

DOI: 10.13382/j.jemi.B2003007

小波变换组合双线性插值法在北斗周跳中的应用*

汪志宁 刘春 戴雷 刘滔 卫吉祥

(合肥工业大学 电气与自动化工程学院 合肥 230009)

摘要:针对北斗卫星导航系统中双差观测序列的周跳问题,提出了一种小波变换组合滑动窗口的双线性插值法。该方法利用小波变换对载波相位双差检测序列进行尺度分解,提取高频系数,得到周跳处高频系数的奇异值,再利用滑动窗口双线性插值法对奇异值进行替换,通过系数重构,能够较好地修复周跳。实验利用该方法同时修复第1、2层高频系数和只修复第1层高频系数进行修复结果对比,结果表明同时修复第1、2层高频系数次数更少,修复效率更高。

关键词:北斗导航定位;载波相位;周跳;小波变换;双线性插值

中图分类号: P228.1; TN911.72 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 420.1010

Application of wavelet transform combined bilinear interpolation in Beidou cycle slip

Wang Zhining Liu Chun Dai Lei Liu Tao Wei Jixiang

(School of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: In order to solve the cycle slip problem for double difference observation sequence in Beidou satellite navigation system, wavelet transform combined a sliding window linear interpolation method is proposed. Using wavelet transform to scale the carrier phase detection sequence to extract high-frequency coefficients. The singular value of the high frequency coefficient can be obtained at the cycle slip, then replacing singular values with sliding window bilinear interpolation, and coefficient reconstruction is performed. The cycle slip can be repaired better. The experiment uses this method to simultaneously repair the first and second layers high-frequency coefficients and to repair only the first-layer high-frequency coefficients. The results show that the number of repairs of the first and second layers simultaneously is less and higher repair efficiency.

Keywords: Beidou navigation positioning; carrier phase; cycle slip; wavelet transform; bilinear interpolation

0 引言

北斗卫星导航系统是我国重点研究项目之一,可应用的领域越来越广泛^[1-2]。更多的应用需求意味着对北斗导航系统有着更高的要求。导航的精确性是衡量导航系统性能的重要标志。在北斗的高精度定位中,周跳的探测和修复是高精度导航定位领域发展的关键因素之一。因此,要获得高精度的定位结果,必须保证没有周跳现象的发生^[3]。在北斗精密定位中,主要以载波相位值作为数据处理。因此,研究载波相位是处理周跳的核心工作。

常见的周跳探测及修复的方法有很多,如高次差

法^[4],多项式拟合法^[5],电离层残差法,双频码组合法(melbourne wnbbena, MW)^[6]等。高次差法需要多次做差,直到生成一定比例,才能够判断周跳,并且受采样率的影响较大,导致小周跳无法探测^[7]。多项式拟合法需要给定拟合系数,会引入人为误差^[8]。电离层残差法在电离层变化太快时会导致周跳检测的不准确^[9]。为了解决周跳探测和修复问题,文献[10]采用卡尔曼滤波的方法来处理周跳,但卡尔曼滤波对初始值有更高的要求,需要再拟合,引入的误差会越大。文献[11]尝试利用经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)和径向基函数(radial basis function, RBF)网络结合的方法,但仅针对单差展开讨论。为了解决 TurboEdit 方法无法探测 6

收稿日期:2020-03-17 Received Date: 2020-03-17

* 基金项目:合肥市北斗卫星导航重大应用示范(发改办高技(2014)2564)资助项目

周以内的小周跳,提出了基于 MW 法的组合电离层残差法来探测周跳,使用最小二乘 legendre 多项式拟合来修复周跳^[12]。文献[13]利用改进的多项式拟合方法来探测周跳,但没有修复周跳。相比较其他方法,小波变换^[14]可以观察信号任意时刻的局部细节,并且在时间域和频率域都具有表现细节特征能力,能够对信号进行尺度分解,并提取特定的频率带,能准确定位周跳的发生位置,进而有效地修复周跳。

针对这些局限性,本文提出一种小波变换组合滑动窗口双线性插值的方法。在周跳探测部分,利用小波变换对检测序列进行二尺度分解,提取各尺度的高频系数,出现奇异值的位置即为周跳所在位置。在周跳修复部分,利用滑动窗口,将检测序列分为若干窗口,对出现奇异值的窗口,进行双线性插值平滑处理。然后与原始信号比较相减,计算出周跳差值,进而修复周跳。实验仿真表明,该方法能够很好地检测出周跳,且同时修复第 1、2 层高频系数的修复效率更高。

1 周跳的产生及影响

在北斗接收机接收载波相位数据的时候,由于楼房,山峰或者树木的遮挡可能会使信号传递中断,这是周跳产生最普遍的现象;当接收机发生故障时,会造成计数部分的整周数发生突变,小数部分保持不变,也会形成周跳现象^[15]。为有效地进行周跳修复,必须对完整的载波相位数据进行处理。完整的载波相位值如式(1)所示。

$$\Phi = N_0 + \text{int}(\Phi) + F_r(\Phi) \quad (1)$$

式中: N_0 为初始整周模糊度; $\text{int}(\Phi)$ 为整周计数; $F_r(\varphi)$ 为整周分周数; Φ 为载波相位值。

周跳的产生对精确定位的影响很大。对于大周跳,很容易被探测到,并且在数据的预处理阶段就可以消除。对于 5 周跳以下的小周跳,不容易被探测和修复。根据拉查佩利的统计,载波相位观测值发生 1 周的周跳,对经度、纬度、高程的影响分别为 $\Delta L = 0.03 \sim 0.06 \text{ m}$, $\Delta B = 0.10 \sim 0.18 \text{ m}$, $\Delta H = 0.14 \sim 0.16 \text{ m}$, 由数据可以明显观察存在 1 周跳对于定位结果的误差是厘米级以上。因此,消除周跳是北斗高精度定位的主要研究工作之一,只有消除周跳,才会使定位精度更高。

2 小波变换的基本理论

傅里叶变换是传统的信号处理方法,将信号从时间域转换到频率域。对于非平稳信号进行傅里叶变换分析时,可能会造成部分信号的缺失。小波变换由傅里叶变换发展而来,利用小波变换对信号进行分析可以观察信号在任意时刻的局部细节。小波分析在时域和频域都具

有表征信号局部细节特征的能力,并且小波变换在观察小信号时可以放大倍数;若了解更多的内容,则可减小倍数^[16]。根据这一特性,小波变换成为信号分析的理想工具,广泛应用于各个领域。

2.1 小波原理

设 $\psi(t) \in L^2(R)$, 傅里叶变换为 $\psi(\omega)$, 允许条件满足式(2)。

$$C_\psi = \int_R \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2)$$

式中: $\psi(\omega)$ 为小波母函数; ω 为角频率,满足式(2)是小波母函数的首要条件。

则一个小波序列如式(3)所示。

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

将母函数经过伸缩平移后,小波母函数在 $t=b$ 附近波动,衰减速度由参数 a 决定。参数 a 称为伸缩尺度参数,参数 b 称为平移尺度参数。

目前常用的小波函数主要有 Haar 小波, DB 系列小波, Sym 系列小波等。在进行周跳探测与修复时,应该选取性能较好的小波函数,能够有效地探测和修复周跳。

2.2 小波函数的选取

1) Haar 小波

Haar 小波是小波分析中最早用到的一个简单正交小波函数, Haar 小波基函数的定义如式(4)所示。

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

2) DB 系列小波

Daubechies 小波由小波分析学者 Inrid·Daubechies 提出的,一般简称为 dbN, N 为小波的阶数。其特点是随着阶数的增加,光滑性越好,具有更好的正则性。

在周跳探测过程中,如果小波函数选择不恰当,有可能造成周跳判断的失误。现在分别使用 Haar 小波和 db6 小波对检测序列进行探测,观察试探的效果。Haar 小波效果如图 1 所示, db6 小波效果如图 2 所示。

比较图 1 和 2 可知, Haar 在探测过程中第二层高频系数处于先发散后收敛,再发散的过程,没有尖峰值的出现,不能判断周跳位置。而使用 db6 小波能够清晰地观察第 1 层系数和第 2 层系数出现明显跳变,很容易能判断出发生了周跳。因此本文选用 db6 小波。

3 小波分析法对周跳的探测和修复

本文分析双差模型检测序列,利用小波变换对检测

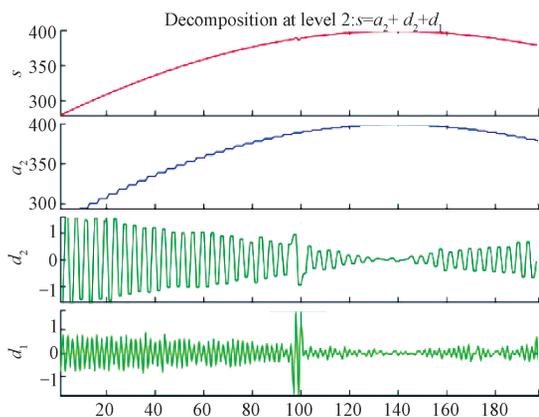


图 1 Haar 小波探测效果

Fig. 1 Haar wavelet detection effect

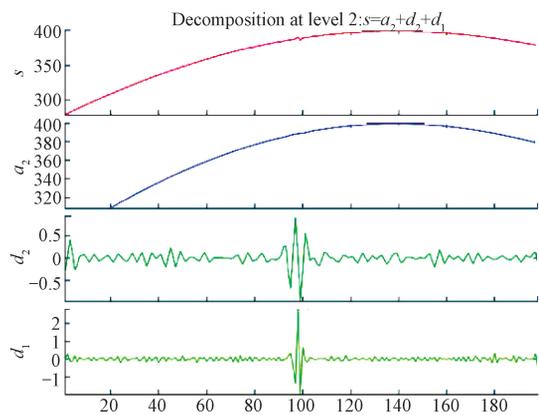


图 2 db6 小波探测效果

Fig. 2 db6 wavelet detection effect

序列进行二尺度分解,提取高频系数。现在大部分研究只对第 1 层高频系数进行插值,因此本文使用滑动窗口的双线性插值法分别对第 1 层高频系数奇异值和同时对第 1、2 层高频系数奇异值进行替换,分析周跳的修复效率。

3.1 双线性插值^[17]

常用的插值方法有线性插值,最近邻插值法,拉格朗日插值法,双线性插值法。线性插值法用于奇异值很少的情况,利用局部线性插值,结果精度难以保证。最邻近插值法的计算速度快,可能会造成空间偏移误差加大,而拉格朗日插值法的计算量较大,需要增加插值节点时必须重新计算插值基函数,会造成不必要的误差。双线性插值法具有更好的连续性,本身具有低通滤波器的特点,能够滤去一部分高频分量的影响,在合适的节点对奇异值进行准确的替换,得到的效果更好。因此本文选用双线性插值法对周跳进行修复。

假设已知函数 $z = G(x, y)$, x, y 都是时间 t 函数关系,其中 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 令双线性变换 $G(x, y)$ 的多项式表

示为:

$$G(x, y) = F[x + dx(x, y) + dy(x, y)] \quad (5)$$

式中: $dx(x, y), dy(x, y)$ 表示位移量,它们分别是 x, y 的双线性函数。由于它们是线性关系,定义增量 $\Delta x, \Delta y$,随着增量的不断变化, $G(x, y)$ 会有相对应的值 G_x, G_y ,则在相应时间域 $[t, t + 1]$ 相应的插值公式如式(6)所示,其中 Q 为插值所得结果。

$$Q_x = Gx_i(1 - \alpha) + Gy_i \cdot \alpha \quad (6)$$

本文取 $\alpha = 0.5$, $i \in [t, t + 1]$, t 为插值历元。将检测系列进行滑动窗口处理,对产生奇异值的窗口进行插值替换。

3.2 周跳的探测和修复

利用小波变换探测周跳实际上是通过一定尺度的带通滤波器对信号进行滤波^[18],可以对信号的高频信号部分逐层分解,自适应地选择相应的频带,分析该频带内的信号谱,因此提高了时频分辨率^[19]。

载波相位观测值作为研究对象,可以作为时间序列来进行分析。作为时间函数,在没有周跳发生时,表现为一条平滑的曲线;发生周跳时会呈现出尖峰值,即出现奇异值。同时,相邻的载波相位值也会出现不同程度的影响。根据小波变换原理^[20],小波基函数 $\psi(t)$ 在变换时需要减小尺度 a ,能够对信号的细节聚焦,并且增大频率分辨率对细节处进行变换得到 $\psi_{a,b}(t)$,改变平移参数 b 可以对全部信号进行搜索,可以确定 $\psi_{a,b}(t)$ 的最大模值,即奇异值,也同时确定最大模值发生的时间。根据奇异性原理, t 就是发生周跳的历元。这就是小波变换的数学显微镜作用,能够将特定的频率带提取出来,实现准确地修复。由于小波变换能将频率带准确地提取,在修复周跳阶段,将载波相位检测序列分为若干窗口,在发生奇异值的窗口采用双线性插值处理。本文对第 1 层高频系数插值和同时对第 1、2 层高频系数插值,比较周跳修复的效果及效率。

图 3 所示为本文探测和修复周跳的流程探测和修复周跳的步骤如下。

1) 解析 Rinex 文件,获得北斗数据的载波相位观测值。

2) 将获得的载波相位观测值构造双差检测量。对双差检测序列利用 db6 小波进行二尺度分解,同时提取高频系数。若高频系数出现突变值,则出现周跳。用滑动窗口双线性插值法对高频系数奇异值进行插值替换。

3) 将替换后的高频系数进行重构,并将重构信号和原始序列做差,获得周跳差值。

4) 利用周跳差值对分解的 db6 小波进行修复,对重构信号进行分析。若还存在周跳,则继续修复,直到周跳修复完成。

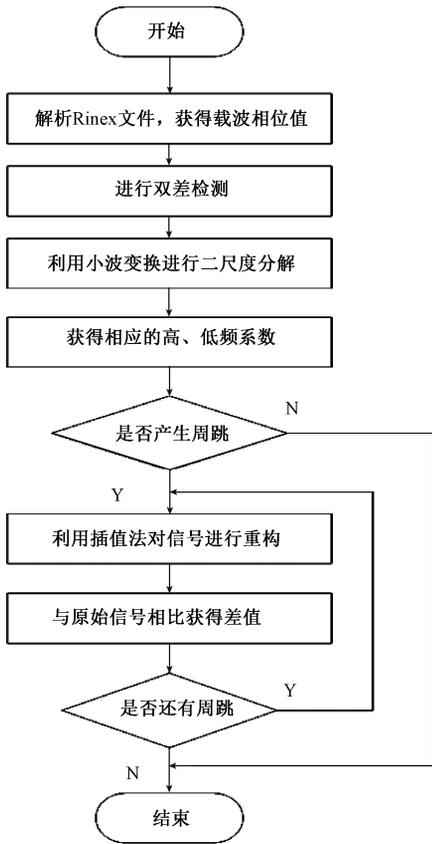


图 3 周跳的探测和修复流程

Fig. 3 Cycle slip detection and repair flow chart

4 实验仿真分析

本次数据是来自北斗司南网的北斗载波相位观测数据, 采样率为 5 s。实验采用了 200 个历元无周跳载波相位观测数据。为了实现周跳的观测和修复, 在 100 历元加入 5 周跳, 观察小波变换组合滑动窗口双线性插值法对小周跳的探测和修复效率。表 1 为实验的仿真参数。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数	值
历元/个	200
采样率/s	5
窗口	10

1) 加入 5 周跳的探测

图 4 所示为加入 5 周跳后的双差检测序列小波分解的高频系数。从图 4 可以清楚地观察到, 第 1 层和第 2 层的高频系数均存在奇异值。第 1 层高频系数在 50~53 历元处出现尖峰值, 发生周跳; 第 2 层高频系数在 27~29 历元处出现奇异值, 出现了周跳。由图 4 可以看出, 使用 db6 小波能够有效地探测出周跳的发生, 并且可以准确

地提取出发生周跳的频率带。

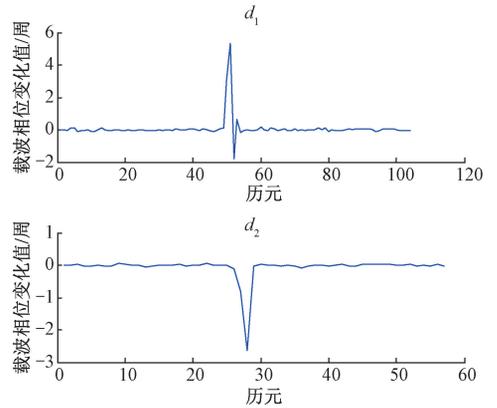


图 4 加入 5 周跳的双差小波分解高频系数

Fig. 4 Adding a 5-cycle slip double-difference wavelet decomposition high-frequency coefficient chart

2) 只修复第 1 层高频系数

将检测序列分为 10 个窗口, 利用滑动窗口双线性插值法对产生奇异值的窗口进行插值替换, 然后进行信号重构, 与原始信号做差, 得到周跳值。对修复差值进一步取整处理, 得到修复值, 利用该值对检测序列周跳进行修复。

由图 4 可以观察到第 1 层高频系数在 50~53 历元处发生周跳, 对这些历元进行插值处理, 插值结果如表 2 所示。

表 2 只修复第 1 层系数第 1 次插值

Table 2 Fix only first-level coefficients first interpolation

序号	高频系数	插值
49	0.042 9	—
50	0.132 5	0.023 7
51	3.047 4	0.031 8
52	5.358 7	0.047 6
53	-1.812 1	0.032 7
54	-0.031 2	—
55	-0.025 7	—

从图 5 可以看出第 1 次修复差值为 0.371 9, 取整之后为修复 1 周跳。修复结果如表 3 所示。

表 3 第 1 次修复结果

Table 3 First repair result

修正高频系数	第 1 次修复	
	差值	修复值
第 1 层	0.371 9	1

由于第 1 次只修复了 1 个周跳, 即序列中还存在奇异值, 因此要继续插值修复。第 2 次插值如表 4 所示。从图 6 可以看出第 2 次修复差值为 1.136 7, 取整之后为修复 2 周跳。第 2 次修复结果如表 5 所示。

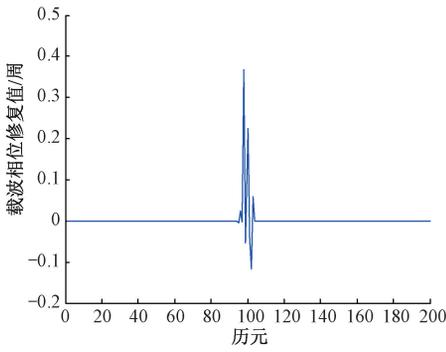


图 5 第 1 次修复差值
Fig. 5 First fix difference

将修复之后的序列进行分析,由表 6 可知,经过两次修复,第 50 个历元处的高频系数已经回归正常,但 51~53 历元还存在奇异值,因此继续插值修复周跳。第 3 次插值如表 6 所示。第 3 次修复差值如图 7 所示,从图 7 可以看出第 3 次修复差值为 1.632 4,取整之后为修复 2 周跳。第 3 次修复结果如表 7 所示。

表 4 只修复第 1 层系数第 2 次插值

Table 4 Fix only first-level coefficients second interpolation

序号	高频系数	插值
49	0.042 9	—
50	-0.113 7	0.012 7
51	2.605 3	0.026 4
52	3.324 6	0.032 9
53	-1.532 7	0.024 3
54	-0.031 2	—
55	-0.025 7	—

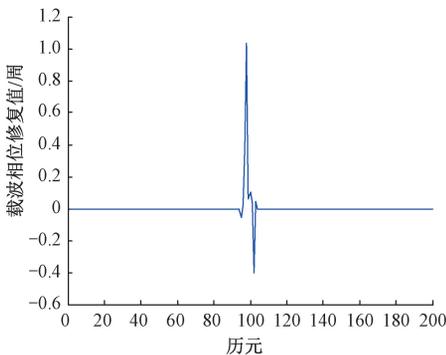


图 6 第 2 次修复差值
Fig. 6 Second fix difference

表 5 第 2 次修复结果

Table 5 Second repair result

修正高频系数	第 2 次修复	
	差值	修复值
第 1 层	1.136 7	2

表 6 只修复第 1 层系数第 3 次插值

Table 6 Fix only first-level coefficients third interpolation

序号	高频系数	插值
49	0.042 9	—
50	-0.062 3	—
51	0.523 7	0.012 8
52	1.632 4	0.025 3
53	-0.342 7	0.041 7
54	-0.031 2	—
55	-0.025 7	—

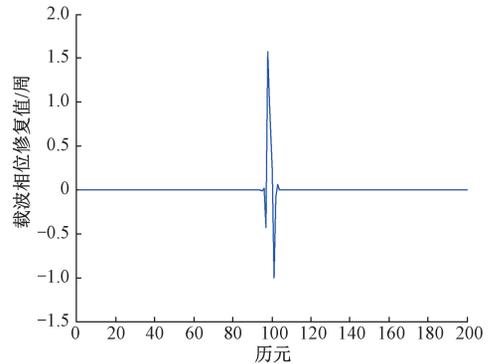


图 7 第 3 次修复差值
Fig. 7 Third fix difference

表 7 第 3 次修复结果

Table 7 Third repair result

修正高频系数	第 3 次修复	
	差值	修复值
第 1 层	1.632 4	2

经过 3 次修复,发现周跳已经修复完毕,修复后的系数图如图 8 所示。由图 8 观察可知,第 1 层高频系数和第 2 层高频系数都是平滑的曲线,均不存在奇异值,说明修复已经完成。

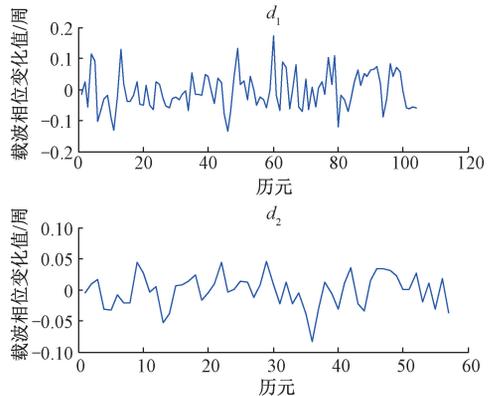


图 8 修复完成的高频系数

Fig. 8 High frequency coefficient diagram after repair

3) 同时修复第 1、2 层的高频系数

由图 4 可知第 1 和第 2 层的高频系数均存在奇异值。第 1 层高频系数在 50~53 历元处出现尖峰值,第 2 层高频系数在 27~29 历元处出现奇异值。现使用滑动窗口双线性插值法同时对两层的高频系数进行修复。修复差值如图 9 所示。表 8 为修复结果。

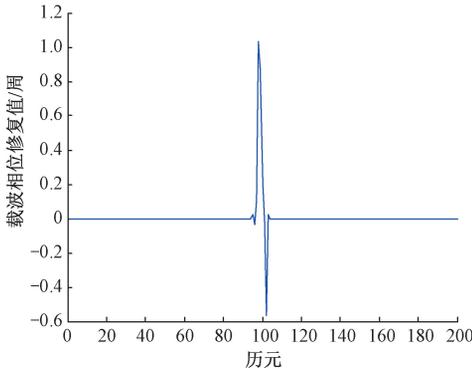


图 9 同时修复时第 1 次修复差值

Fig. 9 Repair the difference for the first time when repairing at the same time

表 8 同时修复时第 1 次修复结果

Table 8 Results of the first repair at the same time

修正高频系数	第 1 次修复	
	差值	修复值
第 1、2 层	1.036 8	2

从表 8 可知,当第 1 次进行同时第 1、2 层高频系数时,修复差值为 1.036 8,取整之后为修复了 2 周跳。

对重构后的检测序列重新分析,通过分析可以发现,第 1 层高频系数的第 53 个历元和第 2 层高频系数的第 29 个历元已经不再是奇异值,因此对其他出现奇异值的历元继续插值修复。修复差值如图 10 所示。

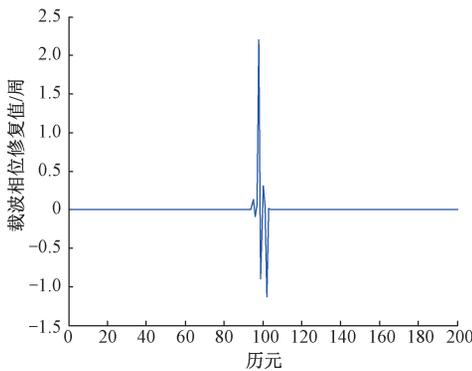


图 10 同时修复时第 2 次修复差值

Fig. 10 Repair the difference for the second time when repairing at the same time

由表 9 数据可知,同时修复两层系数的第 2 次修复差值为 2.246 7,取整后为 3,即第 2 次修复了 3 个周跳。

表 9 同时修复时第 2 次修复结果

Table 9 Results of the second repair at the same time

修正高频系数	第 2 次修复	
	差值	修复值
第 1、2 层	2.246 7	3

经过两次修复之后,对重构信号进行信号分析,发现第 1 层和第 2 层的高频系数均不存在奇异值,修复后均是平滑的曲线,第 2 次修复完成后的高频系数图如图 11 所示。第 1、2 层的高频系数以及同时插值的结果如表 10 所示。

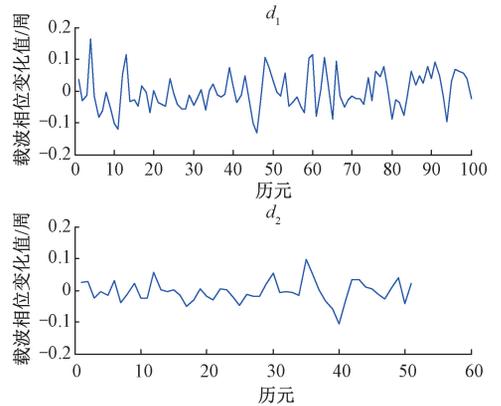


图 11 修复完成后的高频系数

Fig. 11 High frequency coefficient diagram after repair

表 10 同时修复第 1、2 层系数插值

Table 10 Simultaneous repair of first and second layer coefficient interpolation

序号	1	2	3	4	5	6	
第 1 层	高频系数	0.037 2	0.264 3	3.426 3	-2.223 7	0.062 4	0.037 5
	插值	—	0.023 7	0.031 8	0.047 6	0.032 7	—
第 2 层	高频系数	0.011 2	-0.128 2	-2.631 8	1.598 3	0.042 3	0.007 6
	插值	—	0.013 6	0.022 3	0.0186	—	—
第 1 层	高频系数	0.037 2	0.264 3	3.426 3	-2.223 7	0.062 4	0.037 5
	插值	—	0.012 7	0.023 4	0.015 3	—	—
第 2 层	高频系数	0.009 3	-0.183 3	-1.734 2	0.013 4	0.024 5	0.046 7
	插值	—	0.013 8	0.019 4	—	—	—

4) 实验结果比较

由以上实验分析能够得出只修复第 1 层高频系数和同时修复第 1、2 层高频系数都能够修复周跳。但从表 11 可以看出在修复 5 周跳的过程中,只修复第 1 层系数要 3 次才能修复完毕,而同时修复第 1、2 层系数则只需要两次。并且只修复第 1 层系数需要 0.544 s,同时修复第 1、2 层系数只需 0.341 s,修复效率更高。相比只进行第 1 层高频系数修复,同时修复两层高频系数完成之后各层

系数的方差更小,修复之后的曲线更加平滑,修复效果更好。在实际中会有比 5 周跳更大的周跳,不能通过数据预处理消除,这时可以采用同时第 1、2 层高频系数处理周跳,修复效率更高。

表 11 修复比较

Table 11 Repair comparison

模型	修复次数	修复时间/s
只修复第 1 层	3	0.544
同时修复第 1、2 层	2	0.341

5 结 论

北斗精密定位领域中,周跳是载波相位观测值中常见的现象。本文通过双差检测序列的观测数据,利用小波变换对检测序列进行二尺度分解,提取高频系数,可以确定奇异值所在的频率带。在修复周跳过程中,先将检测序列分成 10 个窗口,之后利用滑动窗口的双线性插值法将出现奇异值的窗口的进行插值替换,进行信号重构,与原始信号做差,得出周跳差值,进而修复周跳。实验仿真结果表明,本方法同时修复第 1、2 层高频系数的效率比只修复第 1 层高频系数的效率更高。因此,利用本方法进行周跳修复效果更好。

参考文献

- [1] 邵伦.北斗卫星导航系统在移动通信领域的研究及发展趋势[J]. 信息技术与政策,2019(11):36-40.
SHAOL. Research and development trend of Beidou satellite navigation system in the field of mobile communication [J]. Information and Communication Technology and Policy, 2019 (11): 36-40.
- [2] 杨丽萍. 基于 RTK 的运动目标定位算法研究[D]. 天津:中国民航大学,2018.
YANG L P. Research on moving target localization algorithm based on RTK [D]. Tianjin: China Civil Aviation University, 2018.
- [3] 董惠,侯岩柯,王纯.一种北斗定向系统的周跳检测及修复方法[J]. 测绘工程,2019,28(1):32-35.
DONG H, HOU Y K, WANG CH. A method of cycle slip detection and repair for Beidou orientation system [J]. Surveying and Mapping Engineering, 2019, 28 (1): 32-35.
- [4] 陈石平,廖丁毅,郑健超,等.基于高次差法的降低北斗定位漂移研究[J]. 现代导航,2018,9(3):177-182.
CHEN SH P, LIAO D Y, ZHENG J CH, et al. Research on reducing Beidou positioning drift based on high-order difference method [J]. Modern Navigation, 2018, 9 (3): 177-182.
- [5] 于佳慧,张世涛,张岩.基于 MATLAB 的抗差多项式拟合方法在 GNSS 周跳探测中的应用研究[J]. 软件,2019,40(8):175-180.
YU J H, ZHANG SH T, ZHANG Y. Application of MATLAB-based robust polynomial fitting method in GNSS cycle slip detection [J]. Software, 2019, 40 (8): 175-180.
- [6] 姚翔,陈明剑,左宗.联合北斗优选 MW 组合和无几何相位组合实时探测和修复三频周跳[J]. 大地测量与地球动力学,2019,39(9):928-933.
YAO X, CHEN M J, ZUO Z. Joint Beidou optimized MW combination and non-geometric phase combination for real-time detection and repair of three-frequency cycle slip [J]. Geodesy and Geodynamics, 2019, 39 (9): 928-933.
- [7] 贾茜子. GNSS 周跳探测与修复方法研究[D]. 桂林:桂林电子科技大学,2019.
JIA Q Z. Research on GNSS cycle slip detection and repair method [D]. Guilin: Guilin University of Electronic Technology, 2019.
- [8] 谢世华,肖毅峰.基于多项式拟合的 GPS 周跳探测研究[J]. 资源信息与工程,2018,33(5):135-136,138.
XIE SH H, XIAO Y F. Research on GPS cycle slip detection based on polynomial fitting [J]. Resources Information & Engineering, 2018, 33 (5): 135-136, 138.
- [9] 蔡成林,王亮亮,王金辉,等.电离层残差法对载波相位周跳探测的改进[J]. 电讯技术,2016,56(5):551-556.
CAI CH L, WANG L L, WANG J H et al. Improvement of carrier phase cycle slip detection by ionospheric residual method [J]. Telecommunication Engineering, 2016, 56 (5): 551-556.
- [10] 刘星,李川,石明旺,等.卡尔曼滤波算法的 GPS 双差观测值周跳探测与修复[J]. 测绘科学,2018,43(1):1-5,19.
LIU X, LI CH, SHI M W, et al. GPS double difference observation cycle slip detection and repair based on Kalman filter algorithm [J]. Science of Surveying and Mapping, 2018, 43 (1): 1-5, 19.
- [11] 滕云龙,师奕兵,郑植.单频载波相位的周跳探测与修复算法研究[J]. 仪器仪表学报,2010,31(8):1700-1705.
TENG Y L, SHI Y B, ZHENG ZH. Study on cycle slip detection and repair algorithm of single frequency carrier phase [J]. Journal of Instrumentation, 2010, 31 (8): 1700-1705.
- [12] 段荣,赵修斌,庞春雷,等.一种基于 TurboEdit 改进的

- GPS 周跳探测与修复方法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(11): 2487-2494.
- DUAN R, ZHAO X B, PANG CH L, et al. An improved GPS cycle slip detection and repair method based on TurboEdit [J]. Journal of Instrumentation, 2015, 36(11): 2487-2494.
- [13] 裴晶, 马颖, 刘春. 多项式拟合法在周跳探测中的研究与改进[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(11): 1828-1834.
- PEI J, MA Y, LIU CH. Research and improvement of polynomial fitting method in cycle slip detection [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2017, 31(11): 1828-1834.
- [14] 万正忠. 基于小波变换的 GNSS 单差观测序列周跳探测方法[J]. 北京测绘, 2018, 32(3): 269-272.
- WAN ZH ZH. A method for detecting cycle slip of GNSS single-difference observation sequences based on wavelet transform [J]. Beijing Surveying and Mapping, 2018, 32(3): 269-272.
- [15] 汪洋. GNSS 周跳探测与修复的算法研究与程序实现[D]. 淮南: 安徽理工大学, 2016.
- WANG Y. Algorithm research and program implementation of GNSS cycle slip detection and repair [D]. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2016.
- [16] 谭曦光. 基于小波变换的北斗周跳修复方法[D]. 成都: 西南交通大学, 2017.
- TAN X G. Beidou cycle slip repair method based on wavelet transform [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017.
- [17] 李根. 基于小波变换修正的双线性插值图像放大方法[J]. 信息技术, 2010, 34(9): 134-135.
- LI G. Bilinear interpolation image magnification method based on wavelet transform correction [J]. Information Technology, 2010, 34(9): 134-135.
- [18] 方俊杰, 鲍陈辰, 方喆伟, 等. 小波分析在 GPS 动态观测中的应用研究[J]. 工程勘察, 2019, 47(11): 66-70.
- FANG J J, BAO CH CH, FANG ZH W, et al. Application of wavelet analysis in GPS dynamic observation [J]. Engineering Survey, 2019, 47(11): 66-70.
- [19] 张国强, 鲁昌华, 李燕, 等. 小波变换与改进 Kalman 在北斗/SINS 组合导航中的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(7): 65-71.
- ZHANG G Q, LU CH H, LI Y, et al. Research on wavelet transform and improved Kalman in Beidou / SINS integrated navigation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(7): 65-71.
- [20] 吴红卫, 李铎, 顾思洪. 小波滤波在时间同步系统中应用研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(2): 182-189.
- WU H W, LI D, GU S H. Application research of wavelet filtering in time synchronization system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(2): 182-189.

作者简介



汪志宁, 2018 年于辽宁石油化工大学获得学士学位, 现为合肥工业大学硕士研究生, 主要研究方向为北斗研究。

E-mail: 553079397@qq.com

Wang Zhining received B. Sc. degree from Liaoning Shihua University in 2018. Now he is a M. Sc. candidate at Hefei University of Technology. His main research interests include Beidou research.



刘春, 1988 年于哈尔滨理工大学获得学士学位, 1996 年于浙江大学获得硕士学位, 现为合肥工业大学副教授, 主要研究方向为检测自动技术与电工理论与新技术。

E-mail: hfliuchun@126.com

Liu Chun received B. Sc. degree from Harbin University of Science and Technology in 1988 and M. Sc. degree from Zhejiang University in 1996. Now she is an associate professor at Hefei University of Technology. Her main research interests include detection of automatic technology and electrical theory and new technology.



戴雷(通信作者), 1994 年于安徽工学院获得学士学位, 2004 年于合肥工业大学获得硕士学位, 现为合肥工业大学高级实验师, 主要研究方向为电工理论与新技术。

E-mail: dailei.cn@hfut.edu.cn

Dai Lei (Corresponding author) received B. Sc. degree from Anhui Institute of Technology in 1994 and M. Sc. degree from Hefei University of Technology in 2004. Now he is a senior experimenter at Hefei University of Technology. His main research interests include electrical theory and new technology.