

DOI: 10.13382/j.jemi.2017.04.018

# 基于L型阵列的故障声源位置估计<sup>\*</sup>

刘斌 廉忠权 马超 余周祥

(北京信息科技大学 现代仪器与测控教育部重点实验室 北京 100192)

**摘要:**传统的故障诊断方法主要是基于接触式的振动信号分析,在某些特殊环境下该方法具有很大的局限性,而基于设备运转过程中的声音信号就可以解决该问题。提出了基于L型声阵列的位置估计方法来进行故障诊断,采取了雷达中常用的基于二维MUSIC的DOA估计,并研究了算法的估计性能情况。分别研究了在不同的阵元个数、信噪比和快拍数下的2D-DOA估计的计算机仿真结果,并和基于矩形阵列的DOA估计进行了比较。研究结果表明,在不同的参数下该算法的估计结果也会有很大的不同。所以在选择合适的参数条件下,该算法可以应用于齿轮箱的故障诊断中。

**关键词:**2D-MUSIC算法;均匀线性阵;2D-DOA估计

中图分类号: TN821.8 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 520.2070

## Fault sound sources position estimation based on L array method

Liu Bin Luan Zhongquan Ma Chao Yu Zhouxiang

(Key Laboratory of Modern Measurement & Control Technology, Ministry of Education,  
Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192, China)

**Abstract:** The traditional method of fault diagnosis is mainly based on the analysis of the vibration, which has great limitations in some special circumstances, but the method based on the sound signal from the equipment in the process can solve the problem. A new method for fault diagnosis based on L type acoustic array is presented in this paper. The DOA estimation based on two-dimensional MUSIC is used in radar, and the performance of the algorithm is studied. And with three kinds of different parameters on 2DDOA estimation, the computation is carried out. The comparison with the result of the rectangular arrays is carried out. The results show that the corresponding algorithm performance is changed while the different parameters have different values. And the method with suitable parameters could be better for the fault diagnosis of the gear drive system.

**Keywords:** 2D-MUSIC algorithm; uniform planar array; 2D DOA estimation

## 1 引言

空间信号波达方向(DOA)估计也称空间谱估计,是近年来发展起来的一门新兴的空域信号处理技术,是阵列信号处理学科中的关键问题之一,其主要目标是研究提高在处理带宽内空间信号包括独立、部分相关和相干入射角度的估计精度、角度分辨率和提高运算速度的各种算法。它在雷达、声纳、语音、通信等领域得到了广泛

的研究和关注<sup>[1-7]</sup>。空间信号波达方向的一个重要问题就是确定某一空间区域里感兴趣的源信号位置。Schmidt提出的多重信号分类(MUSIC)算法是其中一种非常著名的超分辨DOA估计方法,这是DOA估计理论发展史上一次质的飞跃<sup>[8]</sup>。MUSIC算法属于特征结构的子空间方法,初期只被应用于一维DOA估计中,但随着智能天线、雷达、声呐等与阵列信号相关技术迅猛发展,对二维DOA估计算法的研究逐渐成为热点。二维DOA估计是在一维DOA估计算法的基础上,直接针对

收稿日期:2017-02 Received Date: 2017-02

\*基金项目:国家自然科学基金(51275052)、现代测控技术教育部重点实验室开放课题(KF20161123202)、北京市重点实验室开放课题(KF20161123204)资助项目

空间二维谱提出的,与一维 DOA 估计相比,它能够获得更高的 DOA 分辨率,其中最典型的一种算法就是 2D-MUSIC 算法。它是根据阵列方向矩阵和阵列输出向量的协方差矩阵的信号特征向量所组成的子矩阵张成的子空间相同而构建 MUSIC 空间谱<sup>[9]</sup>。

利用信号子空间和噪声子空间的正交性,能够更加准确的定位空间信号。本文对 2D-MUSIC 算法进行了计算机仿真,并分别研究了在不同的阵元个数,信噪比和快拍数下的算法估计性能。

## 2 方 法

### 2.1 基础理论

L 型阵列是由 Y、Z 轴上的两个均匀线性组成,如图 1(a)、(b)所示。该阵列中每个阵元的间距为  $d$ ,设 Y、Z 轴上阵元数为  $N$ ,并且 Y、Z 轴上的相应阵元的坐标为  $(d \times i)0 \leq i \leq N$ ,入射到此阵列上的信源个数为  $K$ , $\theta_k$ ,和  $\phi_k(k=1,2,\dots,K)$  为入射信号的仰角和方位角。设入射信号的个数  $K$  是已知的,Y 轴和 Z 轴的阵列输出可以写为如式(1)、(2)所示。

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_x \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_x(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}_y \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_y(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ ,  $s_k(t)$  代表着信号源,  $\mathbf{n}_x(t)$  为均值为 0, 方差与  $\mathbf{s}(t)$  无关的高斯白噪声信号。

定义整个阵列的输出如下式所示:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (3)$$

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j2\pi d \cos\phi_1 \sin\theta_1 / \lambda} & e^{-j2\pi d \cos\phi_2 \sin\theta_2 / \lambda} & \cdots & e^{-j2\pi d \cos\phi_K \sin\theta_K / \lambda} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi d (M-1) \cos\phi_1 \sin\theta_1 / \lambda} & e^{-j2\pi d (M-1) \cos\phi_2 \sin\theta_2 / \lambda} & \cdots & e^{-j2\pi d (M-1) \cos\phi_K \sin\theta_K / \lambda} \end{bmatrix} \quad (4)$$

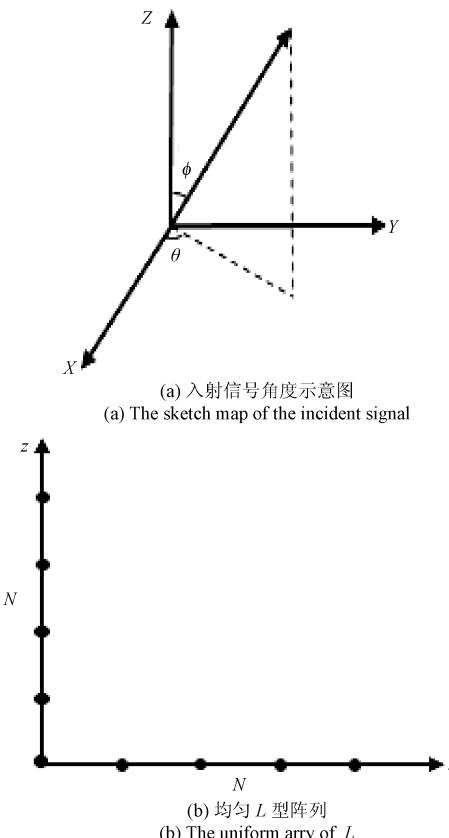
$$\mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j2\pi d \sin\phi_1 \sin\theta_1 / \lambda} & e^{-j2\pi d \sin\phi_2 \sin\theta_2 / \lambda} & \cdots & e^{-j2\pi d \sin\phi_K \sin\theta_K / \lambda} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi d (M-1) \sin\phi_1 \sin\theta_1 / \lambda} & e^{-j2\pi d (M-1) \sin\phi_2 \sin\theta_2 / \lambda} & \cdots & e^{-j2\pi d (M-1) \sin\phi_K \sin\theta_K / \lambda} \end{bmatrix} \quad (5)$$

### 2.2 DOA 估计算法

2D-MUSIC 算法是二维 DOA 估计的一种典型算法,一般采用 L 型阵列、面阵列和平行阵列等阵列,这种方法可以产生渐进无偏估计。

假设每个接收信号都含有零均值的高斯白噪声信号,且各阵元间以及噪声与信号之间都相互独立,首先需要求出信号的协方差矩阵,它可以分别划分为空间信号子空间和空间噪声子空间,即:

$$\mathbf{R} = E(\mathbf{XX}^H) = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (6)$$



(a) 入射信号角度示意图  
(a) The sketch map of the incident signal

(b) 均匀 L型阵列  
(b) The uniform array of L

图 1 入射信号及天线阵列

Fig. 1 The incoming signal and the antenna array

其中  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_y \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{S}(t) \in \mathbb{C}^{K \times M}$  是信号矩阵,  $\mathbf{N}(t) \in \mathbb{C}^{M \times M}$  是噪声矩阵。

式中: $\mathbf{P} = E(\mathbf{SS}^H) = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_D)$  是信号源的协方差矩阵,  $\sigma^2$  是噪声方差,  $\mathbf{I}$  是单位矩阵, 第  $i$  个信号源的幅值<sup>[10-12]</sup>。

协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的特征值可以写为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \sum \mathbf{U}^H = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (7)$$

式中: $\lambda_i$  和  $\mathbf{v}_i$  是协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的特征值和特征向量, 将特征值  $\lambda_i$  从大到小排序, 对于非相干信号源来说, 把特征值对应的特征向量排列组合, 分别对应  $\mathbf{U}_s = [v_1, v_2, \dots]$

$\dots, v_D]$  和  $\mathbf{U}_N = [v_{D+1}, v_{D+2}, \dots, v_M]$ ,  $\mathbf{U}_s$  为信号子空间,  $\mathbf{U}_N$  为噪声子空间。

在实际的应用过程中,通常用样本协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  代替  $\mathbf{R}$ ,  $\hat{\mathbf{R}}$  为:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t) \quad (8)$$

同理样本协方差矩阵也可以写成:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{U}_s \sum_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N \sum_N \mathbf{U}_N^H \quad (9)$$

式中:  $\sum_s = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_D)$ ,  $\sum_N = \text{diag}(\lambda_{D+1}, \lambda_{D+2}, \dots, \lambda_M)$ 。

经过以上理论的推导,从而得到 DOA 估计的空间谱函数<sup>[13-14]</sup>:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta, \phi) =$$

$$\frac{1}{[\mathbf{a}_y(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H [\mathbf{a}_y(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)]} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{a}_x(\theta, \varphi)$  和  $\mathbf{a}_y(\theta, \varphi)$  分别表示方向矩阵  $A_x$  和  $A_y$  的矢量,通过上述方法对信号源进行二维谱峰搜索,会在  $K$  个信源对应的角度上产生峰值,从而得到二维 DOA 估计的结果。

### 3 结果和对比

根据上述阵列模型和算法模型,假设在信号源  $K = 3$ ,信号源仰角分别为 10、30、50,方位角为 15、25、35,阵元间距  $d = \lambda/2$  的条件下,利用 LabVIEW<sup>[15]</sup> 对 MUSIC 空间谱函数进行仿真和分析,图 2 所示的纵坐标表示函数的幅值。

图 2 显示了信噪比(SNR)为 10,快拍数为 100,而阵元个数分别为 9、15、23 情况下的仿真结果,从图 2 即可看出随着阵元个数的增加,DOA 估计的精度也在不断的增加。

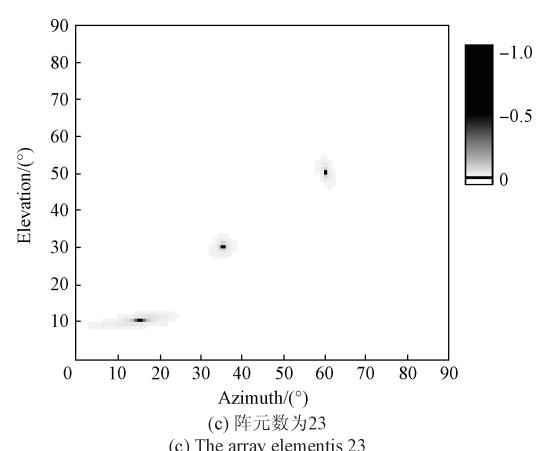
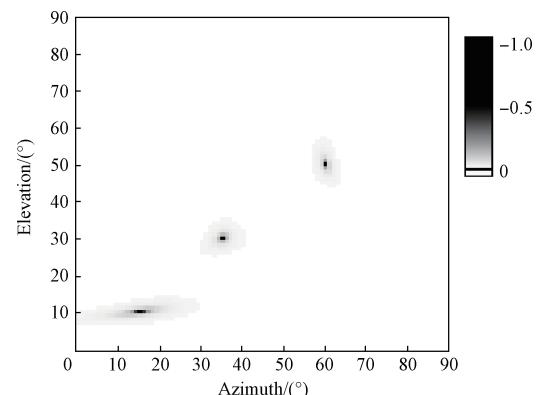
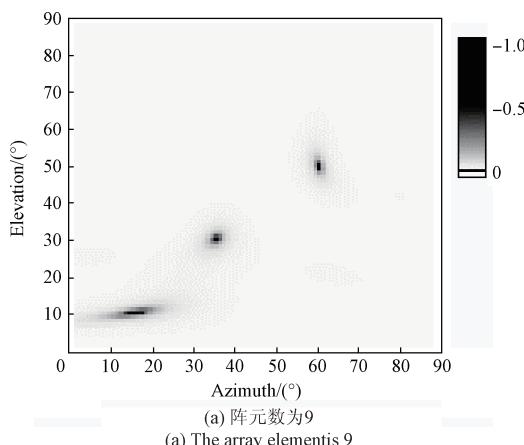
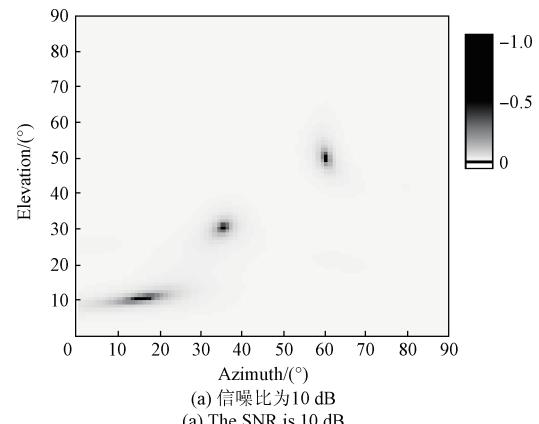


图 2 阵元个数分别为 9、15、23 时的估计结果

Fig. 2 The estimation results when the array element is 9, 15, and 23, respectively

图 3 所示为阵元个数为 9,快拍数为 100 而 SNR 从 10 变为 30 dB 的仿真结果变化情况,从图 3 也可以看出当信噪比提高的同时,估计结果精度也在提高。当信噪比较高时,DOA 估计的有效性很明显。总体来说,在信噪比为 10 dB 的情况下,DOA 的估计结果也是可以接受的。



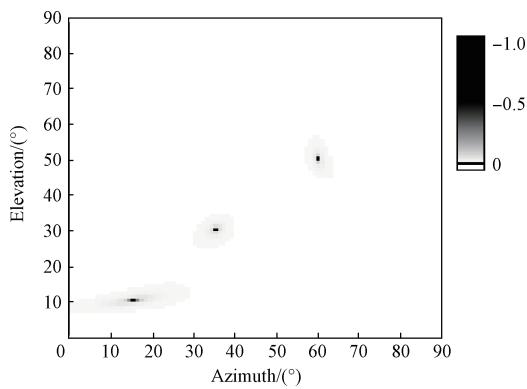
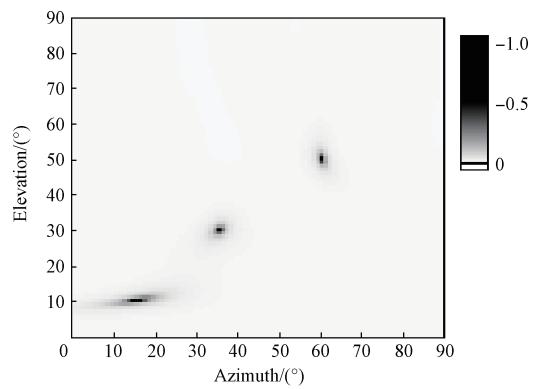
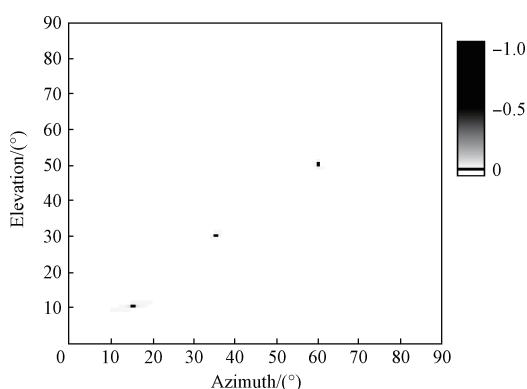
(b) 信噪比为 20 dB  
(b) The SNR is 20 dB(b) 快拍数为 150  
(b) The snapshot is 150(c) 信噪比为 30 dB  
(c) The SNR is 30 dB

图 3 信噪比分别为 10、20、30 dB 下的估计结果

Fig. 3 The estimation results when the SNR is 10, 20 and 30 dB, respectively

图 4 所示为在阵元个数为 9, SNR 为 10 dB, 而快拍数从 100 变到 300 的仿真结果。由图 4 可知, 快拍数由 100 增加至 200 的过程中, DOA 估计性能变化程度不到, 快拍数为 200 时估计结果最好, 因此在一定范围的快拍数下, 2D-MUSIC 算法对信源仰角的估计结果影响较小。

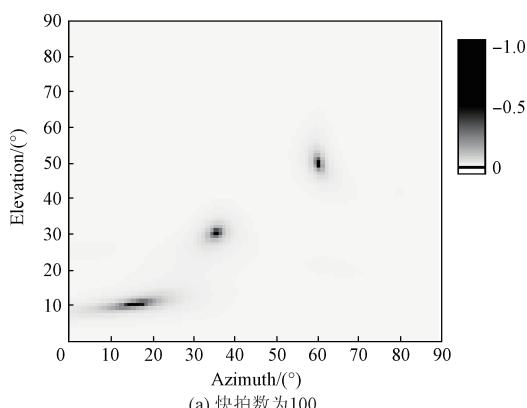
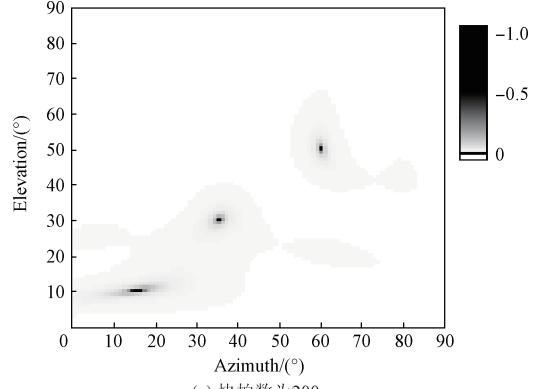
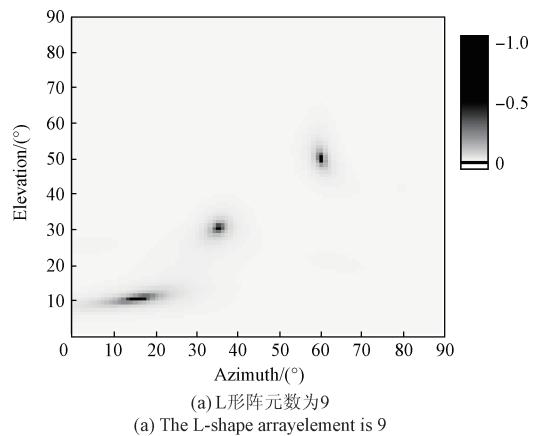
(a) 快拍数为 100  
(a) The snapshot is 100(c) 快拍数为 200  
(c) The snapshot is 200

图 4 快拍数分别为 100, 150, 200 下的估计结果

Fig. 4 The estimation result when the snapshot is 100, 150 and 200, respectively

在阵列的形状方面, 主要有 L 形、矩形、圆形、不规则形等, 现在比较基于 L 形和矩形的 2D-MUSIC 算法的结果, 以验证基于 L 形的 2D-MUSIC 算法同样有比较好的估计精度。

在快拍数都为 100, 声源个数为 3, 阵列间距为 0.5 m, 信噪比为 10 dB 的情况下, 比较在阵列个数相等和相近情况下两种形状的 DOA 估计结果。图 5 所示为 L 形阵列和矩形阵列的阵元个数都为 9 的结果。

(a) L 形阵元个数为 9  
(a) The L-shape arrayelement is 9

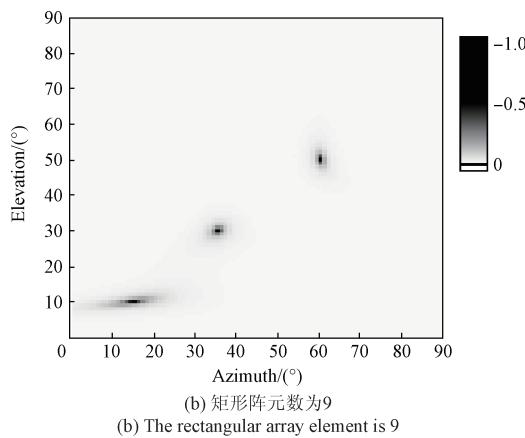


图 5 L 形和矩形阵列在阵元数都为 9 的情况下的估计结果

Fig. 5 The comparison of the estimation result of L and rectangular array when the number of array elements is 9

从仿真结果可以看出,在同样的条件下,基于 L 形的 DOA 估计结果也具有比较好的精度,能够满足运算结果的需求。

## 4 结 论

本文研究了在 L 型阵列下,不同阵元个数、信噪比和快拍数下对 2D-MUSIC 算法性能的影响过程,并和矩形阵列的仿真结果进行了对比,仿真结果表明,在较多阵元数和较多快拍数时利用本算法对信源信号的 DOA 估计性能较好,能够满足估计精度的要求。尽管如此,在一般水平下的阵元数和快拍数得到的结果也可以满足估计的要求,不必过多追求多阵元,高信噪比,多快拍数,因为这样不但增加了系统的成本而且还会延长处理数据的时间。同时,该算法在信噪比较低时也可以得到比较准确的 DOA 估计结果。因此,当齿轮箱的故障频率范围确定下来时,可以应用该算法对故障的声源位置进行估计。

## 参考文献

- [ 1 ] STEINWANDT J, dD LAMARE R C, HAARDT M. Beamspace direction finding based on the conjugate gradient and the auxiliary vector filtering algorithms [ J ]. Signal Process, 2013, 93 ( 4 ): 641-651.
- [ 2 ] JIAO W D, YANG SH X, CHANG Y P. DOA estimation of multiple convolutively mixed sources based on principle component analysis [ C ]. International Conference on Neural Information Processing, 2010, 5863:340-348.
- [ 3 ] JENSEN J, CHRISTENSEN M, JENSEN S. Nonlinear least squares methods for joint DOA and pitch estimation [ J ]. IEEE Transaction Audio Speech & Language Processing, 2013, 21 ( 5 ): 923-933.
- [ 4 ] WU Y, AMIR L, JENSEN J, et al. Joint pitch and DOA estimation using the ESPRIT method [ J ]. IEEE Transaction Audio Speech Language & Processing, 2015, 23 ( 1 ): 32-45.
- [ 5 ] WANG L, ZHAO L, BI G, et al. Novel wideband DOA estimation based on sparse Bayesian learning with Dirichlet process priors [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64 ( 2 ): 275-289.
- [ 6 ] GU J F, WEI P. Joint SVD of two cross-correlation matrices to achieve automatic pairing in 2D angle estimation problems [ J ]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 6 ( 3 ): 553-556.
- [ 7 ] WANG G M, XIN J M, ZHENG N N, et al. Computationally efficient subspace-based method for two-dimensional direction estimation with L-shaped array [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59 ( 7 ): 3197-212.
- [ 8 ] ZHANG X, ZHOU M, CHEN H, et al. Two-dimensional DOA estimation for acoustic vector-sensor array using a successive MUSIC [ J ]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2013, 25 ( 3 ): 1-18.
- [ 9 ] 康亚芳,王静,张清泉,等.基于 2D-MUSIC 算法的估计 [ J ].海南师范大学学报:自然科学版,2014,27 ( 3 ), 266-270.
- [ 10 ] KANG Y F, WANG J, ZHANG Q Q, et al. The DOA estimation based on the two-dimensional multiple signal classification algorithm [ J ]. Hainan Normal University: Science and Technology, 2014, 27 ( 3 ): 267-269.
- [ 11 ] 鲍骏,郭爱煌.波束成形在水声定位中的应用 [ J ].电子测量技术,2014,33 ( 11 ): 42-45.
- [ 12 ] BAO J, GUO AI H. Application of beamforming in underwater acoustic positioning [ J ]. Electronic Measurement Technology, 2014, 33 ( 11 ): 42-15.
- [ 13 ] 刘晓,李海森,周天.波束域相位中心互相关 DOA 估计方法 [ J ].电子测量与仪器学报,2012,26 ( 3 ): 202-207.
- [ 14 ] LIU X, LI H S, ZHOU T. DOA estimation method based on cross-correlation of phase center in beam domain [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2014, 26 ( 3 ): 202-207.
- [ 15 ] SEKINE K, KIKUMA N, HIRAYAMA H, et al. DOA estimation using spatial smoothing with overlapped effective array aperture [ C ]. Microwave Conference Proceedings, IEEE, 2012:1100-1102.
- [ 16 ] KO Y H, KIM Y J, YOO H I, et al. 2-D DOA

- estimation with cell searching for a mobile relay station with uniform circular array [J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(10):2805-2809.
- [14] ZHANG Y, NG B P. MUSIC-like DOA estimation without estimating the number of source [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1668-1676.
- [15] 王树东,何明. LabVIEW 在数据采集系统中的应用研究[J]. 国外电子测量技术,2014,33(6):103-106.  
WANG SH D, HE M. Data acquisition system applied research based on LabVIEW [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2014, 33(6):103-106.

### 作者简介



刘斌,2014 年于北华航天工业学院获得学士学位,现为北京信息科技大学硕士研究生,研究方向为机械设备故障诊断与状态监测。

E-mail: liubinbj90@126.com

**Liu bin** was received B. Sc. from North China Institute of Aerospace Engineering in 2014. He is currently a M. Sc. candidate in Beijing Information Science and Technology University. His main research interest is machine state detection and fault diagnosis.