DOI: 10.13382/j. jemi. B2306535

基于小波包混合优化的欠定盲源分离方法*

吴宸之^{1,2} 李 炜^{1,2} 房 琪^{1,2} 王 晶^{1,2}

(1. 安徽工程大学高端装备先进感知与智能教育部重点实验室 芜湖 241000: 2. 安徽工程大学检测技术与节能装置安徽省重点实验室 芜湖 241000)

摘 要:为解决欠定盲源分离问题,提出一种基于小波包混合优化的欠定盲源分离方法。该方法采用小波包变换将观测信号分 解,将观测信号的维数进行扩展,利用互相关系数值剔除冗余的信号分量,欠定盲源分离问题得到转化。接着使用贝叶斯信息 准则下的奇异值分解方法估计源信号数目,通过白化过程对信号降维。最后,引入鲸鱼优化算法中的螺旋泡网狩猎行为与莱维 飞行策略,对灰狼优化算法进行改进,将改进后的混合灰狼优化算法与独立成分分析算法相结合,实现重构正定白化信号的分 离,从而得到源信号的近似估计。通过仿真实验对算法性能进行测试,结果验证所提方法的可行性和有效性。 关键词: 欠定盲源分离;小波包变换;灰狼优化算法

中图分类号:TN911.7 国家标准学科分类代码:510.4099 文献标识码: A

Underdetermined blind source separation method based on wavelet packet hybrid optimization

Wu Chenzhi^{1,2} Li Wei^{1,2} Fang Oi^{1,2} Wang Jing^{1,2}

(1. Key Laboratory of Advanced Perception and Intelligent Control for High-end Equipment, Ministry of Education, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, China; 2. Anhui Key Laboratory of Detection Technology and Energy Saving Devices, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, China)

Abstract: To solve the problem of underdetermined blind source separation (UBSS), an UBSS method based on wavelet packet hybrid optimization is presented. The method, adopting wavelet packet transform, decomposes the observed signal, expands the dimension of the observed signal, and removes redundant signal components with the cross-correlation value, transforming the problem of UBSS. Then, with the singular value decomposition method under the Bayesian information criterion, the number of source signals is estimated, and the signal dimension is reduced through the whitening process. At last, the spiral bubble net hunting behavior and levy flight strategy in the whale optimization algorithm (WOA) are introduced to improve the gray wolf optimization algorithm, and the improved hybrid gray wolf optimization algorithm is integrated with the independent component analysis algorithm to separate the reconstructed positive definite whitening signals, and rewarding separation performance is achieved. The performance of the algorithm is tested by simulation experiments, and the results show the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: underdetermined blind source separation; wavelet packet transform; gray wolf optimization algorithm

0 引 言

盲源分离(blind source separation, BSS)最早由 Herault 等^[1]针对"鸡尾酒会"问题进行研究而总结提出

的课题,现阶段主要应用于信号和图像处理等领域。根 据观测信号与源信号间的数量关系,BSS 数学模型^[2]可 以分为正定,欠定和超定3种情况。现有基于时间频域 分析的 BSS 方法^[3]主要用于解决观测信号数目大于或等 于源信号的超、正定情况。然而在实际应用中,观测信号

收稿日期: 2023-05-17 Received Date: 2023-05-17

^{*}基金项目:安徽省高校自然科学研究项目(KJ2021A1524)、安徽省高校协同创新项目(GXXT-2021-050)、安徽省高校杰出青年科研项目 (2022AH020065)、安徽工程大学本科生科学研究项目(2022DZ01)、电子制约技术安徽省重点实验室开放基金(ERKL2023KF01)项目资助

的数目往往会小于源信号的数目,导致混合矩阵无法求 逆,常规的独立成分分析算法难以直接求解。由此引发 了国内外专家学者们对欠定盲源分离(underdetermined blind sources separation, UBSS)问题的讨论研究。

为解决 UBSS 问题, Yilmaz 等^[4]利用信号的稀疏特 性,提出一种基于时间频域分析的 UBSS 方法以实现信 号分离。为有效避免传统稀疏估计的方法在解决 UBSS 问题时,对观测信号高稀疏性的要求而导致使用范围受 限的缺陷,文献「5]将观测信号与经验模式分解 (empirical mode decomposition, EMD)结果进行组合,构 成虚拟的多通道观测信号,实现信号的升维。然而,EMD 算法具有端点效应,会导致分离结果不理想,影响算法精 度。文献[6]利用小波分析对观测信号进行分解,通过 对小波分解后的小波系数与原观测信号重构,实现 UBSS 问题的转换,再利用核典型相关分析方法对新观测信号 进行分离,该方法有效解决了非线性 UBSS 问题,而小波 变换在时域中的分解尺度按二进制变化,对信号高频段 部分的频率分辨率较低。文献[7]使用小波包变换对信 号高频部分进行更精细的分解,并使用改进的快速独立 成分分析算法对混合机械振动信号进行提取,但该方法 不适用于解决欠定问题。

鉴于上述算法在解决 BSS 问题时所表现出的特点及 不足,本文提出了一种基于小波包混合优化的欠定盲源 分离方法。首先利用小波包算法分解观测信号,并依据 互相关系数值对信号分量进行分选,采用重组的方法将 UBSS转化成超定问题。其次结合贝叶斯信息准则,利用 奇异值分解的方法估计源信号数目,通过白化过程进行 降维处理,使得重构信号与源信号数目保持一致,超定问 题进而转化为正定盲源分离问题。最后,针对基本灰狼 优化算法易陷入局部最优的缺点,引入螺旋泡网狩猎行 为及莱维飞行策略对灰狼优化算法进行改进;将改进后 的混合灰狼优化(hybrid grey wolf optimization, HGWO) 算法与独立成分分析算法结合,用于分离重构的正定白 化信号,从而得到源信号的近似估计。实验结果表明,在 3层小波包分解下使用互相关系数指标对信号分量的分 选效果较好;本文采用的方法在处理 UBSS 问题时,有效 性更高,分离性能更佳,且改进后的灰狼优化算法相比于 原始优化算法,收敛精度和稳定性有了一定程度的提高。

1 盲源分离问题描述

BSS 是指在先验知识未知的情况下,将源信号从观测信号中分离出来的过程,此问题的解决大多采用独立

成分分析^[8] (independent component analysis, ICA)的方 法,根据源信号的独立性,将接收到的观测信号通过优化 算法,分解成若干个尽可能独立或完全独立统计数据的 信号成分,将其作为源信号的一种近似估计。假设 *n* 维 源信号 $S(t) = [s_1, s_1, \dots, s_n]^T$,无噪声情况下线性瞬时混 合模型如下:

$$\boldsymbol{X}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{S}(t) \tag{1}$$

其中, A 为 $m \times n$ 维混合矩阵, 当 m < n, 混合系统 为欠定; 当 m = n, 为正定系统; 当 m > n, 为超定系统。 $X(t) = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ 表示 m 个观测信号, t 为时间采 样点。式(1)中 $a_{ij}(1 \le i \le m, 1 \le j \le n)$ 表示矩阵A 的 第 i 行第 j 列的元素。

ICA 算法的目的是寻找到一个分离矩阵 W,将源信 号 S(t) 从观测信号 X(t) 中分离出来。

 $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{X}(t) \tag{2}$

2 基于小波包变换的 UBSS 方法

2.1 小波包变换和欠定问题转化

1) 小波包原理

作为一种常用的信号提取方式,小波变换将信号分 解成为高频和低频两部分后,再将信号的低频部分进行 分解;该方式会造成信号高频部分的有用信息丢失。小 波包变换针对这一缺陷,增加了对高频信息的处理,通过 对混合信号的高频部分进行逐层分解,保留其更多的有 用信息^[9],使得信号更好的恢复出来。

小波包变换的实现是由 $d_k^{i+1,2n}$ 和 $d_k^{i+1,2n+1}$ 组合得到。 该变换的分解和重构算法的数学表达式^[10] 如下:

$$\begin{cases} d_k^{j+1,2n} = \sum_l h_{2l-k} \cdot d_l^{j,n} \\ d_k^{j+1,2n+1} = \sum_l g_{2l-k} \cdot d_l^{j,n} \end{cases}$$
(3)

式中: dⁱ_lⁿ 表示为在分解尺度为 j 的第 n 条分叉树上第 k 个小波包的分解系数,计算式为:

$$d_{l}^{j,n} = \sum_{k} h_{l-2k} \cdot d_{k}^{j+1,2n} + \sum_{k} g_{l-2k} \cdot d_{k}^{j+1,2n+1}$$
(4)

利用小波包算法对观测信号 X(t) 的低频和高频部 分同时进行分解,充分提取频带分量的有用信息以获得 若干信号分量 $imf_i(t)$ 。

2)分量分选

在时域范围内,除了能量对数、范数,熵等评判指标 外,通常选用互相关系数^[11]以度量两组信号相关程度。 信号及其分量间的互相关系数计算式如下:

$$r[x_{i}(t), imf_{i}(t)] = \left| \frac{M\sum_{i=1}^{M} imf_{i}(t)x_{i}(t) - \sum_{i=1}^{M} imf_{i}(t)\sum_{i=1}^{M} x_{i}(t)}{\sqrt{\left|M\sum_{i=1}^{M} imf_{i}^{2}(t) - \left[\sum_{i=1}^{M} imf_{i}(t)\right]^{2}\right|} - \sqrt{\left|M\sum_{i=1}^{M} x_{i}^{2}(t) - \left[\sum_{i=1}^{M} x_{i}(t)\right]^{2}\right|} \right|$$
(5)

其中, x_i(t) 表示算法分解前的原观测信号, imf_i(t) 表示经过小波包变换后所得到的第 i 个信号分量, M 为 采样点数。互相关系数的数值越大,表明原观测信号与 其分量间的相关性越高,即对应的子频带信号中能够代 表原观测信号的成分占比越大;反之,系数值越小,冗余 信号分量占比越大。

通过互相关系数对小波包变换所得分量进行分选, 剔除了一些互相关系数值明显较小的冗余分量。保留的 信号分量作为有效分量,可以充分描述原观测信号。分 量筛选结束后,将分选出的信号分量与原观测信号组合 在一起,以重新组合成 P 维新的观测信号 X_{new}(t):

$$\boldsymbol{X}_{new}(t) = [imf_1(t), \cdots, imf_{P-1}(t), x(t)]^{\mathrm{T}} \stackrel{\text{def}}{=} [f_1(t), \cdots, f_P(t)]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{F}(t)$$
(6)

经过小波包变换和分量分选后,UBSS 问题转换成为 超定盲源分离(overdetermined blind sources separation, OBSS)问题。

3)源信号数目估计

在分离观测信号前应首先获取源信号的数目。本节 采用结合贝叶斯信息准则的奇异值分解^[12]的方法对源 信号数目进行估计。该方法的基本思想是:依据样本协 方差矩阵的奇异值分解获得特征值,通过寻找贝叶斯信 息准则的最值确定源数。具体步骤如下:

(1)计算新观测信号 $F(t) = [f_1(t), \dots, f_p(t)]^T$ 的 协方差矩阵:

 $\boldsymbol{R}_{ff} = E[\boldsymbol{F}(t) \cdot \boldsymbol{F}^{H}(t)]$ (7)

式中: ·" 表示矩阵的共轭转置。

(2)对 **R**_f进行奇异值分解,将获得的主特征值按照 递减顺序排列,得到主奇异值特征向量 **S**_{main};消除 **S**_{main} 中特征值为0的元素,构成一个长度为L的新特征向量。

(3)结合贝叶斯信息准则^[13](Bayesian information criterion, BIC),根据奇异值分解所得的特征值,通过寻找 BIC 的最值以获取估计源信号的数目。贝叶斯信息准则模型公式表示为:

$$\begin{cases} BIC(k) = \left(\prod_{j=1}^{k} \lambda_{j}\right)^{-\frac{L}{2}} \cdot \sigma_{k}^{-\frac{L(L-k)}{2}} \cdot L^{-\frac{d_{k}+k}{2}} \\ \sigma_{k}^{2} = \sum_{j=1}^{L} \lambda_{j} \\ \sigma_{k}^{2} = Lk - \frac{k(k+1)}{2} \end{cases}$$

$$(8)$$

其中,变量 k 的取值范围为 $1 \le k \le L, j = 1, 2, \dots, L$, λ_j 为特征向量队友的第 j 个特征值,通过寻找 BIC 的最大 值 (*BIC*(k))_{MAX} 找出对应最大序号值,即为所估计的源 信号的数目 m,将其作为 BSS 中独立分量的个数。

4) 观测信号的正定问题描述

白化过程将重组的 P 维新观测信号降维至与源信号 相同,从而获取正定白化信号 $\mathbf{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \cdots, z_n(t)]^{\mathsf{T}}$:

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{W}' \mathbf{X}_{new}(t) \tag{9}$$

将白化后的正定矩阵 Z(t) 作为独立成分分析算法的输入信号,通过寻找最优分离矩阵 \hat{W} ,从而得到源信号的近似估计,即:

$$\hat{\mathbf{S}}(t) = \hat{\mathbf{W}}\mathbf{Z}(t) \tag{10}$$

由信息论的基本观点可知,在方差相等的随机变量 中,高斯变量的熵最大;用高斯变量熵与其他分布熵的 差,可以度量变量的非高斯性;对于混合信号,若分离过 程完成,分离信号间的独立性提高即意味着信号间的非 高斯性变大。负熵可以很好的度量非高斯性,因此选用 其构造目标函数,用以衡量信号分离的结果。负熵的数 学模型如下:

$$J(Y) = H(Y_{Gauss}) - H(Y)$$
 (11)
对于连续随机变量 Y,其微分熵定义为:

$$H(Y) = -\int p(Y)\log p(Y) \,\mathrm{d}Y \tag{12}$$

因负熵的计算比较复杂,难以直接应用,故用多项式 函数逼近:

基于负熵的 ICA 算法寻优的目标函数记为:

$$Fit_i = \frac{1}{J(\hat{W}) + \varepsilon}$$
(14)

为防止分母为0的情况,引入一个随机取值极小的

实数 ε , $J(\hat{W})$ 为负熵的近似逼近式。通过寻找目标函数 Fit_i 的最小值,找到最优分离矩阵,从而实现源信号的 恢复。

2.2 混合灰狼优化算法的独立成分分析

1) 灰狼优化算法

灰狼优化(grey wolf optimization, GWO)算法是由 Mirjalili等^[14]提出的一种基于灰狼群体中领导等级和狩 猎机制的智能优化算法。在灰狼狩猎群体中,每只狼均 有其特定位置和作用。狼群捕食过程可以分为包围、狩 猎和攻击3个阶段。

包围猎物阶段,灰狼根据猎物的位置对其在搜索空间内的位置进行实时更新,灰狼个体狩猎行为的数学模型如下:

$$\vec{X}_{i+1} = \vec{X}_{p,i} - \vec{A} \cdot |\vec{C} \cdot \vec{X}_{p,i} - \vec{X}_i|$$
(15)

式中: i 为当前迭代次数; \vec{X}_i 为当前灰狼位置向量, $\vec{X}_{p,i}$ 为当前猎物的位置向量; \vec{A} 和 \vec{C} 为系数向量,定义为:

$$\vec{A} = 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}_{\perp} - \vec{a}$$
(16)

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \tag{17}$$

$$\vec{a} = 2 - \frac{2i}{Iter_{max}}$$
(18)

其中, $\vec{r}_1 \, n \vec{r}_2 \,$ 为 [0,1] 范围内的两个随机数, *Iter_{max}* 为最大迭代次数, 收敛因子 \vec{a} 随迭代次数 *i* 的增加线性 递减。据此, 灰狼能识别猎物的位置并进行包围行为。

通过对目标函数的计算,选出适应度值最小个体的 最优解、优解和次优解分别作为 3 个领导者 α , β 和 δ 位 置 \vec{X}_{a_i} , \vec{X}_{a_i} 和 \vec{X}_{a_i} 。在种群的狩猎阶段,由领导者引导灰

置 $X_{\alpha,i}, X_{\beta,i}$ 和 $X_{\delta,i}$ 。在种群的狩猎阶段,田领导者引导族 狼群体进行位置更新,数学建模如下:

$$\begin{cases} \vec{X}_{1,i} = \vec{X}_{\alpha,i} - \vec{A}_{1} \cdot |\vec{C}_{1} \cdot \vec{X}_{\alpha,i} - \vec{X}_{i}| \\ \vec{X}_{2,i} = \vec{X}_{\beta,i} - \vec{A}_{2} \cdot |\vec{C}_{2} \cdot \vec{X}_{\beta,i} - \vec{X}_{i}| \\ \vec{X}_{3,i} = \vec{X}_{\delta,i} - \vec{A}_{3} \cdot |\vec{C}_{3} \cdot \vec{X}_{\delta,i} - \vec{X}_{i}| \\ \vec{X}_{i+1} = \frac{\vec{X}_{1,i} + \vec{X}_{2,i} + \vec{X}_{3,i}}{3} \end{cases}$$
(19)

式中:向量系数 $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3$ 和 $\vec{C}_1, \vec{C}_2, \vec{C}_3$ 为扰动因子,由 式(16)和(17)计算得到。 \vec{X}_{i+1} 表示灰狼个体在领导者进 行引导后的位置。在确定猎物的位置后,狼群会根据猎 物的估计位置更新自身的状态;随着狼群慢慢靠近猎物, 狩猎的包围圈也会逐渐收缩,导致了 GWO 算法容易陷 入种群局部极小值的停滞。

2) 混合灰狼优化算法

由式(20)可知,原始 GWO 算法的种群位置仅由 3 个领导者的位置决定,从而导致搜索范围受限而易于陷 入局部最优。为了平衡算法的全局搜索与局部搜索能 力,引入概率因子 p,在搜索过程中以 50% 的概率选择 并更新种群位置;当 $p \ge 0.5$ 时,赋予领导者 α 螺旋泡网 狩猎机制,并结合莱维飞行策略^[15]在搜索范围内的远近 交替的随机飞行机制,来扩大种群的搜索范围。因而本 文将灰狼优化算法与鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm, WOA)中的螺旋位置更新进行融合,并引入莱 维飞行增加种群丰富度,提出了一种混合灰狼优化算法。

在 WOA 中,座头鲸以螺旋运动的方式不断靠近猎物的狩猎方式,其位置更新如式(21)表示:

$$\vec{X}_{q+1} = \vec{X}_{\text{best},i} + e^{b\vec{l}} \cdot \cos(2\pi\vec{l}) \cdot |\vec{X}_{\text{best},q} - \vec{X}_{q}|$$
(21)

式中: q 表示当前种群迭代次数, \vec{X}_q 为当前鲸鱼个体的 位置, b 为对数螺旋形状常数, \vec{l} 是属于 [-1,1] 的一个 随机向量。鉴于 WOA 中座头鲸位置更新的数学模型, 当 $p \ge 0.5$ 时, 灰狼种群根据当前最优个体领导者 α 的位 置, 采用引入莱维飞行策略, 并结合 WOA 算法的螺旋泡 网狩猎行为进行位置更新。数学模型概括为:

$$\vec{X}_{i} = \vec{X}_{\alpha,i} + e^{bl} \cdot \cos(2\pi \vec{l}) \cdot |\vec{X}_{\alpha,i} - \vec{X}_{i}| \cdot \vec{Levy}$$
(22)

由蒙特卡洛方法生成随机向量 Levy 计算公式为:

$$\overrightarrow{Levy} = [s_1, s_2, \cdots, s_n]$$
(23)

$$s_i = \frac{u}{\mid v \mid^{1/\gamma}} \tag{24}$$

其中,参数 γ 取 1.5, u_v 服从标准差分别为 $\sigma_u = \left[\frac{\Gamma(1+\gamma) \cdot \sin(\pi\gamma/2)}{\Gamma[(1+\gamma)/2] \cdot \gamma \cdot 2^{(1+\gamma)/2}}\right]$ 和 $\sigma_v = 1$ 的正态分布, $\Gamma(\cdot)$ 表示为伽马函数。

当p < 0.5时,灰狼个体按照基本 GWO 进行包围狩

猎,位置更新采用式(20)。

3) 基于小波包混合优化方法步骤

基于小波包混合优化的欠定盲源分离方法的步骤 如下。

步骤(1)输入观测信号,进行小波包变换;

步骤(2)将小波包分解得到的信号分量与原观测信 号计算互相关系数,并进行分量分选,将筛选出的信号分 量与原观测信号重新组合成新的观测信号;

步骤(3)利用奇异值分解方法寻找 BIC 最大值,估 计源信号的数目;

步骤(4)对新的观测信号进行白化操作,使观测信 号维数等于源信号数;

步骤(5)读取重构的正定白化信号;

步骤(6)初始化灰狼种群位置及 HGWO 算法各参数;

步骤(7)根据目标函数式(14)计算种群个体适应

度,取适应度函数值最小的3个值,记为 $\vec{X}_{\alpha,i}, \vec{X}_{\beta,i}$ 和 $\vec{X}_{\delta,i}$,

并进入种群位置更新阶段;

步骤(8)随机生成概率因子p。当 $p \ge 0.5$ 时,采用式(22)进行位置更新;当p < 0.5时,位置更新采用式(20);

步骤(9)再次计算种群个体的适应度值,并与原个体位置最优值进行对比。保存并记录适应度值较小的个体位置;

步骤(10)更新迭代次数,判断是否达到最大迭代次数,如果满足则进入下一步,否则返回步骤(7);

步骤(11)输出 HGWO 全局最优解,将其作为分离矩 \hat{W} ,并通过式(10)恢复出源信号。

3 实验仿真结果及分析

本节的仿真实验在 MATLAB2016a 软件平台上完成。为验证混合灰狼优化算法的性能以及小波包混合优化方法的有效性,进行了如下仿真实验。

3.1 混合灰狼优化算法性能测试

为验证混合灰狼优化算法的寻优性能,本节选用 4 种基准函数(Sphere、Quartic、Apline、Ackley)对 HGWO, WOA 和 GWO 这 3 种算法进行对比测试。为使实验结果 更具普遍性,实验均独立运行 30 次,每次总迭代次数为 600,种群数量置为 30。取 30 次寻优精度的平均值与标 准差作为性能评价标准。其中,平均值反映算法的精度, 标准差反映算法的稳定性; HGWO 的实验参数设置如 表1所示。

表1	HGWO 的参数
Table 1	HGWO parameters

参数	含义	取值
N	种群规模	30
k	空间维数	20
Iter _{max}	最大迭代次数	600
b	对数螺旋参数	1
γ	概率系数	1.5

由表 2 分析可知, 不论是在单峰还是多峰函数的测试下, 改进后的算法得到适应度值的平均值和标准差均低于原始的 WOA 和 GWO 算法, 更接近于理论最优值; 表明无论从寻优精度还是算法的鲁棒性角度, HGWO 算法均优于原始算法。其中, Ackley函数测试中, 虽然WOA 和 GWO 算法中最优解的量级达到 10⁻⁷ 和 10⁻⁹, 十分接近理论最优数值 0, 但是由于二者是以小概率达到的局部最优且无法在 300 次的迭代范围内跳出, 从而导致平均值、标准差的数值不相上下; 而对于 HGWO 算法则可以迅速跳出局部最优, 并且能够快速寻找到全局最优解, 解的量级达到了 10⁻¹², 十分接近理论最优数值 0。 在 Sphere 和 Quartic 两种函数实验中,收敛至全局最优解 0;表明改进策略在均衡局部开发和全局搜索中能够达到 预期效果。综合结果可知,HGWO 能够有效提升算法克 服陷入局部最优的能力,且寻优精度较高。

表 2 3 种算法对 4 个测试函数的寻优结果比较

 Table 2
 Comparison of optimization results of the three algorithms on four benchmark functions

函数名称	指标	WOA	GWO	HGWO
	最优解	1.16×10^{-1}	3. 17×10 ⁻³	0
Sphere	平均值	1.3567	6.35×10 ⁻³	3.58×10 ⁻⁶
	标准差	9. 4×10^{-1}	1.01×10^{-5}	8.73×10 ⁻⁷
	最优解	5. 38×10^{-1}	2.87×10 ⁻²	0
Quartic	平均值	9. 46×10^{-1}	5.13×10 ⁻²	5.68×10 ⁻⁴
	标准差	4. 15×10^{-2}	3.09×10^{-3}	1.47×10^{-5}
Apline	最优解	8.56×10 ⁻³	2.86×10 ⁻⁴	5. 17×10 ⁻⁵
	平均值	1.69×10^{-2}	7.53×10 ⁻⁴	6. 38×10^{-4}
	标准差	8. 42×10^{-3}	2. 74×10^{-5}	2.65×10 ⁻⁶
Ackley	最优解	6. 65×10^{-7}	9.78×10 ⁻⁹	1.77×10^{-12}
	平均值	9. 22×10 ⁻⁶	4. 53×10 ⁻⁹	8.31×10 ⁻¹²
	标准差	1.34×10^{-5}	1.42×10^{-10}	6. 15×10 ⁻¹⁴

为更直观感知 HGWO 算法的寻优效果,图 1 给出了 3 种算法在 4 个测试函数下的收敛曲线图,纵坐标将测 试结果取对数。





on four benchmark functions

由收敛曲线分析可知,相比于原始的 WOA 和 GWO 算法,HGWO 算法收敛曲线的斜率更大,曲线更平滑:表 明改进后的算法整体的收敛效果明显优于原始算法。由 单峰函数图 1(a) 和(b) 收敛曲线可知, HGWO 在迭代前 期算法曲线较为陡峭,而 WOA 和 GWO 算法在迭代中后 期才能缓慢收敛至最优值,且量级较小;说明改进策略增 强了算法搜索性能,且能够有效提高算法精度。由多峰 函数曲线图 1(c) 和(d) 的收敛趋势可以看出, HGWO 算 法能够迅速收敛至全局最优值,而 GWO 和 WOA 算法在 迭代后期收敛曲线陷入停滞;表明 HGWO 算法具备跳出 局部最优的能力。综上可知,改进策略能够有效提高算 法的寻优性能及准确性。

3.2 小波包混合优化的分选及分离性能测试

选取图 2(a) 所示的 3 路语音信号作为仿真源信号, 经过一个 2×3 维混合矩阵 A,得到图 2(b) 所示的观测信 号,其中混合矩阵A为:

 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0.\ 903\ 0 & 0.\ 611\ 7 & 0.\ 395\ 5\\ 0.\ 016\ 2 & 0.\ 236\ 8 & 0.\ 673\ 6 \end{bmatrix}$

为比较不同小波包分解层数下的分选效果以及不同 分选标准下的分选性能,采用信干比[16]作为评价指标验





证算法的有效性,并判别小波包算法的分选性能。

$$SNR = 10 \lg \frac{\|X(t)\|}{\|X(t) - \overline{imf(t)}\|}$$
(25)

其中, X(t) 表示原观测信号、imf(t) 为根据分选标 准选出的最佳信号分量的均值。由式(25)可知,信干比 越高,分选性能越好。

图3反映在不同小波包分解层数下,能量对数、范 数, 熵和互相关系数4种分选指标[17]的信号信干比折线 图。通过计算小波包不同分解层数的输出信号的信干 比,可以更直观的描述算法的性能。由图分析可知,在分 解层数为3时信干比达到最大,且随着分解层数的不断 增加,输出信噪比的值在下降。数据显示,3层小波包的 分选性能最佳,且相比于其他分选指标,互相关系数指标 下能够达到很好的效果。

经过小波包分解后可以同时得到信号的高低频率分 量,将采样频率设置为6kHz,根据小波包分解原理,经过 3 层小波包分解后,每个子频宽带为750 Hz(6 000/23), 由此可知,基于语音信号实现最佳效果的分选指标下,设 置不同的频带宽度,对于小波包分解层数的选取,最佳分 选层数会随之改变。将两路观测信号进行3层小波包分



解,得到8个频段范围内的小波包节点。

由表3可知,经过3层小波包分解得到的8个子频带随着频带范围的增加,与原观测信号的相关程度呈现出变低的趋势;观测信号1和2的IMF_{3,5}、IMF_{3,6}和IMF_{3,7}与原信号的相关性很小,筛选后剔除;其余分量的互相关系数值较高,能够较好地反映原观测值的绝大部分信息。将筛选后的信号分量作为补充观测信号分量,与原观测信号重新组合,构成新的观测信号,从而实现欠定问题的转换。

表 3 各子频带信号与原观测信号的互相关系数

 Table 3
 The number of interrelations between each subband signal and the observed signal

子频带编号		互相关系数		
	频平池回/ fiz	观测信号1	观测信号 2	
IMF _{3,0}	0~750	0.7074	0.8123	
IMF _{3,1}	750~1 500	0.785 2	0.654 5	
IMF _{3,2}	$1\ 500 \sim 2\ 250$	0.534 8	0.731 9	
IMF _{3,3}	2 250~3 000	0.772 1	0.538 6	
IMF _{3,4}	3 000~3 750	0.638 2	0.525 6	
IMF _{3,5}	3 750~4 500	0.324 3	0.001 3	
IMF _{3,6}	4 500~5 250	0.057 1	0.224 5	
IMF _{3,7}	5 250~6 000	0.168 2	0.053 4	

图 4 给出了结合贝叶斯信息准则的奇异值估计方法 的源信号数量估计; 在测试中, 将文献 [18] 中提出的 Top-SVD 和 SVD 算法作为对比方法, 与本文的结合贝叶 斯信息准则的奇异值估计方法(BIC-SVD)进行比较; 图 5 给出估计信号源个数成功率的仿真结果。

通过结合贝叶斯信息准则的奇异值估计方法得到 k 个 BIC 值,如图 4 所示。由图分析可知, k 为 3 时 BIC 值 达到最大,表明估计的独立分量数目为 3,符合预设的 3





路原始语音信号的实际情况,即该方法可以正确估计出 源信号的数目。由图 5 所示算法比率值的比较可知,本 文采用的算法有效性更高,可以快速且准确地估计出 源数。

重构后的 3 路信号的波形如图 6 所示,使用结合 HGWO 算法的 ICA 方法对重构信号进行分离,分离信号 的波形如图 7 所示。

通过对仿真结果的比较可知,重构后的信号不仅在 数目上与源信号维数一致,还能更为充分地反映原信号 的特征信息;且经过本文方法得到的分离信号更加完整 平滑,能够较好地实现原始信号的提取;源信号波形恢复 效果较为理想。

为进一步分析基于小波包混合优化算法对处理 BSS 问题的效果,使用观测信号、重构信号及分离信号与源信号的相关系数^[19]对分离效果进行评估,结果如表 4 所示。使用的相关系数指标计算公式如下:



图6 重构信号





$$R = \frac{\left|\sum_{k=0}^{N-1} \left[X(k) - \bar{X}(k)\right] \left[Y(k) - \bar{Y}(k)\right]\right|}{\sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} \left[X(k) - \bar{X}(k)\right]^{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[Y(k) - \bar{Y}(k)\right]^{2}}}$$
(26)

其中,样本点的总数为*N*,*X*(*k*)和*Y*(*k*)表示为所衡 量两信号,且:

$$\begin{cases} \overline{X(k)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \\ \overline{Y(k)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) \end{cases}$$
(27)

相关系数用来衡量信号间的相似程度,数值越大表 明两信号的相似程度越高;其值介于 0~1 之间,且 R 越 接近 1,信号越相似。

由表4中各路信号的相关系数值分析可知,重构后 的信号分别与观测信号及源信号相比较,相似系数有所 增加;经过本文方法得到的分离信号和源信号的相关系 数值相比于观测信号,也有明显的提高。实验表明,通过 本文算法能够有效分离出原始信号且分离效果较好。

3.3 混合矩阵估计和源信号分离性能对比

为进一步验证小波包混合优化方法的有效性,选取

表 4	源信号与观测及分离信号之间的相关系数

Table 4 Correlation coefficients between source,

observed and separated signals

源信号	观测信号1	观测信号 2	重构信号	分离信号
源信号1	0.317 0	0.613 0	0.8004	0.9127
源信号 2	0.565 8	0.5612	0.701 2	0.843 1
源信号 3	0.292 5	0.276 6	0.755 3	0.907 5

小波包结合独立成分分析(WP-ICA)、小波包结合灰狼优 化算法的独立成分分析(WP-GWO-ICA)和小波包混合 优化(WP-HGWO-ICA)3种算法对混合矩阵进行评判。 使用的标准化均方误差(normalized mean square, NMSE)^[20]以及角度偏差(angular deviation, ang)^[21]两种 指标的定义如下:

NMSE(
$$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{A}_{x}$$
) = 10lg $\left[\frac{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} (a_{x,ij} - a_{ij})^{2}}{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} a_{ij}^{2}}\right]$ (28)

 $ANG(\boldsymbol{A},\boldsymbol{A}_{x}) = \frac{180}{\pi} \arccos(\frac{\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{A}_{x} \rangle}{\|\boldsymbol{A}\| \cdot \|\boldsymbol{A}_{x}\|}) \qquad (29)$

式中: *M* 和 *N* 分别代表示矩阵的行与列数, *A_x* 表示算法 估计的混合矩阵, *A* 为原始的混合矩阵, *a_{x,ij}* 和 *a_{ij}* 分别对 应算法估计的混合矩阵和混合矩阵的第 *i* 行第 *j* 列上的 元素。仿真运行出的标准化均方误差和角度偏差值越 小,表明算法的稳定性越高。

由混合矩阵的估计得到3种算法的估计混合矩阵分 别为:

$$\boldsymbol{A}_{WP-ICA} = \begin{bmatrix} 0.\ 912\ 4 & 0.\ 620\ 1 & 0.\ 386\ 2 \\ 0.\ 027\ 1 & 0.\ 229\ 9 & 0.\ 672\ 2 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{A}_{WP-GWO-ICA} = \begin{bmatrix} 0.\ 904\ 1 & 0.\ 610\ 9 & 0.\ 397\ 4 \\ 0.\ 025\ 4 & 0.\ 230\ 3 & 0.\ 685\ 4 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{A}_{WP-HGWO-ICA} = \begin{bmatrix} 0.\ 902\ 8 & 0.\ 610\ 5 & 0.\ 392\ 2 \\ 0.\ 021\ 3 & 0.\ 241\ 7 & 0.\ 673\ 1 \end{bmatrix}$$

通过表 5 的评价指标对比表明,小波包混合优化算 法所得出的矩阵更接近混合矩阵;其次,通过数值比较可 知,WP-HGWO-ICA 算法所得的指标数值均小于其他两 种算法,说明估计混合矩阵的精度优于其他两种算法。 综合可知,小波包混合优化算法稳定性更强,有效性 更高。

表 5 3 种算法的评价指标对比 Table 5 Comparison of evaluation indexes of three algorithms

質法	角度偏差/(°)			NMCE
异伝	$ANG(\mathbf{A}, \mathbf{A}_1)$	$ANG(\mathbf{A},\mathbf{A}_2)$	$ANG(\mathbf{A},\mathbf{A}_3)$	- INMSE
WP-ICA	0.673 5	0.8202	0.5403	-36.518 2
WP-GWO-ICA	0.5815	0.506 6	0.313 6	-38.346 8
WP-HGWO-ICA	0.323 8	0.436 5	0.1907	-44.7174



Fig. 8 The three algorithms separate the signal waveforms

通过对分离信号的时域波形图分析可知,与WP-ICA 和WP-GWO-ICA算法相比,本文算法的分离效果明显优 于其他两种算法;WP-HGWO-ICA算法能够捕获大部分 的有用信息,分离出的信号与原始信号基本吻合。综合 可知,本文采用的小波包混合优化算法的BSS方法可以 较为准确地分离出原始信号,且能够达到较好的效果。

为进一步比较3种算法对处理 BSS 问题的效果,使 用相似系数^[22]将3种算法的分离性能进行测试。相似 系数指标定义如下:

$$\rho_{i} = \frac{\left|\sum_{k=0}^{N-1} y_{i}(k) s_{i}(k)\right|}{\sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} y_{i}^{2}(k) \sum_{k=0}^{N-1} s_{i}^{2}(k)}}, i = 1, \cdots, n$$
(30)

式中: y_i(k) 表示分离信号, s_i(k) 表示为源信号。相似 系数衡量源信号与分离信号之间的相似程度,其值越接 近1,表明源信号与分离信号越接近,分离精度越高。实 验独立运行 50 次,表 6 给出 3 种算法相似系数结果。

表 6 3 种算法的相似系数值数比较

Table 6 Comparison of similarity coefficient

values of three algorithms

算法	相似系数	分离信号1	分离信号 2	分离信号3
WP-ICA	i = 1	0.6109	0.704 1	0.7577
	i = 2	0.8565	0.8753	0.593 1
	i = 3	0.692 9	0.607 0	0.609 0
WP-GWO-ICA	i = 1	0.8447	0.747 2	0.745 1
	i = 2	0.9004	0.8289	0.5308
	i = 3	0.898 0	0.7557	0.5467
WP-HGWO-ICA	<i>i</i> = 1	0.948 3	0.9764	0.9591
	i = 2	0.966 1	0.927 5	0.9908
	i = 3	0.935 2	0.918 5	0.987 2

通过对表6结果的分析,小波变换下,图2(b)灰狼 优化算法的盲源分离方法分离出的3路信号与源信号的 相似系数数值均有所增加,分离效果得到了一定的改善; HGWO 与 ICA 算法结合后,分离信号的相似系数值更接 近于 1,表明改进后的算法提取效果明显优于其他两种 方法。综合可知,改进的算法提高了分离精度,且能更好 地实现信号的分离。

3.4 故障信号测试

为进一步测试小波包混合优化算法的实用性,选取轴 承试验台使用双列圆锥滚子轴承采集到的复合故障信号 作为分析对象,其中实验使用的轴承转速为1500 r/min, 采样频率为20 kHz,该信号的时域和频域谱图如图9所 示。由观测信号的频域波形可知,两路源信号互相干扰 混合在一起,一般方法难以有效提取出源信号的特征 信息。

分别采用小波和小波包两种算法分别对信号进行分 解及分量筛选,并使用混合优化算法的 ICA 方法对重组 信号进行盲分离以验证所提算法的可行性。分离得到的 两路源信号频谱图如 10(a) 和(b)所示。

由图 10(a)的频谱分析可知,所得的两路分离信号频谱图中无法反映出原始信号的故障特征,因此小波算法下的信号分离方法性能不佳;而本文采用的小波包混合优化算法可以对原始信号的高低频域进行细分,提取出源信息的主要特征;算法的有效性反映在频谱图 10(b)中,经本文算法获得的两路信号的频谱上可以容易的找到故障频率,在图 10(b)中的第1路恢复信号中,基频 256.4 Hz 及故障频率 1 275.8 Hz 比较突出,在 1 532.2 Hz 处也可以看到一个小的峰值,对应于故障频率的 1 倍基频;在图 10(b)中的第2路恢复信号中,基频、故障频率以及故障频率的倍频可以从频谱图中清晰地反映出。综合可知,本文提出的小波包融合优化算法对于混合故障信号有着很好的分离效果,可以较为准确的提取故障特征成分。



图 9 故障信号时频波形图







4 结 论

针对盲源分离中的欠定问题,在现有的研究基础上, 本文提出一种小波包变换与混合优化的 ICA 相结合的方 法。通过小波包变换将观测信号的高低频进行分解,剔 除相关系数较小的冗余分量后,与原观测信号重新组合 为新的多路观测信号。再使用基于奇异值分解寻找贝叶 斯信息准则最大值的方法来估计源信号数目,利用白化 过程降低新观测信号的维度,使其与预估的源信号数目 保持一致。最后将改进后的灰狼优化算法与 ICA 算法结 合,用以重构信号的分离。实验仿真表明,本文提出的基 于小波包混合优化算法的欠定盲源分离方法能够有效解 决欠定盲源分离问题,重构后的信号更接近源信号,能够 与其在整体特征上基本保持一致;改进后的灰狼优化算 法能有效避免群体陷入局部最优,比于原始算法寻优速 度更快,精度更高;本文算法有着较好的分离效果,能够 较好地识别实测信号的故障特征。

参考文献

- HERAULT J, JUTTEN C. Space or time adaptive signal processing by neural network models [C]. Neural Networks for Computing: AIP Conference Proceeding, 1986; 206-211.
- [2] LI G, TANG G, LUO G, et al. Underdetermined blind separation of bearing faults in hyperplane space with variational mode decomposition [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 120(1): 83-97.
- [3] 郑晓庆,刘贤忠,吴明辉,等. 基于分数间隔采样的浮标信号盲源分离算法研究[J]. 国外电子测量技术, 2021,40(8):105-109.

ZHENG X Q, LIU X ZH, WU M H, et al. Research on blind source separation algorithm of buoy signal based on fractional interval sampling [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2021, 40(8):105-109.

- YILMAZ O, RICKARD S. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. Transactions on Signal Processing, 2004, 52(7): 1830-1847.
- [5] 李宏坤,张学峰,徐福健,等.基于时频分析的欠定信

号盲分离与微弱特征提取[J]. 机械工程学报, 2014, 50(18):14-22.

LI H K, ZHANG X F, XU F J, et al. Investigation on blind source separation for under-determined mixtures based on time-frequency analysis and weak feature extraction [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(18):14-22.

[6] 李志农,张芬,何旭平.基于小波-KCCA的非线性欠定 盲分离方法研究[J]. 仪器仪表学报,2014,35(3): 601-606.

> LI ZH N, ZHANG F, HE X P. Study on underdetermined blind source separation method of nonlinear mixture based on wavelet and kernel canonical correlation analysis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(3):601-606.

- [7] MIAO F, ZHAO R, JIA L, et al. Multisource fault signal separation of rotating machinery based on wavelet packet and fast independent component analysis [J]. International Journal of Rotating Machinery, 2021, 2021(1):1-17.
- [8] KHALFA A, SAHED M, KENANE E, et al. A novel blind image source separation using hybrid firefly particle swarm optimization algorithm [J]. Engineering, Technology & Applied Science Research, 2022, 12(6): 9680-9686.
- [9] HUANG H, XUE W, PANG G Z. Separation method of rolling bearing compound fault characteristics based on improved harmonic wavelet packet decomposition and fast ICA[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2022, 36(7):3263-3276.
- [10] NANMARAN R, THIRUGNANAM G, MANGAIYARKARASI P. Wavelet packet transformbased medical image multiple watermarking with independent component analysis extraction [J]. International Journal of Medical Engineering and Informatics, 2020, 12(4):322-335.
- [11] LI H, LIN W, ZHAO D. A single-channel BSS method based on ICEEMDAN and FastICA and its application in EMI analysis [C]. IEEE International Conference on Computer Science & Education (ICCSE), 2019: 780-784.
- [12] CANCAN Y, YONG L, HAN X, et al. Research on the blind source separation method based on regenerated phase-shifted sinusoid-assisted EMD and its application in diagnosing rolling-bearing faults [J]. Applied Sciences, 2017,7(4):414-432.
- [13] HUANG L, XIAO Y, LIU K, et al. Bayesian information criterion for source enumeration in large-scale adaptive

antenna array [C]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, DOI:10. 1109/TVT. 2015. 2436060.

- [14] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95:51-67.
- [15] 薛田良,王一诺,曾阳阳. 一种改进的差分进化算法与电解电容器参数辨识[J]. 电子测量技术, 2021, 44(22):56-61.
 XUE T L, WANG Y N, ZENG Y Y. An improved differential evolution algorithm and parameter identification of electrolytic capacitors [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(22):56-61.
- [16] 宋立业,周乐,刘昕明.基于邻域相关性多阈值新函数 寻优法的小波降噪分析[J].信息与控制,2019, 48(1):57-64.
 SONGLY, ZHOUL, LIUX M. Wavelet denoising analysis based on an optimization method of multi-threshold new function with neighborhood correlation [J]. Information
- [17] 杨晓飞,李志农,何况.基于小波包—VBICA 的欠定盲 源分离方法研究[J].设备管理与维修, 2019, 9(17): 154-155.
 YANG X F, LI ZH N, HE K. Underdetermined blind

and Control, 2019, 48(1): 57-64.

source separation based on wavelet packet-VBICA [J]. Plant Maintenance Engineering, 2019, 9(17):154-155.

- [18] SUN H, GUO J L, FANG L. Improved singular value decomposition (TopSVD) for source number estimation of low SNR in blind source separation [J]. IEEE Access, 2017:26460-26465.
- [19] 曹伟,孙红梅,贾瑞生,等. 基于小波包分解重构的微 地震信号降噪方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(4):134-143.
 CAO W, SUN H M, JIA R SH, et al. Micro-seismic signal denoising method based on wavelet packet decomposition and reconstruction [J]. Journal of

Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(4):134-143.

- [20] LI Y B, NIE W, YE F, et al. A mixing matrix estimation algorithm for underdetermined blind source separation [J]. Circuits Systems & Signal Processing, 2016, 35(9):3367-3379.
- [21] MA B, ZHANG T. Underdetermined blind source separation based on source number estimation and improved sparse component analysis [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2021, 40 (7): 3417-3436.
- [22] HE P J, LIU G Y, SHE T T. Research on monitoring of aircraft structural components based on blind separation of

single channel AE signal [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(8); 34-42.

作者简介



吴宸之,2021年于安徽信息工程学院 获得学士学位,现为安徽工程大学硕士研究 生,主要研究方向为盲源分离。

E-mail: wczhiimm@ 163. com

Wu Chenzhi received her B. Sc. degree from Anhui Institute of Information Technology

in 2021. Now she is a M. Sc. candidate in Anhui Polytechnic University. Her main research interest includes blind source separation.



李炜(通信作者),分别在 2007 年和 2010 年于安徽工程大学获得学士学位和硕 士学位,2014 年于江南大学获得博士学位, 现为安徽工程大学副教授、硕士生导师,主 要研究方向为信号处理、盲源分离等。

E-mail: liwei@ahpu.edu.cn

Li Wei (Corresponding author) received his B. Sc. and M. Sc. degrees both from Anhui Polytechnic University in 2007 and 2010, and Ph. D degree from Jiangnan University in 2014, respectively. Now, he is an associate professor and a master tutor in Anhui Polytechnic University. His main research interests include signal processing and blind source separation, etc.