目(KJ2020A0344)、安徽省教育厅自然科学研究重大项目(KJ2020ZD39)、安徽高校协同创新项目(GXXT-2020-069)、安徽省检测技术与节能装置重点实验室开放基金项目(DTESD2020A02)和安徽工程大学大学生创新创业训练计划项目(S202010363193)资助。

献[8]研究了一类具有未知外部参数的轮式移动机器人系统,设计的视觉跟踪控制律实现了移动机器人对期望轨迹的跟踪;文献[9]针对非平衡负载下轮式移动机器人运动控制问题的分析,提出了一类抗扰PID控制器,有效地提高了移动机器人轨迹跟踪性能和避障性能;文献[10]通过应用设计的神经网络控制器,实现了移动机器人的最优路径规划;文献[11]针对轮式移动机器人的事件触发控制问题的研究,基于线性化方法的应用,提出了一类状态反馈控制律,解决了机器人系统的事件触发跟踪控制。此外,针对多移动机器人系统的编队控制问题,通过设计编队跟踪控制方法,文献[12-13]分别解决了领导者-跟随者编队跟踪控制问题和时间触发编队跟踪控制问题,文献[14]则实现了自适应分布式编队控制。

对于实际环境中的移动机器人系统,由于外界因素的影响以及自身元器件性能的限制,使得移动机器人可能受到外界干扰或者自身元器件引起的受限约束,而这些因素的存在,会给移动机器人系统的控制带来困难。文献[15]考虑了输入受限和未知动态耦合关系下非完整轮式移动机器人的控制问题,通过结合模型预测控制方法和自适应控制方法,实现了机器人系统的轨迹跟踪控制;文献[16]设计了一种基于神经网络的自适应跟踪控制律,成功实现了时变全状态受限下轮式移动机器人的有限时间跟踪控制;文献[17]为了解决输入受限下移动机器人的鲁棒控制问题,基于设计的鲁棒跟踪控制器的应用,取得了很好的跟踪控制性能;文献[18]针对输入受限和有界干扰下的非完整移动机器人事件触发控制问题的研究,设计了基于事件触发的模型预测控制方法;文献[19]为了解决输入饱和下轮式移动机器人的一致性控制问题,设计了状态观测器和一致性控制律,实现了给定机器人系统的一致性控制。

尽管上述文献围绕移动机器人系统展开了充分的研究,但是大部分文献在解决移动机器人控制问题上都是从时间域中考虑的。在工程实际中,有时候希望能够获得更精确的结果,此时机器人系统仅运行一次难以满足控制要求,这就需要进行多次运行以获得更好的控制效果。迭代学习控制方法通过重复运行以获得更好的控制效果,在解决复杂非线性系统控制问题上具有很好的优势<sup>[20]</sup>。基于迭代学习控制方法良好的控制优势,文献[21]提出的基于可变遗忘因子的离散迭代学习控制律,实现了给定移动机器人的轨迹跟踪控制;文献[22]设计的模糊开闭环滑模PID-P型迭代学习控制律,有效提高了移动机器人对特定轨迹的跟踪效果;文献[23]设计的容错迭代学习控制律,成功实现了执行器故障下的一类独轮移动机器人的跟踪控制;文献[24]提出的改进型数据驱动迭代学习控制律,解决了速度受限下非完整

多轮式移动机器人的分布式编队控制问题。由此可以看出,当实际环境中存在干扰或者输入受限等不确定因素时,通过应用迭代学习控制方法解决移动机器人的跟踪控制问题,具有很好的优势和前景。

受到以上启发,本文针对输入受限下非完整轮式移动机器人系统的跟踪控制问题展开分析,结合迭代学习控制方法,设计了一种迭代学习控制律。与文献[7-14]相比,本文研究的移动机器人系统模型同时考虑了干扰的存在和执行器输入受限约束,因此更具有一般性。此外,所设计的迭代学习控制律结合了系统的跟踪误差和输入受限约束,从而通过对引入的学习因子的适当调节,可以保证系统跟踪误差收敛于零的很小邻域内。在设计的迭代学习控制律作用下,移动机器人系统能够在时间和迭代域上实现跟踪控制。最后,基于理论分析和数值仿真,验证了理论结果的正确性和设计的迭代学习控制律的有效性。

## 1 问题描述和预备知识

### 1.1 输入受限下非完整轮式移动机器人数学模型

考虑差分驱动轮式移动机器人,其运动示意图如图1所示,它在同一轴上有两个推进轮。根据文献[14, 25]的描述,移动机器人在驱动轮不打滑时的非完整数学模型可表示为:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & 0 \\ \sin(\theta(t)) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{X}(t) \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{X}(t) = [x(t), y(t), \theta(t)]^T$  表示移动机器人的状态;  $\mathbf{Y}(t)$  表示移动机器人的输出;  $\theta(t)$ 、 $v(t)$  和  $w(t)$  分别表示移动机器人的方向角、线速度和角速度。

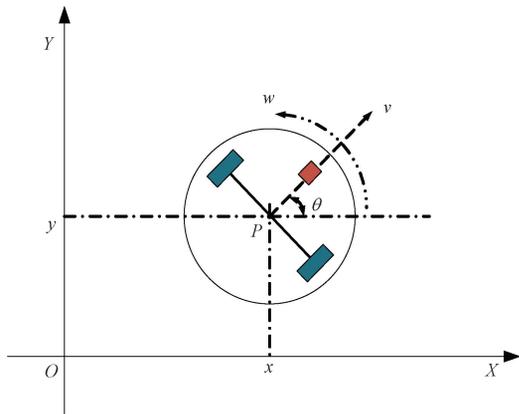


图1 轮式移动机器人结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of wheeled mobile robot

针对实际中的非完整轮式移动机器人,考虑到干扰、执行器输入饱和等因素的影响,通过实施迭代过程,得到迭代作用下移动机器人数学模型为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}^k(t) &= \mathbf{B}(\mathbf{X}^k(t), t) \text{sat}(\mathbf{u}^k(t), u^*) + \delta^k(t) \\ \mathbf{Y}^k(t) &= \mathbf{X}^k(t) + \varphi^k(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{X}^k(t) = [x^k(t), y^k(t), \theta^k(t)]^T$ ,  $\mathbf{u}^k(t) = [v^k(t), w^k(t)]^T$ ,  $\mathbf{Y}^k(t), \delta^k(t) = [\delta_1^k(t), \delta_2^k(t), \delta_3^k(t)]^T$  和  $\varphi^k(t) = [\varphi_1^k(t), \varphi_2^k(t), \varphi_3^k(t)]^T$  分别表示在第  $k$  次迭代下的移动机器人的状态、控制输入、输出、状态干扰和测量噪声干扰;  $\mathbf{B}(\mathbf{X}^k(t), t) = [\cos(\theta^k(t)), 0; \sin(\theta^k(t)), 0; 0, 1]^T$ ;  $\text{sat}(\mathbf{u}^k(t), u^*) = [\text{sat}(v^k(t), u^*), \text{sat}(w^k(t), u^*)]^T$  表示输入饱和函数,  $u^* > 0$  表示饱和函数的上限,  $k = 1, 2, \dots, n$  表示迭代次数。

本文的目标是通过设计合适的迭代学习控制律  $\mathbf{u}^k(t)$ , 使得非完整轮式移动机器人系统(2)在迭代次数  $k \rightarrow \infty$  时, 实现对期望轨迹的跟踪, 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{Y}^k(t) = \mathbf{Y}_d(t)$ 。期望的轨迹给定为:

$$\dot{\mathbf{X}}_d(t) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_d(t)) & 0 \\ \sin(\theta_d(t)) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d(t) \\ w_d(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_d(t) = \mathbf{X}_d(t) \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{X}_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]^T$ ,  $\mathbf{Y}_d(t)$  和  $\theta_d(t)$  分别表示期望的状态、输出和方向角,  $\mathbf{u}_d(t) = [v_d(t), w_d(t)]^T$  表示控制输入, 且满足  $\|\mathbf{u}_d(t)\| \leq b_{u_d}$ , 这里  $b_{u_d} > 0$ 。

## 1.2 预备知识

为便于下文的分析, 针对非完整轮式移动机器人数学模型(2), 一些预备知识提供如下。

性质 1<sup>[26]</sup> 对于饱和函数  $\text{sat}(\mathbf{u}^k(t), u^*)$ , 满足式(4)。

$$\|\mathbf{u}_d(t) - \text{sat}(\mathbf{u}(t), u^*)\|^2 \leq \|\mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}(t)\|^2 \quad (4)$$

假设 1 矩阵  $\mathbf{B}(\mathbf{X}^k(t), t)$  是有界的, 即存在  $\|\mathbf{B}(\mathbf{X}^k(t), t)\| \leq b_B$ ,  $b_B$  为正常数, 且满足局部 Lipschitz 条件, 即存在正常数  $l_B$ , 使得式(5)成立。

$$\|\mathbf{B}(\mathbf{X}^\alpha(t), t) - \mathbf{B}(\mathbf{X}^\beta(t), t)\| \leq l_B \|\mathbf{X}^\alpha(t) - \mathbf{X}^\beta(t)\|, l_B > 0 \quad (5)$$

假设 2 系统状态干扰  $\delta^k(t)$  和测量噪声干扰  $\varphi^k(t)$  有界, 即存在正常数  $b_\delta$  和  $b_\varphi$ , 使得式(6)、(7)成立。

$$\max_{k \in [1, +\infty)} \|\delta^k(t)\| \leq b_\delta, \forall t \in [0, T] \quad (6)$$

$$\max_{k \in [1, +\infty)} \|\varphi^k(t)\| \leq b_\varphi, \forall t \in [0, T] \quad (7)$$

假设 3 迭代过程中, 移动机器人在每次迭代开始时具有与期望轨迹相同的初始状态, 即存在:

$$\mathbf{X}^k(0) = \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_0 \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{X}_0$  为给定的初始状态。

## 2 控制律设计与稳定性分析

考虑非完整轮式移动机器人数学模型(2), 设计迭代学习控制律为:

$$\mathbf{u}^{k+1}(t) = \eta \text{sat}(\mathbf{u}^k(t), u^*) + \rho \mathbf{B}(\mathbf{X}^k(t), t)^\top \mathbf{e}^k(t) + (1 + \eta) \mathbf{u}_d(t) \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{e}^k(t) = \mathbf{Y}_d(t) - \mathbf{Y}^k(t)$  表示跟踪误差;  $\rho$  和  $\eta$  表示学习因子, 且  $\rho > 0$  和  $\eta > 0$ 。

定理 针对非完整轮式移动机器人数学模型(2), 满足假设 1~3, 则在迭代学习控制律(9)作用下, 当迭代次数  $k \rightarrow \infty$  时, 对于  $\forall t \in [0, T]$ , 给定移动机器人系统(2)的跟踪误差可收敛于 0 的任意小邻域内, 即存在  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{Y}^k(t) = \mathbf{Y}_d(t)$ 。

证明 由于  $\mathbf{e}^k(t) = \mathbf{Y}_d(t) - \mathbf{Y}^k(t)$ , 考虑到假设 3, 于是有:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{k+1}(t) &= \mathbf{Y}_d(t) - \mathbf{Y}^{k+1}(t) = \mathbf{X}_d(t) - \mathbf{X}^{k+1}(t) - \varphi^{k+1}(t) = \\ &= \int_0^t \mathbf{B}(\mathbf{X}_d(\tau), \tau) \mathbf{u}_d(\tau) d\tau - \int_0^t \mathbf{B}(\mathbf{X}^{k+1}(\tau), \tau) \text{sat}(\mathbf{u}^{k+1}(\tau), u^*) d\tau - \\ &= \int_0^t \delta^{k+1}(\tau) d\tau - \varphi^{k+1}(t) = \int_0^t [\mathbf{B}(\mathbf{X}_d(\tau), \tau) - \mathbf{B}(\mathbf{X}^{k+1}(\tau), \tau)] \mathbf{u}_d(\tau) d\tau + \\ &= \int_0^t \mathbf{B}(\mathbf{X}^{k+1}(\tau), \tau) [\mathbf{u}_d(\tau) - \text{sat}(\mathbf{u}^{k+1}(\tau), u^*)] d\tau - \int_0^t \delta^{k+1}(\tau) d\tau - \varphi^{k+1}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

对式(10)的两边同时取范数, 并应用假设 1, 得到

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}^{k+1}(t)\| &\leq b_{u_d} l_B \int_0^t \|\mathbf{e}^{k+1}(\tau)\| d\tau + \\ b_B \int_0^t \|\mathbf{u}_d(\tau) - \text{sat}(\mathbf{u}^{k+1}(\tau), u^*)\| d\tau + \int_0^t b_\delta d\tau + b_\varphi \end{aligned} \quad (11)$$

根据性质 1, 则有  $\|\mathbf{u}_d(t) - \text{sat}(\mathbf{u}^{k+1}(t), u^*)\| \leq \|\mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}^{k+1}(t)\|$ , 并代入到式(11), 同时考虑假设 2, 得到:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}^{k+1}(t)\| &\leq b_{u_d} l_B \int_0^t \|\mathbf{e}^{k+1}(\tau)\| d\tau + \\ b_B \int_0^t \|\mathbf{u}_d(\tau) - \mathbf{u}^{k+1}(\tau)\| d\tau + a_1 \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $a_1 = b_\delta T + b_\varphi$ 。

将设计的迭代学习控制律(9)代入式(2), 则有:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}^{k+1}(t)\| &\leq b_{u_d} l_B \int_0^t \|\mathbf{e}^{k+1}(\tau)\| d\tau + a_1 + \\ b_B \int_0^t \|\eta (\text{sat}(\mathbf{u}^k(\tau), u^*) + \mathbf{u}_d(\tau)) + \rho \mathbf{B}(\mathbf{X}^k(\tau), \tau)^\top \mathbf{e}^k(\tau)\| d\tau \leq \\ b_{u_d} l_B \int_0^t \|\mathbf{e}^{k+1}(\tau)\| d\tau + \rho l_B^2 \int_0^t \|\mathbf{e}^k(\tau)\| d\tau + \eta b_B \int_0^t (u^* + b_{u_d}) d\tau + a_1 = \end{aligned}$$

$$b_{u_d} l_B \int_0^t \|e^{k+1}(\tau)\| d\tau + \rho b_B^2 \int_0^t \|e^k(\tau)\| d\tau + a_2 \quad (13)$$

其中,  $\|\text{sat}(u^k(t), u^*)\| \leq u^*$  被应用,  $a_2 = a_1 + \eta b_B(u^* + b_{u_d})T$ 。

根据  $\lambda$  范数定义, 函数  $f: [0, T] \rightarrow R^n$  的  $\lambda$  范数为  $\|f\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \{ \|f\| e^{-\lambda t} \}$ 。因此, 对式(13)的两边同时乘以  $e^{-\lambda t}$ , 并取  $\lambda$  范数, 则式(13)可转化为:

$$\|e^{k+1}(t)\|_\lambda \leq b_{u_d} l_B \|e^{k+1}(t)\|_\lambda O(\lambda^{-1}) + \rho b_B^2 \|e^k(t)\|_\lambda O(\lambda^{-1}) + a_2 \quad (14)$$

其中,  $O(\lambda^{-1}) = (1 - e^{-\lambda T})/\lambda$ 。

考虑到  $O(\lambda^{-1}) = (1 - e^{-\lambda T})/\lambda \leq 1/\lambda, \forall t \in [0, T]$ , 则式(14)可进一步改写为:

$$\|e^{k+1}(t)\|_\lambda \leq \frac{b_{u_d} l_B}{\lambda} \|e^{k+1}(t)\|_\lambda + \frac{\rho b_B^2}{\lambda} \|e^k(t)\|_\lambda + a_2 \quad (15)$$

显然, 存在  $\lambda^* > 0, \forall \lambda > \lambda^*$ , 使得  $1 - b_{u_d} l_B/\lambda > 0$  成立, 于是有:

$$\|e^{k+1}(t)\|_\lambda \leq \mu \|e^k(t)\|_\lambda + \gamma \quad (16)$$

$$\|e^k(t)\|_\lambda \leq \mu^k \|e^0(t)\|_\lambda + \frac{1 - \mu^k}{1 - \mu} \gamma \quad (17)$$

式中:  $\mu = \rho b_B^2/(\lambda - b_{u_d} l_B), \gamma = a_2 \lambda/(\lambda - b_{u_d} l_B)$ 。

进一步选取合适的  $\rho$ , 以确保  $0 < \mu < 1$ , 因此可得到:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e^k(t)\|_\lambda \leq \frac{\gamma}{1 - \mu} = \frac{b_\delta T + b_\varphi + \eta b_B(u^* + b_{u_d})T}{1 - (\rho b_B^2 + b_{u_d} l_B)/\lambda} \quad (18)$$

于是, 存在充分大的  $\lambda$  以及合适的  $\eta$ , 当  $b_\delta$  和  $b_\varphi$  趋近于 0, 且  $k \rightarrow \infty$  时, 对于  $\forall t \in [0, T]$ , 存在  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e^k(t)\| \rightarrow 0$ , 即有  $\lim_{k \rightarrow \infty} Y^k(t) = Y_d(t)$ ; 同时也意味着对于  $\forall t \in [0, T]$ , 有  $\lim_{k \rightarrow \infty} X^k(t) = X_d(t)$  和  $\lim_{k \rightarrow \infty} u^k(t) = u_d(t)$  成立, 定理得证。

### 3 仿真分析

为了验证理论分析结果的正确性, 针对移动机器人系统数学模型(2), 应用设计的迭代学习控制律(9), 对理论结果进行仿真验证。

每次迭代时移动机器人的初始位置与期望轨迹的初始值相同, 即有  $x^k(0) = x_d(0), y^k(0) = y_d(0)$  和  $\theta^k(0) = \theta_d(0)$ , 取  $X_d(0) = [1.0(m), 0.0(m), \pi/2(rad)]^T$ 。期望轨迹分别给定为  $x_d(t) = \cos \pi t, y_d(t) = \cos \pi t$  和  $\theta_d(t) = \pi t + \pi/2$ , 期望输入给定位  $u_d(t) = [\sin t, \cos t]^T$ 。移动机器人受到的系统干扰和测量噪声干扰分别设置为  $\delta_1^k(t) = \delta_2^k(t) = \delta_3^k(t) = 0.01 \cdot \text{rand}$  和  $\varphi_1^k(t) = \varphi_2^k(t) = \varphi_3^k(t) =$

$0.01 \cdot \text{rand}$ , 其中,  $\text{rand}$  表示随机信号, 仿真时间为  $t = 4$  s, 迭代次数设置为  $k = 50$ 。选择其他参数为  $u^* = 5, \rho = 2, \eta = 1.5$ 。经过 50 次迭代学习后, 仿真结果如图 2~8 所示。

图 2~4 分别为当迭代次数为 1、10、20、40 和 50 时给定移动机器人状态对期望轨迹的跟踪过程。从图 2~4 可以看出, 通过应用设计的迭代学习控制律(9), 经过迭代学习后, 移动机器人逐渐实现了对给定轨迹的跟踪, 仿真结果表明了所设计的控制律的有效性。

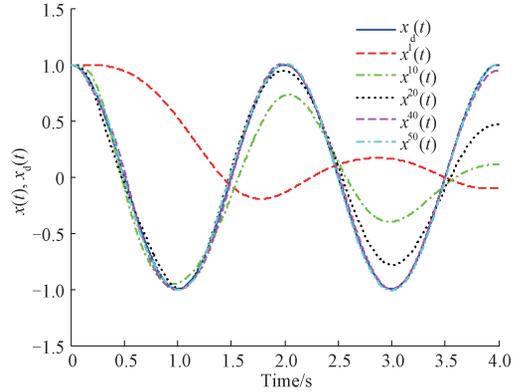


图 2 不同迭代次数下移动机器人横向位移跟踪结果

Fig. 2 Lateral displacement tracking results of mobile robot with different iterations

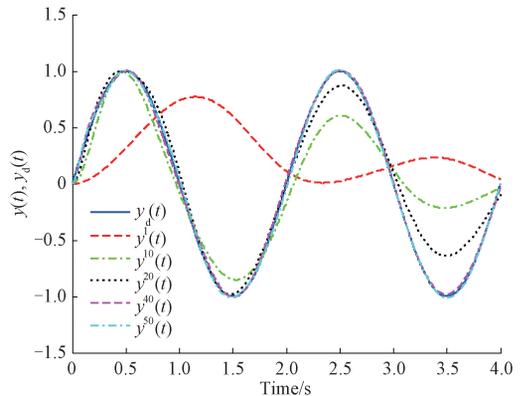


图 3 不同迭代次数下移动机器人纵向位移跟踪结果

Fig. 3 Longitudinal displacement tracking results of mobile robot with different iterations

图 5~7 分别为最后一次迭代后移动机器人对期望轨迹的跟踪结果。从图中不难发现, 给定的移动机器人能够很好地跟踪期望的轨迹, 并且获得了较好的跟踪效果。图 8 是 50 次迭代过程中移动机器人状态最大跟踪误差变化结果, 从图 8 可以发现, 随着迭代次数的增加, 移动机器人的跟踪误差逐渐趋近于 0 的很小邻域内, 进而验证了理论分析结果的正确性。

注 1 本文在建立非完整轮式移动机器人系统模型

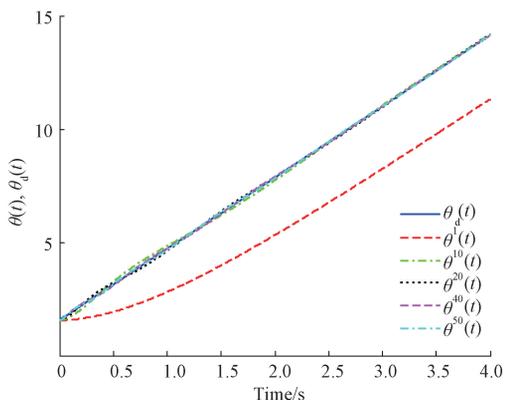


图 4 不同迭代次数下移动机器人方向角跟踪结果  
Fig. 4 Direction angular tracking results of mobile robot with different iterations

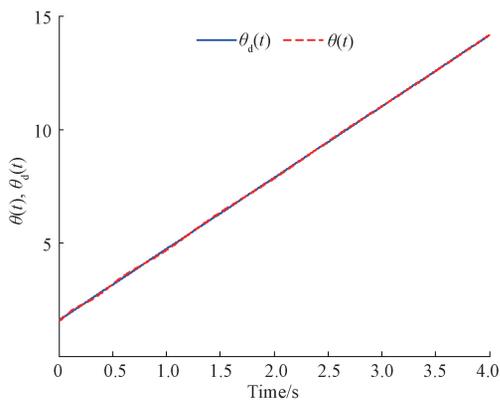


图 7 最后一次迭代移动机器人方向角跟踪结果  
Fig. 7 Tracking results of direction angular of mobile robot in the last iteration

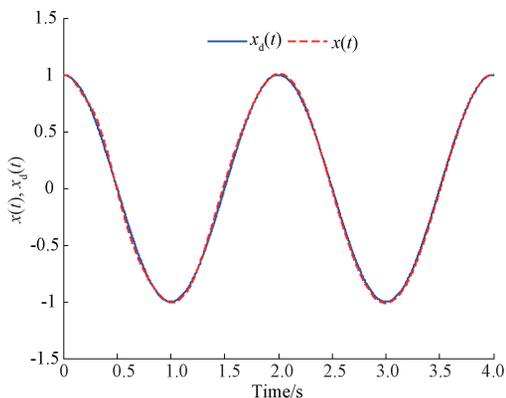


图 5 最后一次迭代移动机器人横向位移跟踪结果  
Fig. 5 Tracking results of lateral displacement of mobile robot in the last iteration

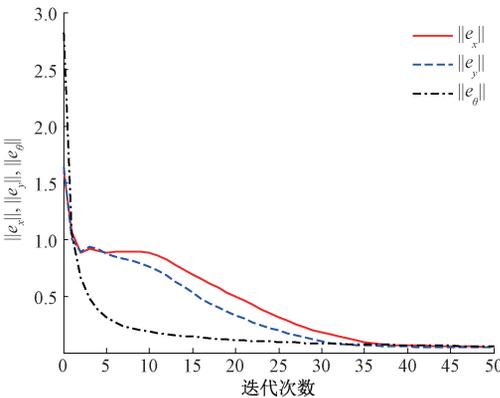


图 8 迭代过程中移动机器人最大跟踪误差变化曲线  
Fig. 8 Maximum tracking error curves of mobile robot in iterative process

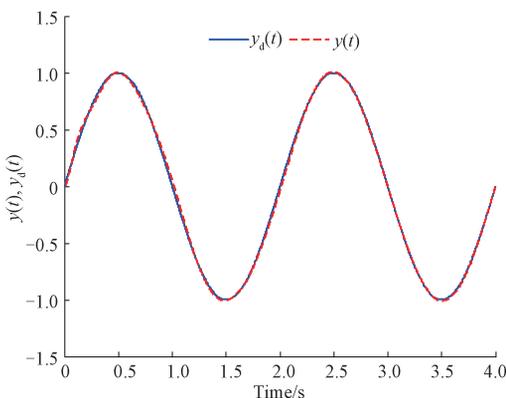


图 6 最后一次迭代移动机器人纵向位移跟踪结果  
Fig. 6 Tracking results of longitudinal displacement of mobile robot in the last iteration

甚至会破坏系统。因此,在仿真过程中针对干扰的设定,用比较小的随机信号进行代替,以确保系统稳定以及跟踪问题能够有效解决。

注 2 在仿真本案例中迭代次数仅设定为 50 次,实际上,当迭代次数越大时,移动机器人的跟踪效果会更好,对于迭代次数的设定,可以根据实际情况进行设计;另外,从图 8 可以看到,跟踪误差最终并没有完全趋近于 0,这是因为在建立移动机器人数学模型时,考虑了系统状态干扰、测量噪声干扰等因素的结果。尽管跟踪误差不是完全趋近于 0,但是处在零的很小邻域内,进而验证了理论分析结果的正确性。

### 4 结 论

本文针对非完整轮式移动机器人的跟踪控制问题进行了分析,移动机器人系统中同时考虑了输入受限和干扰的存在,结合迭代学习控制方法,设计了一种迭代学习

时引入了系统状态干扰和测量噪声干扰,考虑到实际环境中干扰的存在不应过大,否则可能会导致系统不稳定,

控制律。首先,基于范数分析理论,从理论角度证明了所设计控制律的有效性,理论分析表明移动机器人的跟踪误差在设计的控制律作用下能够趋近于0;其次,通过提供一个仿真案例,进行了仿真分析,仿真结果表明,在设计的迭代学习控制律作用下,给定的非完整轮式移动机器人能够很好地实现对期望轨迹的跟踪,跟踪误差最终能够趋近于零的很小邻域内,验证了理论分析结果的正确性。

## 参考文献

- [ 1 ] MIAO C W, CHEN G Z, YAN C L, et al. Path planning optimization of indoor mobile robot based on adaptive ant colony algorithm [ J ]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 156: 107230.
- [ 2 ] 马小陆, 梅宏. 基于改进势场蚁群算法的移动机器人全局路径规划 [ J ]. *机械工程学报*, 2021, 57(1): 19-27.  
MA X L, MEI H. Mobile robot global path planning based on improved ant colony system algorithm with potential field [ J ]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(1): 19-27.
- [ 3 ] SLEAMAN W K, YAVUZ S. Indoor mobile robot navigation using deep convolutional neural network [ J ]. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2020, 39(4): 5475-5486.
- [ 4 ] 宋锐, 方勇纯, 刘辉. 基于 LiDAR/INS 的野外移动机器人组合导航方法 [ J ]. *智能系统学报*, 2020, 15(4): 804-810.  
SONG R, FANG Y CH, LIU H. Integrated navigation approach for the field mobile robot based on LiDAR/INS [ J ]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2020, 15(4): 804-810.
- [ 5 ] 许雅筑, 武辉, 游科友, 等. 强化学习方法在自主水下机器人控制任务中的应用 [ J ]. *中国科学: 信息科学*, 2020, 50(12): 1798-1816.  
HSU Y ZH, WU H, YOU K Y, et al. A selected review of reinforcement learning-based control for autonomous underwater vehicles [ J ]. *Scientia Sinica: Informationis*, 2020, 50(12): 1798-1816.
- [ 6 ] 张元勋, 黄泽东, 韩亮亮, 等. 适用于月面极端地形的爬-滚机器人设计及爬行滚动特性分析 [ J ]. *机械工程学报*, 2021, 57(3): 35-48.  
ZHANG Y X, HUANG Z D, HAN L L, et al. Design and analysis of the crawling and rolling characteristics of the crawling and rolling robot for the lunar extreme terrain [ J ]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(3): 35-48.
- [ 7 ] MERA M, RÍOS H, MARTÍNEZ E A. A sliding-mode based controller for trajectory tracking of perturbed unicycle mobile robots [ J ]. *Control Engineering Practice*, 2020, 102: 104548.
- [ 8 ] QIU Y, LI B Q, SHI W X, et al. Visual servo tracking of wheeled mobile robots with unknown extrinsic parameters [ J ]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(11): 8600-8609.
- [ 9 ] 李高铭, 聂卓赞, 李兆洋, 等. 非平衡负载下轮式移动机器人的抗扰 PID 控制 [ J ]. *控制理论与应用*, 2020, DOI: 10.7641/CTA.2020.00237.  
LI G M, NIE ZH Y, LI ZH Y, et al. Disturbance rejection PID control of wheeled mobile robot under non-equilibrium load [ J ]. *Control Theory & Applications*, 2020, DOI: 10.7641/CTA.2020.00237.
- [ 10 ] BOZEK P, KARAVAEV Y L, ARDENTOV A A, et al. Neural network control of a wheeled mobile robot based on optimal trajectories [ J ]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020, 17(2): 1-10.
- [ 11 ] XIE C, FAN Y, QIU J B. Event-based tracking control for nonholonomic mobile robots [ J ]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2020, 38: 100945.
- [ 12 ] LIANG X W, WANG H S, LIU Y H, et al. Leader-following formation control of nonholonomic mobile robots with velocity observers [ J ]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, 25(4): 1747-1755.
- [ 13 ] YANG J Y, XIAO F, CHEN T W. Event-triggered formation tracking control of nonholonomic mobile robots without velocity measurements [ J ]. *Automatica*, 2020, 112: 108671.
- [ 14 ] PENG Z X, YANG S C, WEN G G, et al. Adaptive distributed formation control for multiple nonholonomic wheeled mobile robots [ J ]. *Neurocomputing*, 2016, 173 (Part 3): 1485-1494.
- [ 15 ] CHEN Y, LI Z J, KONG H Y, et al. Model predictive tracking control of nonholonomic mobile robots with coupled input constraints and unknown dynamics [ J ]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(6): 3198-3205.
- [ 16 ] LI S, WANG Q F, DING L, et al. Adaptive NN-based finite-time tracking control for wheeled mobile robots with time-varying full state constraints [ J ]. *Neurocomputing*, 2020, 403: 421-430.
- [ 17 ] MARTÍNEZ E A, RÍOS H, MERA M. Robust tracking control design for unicycle mobile robots with input saturation [ J ]. *Control Engineering Practice*, 2021, 107: 104676.
- [ 18 ] SUN Z Q, DAI L, XIA Y Q, et al. Event-based model predictive tracking control of nonholonomic systems with

- coupled input constraint and bounded disturbances [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 608-615.
- [19] LI X, WANG M X. Consensus control for wheeled mobile robots under input saturation constraint [J]. IEEE Access, 2020(8): 177125-177130.
- [20] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics by learning [J]. Journal of Robotic Systems, 1984, 1(2): 123-140.
- [21] 曹伟, 戴学丰, 刘艳菊. 移动机器人的可变遗忘因子离散迭代学习控制[J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(10): 1516-1521.
- CAO W, DAI X F, LIU Y J. Discrete iterative learning control with variable forgetting factor for mobile robots [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015, 41(10): 1516-1521.
- [22] 刘国荣, 张扬名. 移动机器人轨迹跟踪的模糊 PID-P 型迭代学习控制[J]. 电子学报, 2013, 41(8): 1536-1541.
- LIU G R, ZHANG Y M. Trajectory tracking of mobile robots based on fuzzy pid-p type iterative learning control [J]. ACTA Electronica Sinica, 2013, 41(8): 1536-1541.
- [23] JIN X. Fault-tolerant iterative learning control for mobile robots non-repetitive trajectory tracking with output constraints [J]. Automatica, 2018, 94: 63-71.
- [24] HOU R, CUI L Z, BU X H, et al. Distributed formation control for multiple non-holonomic wheeled mobile robots with velocity constraint by using improved data-driven iterative learning [J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 395: 125829.
- [25] 崔明月, 孙棣华, 李永福, 等. 轮子纵向打滑条件下的移动机器人自适应跟踪控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 664-670.
- CUI M Y, SUN D H, LI Y F, et al. Adaptive tracking control of wheeled mobile robots in presence of longitudinal slipping [J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 664-670.

- [26] XU J X, TAN Y, LEE T H. Iterative learning control design based on composite energy function with input saturation [J]. Automatica, 2004, 40(8): 1371-1377.
- 作者简介

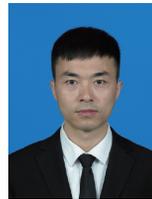
### 作者简介



**魏利胜**, 2001 年于安徽工程大学获得学士学位, 2004 年于中国航天科工集团 061 基地获得硕士学位, 2009 年于上海大学获得博士学位, 现为安徽工程大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为图像识别与应用、嵌入式仪器仪表及系统、智能化网络控制理论。

E-mail: lshwei\_11@163.com

**Wei Lisheng** received his B. Sc. degree from Anhui Polytechnic University in 2001, M. Sc. degree from China Aerospace Science and Industry Corporation 061 Base in 2004, and Ph. D. degree from Shanghai University in 2009, respectively. He is currently a professor and M. Sc. supervisor at Anhui Polytechnic University. His main research interests include image recognition and application, embedded instrumentation and system, and intelligent network control theory.



**邓雄峰** (通信作者), 2008 年于安徽工程大学获得学士学位, 2015 年于陕西科技大学获得硕士学位, 2019 年于空军工程大学获得博士学位, 现为安徽工程大学讲师, 主要研究方向为非线性系统控制与分析、迭代学习控制、移动机器人控制。

E-mail: fate2015zero@163.com

**Deng Xiongfeng** (Corresponding author) received the B. E. degree from the Anhui Polytechnic University, the M. E. degree from the Shaanxi University of Science and Technology, and the Ph. D degree from Air Force Engineering University in 2012, 2015, and 2019, respectively. He is currently a lecturer at Anhui Polytechnic University. His main research interests include nonlinear systems control and analysis, iterative learning control and mobile robot control.