

DOI: 10.13382/j.jemi.B1902825

# Lagrange 插值定理辅助小波变换法在周跳探测中的应用\*

刘 春 刘 滔 李维华 卫吉祥 汪志宁  
(合肥工业大学 电气与自动化工程学院 合肥 230009)

**摘要:**在北斗导航定位领域,为获得准确的载波相位观测数据,必须对载波相位观测中出现的周跳现象进行有效探测和修复。首先构造了单差、双差检测量,利用小波变换对单差、双差检测序列进行三尺度分解,同时提取高频系数和低频系数,从高频系数奇异值可以观察到明显的周跳,然后通过 Lagrange 线性插值法对高频系数奇异值进行替换,将替换后的高频系数和低频系数进行重构。最后将重构信号与原始信号相减,可以获得周跳差值,利用该值对周跳进行一层一层的修复。实验选择了 200 个无周跳历元,在 100 历元处加入不同周跳,仿真结果发现该方法可以对 0.5 周以上的周跳进行有效地探测和修复。

**关键词:**北斗导航定位;载波相位;周跳;小波变换;Lagrange 线性插值

**中图分类号:** P228.1 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 420.1010

## Application of Lagrange interpolation theorem-assisted wavelet transform method in cycle slip detection

Liu Chun Liu Tao Li Weihua Wei Jixiang Wang Zhining

(School of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** In the field of Beidou navigation and positioning, in order to obtain accurate carrier phase observation data, the cycle slip phenomenon in carrier phase observation must be effectively detected and repaired. This paper first constructs single-difference and double-difference detection quantities, then using wavelet transform to three-scale decomposition of single-difference and double-difference detection sequences, and extracting high-frequency coefficients and low-frequency coefficients at the same time. Obvious cycle slips can be observed from singular values of high-frequency coefficients. Then, the singular values of high frequency coefficients are replaced by Lagrange linear interpolation, and the high frequency coefficients and the low frequency coefficients are reconstructed. Finally, the reconstructed signal is subtracted from the original signal to obtain the cycle slip difference value, which is used to repair the cycle slip layer by layer. In the experiment, 200 cycle-free epochs were selected, and different cycle slips were added at 100 epochs. Simulation results show that the method can effectively detect and repair cycle slips of more than 0.5 weeks.

**Keywords:** Beidou navigation positioning; carrier phase; cycle slip; wavelet transform; Lagrange linear interpolation

## 0 引言

北斗卫星导航系统(BDS)是中国正在实施的自主发展、独立运行的全球导航卫星系统(GNSS)<sup>[1-3]</sup>。在很多领域都有广泛的应用,尤其是在高精度定位领域迅猛发展<sup>[4]</sup>。在北斗的精密定位中,常常会因为树木、建筑物、桥梁和山峰等障碍物造成卫星信号的中断,导致载波相位观测值发生变化,整周计数发生突变,载波相位观测值

将会出现系统性偏差,严重影响定位、导航等功能的可靠性和精度<sup>[5-6]</sup>。因此研究载波相位观测值最核心的工作就是探测和修复周跳,如果发生周跳,在高精度定位中必须予以消除。

探测和修复周跳的方法有很多,如多项式拟合需要首先选取几个无周跳的相位观测值,但当目标动态变化较大时,就会有很大模型误差<sup>[7-8]</sup>。电离层残差法在电离层活跃期间容易出现误判<sup>[9]</sup>。伪距与载波相位观测量组合法只适用于快速、粗略地检测数据,无法得到很好的

收稿日期:2019-12-12 Received Date: 2019-12-12

\* 基金项目:合肥市北斗卫星导航重大应用示范资助项目

结果<sup>[10]</sup>。基于改进的 BDS 单频观测值周跳探测与修复法必须对周跳判定的门限值取整,缺乏一般性<sup>[11]</sup>。基于卡尔曼滤波算法的 GPS 双差观测值探测周跳无法对非差相位观测值进行探测<sup>[12]</sup>。基于小波变换 GNSS 单差观测序列周跳探测方法只适用于星间单差,具有很大的不足之处<sup>[13]</sup>。为了解决载波相位观测值中出现的不敏感周跳问题,文献[14-15]提出用北斗三频数据探测周跳的方法,但该方法只能减少不敏感周跳,无法探测所有的周跳。文献[16]尝试利用半和模型进行周跳探测,并引入星间无电离层组合观测值,选择 MW 组合、星间无电离层组合和电离层残差组合综合探测周跳,但无法对周跳进行修复。相对于其它方法而言,小波变换优势在于分析信号可进行任意的放大平移并对其特征进行提取,具有多分辨率分析的特点,并可以对信号进行多尺度分解,将不易发现的小周跳“放大”,使周跳进一步突出,从而能够准确地确定周跳发生的位置,有效地修复小周跳。

本文首先构造了单差、双差检测量,利用小波变换对单差、双差检测序列进行三尺度分解,分解成 db3 小波,同时提取高频系数和低频系数,观察高频系数奇异值可以探测出周跳。然后通过 Lagrange 线性插值法对高频系数奇异值进行替换,将替换后的高频系数和低频系数进行重构。最后将重构信号与原始信号相减,可以获得周跳差值,利用该值对周跳进行一层一层的修复。实验仿真发现可以对 0.5 周以上的周跳进行有效的探测和修复。

## 1 周跳的定义及产生原因

在北斗卫星导航系统的载波相位测量中,接收机所接收的实际是卫星载波信号和接收机信号的相位差,包括接收机计数器累计的载波信号的整周数和不足整周的小数部分。后者是接收机信号与卫星载波信号的相位差中不足一周的部分。由于一些实际原因会引起卫星信号的中断,会使计数器在累计过程产生中断,导致整周数发生突变,而中断期间小数部分会保持不变,因此会在计数中产生一个偏差,这偏差就是中断过程失去的整周数,通常把这个现象称为周跳。其示意图如图 1 所示。

理论的载波相位观测值如式(1)所示。

$$\varphi = n_0 + \text{int}(\varphi) + F_r(\varphi) \quad (1)$$

式中:  $n_0$  为初始整周模糊度;  $\text{int}(\varphi)$  为整周部分;  $F_r(\varphi)$  为不足一周的部分。

在实际的载波相位测量中,导致周跳发生的原因有很多,会包括如下几点。

1) 一些楼层、树木、山峰的遮挡,会使信号在传播中出现中断现象<sup>[17]</sup>。

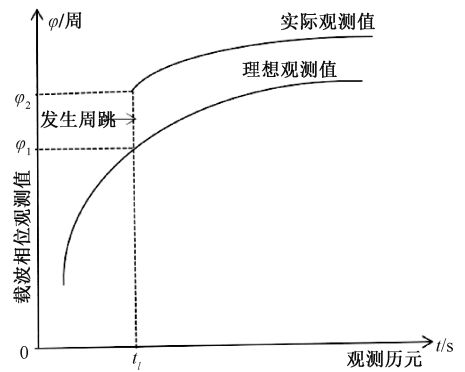


图 1 周跳发生图

Fig. 1 Cycle hopping diagram

2) 由于电离层电子活动剧烈、多路径效应等问题使卫星信噪比太低。

3) 由于接收机的高动态、接收机设置软件的不周全等问题使接收机出现故障,导致卫星很难锁定信号。

4) 在跟踪卫星的过程中,由于某种原因造成信号失锁,致使载波相位整周计数器无法连续计数,当重新恢复跟踪时,会使整周计数不正确。

## 2 周跳对定位精度的影响

周跳一直是载波相位中常见的现象。在一般的载波相位测量中,对于大周跳很容易被探测到,并且在数据预处理时可以消除。但是对于小周跳,尤其是很小的周跳,如 1 周以及 1 周以下的周跳不容易被探测到,会使卫星导航位精度产生严重的影响。根据拉查佩利的统计,载波相位观测值发生 1 周的周跳,对经度、纬度、高程的影响分别为  $\Delta L = 0.03 \sim 0.06 \text{ m}$ ,  $\Delta B = 0.10 \sim 0.18 \text{ m}$ ,  $\Delta H = 0.14 \sim 0.16 \text{ m}$ ,由这些数值可以看出,存在一个周跳会对定位误差达到厘米级以上。因此,在北斗的精确定位中,对周跳进行有效的探测和修复是一项至关重要的工作,只有消除载波相位观测数据中的周跳,才会使定位精度达到更高。

## 3 小波变换的基本理论

傅里叶变换是常用的信号处理方法,傅里叶变换可以看作是数学上的棱镜,将函数基于频率分解为不同的成分,当考虑光时,讨论它的光谱或频谱,同样,傅里叶变换能通过频率分析来分析一个函数。而小波变换由傅里叶变换发展而来,是一种时域分析方法,具有多频率分辨率分析的特点,而且在时域频域都具有表征信号局部特征的能力。在低频部分,具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率;在高频部分,具有较高的时间分辨率和较

低的频率分辨率<sup>[18]</sup>。因此,小波分析法是一种进行频域分析、时域分析和信号处理的理想工具。

### 3.1 小波原理

对于任意的函数  $f(t) \in L^2(R)$ ,  $f(t)$  满足式(2)所示,  $L^2(R)$  是定义在实数轴  $R$  上的全体可测函数  $f(t)$  及相应的函数运算内积所组成的集合。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (2)$$

小波是函数空间  $L^2(R)$  中满足下述条件的一个函数或信号  $\psi(t)$ , 如式(3)、(4)所示。

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(w) dw = 0 \quad (4)$$

通常,  $\psi(t)$  被称为小波基函数、母小波或者小波母函数。

对于任何的实数属于  $(a, b)$ , 其中参数  $a$  不为 0, 称式(5)所示形式的函数为小波母函数  $\psi(t)$  生成的依赖于参数  $(a, b)$  的连续小波函数, 简称为小波。小波母函数在  $x = b$  附近波动, 衰减速度由  $a$  值决定。参数  $a$  称为伸缩尺度参数, 参数  $b$  称为平移尺度参数。

$$\bar{\psi}_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (5)$$

对于任意函数或信号  $f(t)$ , 其小波变换为:

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi}_{(a,b)}(t) dt = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (6)$$

小波方差如下:

$$W_f(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |W_f(a, b)|^2 db \quad (7)$$

式中:  $W_f(a)$  为小波方差;  $W_f(a, b)$  为小波系数。

### 3.2 典型小波

DB 小波是著名的小波分析学者 Daubechies 构造的小波函数, 简称为 db $N$ ,  $N$  为小波的阶数。小波函数  $\psi(t)$  和尺度函数  $\phi(t)$  中的支撑区为  $2N - 1$ ,  $\psi(t)$  的消失矩为  $N$ , 随着阶次增大, 消失矩阶数越大, 频带划分效果越好。除  $N = 1$  (haar 小波) 之外, db $N$  不具有对称性, 只有  $N = 1$  有明确的表达式, db $N$  ( $N \neq 1$ ) 没有明确的表达式, 但转换函数  $h$  的平方模是明确的。

记:

$$p(y) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1+k} y^k \quad (8)$$

其中  $C_k^{N-1+k}$  为二项式系数, 则:

$$|m_0(w)| = \left(\cos^2 \frac{w}{2}\right) p\left(\sin^2 \frac{w}{2}\right) \quad (9)$$

式中:

$$m_0(w) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{2N-1} h_k e^{-jkw} \quad (10)$$

db3 小波如图 2 所示。

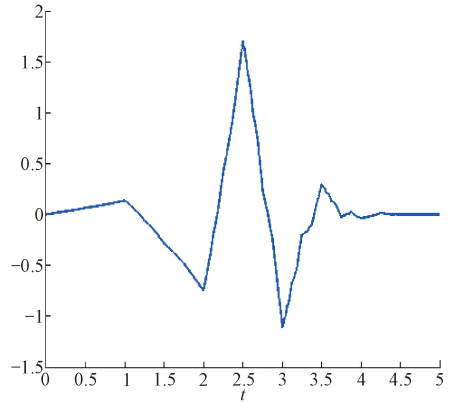


图 2 db3 小波图

Fig. 2 db3 wavelet chart

### 3.3 小波分析法探测周跳

小波变换能够对信号进行多尺度分解, 为信号数据处理提供一种更加精细的分析方法, 可以将高频部分逐层分解, 根据被分析信号的特征, 自适应地选择相应频带, 使之与信号频谱相匹配, 从而提高了时频分辨率。

载波相位观测值可以作为时间序列来进行分析, 作为时间函数时, 它表现出来的是一条光滑的曲线, 当发生周跳时, 这种光滑性就会被破坏掉。相邻载波相位观测值变化较大会影响周跳的检测, 小波分析可以将特定的频率成分提取出来, 滤去其他成分, 使周跳进一步突出, 这是有效探测周跳的关键。根据小波原理可知, 小波基函数  $\psi(t)$  在变换时需要不断减小尺度参数  $a$ , 以便聚焦到信号的细节处, 并且增加频率分辨率对该细节处进行变换寻求  $W_f(a, b)$ , 平移参数  $b$  的不断变化可以搜索到整个信号, 根据最大变换  $W_f(a, b)$  的模值, 就可以得到急剧变化的时间结果  $b$ , 根据信号奇异性检测原理<sup>[19]</sup>,  $b$  所对应的信号时间点, 就是周跳所发生的历元。

## 4 小波分析法对周跳的探测和修复

本文是用小波变换法对周跳进行探测和修复, 对单差、双差检测序列进行三尺度分解, 提取高频系数和低频系数, 并且用 Lagrange 线性插值法对高频系数奇异值进行替换, 这种方法可以探测和修复周跳。

### 4.1 Lagrange 插值定理<sup>[20]</sup>

假设已知函数  $y = f(x)$ , 其中  $x_i$  对应的函数值为  $f(x_i)$  ( $i = 0, 1, \dots, n, x_i \neq x_j$ , 当  $i \neq j$ ), 参数  $x_i$  的区间是

$[m, n]$ , 则其对应的多项式如式 (11) 所示。

$$Q_k(x) = \sum_{i=0}^k a_i x_i \quad (11)$$

则:

$$f(x_i) = Q_k(x_i) \quad i = 0, 1, \dots, k \quad (12)$$

在区间  $[x_i, x_{i+1}]$  内,  $y_i = f(x_i), y_{i+1} = f(x_{i+1})$  内对多项式进行插值运算, 获得 Lagrange 线性插值的基函数如式 (13) 所示。

$$L_i(x) = y_i l_i(x) + y_{i+1} l_{i+1}(x) \quad (13)$$

式中:  $t$  为插值历元。

$$l_i = \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}, l_{i+1} = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (14)$$

相应的 Lagrange 插值多项式如式 (15) 所示。

$$Q_k(x) = \sum_{i=0}^k l_i(x) \cdot y_i = \sum_{i=0}^k (y_i \cdot \prod_{j=0, j \neq i}^k \frac{x - x_j}{x_i - x_j}) \quad (15)$$

#### 4.2 周跳的探测和修复

当没有周跳时, 载波相位观测值是一条平滑的曲线, 发生周跳时, 曲线会出现跳变。通常小周跳不易发现, 而小波分析法可以将“小周跳”放大, 准确的确定周跳发生的位置。Lagrange 插值定理辅助小波变换法探测和修复周跳的过程是将频带多层次划分, 对信号进行多尺度分解, 提取特定的频率成分, 当发生周跳时, 频率系数就会出现突变值, 此时可以得到周跳所发生的准确位置。在系数发生突变的一个区域内, 找出未突变系数值。根据 Lagrange 插值定理, 在一个给定的区间, 由未突变系数值计算突变位置的新值, 用新值去代替原来的突变值, 从而对周跳进行层层修复, 可以有效地修复周跳。

图 3 所示是本文探测和修复周跳的流程图, 探测和修复周跳的步骤如下。

- 1) 获得北斗数据的载波相位观测值。
- 2) 利用获得的载波相位观测值去构造双差检测测量。对单差、双差检测序列进行三尺度小波分解, 分解成 db3 小波, 同时提取高频系数和低频系数, 若高频系数出现突变值, 则出现周跳, 用 Lagrange 线性插值法对高频系数奇异值进行插值替换。
- 3) 将替换后的高频系数和低频系数进行重构, 并将重构信号和原始序列相减, 从而获得周跳差值。
- 4) 利用周跳差值对分解的 db3 小波进行一层一层的修复, 直到将周跳完美修复。

### 5 实验仿真分析

本次数据是来自采样率为 5 s 的北斗载波相位观测数据。实验采用了 200 个历元无周跳载波相位观测数据, 为了对周跳进行探测和修复, 分别在 100 历元加入 0.3、0.5 周跳, 观察 Lagrange 线性插值辅助小波变换法

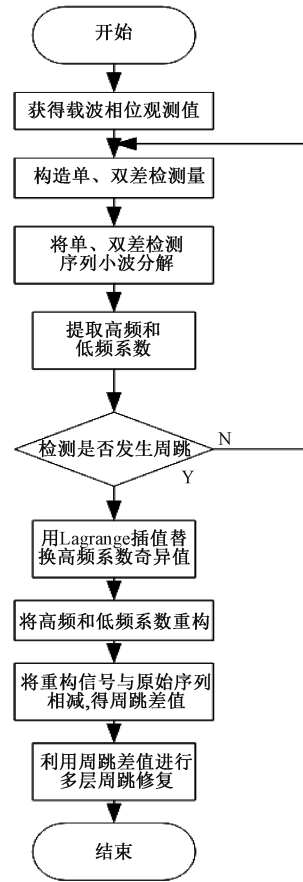


图 3 周跳的探测和修复流程

Fig. 3 Cycle slip detection and repair flow chart

对小周跳的探测和修复能力。表 1 为实验的仿真参数。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

| 参数    | 值   |
|-------|-----|
| 历元    | 200 |
| 采样率/s | 5   |

#### 5.1 加入 0.3 周跳的探测和修复能力

图 4 所示为加入 0.3 周跳后单差检测序列小波分解的高频系数图, 图 5 所示为加入 0.3 周跳后双差检测序列小波分解的高频系数图。从图 4 观察到尺度 1、尺度 2、尺度 3 的高频信号奇异值并不明显; 从图 5 观察到尺度 1、尺度 2 的高频信号存在奇异值。因此可以看出小波变换在双差模型中可以探测到 0.3 周跳, 但第 3 层高频系数奇异值很小, 很难对周跳进行有效的修复。

#### 5.2 加入 0.5 周跳的探测和修复能力

图 6 所示为加入 0.5 周跳后单差检测序列小波分解的高频系数图, 图 7 所示为加入 0.5 周跳后双差检测序列小波分解的高频系数图。从图 6 观察到尺度 2、尺度 3 的高频信号存在奇异值, 可以探测出周跳, 但是第 1 层奇

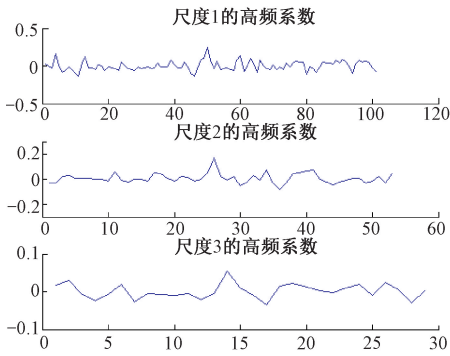


图 4 加入 0.3 周跳的单差小波分解高频系数图

Fig. 4 Adding a 0.3-week jump single-difference wavelet decomposition high-frequency coefficient chart

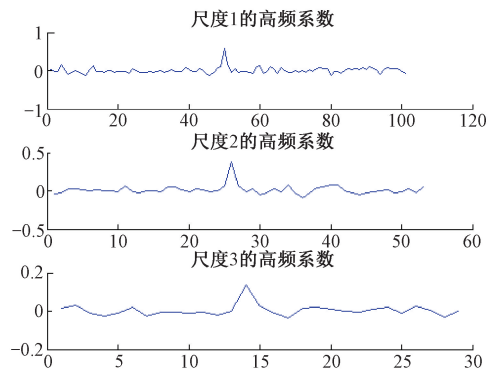


图 7 加入 0.5 周跳的双差小波分解高频系数图

Fig. 7 Adding a 0.5-week jump double-difference wavelet decomposition high-frequency coefficient chart

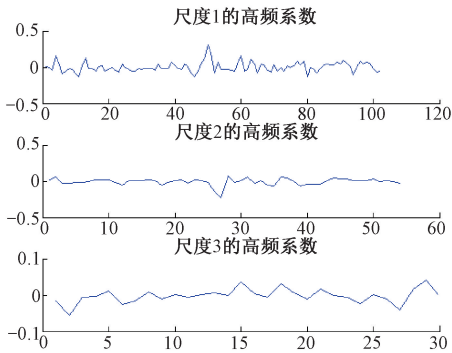


图 5 加入 0.3 周跳的双差小波分解的高频系数图

Fig. 5 Adding a 0.3-week jump double-difference wavelet decomposition high-frequency coefficient chart

27 系数, 尺度 3 的高频系数奇异值出现在第 14 个系数, 对高频系数进行 Lagrange 插值替换, 插值结果如表 2~4 所示。

表 2 第 1 层高频系数 Lagrange 插值结果

Table 2 First layer high frequency coefficient Lagrange interpolation result

| 序号 | 高频系数     | Lagrange 插值 |
|----|----------|-------------|
| 48 | 0.087 8  | —           |
| 49 | 0.195 7  | 0.164 8     |
| 50 | 0.593 1  | 0.309 8     |
| 51 | 0.266 5  | 0.136 5     |
| 52 | -0.048 7 | —           |
| 53 | 0.060 5  | —           |

表 3 第 2 层高频系数 Lagrange 插值结果

Table 3 Second layer high frequency coefficient Lagrange interpolation result

| 序号 | 高频系数     | Lagrange 插值 |
|----|----------|-------------|
| 24 | 0.003 4  | —           |
| 25 | 0.166 0  | 0.056 1     |
| 26 | 0.385 0  | 0.070 0     |
| 27 | 0.059 9  | 0.046 7     |
| 28 | -0.012 1 | —           |
| 29 | 0.019 8  | —           |

表 4 第 3 层高频系数 Lagrange 插值结果

Table 4 Third layer high frequency coefficient Lagrange interpolation result

| 序号 | 高频系数     | Lagrange 插值 |
|----|----------|-------------|
| 13 | -0.001 5 | —           |
| 14 | 0.138 3  | 0.039 4     |
| 15 | 0.023 9  | —           |
| 16 | -0.012 3 | —           |
| 17 | -0.033 5 | —           |
| 18 | 0.013 8  | —           |

异值不明显, 很难对周跳进行修复; 从图 7 观察到尺度 1、尺度 2、尺度 3 的高频信号均存在奇异值, 而且奇异值明显, 需要对周跳进行修复。

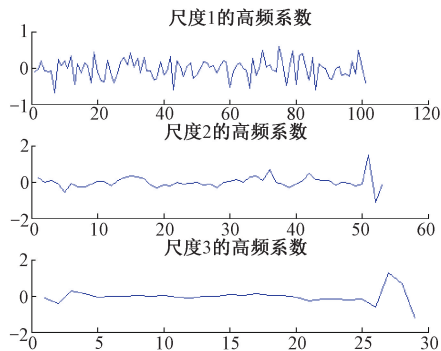


图 6 加入 0.5 周跳的单差小波分解高频系数图

Fig. 6 Adding a 0.5-week jump single-difference wavelet decomposition high-frequency coefficient chart

从图 7 可以看出, 尺度 1 的高频系数奇异值出现在第 49~51 系数, 尺度 2 的高频系数奇异值出现在第 25~

将 Lagrange 插值替换后的高频系数和低频系数进行重构,再将重构信号与原始序列相减,得到周跳差值,利用该值对有周跳的序列进行修复。修复第 1 层得到的差值如图 8 所示,同时修复第 1、2 层得到的差值如图 9 所示,同时修复第 1~3 层得到的差值如图 10 所示。

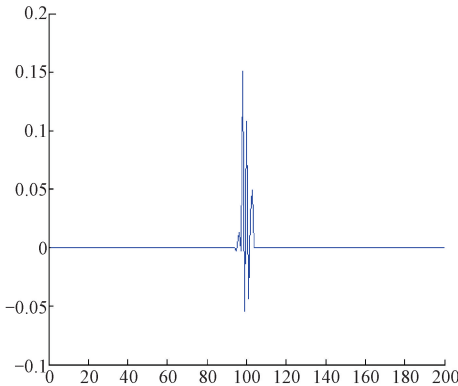


图 8 修复第 1 层得到的差值

Fig. 8 Fix the difference obtained by the first layer

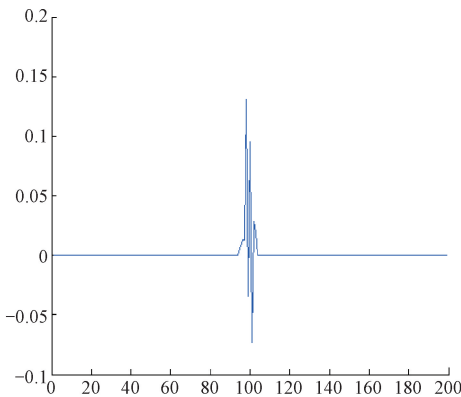


图 9 同时修复第 1、2 层得到的差值

Fig. 9 simultaneously repairing the difference between the first and second layers

周跳修复情况如表 5 所示。

表 5 周跳修复结果

Table 5 Weekly jump repair results

| 修正高频系数  | 差值      | 修复值 |
|---------|---------|-----|
| 第 1 层   | 0.204 8 | 0.5 |
| 第 1、2 层 | 0.173 3 | 0.5 |
| 第 1~3 层 | 0.112 6 | 0.5 |

修复之后的高频系数如图 11 所示,从图 11 看出,高频系数不存在奇异值,序列不含周跳,说明修复完成。

### 5.3 比较

单差与双差的比较如表 6 所示。

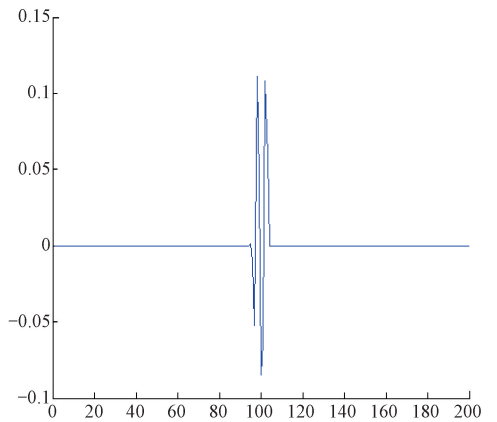


图 10 同时修复第 1~3 层得到的差值

Fig. 10 Repairing the difference between the first, second and third layers at the same time

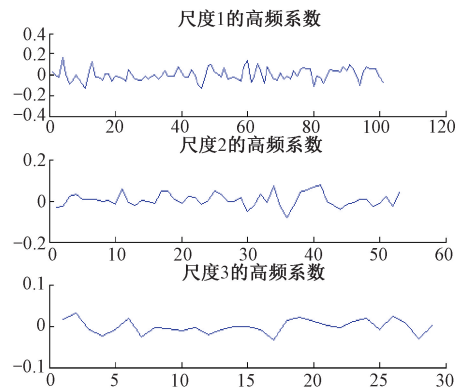


图 11 修复之后的高频系数图

Fig. 11 High frequency coefficient diagram after repair

表 6 单差与双差的比较

Table 6 Comparison of single difference and double difference

| 模型 | 加入 0.3 周跳 | 加入 0.3 周跳 | 加入 0.5 周跳 | 加入 0.5 周跳 |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
|    | 探测情况      | 修复情况      | 探测情况      | 修复情况      |
| 单差 | 不能        | 不能        | 能         | 不能        |
| 双差 | 可以        | 不能        | 能         | 可以        |

从表 6 可以看出,本文方法可以对小周跳进行探测和修复,同时适用于单差与双差序列,其中,单差模型中,本文方法可以探测出 0.5 周以上的周跳;双差模型中,本方法可以探测出 0.3 周以上的周跳,并且可以有效的修复 0.5 周以上的周跳,因此本文方法在双差中比单差有更好的效果。

## 6 结论

在北斗定位领域,载波相位观测值常会出现周跳现

象。因此本文用 Lagrange 插值法辅助小波变换对周跳进行探测和修复,利用小波变换的多分辨分析对单差、双差序列进行多尺度分解,同时提取高频和低频系数,对发生突变的高频系数奇异值进行 Lagrange 插值替换,得到替换后的高频系数,将替换后的高频系数和低频系数重构,重构信号与原始序列做差,得到周跳差值,用该值对发生周跳的序列进行修复。实验仿真发现,本文方法不仅适合单差也适合双差模型。单差模型中,本文方法可以探测出 0.5 周以上的周跳;双差模型中,本文方法可以探测出 0.3 周以上的周跳,并且可以有效的修复 0.5 周以上的周跳。因此,本方法在双差模型中有更好的效果,在探测和修复周跳方面的能力要比现有方法效果好。

### 参考文献

- [ 1 ] 唐卫明,张先春,惠孟堂,等. 基于卡尔曼滤波的北斗伪距单点定位算法研究[J]. 测绘通报,2016(10):6-8,38.  
TANG W M, ZHANG X CH, HUI M T, et al. Study on Beidou pseudorange singlepoint localization algorithm based on Kalman filter [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2016(10):6-8,38.
- [ 2 ] 张舒黎,石元兵,王雍. 北斗短报文通信安全研究[J]. 通信技术,2019,52(11):2776-2780.  
ZHANG SH L, SHI Y B, WANG Y. Research on Communication Security of Beidou Short Message [J]. Communications Technology, 2019, 52 ( 11 ): 2776-2780.
- [ 3 ] 邵伦. 北斗卫星导航系统在移动通信领域的研究及发展趋势[J]. 信息通信技术与政策,2019(11):36-40.  
SHAO L. Research and Development Trend of Beidou Satellite Navigation System in the Field of Mobile Communication [J]. Information and Communication Technology and Policy, 2019 ( 11 ): 36-40.
- [ 4 ] 李燕,鲁昌华,张国强,等. 自适应 UKF 在北斗伪距定位中的研究[J]. 电子测量与仪器学报,2019,33(2):125-131.  
LI Y, LU CH H, ZHANG G Q, et al. Research on adaptive UKF in Beidou pseudorange positioning [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2019,33 ( 2 ): 125-131.
- [ 5 ] 沈朋礼,成芳,肖厦,等. 北斗三号卫星的周跳探测与修复算法[J]. 测绘科学,2019(11):1-8.  
SHEN P L, CHENG F, XIAO X, et al. The cycle slip detection and repair algorithm of Beidou-3 satellite [J]. Surveying and Mapping Science, 2019(11):1-8.
- [ 6 ] 柏粉花,黄国勇,邹金慧. 基于超宽巷与小波变换的北斗周跳探测与定位方法研究[J]. 计算机与应用化学,2016,33(11):1221-1226.  
BAI F H, HUANG G Y, ZOU J H. Research on Beidou cycle slip detection and location based on ultra-wide lane and wavelet transform [J]. Computer and Applied Chemistry, 2016, 33 ( 11 ): 1221-1226.
- [ 7 ] 谢世华,肖毅峰. 基于多项式拟合的 GPS 周跳探测研究[J]. 资源信 2018,33(5):135-136,138.  
XIE SH H, XIAO Y F. Study on GPS cycle slip detection based on polynomial fitting [J]. Resources Information and Engineering, 2018,33(5):135-136,138.
- [ 8 ] 王维亮,潘多斌. GPS 载波相位周跳探测研究[J]. 城市建设理论研究(电子版),2018(31):104-105.  
WANG W L, PAN D B. Study on GPS carrier phase cycle slip detection [J]. Urban Construction Theory Research (Electronic Edition), 2018(31):104-105.
- [ 9 ] 蔡成林,王亮亮,王金辉,等. 电离层残差法对载波相位周跳探测的改进[J]. 电讯技术,2016,56(5):551-556.  
CAI CH L, WANG L L, WANG J H, et al. Improvement of carrier phase cycle slip detection by ionospheric residual method [J]. Telecommunication Engineering, 2016,56(5):551-556.
- [ 10 ] 李彬. 北斗系统周跳探测与修复方法探究[J]. 测绘与空间地理信息,2016,39(8):160-165.  
LI B. Exploration of the detection and repair method of Beidou system weekly jump [J]. Surveying and Spatial Geography Information, 2016,39(8):160-165.
- [ 11 ] 张焱,蔡成林,唐振辉,等. 一种基于多普勒改进的 BDS 单频观测值周跳探测与修复法[J]. 天文学报,2017,58(2):42-48.  
ZHANG W, CAI CH L, TANG ZH H, et al. A method of cycle slip detection and repair for bds single frequency observation based on Doppler improvement [J]. Journal of Astronomy, 2017,58(2):42-48.
- [ 12 ] 刘星,李川,石明旺,等. 卡尔曼滤波算法的 GPS 双差观测值周跳探测与修复[J]. 测绘科学,2018,43(1):1-5,19.  
LIU X, LI CH, SHI M W, et al. Kalman filtering algorithm for GPS double-difference observations of cycle slip detection and repair [J]. Science and Mapping Science, 2018, 43(1):1-5,19.
- [ 13 ] 万正忠. 基于小波变换的 GNSS 单差观测序列周跳探测方法[J]. 北京测绘,2018,32(3):269-272.  
WAN ZH ZH. A method of weekly hop detection for GNSS single difference observation sequence based on wavelet transform [J]. Beijing Surveying and Mapping, 2018,32(3):269-272.
- [ 14 ] 许亚辉,姚宣斌. 北斗三频数据的周跳探测与修复方法研究[J]. 测绘工程,2018,27(8):25-30,36.

- XU Y H, YAO Y B. Study on cycle detecting and repairing method of Beidou tri-band data [ J ]. *SurveyingEngineering*, 2018, 27( 8 ): 25-30, 36.
- [ 15 ] 崔立鲁, 杜石. 北斗三频无几何相位组合实时周跳探测与修复[ J ]. *科学技术与工程*, 2018, 18( 29 ): 7-12.
- CUI L L, DU SH. Real-time cycle slip detection and repair of Beidou tri-band without geometric phase combination [ J ]. *Science Technology and Engineering*, 2018, 18( 29 ): 7-12.
- [ 16 ] 董冰全. 利用高次差法进行周跳探测[ A ]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心. 第六届中国卫星导航学术年会论文集—S03 精密定轨与精密定位[ C ]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心: 中国卫星导航学术年会组委会, 2015: 6.
- DONG B Q. Using the high-order difference method to detect the cycle slip [ A ]. *China Satellite Navigation System Management Office Academic Exchange Center. Proceedings of the 6th China Satellite Navigation Academic Annual Conference-S03 Precision Orbit Determination and Precision Positioning [ C ]. Academic Exchange Center of China Satellite Navigation System Management Office; Organizing Committee of China Satellite Navigation Academic Annual Conference*, 2015: 6.
- [ 17 ] 裴晶, 马颖, 刘春. 多项式拟合法在周跳探测中的研究与改进[ J ]. *电子测量与仪器学报*, 2017, 31( 11 ): 1828-1834.
- YAN J, MA Y, LIU CH. Research and improvement of polynomial fitting method in cycle slip detection [ J ]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2017, 31( 11 ): 1828-1834.
- [ 18 ] 方俊杰, 鲍陈辰, 方喆伟, 等. 小波分析在 GPS 动态观测中的应用研究[ J ]. *工程勘察*, 2019, 47( 11 ): 66-70.
- FANG J J, BAO CH CH, FANG ZH W, et al. Application of wavelet analysis in GPS dynamic observation [ J ]. *Engineering Survey*, 2019, 47( 11 ): 66-70.
- [ 19 ] 周亦军. 基于小波变换的北斗导航信号周跳探测与修复[ J ]. *船舶工程*, 2011, 33( S2 ): 201-204.
- ZHOU Y J. Detection and repair of Beidou navigation signal cycle slip based on wavelet transform [ J ]. *Ship Engineering*, 2011, 33( S2 ): 201-204.
- [ 20 ] 贾茜子. GNSS 周跳探测与修复方法研究[ D ]. 桂林: 桂林电子科技大学, 2019.
- JIA X Z. Research on GNSS cycle slip detection and repair method [ D ]. Guilin: Guilin University of Electronic Technology, 2019.

### 作者简介



**刘春**, 1988 年于哈尔滨理工大学获工学学士学位, 1996 年于浙江大学硕士学位, 现为合肥工业大学副教授, 主要研究方向为检测技术与自动化装置、电工理论与新技术。

E-mail: hfliuchun@126.com

**Liu Chun** received B. Sc. degree from Harbin University of Science and Technology in 1988 and M. Sc. degree from Zhejiang University in 1996. She is currently an associate professor at Hefei University of Technology. Her main research interests include testing technology and automation equipment, electrical theory and new technology.



**刘滔**, 2014 年于安徽工程大学获得学士学位, 现为合肥工业大学硕士研究生, 主要研究方向为检测技术与自动化装置。

E-mail: 1067850675@qq.com

**Liu Tao** received his B. Sc. degree from Anhui University of Engineering in 2014. He is currently a M. Sc. candidate at Hefei University of Technology. His research interests include testing technology and automation equipment.



**李维华** (通信作者), 1993 年于合肥工业大学硕士学位, 现为合肥工业大学副教授, 研究方向为新能源发电及其应用技术。

E-mail: Liwh2000@163.com

**Li Weihua** (Corresponding author) received M. Sc. degree from Hefei University of Technology in 1993. Now he is an associate professor in Hefei University of Technology. His main research interests include new energy generation and its application technology.