DOI: 10. 13382/j. jemi. B2407196

# 基于双向目标偏置 APF-informed-RRT\* 算法的 机械管路径规划

刘小松 康 磊 单泽彪 朱焕海 刘云清

(长春理工大学电子信息工程学院 长春 130022)

摘 要:针对当前机械臂路径规划算法存在搜索随机性大、目标偏置性差和路径曲折等问题,提出了一种基于双向目标偏置的 APF-informed-RRT\*算法。首先在双向 informed-RRT\*基础上引入概率自适应的目标偏置策略,降低搜索的随机性,提高采样 效率;其次针对路径扩展在双向搜索树中融入人工势场法,减少算法的迭代次数;同时在路径生长阶段,采用动态步长生长策 略,即根据搜索树的扩展趋势动态调整步长,避免出现局部最优,并且加快路径搜索时间;最后针对冗余节点采用三角不等式原 理进行去除,进而通过 B 样条曲线对路径进行平滑处理,得到最优规划路径。通过与双向 RRT\*、双向 informed-RRT\*和双向 P-RRT\*等算法在三维环境下进行了仿真对比实验验证,相较于双向 RRT\*在时间上节约了 41%,在采样点数量上减少了 63%;相 较于双向 informed-RRT\*在时间上节约了 58%,在采样数量上减少了 68%;相较于双向 P-RRT\*在时间上节约了 30%,在采样数 量上减少了 60%。

关键词:路径规划;机械臂;双向目标偏置;人工势场;动态步长 中图分类号:TP242;TN911 文献标识码:A 国家标准学科分类代码:460.40

# Path planning of robot arm based on APF-informed-RRT\* algorithm with bidirectional target bias

Liu Xiaosong Kang Lei Shan Zebiao Zhu Huanhai Liu Yunqing

(School of Electronic and Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract**: In view of the problems of large search randomness, poor target bias and path tortuousness in the current robotic arm path planning algorithm, an APF-informed-RRT<sup>\*</sup> algorithm based on bidirectional target bias was proposed. Firstly, probabilistic adaptive target bias strategy is introduced based on bidirectional informed-RRT<sup>\*</sup> to reduce the randomness of search and improve sampling efficiency. Secondly, for path expansion, the artificial potential field method is integrated into the two-way search tree to reduce the number of iterations of the algorithm. At the same time, in the path growth stage, the dynamic step growth strategy is adopted, that is, the step size is dynamically adjusted according to the expansion trend of the search tree, so as to avoid local optimization and speed up the path search time. Finally, the redundant nodes are removed by the principle of triangle inequality, and then the path is smoothed by B-spline curve to obtain the optimal planning path. The simulation and comparison experiments with bidirectional RRT<sup>\*</sup>, bidirectional informed-RRT<sup>\*</sup> and bidirectional P-RRT<sup>\*</sup> are carried out in 3D environment. Compared with bidirectional RRT<sup>\*</sup>, the time is saved by 41% and the number of sampling points is reduced by 63%. Compared with two-way informed-RRT<sup>\*</sup>, 58% less time and 68% fewer samples are collected. Compared with bidirectional P-RRT<sup>\*</sup>, it saves 30% in time and 60% in sampling quantity.

Keywords: path planning; mechanical arm; bidirectional target bias; artificial potential field; dynamic step size

收稿日期: 2024-01-12 Received Date: 2024-01-12

<sup>\*</sup>基金项目:吉林省教育厅产业化培育项目(JJKH20240940CY)、吉林省自然科学基金项目(YDZJ202301ZYTS412)、吉林省教育厅科学技术项目 (JJKH20240938KJ)资助

## 0 引 言

机械臂路径规划是确定机械臂在执行特定任务时如 何优化其运动轨迹的过程。路径规划的目标是在满足约 束条件的前提下,找到从起始位置到目标位置的最优路 径<sup>[1]</sup>。机械臂的路径规划方法主要分为传统的路径规划 算法、基于采样的路径规划算法、智能仿生算法等。传统 的路径规划算法主要有 A\* 算法<sup>[2]</sup>、人工势场法<sup>[34]</sup>,基于 采样的路径规划算法有 PRM 算法<sup>[5]</sup>、RRT 算法<sup>[6-7]</sup>,智能 仿生路径规划算法有神经网络算法<sup>[8-9]</sup>、蚁群算法<sup>[10]</sup>、遗 传算法<sup>[11-12]</sup>等。其中 A\*算法主要应用于二维平面的路 径规划;Dijkstra 算法扩展节点多,效率低;人工势场法易 陷入局部最优,常与其他算法结合;PRM 算法在复杂障 碍物情况下,路径搜索效率低;神经网络算法参数调节比 较困难,对硬件要求比较高:蚁群算法盲目性搜索,易陷 入局部最优;遗传算法搜索效率低,容易过早收敛。RRT 算法搜索高效、无需对空间环境进行精确建模、在不同的 高维复杂环境中有较为广泛的应用。但是 RRT 算法也 存在规划路径质量一般、有较大的随机性和盲目性、易陷 入局部最优等问题。为提高 RRT 路径规划质量, 王萍 等<sup>[13]</sup>提出了一种 RSS\_GN RRT 算法,为了提升算法的收 敛速度,提出了引导节点导向策略与分区域采样策略,提 升算法的收敛速度:引入采样角度约束策略来提高规划 路径的质量。Klemm 等<sup>[14]</sup> 将 RRT-connect 与 RRT\* 结 合,即在单向 RRT 算法中引入双向重置父节点和重新布 线的过程,以确保算法逐步达到最优。然而,因为 RRT\* 算法采样的随机性,会过度地探索某些无效的区域,造成 收敛到最优或进入最优路径的速度较慢等问题。

为解决 RRT\*算法收敛速度较慢问题,许多学者对 此进行了深入的研究,Gammell等<sup>[15]</sup>提出 Informed-RRT\* 算法,通过起始点、目标点和当前路径来确定椭圆采样区 域,使算法减少对无效区域探索,从而加快算法的收敛速 度;Ding 等<sup>[16]</sup>提出一种基于路径扩展的启发式采样 RRT\*算法(EP-RRT\*),对初始路径进行扩展,得到扩展 区域,在扩展区域内进行迭代启发式采样,提高了节点利 用率,加快了算法的收敛速度。但是上述两个算法都是 在生成初始路径后,再对路径进行优化,并没有解决 RRT\*算法在搜索路径时目标导向性差的问题。

为改善 RRT 算法存在对目标导向性差的问题, Fan 等<sup>[17]</sup>在 Informed-RRT\*算法中引入人工势场法,减小节 点扩展的随机性,减少对无效空间的搜索,提高路径搜索 效率; 左国玉等<sup>[18]</sup>提出基于均匀概率的目标启发式 RRT,当随机采样的值在设定的阈值范围内时,以目标点 作为随机点进行节点扩展,当随机采样的值不在设定的 阈值范围内时,在目标重力与随机点重力的目标启发式 作用下进行节点扩展,使节点尽可能朝目标点生长,有效 减少了冗余节点的数量和路径的长度;刘建字等<sup>[19]</sup>在 RRT\*-connect 算法中将目标偏向策略引入采样过程,增 加目标的导向性,加快搜索速度;Luo 等<sup>[20]</sup>针对 informed-RRT\*算法利用目标偏置来指导 RRT\*搜索树的搜索,帮 助搜索树快速生成最佳初始路径,再利用椭球子集对初 始路径进行细化,最终得到最优路径。

在上述研究的基础上,为解决算法收敛速度慢、目标 导向性差和冗余节点较多等问题,提出一种基于双向目 标偏置 APF-informed-RRT\*(bidirectional target bias-APFinformed-RRT\*, BTB-APF-informed-RRT\*)算法的机械 臂路径规划方法。首先,在起始节点和目标节点处同时 创建两棵随机搜索树,利用概率自适应目标偏置策略交 替扩展两棵搜索树,增加随机采样点的目标导向性,加快 算法的搜索速度;其次,将改进的人工势场法与 informed-RRT\*算法相融合,以加快算法的收敛速度,减少路径规 划时间;然后通过采用动态步长策略加快对障碍物的躲 避,提高路径规划的质量;最后再根据三角不等式原理对 冗余节点进行去除,并采用 B 样条曲线对路径进行优化, 避免机械臂关节弯曲程度过大的问题,最终获得最优路 径。通过与双向 RRT\*、双向 informed-RRT\* 和双向 P-RRT\*算法进行仿真实验对比,本文算法在路径规划长 度、路径规划时间和采样点数量上均具有较大的优势。

# 1 碰撞检测

碰撞检测技术作为机械臂应用领域的重要技术之一,在路径规划中具有重要的作用。碰撞检测的主要目的是避免机械臂与障碍物之间发生碰撞,在多数情况下,为简化碰撞,常用包围盒将机械臂连杆进行包裹。常用的包围盒有轴对齐包围盒(axis-aligned bounding box, AABB)、方向包围盒(oriented bounding box, OBB)和球体包围盒(sphere bounding box)等。

为简化机械臂与障碍物的碰撞检测,采用方向包围 盒将机械臂连杆进行包裹,包围盒的横截面长和宽均为 *a*,采用球体包围盒将障碍物进行包裹,球体半径为*r*。 碰撞简化模型如图1所示。

经上述的碰撞模型简化后,机械臂与障碍物的碰撞 就可以转化为空间直线与球体之间的位置关系判断。空 间直线与球体之间位置关系如图2所示。

设定障碍物球心坐标为 $O(x_0, y_0, z_0)$ ,第i - 1关节和 第i关节处的坐标分别为 $A_{i-1}(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ 和 $B_i(x_i, y_i, z_i)$ ,则机械臂连杆简化为空间直线方程可以表示为:

$$\begin{cases} \frac{x - x_A}{m} = \frac{y - y_A}{h} = \frac{z - z_A}{w} = t \\ m = x_B - x_A, h = y_B - y_A, w = z_B - z_A \end{cases}$$
(1)



图 1 碰撞检测简化模型

Fig. 1 Simplified collision detection model



图 2 空间直线与球体之间位置关系

Fig. 2  $\,$  Position relationship between spatial line and sphere  $\,$ 

式中: $\vec{S} = (m,h,w)$ 为简化空间直线的一个方向向量,t为直线参数方程的参数。此时空间直线与球体之间最短距离就转化为球心到空间直线的最短距离,过球心且垂直于空间直线的直线方程可以表示为:

$$m(x - x_0) + h(y - y_0) + w(z - z_0) = 0$$
(2)  
 $\Re \mathfrak{K}(1) \Re \mathfrak{D}, \Re \mathfrak{D}, \Re \mathfrak{D} \mathfrak{K} \mathfrak{D}, \mathfrak{P} \mathfrak{L}$ 

$$t = \frac{m(x_0 - x_A) + h(y_0 - y_A) + w(z_0 - z_A)}{m^2 + h^2 + w^2}$$
(3)

将参数 t 代入式(1),可以得到简化直线与过球心直 线的交点坐标 D(x<sub>D</sub>,y<sub>D</sub>,z<sub>D</sub>),进而可以根据欧拉距离公 式求得最短距离为:

$$d_{\min} = \sqrt{(x_{\rm D} - x_{\rm 0})^2 + (y_{\rm D} - y_{\rm 0})^2 + (z_{\rm D} - z_{\rm 0})^2} \quad (4)$$
  
判断是否碰撞的条件为:

$$\begin{cases} d_{\min} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}a + r, \quad \vec{\text{w}} \neq \\ \\ d_{\min} > \frac{\sqrt{2}}{2}a + r, \quad \vec{\text{x}} \neq \vec{\text{w}} \end{cases}$$
(5)

# 2 双向目标偏置 APF-informed-RRT\*

# 2.1 双向目标偏置策略

RRT\*算法在三维复杂环境下路径搜索存在随机性 大和搜索时间长的问题。针对上述两个问题,本节在双 向扩展的 RRT\*的基础上,给每棵搜索树添加目标偏置 策略来优化采样过程。双向目标偏置策略如式(6)来进 行随机采样;双向 RRT\*扩展示意如图 3 所示。

$$q_{\text{rand}} = \begin{cases} rand \cdot \text{size}(\text{map}), rand > p \\ q_{\text{goal}}, 其他 \end{cases}$$
(6)

式中: rand 为0~1间的随机数, p为设定的目标偏置阈 值, size(map)为地图的大小。具体思路为: 当 rand 的 值大于设定目标偏置阈值时,将随机采样点作为采样点; 否则,将目标点作为采样点。



Fig. 3 Bidirectional RRT\* extension

图 3 中,以起始点与目标点为根节点同时生成两棵 搜索树  $T_1 与 T_2$ ,两棵搜索树按照目标偏置思想进行交替 生长,目标偏置策略如式(6)所示,首先设定目标偏置阈 值p,然后根据均匀概率分布随机得到概率值(0~1),最 后比较概率值与目标偏置阈值大小。若概率值大于阈 值,则将随机采样点作为采样节点;若概率值小于阈值, 则将目标点作为采样点。图 3 中  $T_1$  以目标点  $q_{goal}$  作为采 样点, $T_2$  以随机点 $q'_{rand}$  作为采样点。

# 2.2 双向 APF-RRT\* 改进算法

将 APF 与 RRT<sup>\*</sup> 融合,可以改变新节点的生成方向, 加快搜索速率,减少路径规划时间。APF 包括引力场函 数  $U_{at}(q)$  和斥力场函数  $U_{rep}(q)$  分别如式(7)和(8)所 示,总势力场函数如式(9)所示。

$$U_{\text{att}}(q) = \frac{1}{2} \varepsilon \rho^{2}(q, q_{\text{goal}})$$

$$U_{\text{rep}}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} \xi \left( \frac{1}{\rho(q, q_{\text{obs}})} - \frac{1}{\rho_{0}} \right), \rho(q, q_{\text{obs}}) \leq \rho_{0} \\ 0, \rho(q, q_{\text{obs}}) > \rho_{0} \end{cases}$$

$$(7)$$

(8)

$$U_{\text{total}} = \sum U_{\text{att}} + \sum U_{\text{rep}}$$
(9)

式中:  $\varepsilon$  和  $\xi$  为引力与斥力的正比例增益常数,  $\rho(q, q_{goal})$  和  $\rho(q, q_{obs})$  为扩展节点到目标点和障碍物到扩展 节点方向上的矢量,  $\rho_0$  表示障碍物对扩展节点最大影响 距离,由于引力场函数与斥力场函数的负梯度即表示为 引力和斥力,则可得引力、斥力以及合力的大小分别如式 (10)、(11)与(12)所示。

$$F_{\rm att}(q) = -\nabla U_{\rm att}(q) = \varepsilon \rho(q, q_{\rm goal})$$
(10)

$$F_{\rm rep}(q) = \begin{cases} \xi \left( \frac{1}{\boldsymbol{\rho}(q, q_{\rm obs})} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\boldsymbol{\rho}^2(q, q_{\rm obs})}, \boldsymbol{\rho}(q, q_{\rm obs}) \leqslant \rho_0 \\ 0, \boldsymbol{\rho}(q, q_{\rm obs}) > \rho_0 \end{cases}$$
(11)

$$F_{\text{total}} = \sum F_{\text{att}} + \sum F_{\text{rep}}$$
(12)

APF与RRT<sup>\*</sup>算法融合,当随机采样点作为采样点 时,随机采样点与目标点对距随机采样点最近节点 $q_{nearest}$ 即扩展节点产生引力作用,方向为节点 $q_{nearest}$ 分别指向随机点和目标点,障碍物对 $q_{nearest}$ 产生斥力作用,方向为障碍物指向节点 $q_{nearest}$ ,局部 $q_{nearest}$ 受力分析如图4所示。



图 4 受力分析图 Fig. 4 Force analysis diagram

图 4 中,  $F_{att1}$  与  $F_{att2}$  为随机点和目标点对  $q_{nearest}$  的引 力,  $F_{rep}$  为障碍物对  $q_{nearest}$  的斥力,  $F_{total}$  为三者的合力,  $F_{total}$  方向即新节点的生长方向。

由于传统 APF 存在目标点不可达和局部最优的问题,针对上述 APF 两个缺陷,本文对传统 APF 进行改进,即在斥力场函数中加入距离函数如式(13)所示,障碍物 斥力如式(14)所示,目标点与随机点的引力分别如式(15)和(16)所示,合力大小如式(17)所示。

$$U'_{\text{rep}}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} \xi \left( \frac{1}{\boldsymbol{\rho}(q, q_{\text{obs}})} - \frac{1}{\boldsymbol{\rho}_{0}} \right)^{2} \boldsymbol{\rho}(q, q_{\text{goal}}), \boldsymbol{\rho}(q, q_{\text{obs}}) \leq \boldsymbol{\rho} \\ 0, \boldsymbol{\rho}(q, q_{\text{obs}}) > \boldsymbol{\rho}_{0} \end{cases}$$

$$F_{\text{rep1}} = \xi \left( \frac{1}{\boldsymbol{\rho}(q, q_{\text{obs}})} - \frac{1}{\boldsymbol{\rho}_0} \right) \frac{\boldsymbol{\rho}^n(q, q_{\text{goal}})}{\boldsymbol{\rho}^2(q, q_{\text{obs}})}$$
(14)

$$F_{\rm rep2} = \frac{n}{2} \xi \left( \frac{1}{\boldsymbol{\rho}(q, q_{\rm obs})} - \frac{1}{\boldsymbol{\rho}_0} \right)^2 \boldsymbol{\rho}^{n-1}(q, q_{\rm goal})$$
(15)

$$F_{\rm rep3} = \frac{n}{2} \xi \left( \frac{1}{\rho(q, q_{\rm obs})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \rho^{n-1}(q, q_{\rm rand})$$
(16)

$$F_{\rm rep}(q) = (F_{\rm rep1} + F_{\rm rep2} + F_{\rm rep3}) \nabla \rho(q, q_{\rm obs})$$
(17)

式中: $\rho(q,q_{goal})$ 与 $\rho(q,q_{rand})$ 为距离函数,  $\nabla \rho(q,q_{obs})$ 为障碍物指向生长点的单位向量,  $F_{rep1}$ 方向为扩展节点指向障碍物;  $F_{rep2}$ 方向为目标点指向扩展节点;  $F_{rep3}$ 方向为随机点指向扩展节点, n为正整数。相比于传统 APF 函数,本文对 APF 函数的斥力场函数的改进加入了扩展

节点与目标点距离函数 $\rho(q,q_{goal})$ 和扩展节点与采样点的距离函数 $\rho(q,q_{rand})$ ,使机械臂在运动过程中受到的 斥力和引力在一定程度上减小,并且当机械臂运动到目 标点时,引力与斥力同时减小为0,从而解决目标点不可 达与局部最优问题。

针对 APF 会出现目标点不可达和局部最优问题,本 文采用如式(13)所示的斥力场函数。在障碍物对扩展 节点的斥力函数中引入扩展节点与目标点的距离函数, 如式(14)所示,使机械臂到达目标点时,引力与斥力同 时减小为0,解决算法中存在目标点不可达问题。本文 在目标点指向扩展节点和随机点指向扩展节点方向也增 加一个斥力函数,如式(15)和(16)所示,使扩展节点受 引力与斥力在一定程度上减小,解决算法中存在局部最 优问题。通过引入目标偏置的改进人工势场方法,改变 节点的生长方向,减少无效空间的扩展,提高路径搜索的 效率,加快算法的收敛速度。改进的双向 APF-RRT\*示 意如图 5 所示。



Fig. 5 Improved bidirectional APF-RRT\* extension schematic

#### <sup>0</sup>2.3 动态步长设计

由于 RRT\*算法中节点采用步长一定的策略进行扩展,导致算法的搜索效率低,收敛速度慢。本文采用动态步长策略,在扩展节点原先扩展的方向基础上,引入"虚拟节点",以原始步长 S 为扩展步长,得到虚拟节点 $q_{dummy}$ ,该虚拟节点包含实际扩展得到的新节点的方向和大致的位置信息,根据式(18)、(19)计算虚拟节点坐标。

$$\overrightarrow{P_{a}P_{dummy}} = \frac{\overrightarrow{P_{a}P_{rand}}}{|\overrightarrow{P_{a}P_{rand}}|} \cdot S$$
(18)

$$P_{\text{dummy}} = \overrightarrow{P_a P_{\text{dummy}}} + P_a \tag{19}$$

式中: *P*<sub>a</sub> 表示扩展节点位置, *P*<sub>dummy</sub> 表示虚拟节点的位置, *P*<sub>rand</sub> 表示采样点的位置。计算扩展节点离最近的障碍物距离 *L*<sub>a</sub> 如式(20)所示,根据虚拟节点的位置计算离 其最近的障碍物距离 *L*<sub>d</sub> 如式(21)所示。

$$L_{a} = \sqrt{(x_{g} - x_{i})^{2} + (y_{g} - y_{i})^{2} + (z_{g} - z_{i})^{2}} - R_{i}$$
(20)
$$L_{a} = \sqrt{(x_{a} - x_{i})^{2} + (y_{a} - y_{i})^{2} + (z_{a} - z_{i})^{2}} - R_{i}$$

式中:  $(x_{g}, y_{g}, z_{g})$  为扩展节点坐标,  $(x_{d}, y_{d}, z_{d})$  为虚拟节 点坐标,  $(x_{i}, y_{i}, z_{i})$  为最近障碍物的圆心, 半径为  $R_{i}$ 。

当 $L_a$ 大于两倍的原始步长时,表示扩展节点距离障碍物较远,则动态步长 $S_d = S$ ,加快路径搜索;当 $L_a$ 小于两倍的原始步长时,这时需要判断路径生长的趋势:若 $L_d \ge L_a$ ,表示生长的路径具有远离障碍物的趋势,则动态步长 $S_d = S$ ,加快算法的收敛速度;若 $L_d < L_a$ ,表示生长的路径具有靠近障碍物的趋势,则动态步长 $S_d$ 应当在一定程度上减小,避免与障碍物发生碰撞。障碍物距离扩展节点越近,动态步长应该越小,但不能小于最小扩展步长D,防止出现扩展步长为0的情况。所以动态步长可以设置为如式(22)所示。

$$S_{\rm d} = \frac{S}{1 + \left(\frac{S}{D} - 1\right) e^{-\frac{3L_{\rm a}}{S}}}$$
(22)

当  $L_a \ge 2S$  时,  $e^{-\frac{a}{s}}$  趋近于 0, 则  $S_a$  接近于原始步长 S, 当  $L_a$  趋近于零时,  $e^{-\frac{3L_a}{s}}$  趋近于最小扩展步长 D, 增加 搜索树扩展延伸成功的可能性。随着  $L_a$  的不断改变, 动 态步长  $S_d$  也相应的不断改变, 以提高路径搜索效率, 加 快路径规划速度。

#### 2.4 informed-RRT<sup>\*</sup>采样空间

由于 RRT\*算法规划出的路径一般不是最优路径, 本文在规划出的初始路径基础上,采用椭球子集对路径 优化进行空间约束,椭球子集约束空间如图 6 所示。



图 6 椭球子集约束空间 Fig. 6 Ellipsoidal subset constraint space

图 6 中,  $c_{\min}$  为起始点和目标点两焦点的距离,  $c_{best}$  为当前路径长度,  $\sqrt{c_{best}^2 - c_{\min}^2}$  为椭圆短轴的长度。由于 椭圆内的任意一点到两焦距的距离都小于椭圆上和椭圆 外一点到两焦距的距离, 根据这一特性, 在椭球子集约束 空间优化的路径长度小于椭圆上和椭圆外的优化路径长 度。随着路径不断优化, 椭球子集约束空间不断变小, 优化的路径长度也随之缩短, 最终得到最优路径。

#### 2.5 路径修剪

在目标偏置与人工势场的作用下,搜索树减少了对 多余空间的搜索,冗余节点也相应得以减少,但路径中依 旧存在较多冗余节点,使路径中存在过于曲折的部分。 本文采用三角不等式原理来对冗余节点进行去除,如图 7 所示。



图 7 冗余节点去除示意图 Fig. 7 Schematic diagram of redundant node removal

图 7 中,初始路径为  $q_a \rightarrow q_e \rightarrow q_b$ ,但由于  $q_e$ 为冗余 节点,采用三角不等式原理,即三角形任意两边之和大于 第三边,根据这一原理对冗余节点  $q_e$ 进行去除,修剪后 的路径为  $q_a \rightarrow q_b$ 。通过对冗余节点不断地去除,使路径 长度也在不断减小。

#### 2.6 路径优化

在对路径进行修剪后,冗余节点得到了去除,但是路 径依旧不平滑,导致机械臂关节弯曲程度较大,本文采用 B 样条曲线对路径进行平滑处理,设有 *C<sub>j</sub>*(*j* = 0,1,2,…, *n*) 个控制点,这*n* + 1 个控制点是用于控制曲线的走向 趋势和界限范围。则含有*n* + 1 个控制点的*k* 阶 B 样条 曲线可以用式(23)来表示。

$$p(v) = [C_0 C_1 \cdots C_n] \begin{bmatrix} B_{0,k}(v) \\ B_{1,k}(v) \\ \vdots \\ B_{n,k}(v) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n C_j B_{j,k}(v)$$

(23)

式中: *B<sub>j,k</sub>(v)* 表示与第*C<sub>j</sub>* 个控制点对应的第*j* 个 *k* 阶 B 样条基函数, *k* 为正整数。基函数可以通过 De Boor-Cox 递推式得出如式(24)所示。

$$\begin{cases} B_{j,k}(v) = \begin{cases} 1, v_j \leq v < v_{j+1} \\ 0, \notin \mathbb{C} \end{cases} \\ B_{j,k}(v) = \frac{v - v_j}{v_{j+k-1} - v_j} B_{j,k-1}(v) + \\ \frac{v_{j+k} - v}{v_{j+k} - v_{j+1}} B_{j+1,k-1}(v), k \neq 1 \end{cases}$$
(24)

式中: v<sub>j</sub> 是节点矢量的非递减序列的连续变化值,一般情况下,将0,1定义为首末值,则序列如式(25)所示。

$$[v_0, v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{n+k}]$$
 (25)  
为了满足曲线经过起始端点与目标端点的约束,两

端节点的节点矢量具有重复度 k + 1,即:

$$\begin{cases} v_0 = v_1 = \dots = v_k \\ v_{n+1} = v_{n+2} = \dots = v_{n+k+1} \end{cases}$$
(26)

#### 3 实验与仿真

为验证所提 BTB-APF-informed-RRT\* 算法的有效 性,通过与双向 RRT\*、双向 informed-RRT\* 和双向 P-RRT\*等算法在三维空间中进行效果对比。仿真实验平 台为 Inter(R) Core(TM) i7-9750H CPU @ 2.60 GHz 2.59 GHz,8.00 GB 内存,操作系统为 Windows10 和 MATLABR 2021b 仿真环境。

设置 2×2×2 m 的三维空间场景,起点位置设为(-1, -1,0.8),终点位置设为(1,0.8,-1)。目标偏置阈值为 0.4,最大迭代次数 3 000,引力增益系数为 0.045,斥力增 益系数为 0.005,障碍物最大影响距离 0.05 m。在不同 算法下搜索树得到的路径及路径提取如图 8~11 所示, 图中包括路径寻找和路径提取图;其中,球体为障碍物, 起点设置为圆形,终点设置为三角形,路径提取图中起点 与终点间路径为最终生成路径。



图 8 双向 RRT\*路径搜索图 Fig. 8 Bidirectional RRT\* path search plot

通过图 11 与图 8、9 和 10 对比可看出,本文算法在 路径长度、路径曲折程度均优于其他 3 个算法,并且采样 空间明显小于其他算法,充分展示出了本文所提算法的 优越性。

通过100次重复实验,得到了4种不同算法的路径







规划数据,如表1所示。对比表中数据可知:本文算法在 路径长度上相对于其他3个算法最短的同时,相较于双 向RRT\*在时间上节约了41%,在采样点数量上减少了 63%;相较于双向 informed-RRT\*在时间上节约了58%, 在采样数量上减少了68%;相较于双向 P-RRT\*在时间 上节约了30%,在采样数量上减少了60%。



图 11 BTB-APF-informed-RRT<sup>\*</sup> 路径搜索图

Fig. 11 BT	B-APF-informed	l-RRT * patl	ı search	map
------------	----------------	--------------	----------	-----

 Table 1 Comparison of path planning data of four algorithms in three-dimensional space

皙注	平均用时/s	平均路径	平均采样
		长度/mm	点数
双向 RRT <sup>*</sup>	0.761 64	3 340.5	2 768.18
双向 informed-RRT*	1.080 20	3 354.1	3 121.16
双向 P-RRT*	0.64039	3 345.9	2 508.93
BTB-APF-informed-RRT*	0.450 96	3 312.5	1 013.60

为进一步验证本文算法的优越性,进行不同迭代次数的路径规划实验。每组实验重复 10 次,以 2 000 次迭 代次数为开始,每组以 500 次进行递增。与双向 RRT\*、 双向 informed-RRT\*和双向 P-RRT\*算法在时间、路径长 度和采样点数量的数据对比如图 12 所示。根据图 12 对 比分析可知,所提算法在获得最短路径的同时,用时最 短、采样点数最少。相较其他算法在搜索效率和收敛速 度方面具有更大的优势。

## 4 结 论

针对 RRT\*算法在机械臂路径规划中存在的收敛速 度慢、目标导向性差和大量冗余节点的问题,本文提出一 种基于双向目标偏置 APF-informed-RRT\*的机械臂路径 规划算法。本文采用双向目标偏置策略,增强目标的导 向性,提高搜索效率;将改进人工势场法与 informed-RRT\*融合,改变节点的生长方向,减少冗余节点的生成,



Fig. 12 Comparison of three-dimensional spatial data

加快收敛速度,减少路径规划用时;加入动态步长策略, 根据所处环境不同,自适应的调整扩展步长,加快路径搜 索速度;采用三角不等式路径修剪方法,保留路径中关键 节点。通过与双向 RRT\*、双向 informed-RRT\*和双向 P-RRT\*等算法进行实验对比,所提算法在得到最优路径的 同时,所消耗的时间更短,采样节点数量更少,路径搜索 效率更高,收敛速度更快。

### 参考文献

 [1] 李昊楠,毛剑琳,张凯翔,等.一种基于安全区间的多 机器人路径 k 鲁棒规划算法[J]. 仪器仪表学报, 2023,44(10):274-282.

> LI H N, MAO J L, ZHANG K X, et al. Multi-robot path k robust planning algorithm based on safe interval [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(10): 274-282.

[2] 赵倩楠,黄宜庆.融合 A\*蚁群和动态窗口法的机器人路径规划[J].电子测量与仪器学报,2023,37(2):28-38.

ZHAO Q N, HUANG Y Q. Robot path planning based on A<sup>\*</sup> ant colony and dynamic window algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(2): 28-38.

- [3] KUMAR P B, RAWAT H, PARHI D R. Path planning of humanoids based on artificial potential field method in unknown environments [J]. Expert Systems, 2019, 36(2): e12360.
- [4] WANG W, ZHU M, WANG X, et al. An improved artificial potential field method of trajectory planning and obstacle avoidance for redundant manipulators [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2018, 15(5): 1729881418799562.
- [5] 李琼琼,徐溢琪,布升强,等. 基于修正 PRM 算法的智能车辆路径规划研究[J]. 森林工程,2022,38(5): 179-186.

LI Q Q, XU Y Q, BU SH Q, et al. Smart vehicle path planning based on modified PRM algorithm [J]. Forest Engineering, 2022, 38(5): 179-186.

- [6] CHENG X, ZHOU J, ZHOU Z, et al. An improved RRT-Connect path planning algorithm of robotic arm for automatic sampling of exhaust emission detection in Industry 4.0 [J]. Journal of Industrial Information Integration, 2023, 33: 100436.
- [7] LIANG Y, MU H, CHEN D, et al. PR-RRT: Motion planning of 6-DOF robotic arm based on improved RRT algorithm [C]. 2020 10th Institute of Electrical and Electronics Engineers International Conference on Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER). IEEE, 2020: 417-422.
- [8] WANG G, ZHOU J. Dynamic robot path planning system using neural network [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2021, 40(2): 3055-3063.
- [9] GAO Q, YUAN Q, SUN Y, et al. Path planning algorithm of robot arm based on improved RRT\* and BP neural network algorithm [J]. Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2023,

35(8): 101650.

- [10] 黄丰云,江仕球,许建宁.改进的蚁群算法机器人路径规划研究[J].机械设计与制造,2023(12):194-198.
  HUANG F Y, JIANG SH Q, XU J N. The path planning of mobile robot based on improved ant colony algorithm[J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2023 (12): 194-198.
- LIU J, CHEN Z, ZHANG Y, et al. Path planning of mobile robots based on improved genetic algorithm [C]. Proceedings of the 2020 2nd International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence, 2020: 49-53.
- [12] HUANG S, TIAN J, QIAO L, et al. Unmanned aerial vehicle path planning based on improved genetic algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2021, 41(2): 390.
- [13] 王萍,潘树国,蔚保国,等. 基于 RSS\_GN RRT 算法的 狭长空间路径规划[J]. 电子测量与仪器学报,2024, 38(1):72-85.
  WANG P, PAN SH G, WEI B G, et al. Narrow and long space path planning based on RSS \_ GN RRT algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation,2024,38(1):72-85.
- [14] KLEMM S, OBERLANDER J, HERMANN A, et al. RRT\*-Connect: Faster, asymptotically optimal motion planning [C]. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2015: 1670-1677.
- [15] GAMMELL J D, SRINIVASA S S, BARFOOT T D. Informed RRT: Optimal sampling-based path planning focused via direct sampling of an admissible ellipsoidal heuristic [C]. 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2014: 2997-3004.
- [16] DING J, ZHOU Y, HUANG X, et al. An improved RRT\* algorithm for robot path planning based on path expansion heuristic sampling [J]. Journal of Computational Science, 2023, 67: 101937.
- [17] FAN J, CHEN X, LIANG X. UAV trajectory planning based on bi-directional APF-RRT\* algorithm with goalbiased [J]. Expert Systems with Applications, 2023, 213: 119137.
- [18] 左国玉,陈国栋,刘月雷,等. 基于均匀概率的目标启 发式 RRT 机械臂路径规划方法[J]. 北京工业大学学 报,2022,48(8):812-821.
  ZUO G Y, CHEN G D, LIU Y L, et al. Target heuristic RRT based on uniform probability for manipulator path planning [J]. Journal of Beijing University of

Technology, 2022, 48(8): 812-821.

[19] 刘建宇,范平清. 基于改进的 RRT\*-connect 算法机械 臂路径规划[J]. 计算机工程与应用, 2021, 57(6): 274-278.

> LIU J Y, FAN P Q. Path planning of manipulator based on improved RRT<sup>\*</sup>-connect algorithm [J]. Computer Engineering and Applications, 2021, 57(6): 274-278.

 [20] LUO S, LIU S, ZHANG B, et al. Path planning algorithm based on Gb informed RRT with heuristic bias [C]. 2017
 36th Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2017: 6891-6896.

#### 作者简介



**刘小松**,2016年于吉林大学获得博士 学位,2022年博士后出站,现为长春理工大 学讲师、硕士生导师,主要研究方向为信息 感知与先进控制技术、复杂系统建模、仿真 与控制。

E-mail: liuxs@cust.edu.cn

Liu Xiaosong received her Ph. D. degree from Jilin University in 2016, then worked as a postdoctoral fellow until 2022. Now she is a lecturer and master supervisor at Changchun University of Science and Technology. Her main research interests include information perception and advanced control technology, modeling, simulation and control of complexsystems.



**康**磊,2022 年于长春理工大学获得学 士学位,现为长春理工大学硕士研究生,主 要研究方向为无人系统自主控制、机器人控 制与路径规划。

E-mail: 970404298@ qq. com

**Kang Lei** received his B. Sc. degree from Changchun University of Science and Technology in 2022. Now he is a M. Sc. candidate at Changchun University of Science and Technology. His main research interests include autonomous control of unmanned systems, robot control and path planning.



单泽彪(通信作者),2016年于吉林大 学获得博士学位,现为长春理工大学讲师、 硕士生导师,长春气象仪器研究所博士后, 主要研究方向为无人系统自主控制、信号检 测与估计理论以及压缩感知技术。

E-mail: zbshan@ cust. edu. cn

Shan Zebiao (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Jilin University in 2016. Now he is a lecturer and master supervisor at Changchun University of Science and Technology, and a postdoctoral fellow at Changchun Institute of Meteorological Instruments. His main research interests include autonomous control of unmanned systems, signal detection and estimation theory and compressed sensing technology.