

DOI: 10.13382/j.jemi.B2407802

基于 Mahony 与自适 CKF 的多传感器姿态解算算法^{*}

乔美英^{1,2} 杜 衡^{1,2} 韩昊天¹ 邱运强¹

(1. 河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454000; 2. 河南省智能装备直驱技术与控制国际联合实验室 焦作 454000)

摘 要:在微机电系统(MEMS)惯性测量器件的应用中,研究有效的多传感器数据融合算法是提高姿态解算精度和抗干扰能力的关键技术之一。针对载体姿态解算精度低和磁力计易受磁干扰的挑战,提出了一种结合 Mahony 滤波和容积卡尔曼滤波的姿态解算算法。首先,利用磁力计和加速度计的信息构建误差修正量,对陀螺仪数据进行修正。同时,通过关键帧技术对受到磁干扰的数据进行主动补偿。修正后得到的初步姿态四元数被用作构建容积卡尔曼滤波的状态信息。接下来,使用磁力计和加速度计解算得到的姿态作为观测信息,并通过磁力计数据的残差信息建立自适应量测噪声协方差矩阵,以减小磁干扰对姿态解算的影响。车载实验结果表明,该算法显著提高了姿态解算的精度。与传统方法相比,横滚角、俯仰角和航向角的精度分别提升了45.3%、50.2%和32.8%。因此,所提算法在抑制陀螺仪漂移和抵抗磁干扰方面表现出良好的性能。

关键词: Mahony 互补滤波;容积卡尔曼滤波;姿态解算

中图分类号: TN911.4 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 440.45

Multi-sensor attitude estimation algorithm based on Mahony filter and adaptive CKF

Qiao Meiyong^{1,2} Du Heng^{1,2} Han Haotian¹ Qiu Yunqiang¹

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;

2. International Joint Laboratory for Intelligent Equipment Direct Drive Technology and Control, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: In the application of MEMS inertial measurement devices, the study of effective multi-sensor data fusion algorithms is one of the key technologies for improving attitude estimation accuracy and enhancing anti-interference capability. To address the challenges of low attitude estimation accuracy and the susceptibility of magnetometers to magnetic interference, this paper proposes an attitude estimation algorithm that combines Mahony filtering with the cubature Kalman filter. First, the magnetometer and accelerometer data are used to construct an error correction term to compensate for gyroscope data. Additionally, keyframe techniques are employed to actively compensate for data affected by magnetic interference. The corrected preliminary attitude quaternion is then used as the state information for constructing the Cubature Kalman Filter. Next, the attitude estimates from the magnetometer and accelerometer are used as the observation data, and an adaptive measurement noise covariance matrix is established based on the residual information from the magnetometer data, in order to mitigate the influence of magnetic interference on the attitude estimation. Vehicle-mounted experiments demonstrate that the proposed algorithm significantly improves the accuracy of attitude estimation. Compared to conventional methods, the accuracy of roll, pitch, and yaw angles is enhanced by 45.3%, 50.2%, and 32.8%, respectively. Therefore, the proposed algorithm exhibits excellent performance in suppressing gyroscope drift and resisting magnetic interference.

Keywords: Mahony complementary filtering; volumetric Kalman filtering; attitude estimation

0 引言

近年来,随着微机电系统(micro-electro-mechanical systems, MEMS)的迅速发展,低成本、小体积、低功耗的 MEMS 惯性测量器件在多个领域得到了广泛应用,如四旋翼无人机的姿态估计^[1-2]、行人导航定位^[3-4]、人体运动姿态监测^[5]等。惯性测量器件主要包括陀螺仪、加速度计和磁力计。而利用各传感器之间的互补特性进行有效的数据融合,是常见的姿态解算方法。陀螺仪在短时间具备较高的测量精度,但其漂移和随机误差会随着时间的推移逐渐累积。因此,通常通过加速度计和磁力计对陀螺仪数据进行修正,以避免累积误差。然而,加速度计和磁力计容易受到外部环境的干扰,从而导致姿态解算不准确。因此,抑制外部环境干扰是提高导航精度的一个重要研究方向。

常见的融合算法可分为卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)及其扩展算法和互补滤波(complementary filter, CF)^[6-7]两大类。卡尔曼滤波及其扩展包括标准卡尔曼滤波器、扩展卡尔曼滤波器(extended Kalman filter, EKF)^[8-9]、容积卡尔曼滤波器(cubature Kalman filter, CKF)^[10-11]和无迹卡尔曼滤波器(unscented Kalman filter, UKF)^[12-13]。Xia 等^[14]针对复杂环境下的导航系统,设计了一种自适应 CKF,通过多个衰落因子降低噪声影响,提高算法精度。Ning 等^[15]则提出了一种结合最大熵准则与 UKF 的算法,显著改善了滤波性能,然而,这种两种方法在提升性能的同时,增加了算法的复杂度,并对参数设置更加敏感。黎星华等^[16]提出了一种共轭梯度算法与互补滤波相结合的自适应混合算法,能够动态调整滤波增益,抑制地磁干扰和运动加速度的影响,但限制了算法的实时性。储开斌等^[17]和刘旭航等^[18]用基于 PI 控制器的补滤波应用于惯性器件和磁力计的融合,有效滤除了加速度计测量中的高频噪声。但该方法仍然受到磁干扰的影响。Xu 等^[19]提出了一种双扩展卡尔曼滤波器,通过两步滤波解耦姿态角,降低了磁干扰对俯仰角和横滚角解算的影响,但其计算效率不如大多数算法,且磁干扰仍影响航向角的估计。综上所述,尽管现在的多种姿态解算方法,提高了算法的性能,滤除了加速度计中的高

频噪声,抑制了非重力加速度的干扰,但仍无法解决磁干扰对姿态解算的影响。

针对载体姿态解算精度低和磁力计易受磁干扰的挑战,本文提出了一种结合 Mahony 滤波和容积卡尔曼滤波的姿态解算算法(Mahony complementary filter and adaptive cubature Kalman filter, MACKF)。该算法采用具有较低计算复杂度的 Mahony 滤波器,通过计算误差量有效修正陀螺仪偏差,并结合容积卡尔曼滤波的优势,进一步提高了姿态估计的精度和鲁棒性。通过这种组合方式, MACKF 算法能够在保证实时性和低计算资源消耗的同时,提供高精度的姿态解算结果,适用于多种复杂应用场景。该算法通过 Mahony 滤波融合磁力计和加速度计的信息,构建误差修正量以修正陀螺仪数据,并将修正后的陀螺仪信息作为容积卡尔曼滤波的状态量。在计算误差修正量时,算法根据磁干扰的强度动态调整修正量,并通过关键帧技术对受到磁干扰影响的磁力计数据进行补偿,以减小磁干扰对陀螺仪修正效果的影响。同时,算法自适应地调整量测噪声协方差矩阵,以抑制由磁干扰引起的噪声,从而进一步优化滤波精度。通过这些改进, MACKF 算法有效修正了陀螺仪数据,减小了磁干扰的影响,显著提高了姿态解算的精度和鲁棒性,满足了复杂环境下对高精度姿态估计的需求。从而显著提高了姿态解算的精度与鲁棒性,适应了复杂环境下的高精度姿态估计需求。

1 姿态建模

1.1 建立坐标系

在进行姿态解算之前,建立合适的坐标系至关重要,本文中定义了两种坐标,导航坐标系(n 系)和载体坐标系(b 系)。导航坐标系的三轴方向定义为 X_n 轴指向地理北方, Y_n 轴指向东, Z_n 轴指向地心,示意如图 1(a)所示。载体坐标系则以载体的实际运动方向为基础,其中 X_b 轴指向载体的右侧, Y_b 轴指向前方, Z_b 轴指向上方,具体形式如图 1(b)所示。为了实现载体坐标系与导航坐标系之间的转换,需构建相应的变换矩阵。该变换矩阵可通过旋转矩阵的方式表示,如式(1)所示。

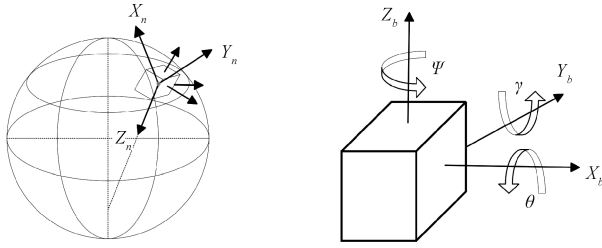
$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos\Psi\cos\theta & \sin\Psi\cos\theta & -\sin\theta \\ -\cos\gamma\sin\Psi + \sin\gamma\cos\Psi\sin\theta & \cos\gamma\cos\Psi + \sin\gamma\sin\Psi\sin\theta & \sin\gamma\cos\theta \\ \sin\gamma\sin\Psi + \cos\gamma\cos\Psi\sin\theta & -\sin\gamma\cos\Psi + \cos\gamma\sin\Psi\sin\theta & \cos\gamma\cos\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: Ψ 是航向角,绕载体系 Z_b 轴旋转得到; θ 是俯仰角,绕载体系 X_b 轴旋转得到; γ 是横滚角,绕载体系 Y_b 轴旋转得到。具体旋转形式如图 1(b)所示,旋转顺序的选

择对方向余弦矩阵的计算结果有显著影响。本文的旋转顺序是 Z_b 、 Y_b 、 X_b 。

用四元数来表示方向余弦矩阵为:

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_0q_3 + q_1q_2) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$



(a) 导航坐标系 (b) 载体坐标系
(a) Navigation coordinate system (b) Carrier coordinate system

图 1 导航坐标系与载体坐标系

Fig. 1 Navigation coordinate system and body coordinate system

其中, $\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为单位四元数。由式(1)和(2)可以得到四元数表示的姿态角为:

$$\begin{cases} \gamma = \arctan \frac{2(q_0q_1 + q_2q_3)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \\ \theta = \arcsin 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ \Psi = \arctan \frac{2(q_0q_3 + q_1q_2)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \end{cases} \quad (3)$$

1.2 姿态角解算

1) 基于加速度计和磁力计的姿态解算

在理想情况下,静止状态下的载体只受重力加速度的影响。当载体处于静止状态时,仅受重力加速度的影响。此时,可以利用方向余弦矩阵建立加速度计测量值与重力加速度之间的关系,如式(4)所示。

$$\mathbf{a}_b = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \sin \gamma \cos \theta \\ g \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{a}_b = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ 是加速度计在载体系下的输出值; g 是当地重力加速度。通过式(4)可以得到基于加速度计的俯仰角和横滚角为:

$$\begin{cases} \theta = -\arcsin \frac{a_x}{g} \\ \gamma = \arctan \frac{a_y}{a_z} \end{cases} \quad (5)$$

在姿态解算中,加速度计的测量数据仅能用于确定载体相对于水平面的姿态角。因此,为了获得载体的航向角,需要引入磁力计的测量信息。在地球表面,地磁场的方向始终指向地磁北极,磁场包含北向和垂直方向的分量,而在东向上则没有分量。因此,在导航坐标系下,地磁场信息可以表示为 $\mathbf{b}_n = [b_x \ 0 \ b_z]^T = [B \cos \sigma \ 0 \ B \sin \sigma]^T$, 其中, B 为地磁场强度, σ 为磁倾角。与此同时,载体坐标系中磁力计的输出可以记作 $\mathbf{m}_b = (m_x \ m_y \ m_z)^T$ 。通过方向余弦矩阵,可以建立两者之间的关系,如式(6)所示。

$$\mathbf{m}_b = \mathbf{C}_n^b \cdot \mathbf{b}_n \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} b_x \cos \Psi \cos \theta - b_z \sin \theta \\ b_z \sin \gamma \cos \theta + b_x (\sin \gamma \cos \Psi \sin \theta - \cos \gamma \sin \Psi) \\ b_z \cos \gamma \cos \theta + b_x (\cos \gamma \cos \Psi \sin \theta - \sin \gamma \sin \Psi) \end{bmatrix} \quad (7)$$

由上式可得磁场矢量在北向和垂直方向的分量为:

$$\begin{cases} b_x \cos \Psi = m_x \cos \theta + m_y \sin \theta \sin \gamma + m_z \sin \theta \cos \gamma \\ b_x \sin \Psi = m_y \cos \gamma - m_z \sin \gamma \end{cases} \quad (8)$$

根据式(8)可以求得航向角为:

$$\Psi = \arctan \left(-\frac{m_y \cos \gamma - m_z \sin \gamma}{m_x \cos \theta + m_y \sin \theta \sin \gamma + m_z \sin \theta \cos \gamma} \right) \quad (9)$$

2) 基于陀螺仪的姿态解算

陀螺仪输出的是载体的角速度,利用四元数来表示载体的姿态变化,可以建立与角速度之间的微分方程关系,如式(10)~(11)所示。

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \otimes \boldsymbol{\omega}_b \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $\boldsymbol{\omega}_b = (\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)^T$ 是陀螺仪的输出值,式(11)表示四元数随时间的变化率与角速度的关系。通过陀螺仪的角速度数据,可以实现载体姿态的实时更新与估计。

求解四元数微分方程常用的是毕卡法,将式(10)离散化处理得到:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \left[\cos \left(\frac{\Delta \alpha}{2} \right) \mathbf{I} + \sin \left(\frac{\Delta \alpha}{2} \right) \frac{\Delta \boldsymbol{\Omega}}{\Delta \alpha} \right] \mathbf{q}_k \quad (12)$$

其中, $\Delta \alpha = \sqrt{\Delta \alpha_x^2 + \Delta \alpha_y^2 + \Delta \alpha_z^2}$, 而 $\Delta \alpha_x, \Delta \alpha_y, \Delta \alpha_z$ 是陀螺仪在采样时间间隔 $[t_k, t_{k+1}]$ 内 X_b, Y_b, Z_b 三轴的角

$$\text{增量}, k = 1, 2, \dots, n; \Delta\Omega = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} dt,$$

dt 为方向余弦矩阵的更新周期。

式(12)由其泰勒级数展开化简后得到的形式,取用式(12)的有限项计算,得到四元数的一阶近似算法,具体形式为:

$$q_{k+1} = \left(I + \frac{\Delta\Omega}{2} \right) q_k \quad (13)$$

2 基于 Mahony 滤波修正陀螺仪数据

在实际的应用中,陀螺仪会随着时间的增长而产生累积误差,而陀螺仪输出的准确性对解算姿态角的精度有很大的影响。因此,通过 Mahony 滤波器利用加速度信息和磁力计信息对陀螺仪数据进行修正。传统的 Mahony 滤波依赖于加速度信息和磁场信息的叉乘,但磁力计数据易受外部环境影响,导致叉乘结果的不准确,从而降低了姿态估计的精度。而本方法通过将参考矢量定义为垂直于重力矢量,避免了磁力计数据的干扰,从而提高了误差计算的准确性和稳定性。这一改进不仅增强了姿态估计的可靠性,也提升了系统在动态环境下的适应能力。

2.1 Mahony 滤波器设计

Mahony 滤波器以参考矢量和观测向量的叉乘构成误差量,并作为 PI 控制器的输入。PI 控制器的输出为角速度的修正量,陀螺仪的测量角速度与修正量相加得到修正后的角速度。具体流程如图 2 所示。在计算误差量的过程中得到误差量 e_1, e_2 和 e_3 。

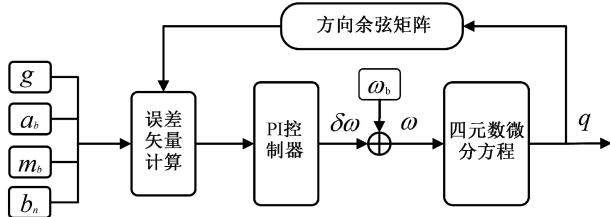


图 2 Mahony 滤波修正流程

Fig. 2 Mahony filter correction process

误差量 e_1 是由加速度计量测和重力加速度计算。首先将重力加速度进行归一化处理得到 $\bar{a}_n = [0 \ 0 \ 1]^T$, 然后将其旋转到载体坐标系。根据方向余弦矩阵可以得到加速度参考向量 a_1 , 具体形式如式(14)所示。

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

接着将加速度计量测值进行归一化处理得到向量 $a_2 = \bar{a}_b$ 。最后将向量 a_1 和向量 a_2 做叉乘,求得误差向量 e_1 ,过程如图 3 所示。

$$e_1 = a_1 \times a_2 \quad (15)$$

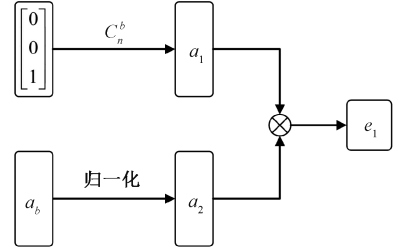


图 3 计算加速度误差矢量流程框图

Fig. 3 Flowchart for calculating the acceleration error vector

在导航系中制定垂直于重力方向的参考矢量,该矢量由式(16)得到,值得注意的是本文不适用在靠近地球两极的地方。

$$t_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_x \\ 0 \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ gb_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

上述结果归一化得到 $\bar{t}_n = [0 \ 1 \ 0]^T$, 将其旋转到

$$\text{载体系为 } t_1 = C_n^b \bar{t}_n = \begin{bmatrix} 2(q_1q_2 - q_0q_3) \\ -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 \\ 2(q_0q_1 + q_2q_3) \end{bmatrix}。 \text{在载体系}$$

中的矢量由加速度与磁力计信息叉乘得到 $t_b = a_b \times m_b$, 将其归一化得到 $t_2 = \bar{t}_b$ 。

误差向量 e_2 由参考向量 t_1 和向量 t_2 叉乘求得,过程如图 4 所示。

$$e_2 = t_1 \times t_2 \quad (17)$$

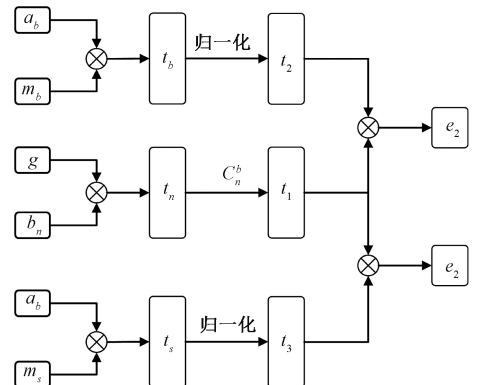


图 4 计算磁力误差矢量流程

Fig. 4 Flowchart for calculating the magnetic error vector

由于磁干扰的影响,对陀螺仪数据进行修正时可能会引入更大的误差,因此在磁干扰较大的情况下,仅采用加速度计数据进行修正;反之,在磁干扰较小时,则同时采用两种误差矢量进行修正。然而,仅依赖加速度数据可能不足以维持系统的稳定性,因此在这种情况下需要仅对俯仰和横滚方向上由陀螺仪积分引入的误差进行修正。

长时间处于磁干扰状态下,积分误差可能会显著增加,因此需要对磁力计中的误差进行主动补偿。这可以通过引入关键帧来实现,关键帧是在运动过程中定义的关键时刻,它们能够帮助重建整个运动轨迹。在从一个方向平滑过渡到另一个方向的运动中,只需记录初始和最终方向的关键帧,而中间方向可以通过插值得到;如果运动较为复杂,则需要记录更多的关键帧^[20]。本文定义的关键帧通过式(18)进行计算。根据上述步骤得到的结果经过归一化处理后,再与之前的矢量进行叉乘,从而完成修正过程,具体流程如图4所示。

$$\mathbf{m}_s = \mathbf{C}_n^b \cdot \mathbf{b}_n \quad (18)$$

根据上述步骤得到 $\mathbf{t}_s = \mathbf{a}_b \times \mathbf{m}_s$, 归一化得到 $\mathbf{t}_3 = \bar{\mathbf{t}}_s$, 与 $\mathbf{t}_1$ 叉乘得 $\mathbf{e}_3$, 流程如图4所示。

最后得到总误差向量 $\mathbf{e}$:

$$\mathbf{e} = \begin{cases} \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, & \|B - \|\mathbf{m}_b\| \| < \varepsilon (\text{条件1}) \\ \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3, & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

式中: ε 是给定阈值。根据条件1来判断磁力计数据是否受到磁干扰的影响,然后使用不同的误差矢量参与陀

$$\Delta\Omega = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_x + \delta\omega_x) & -(\omega_y + \delta\omega_y) & -(\omega_z + \delta\omega_z) \\ \omega_x + \delta\omega_x & 0 & \omega_z + \delta\omega_z & -(\omega_y + \delta\omega_y) \\ \omega_y + \delta\omega_y & -(\omega_z + \delta\omega_z) & 0 & \omega_x + \delta\omega_x \\ \omega_z + \delta\omega_z & \omega_y + \delta\omega_y & -(\omega_x + \delta\omega_x) & 0 \end{bmatrix} dt$$

3.2 观测方程

加速度计能够通过测量重力加速度来求得载体的俯仰角和横滚角的信息,磁力计能够通过测量磁场矢量来求得载体的航向角信息,所以本文选择加速度计和磁力计信息作为系统的量测。

由式(2)和(4)得到加速度计模型:

$$\mathbf{a}_{b,k} = \mathbf{C}_{n,k}^b(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{V}_{a,k} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{V}_{a,k}$ 为加速度计噪声,设为高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_{a,k}$ 。

将式(23)中的计算结果分解出四元数 $\mathbf{q}_k$, 就可以得到加速度计 k 时刻的量测矩阵:

$$\mathbf{H}_{a,k} = \begin{bmatrix} -q_{2,k} & q_{3,k} & -q_{0,k} & q_{1,k} \\ q_{1,k} & q_{0,k} & q_{3,k} & q_{2,k} \\ q_{0,k} & -q_{1,k} & -q_{2,k} & q_{3,k} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{g} \quad (24)$$

螺仪数据的校正过程。

将误差向量 $\mathbf{e}$ 作为 PI 控制的输入,则 PI 控制器的输出为 $\delta\omega$:

$$\delta\omega = K_p \mathbf{e} + K_i \int \mathbf{e} dt \quad (20)$$

式中: K_p 为比例增益系数; K_i 为积分增益系数。

综上所述,由加速度计量测和磁力计量测修正后的角速度为:

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_b + \delta\boldsymbol{\omega} \quad (21)$$

将修正后的陀螺仪数据使用四元数微分方程更新四元数,从而进行下一次的 Mahony 滤波修正过程。

3 CKF 滤波器设计

3.1 状态方程

本研究选择陀螺仪作为研究对象,采用四元数来描述其姿态参数,并建立了系统的状态方程。尽管陀螺仪的数据经过 Mahony 滤波器进行了修正,但仍然受到噪声和自身漂移的影响。因此,修正后的角速度还需要考虑这些误差项。由此,可得到如式(22)所示状态方程。

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{A}_{k-1} \cdot \mathbf{q}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{A}_{k-1} = \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta\Omega}{2} \right)$ 为系统的状态矩阵, $\mathbf{W}_{k-1}$ 为

陀螺仪噪声,设为高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_{k-1}$ 。将式(21)代入式(12)得到:

$$\begin{bmatrix} -(\omega_x + \delta\omega_x) & -(\omega_y + \delta\omega_y) & -(\omega_z + \delta\omega_z) \\ -(\omega_y + \delta\omega_y) & \omega_x + \delta\omega_x \\ \omega_x + \delta\omega_x & 0 \end{bmatrix} dt$$

将式(24)代入式(23)就可以得到加速度计的线性输出模型:

$$\mathbf{y}_{a,k} = \mathbf{H}_{a,k} \cdot \mathbf{q}_k + \mathbf{V}_{a,k} \quad (25)$$

由式(2)和(6)得到磁力计模型:

$$\mathbf{m}_{b,k} = \mathbf{C}_{n,k}^b(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{b}_n + \mathbf{V}_{m,k} \quad (26)$$

其中, $\mathbf{V}_{m,k}$ 为磁力计噪声,设为高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_{m,k}$ 。值得注意的是 $\mathbf{W}_{k-1}$, $\mathbf{V}_{a,k}$ 和 $\mathbf{V}_{m,k}$ 3 种噪声是相互独立的。

将式(26)中的计算结果分解出四元数 $\mathbf{q}_k$, 就可以得到磁力计 k 时刻的量测矩阵:

$$\mathbf{H}_{m,k} = \begin{bmatrix} b_x q_{0,k} - b_z q_{2,k} & b_x q_{1,k} + b_z q_{3,k} & -b_x q_{2,k} - b_z q_{0,k} & -b_x q_{3,k} + b_z q_{1,k} \\ -b_x q_{3,k} + b_z q_{1,k} & b_x q_{2,k} + b_z q_{0,k} & b_x q_{1,k} + b_z q_{3,k} & -b_x q_{0,k} + b_z q_{2,k} \\ b_x q_{2,k} + b_z q_{0,k} & b_x q_{3,k} - b_z q_{1,k} & b_x q_{0,k} - b_z q_{2,k} & b_x q_{1,k} + b_z q_{3,k} \end{bmatrix} \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)就可以得到磁力计的线性输出模型:

$$\mathbf{y}_{m,k} = \mathbf{H}_{m,k} \cdot \mathbf{q}_k + \mathbf{V}_{m,k} \quad (28)$$

将式(25)和(28)联立就可得到系统的量测方程:

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{a,k} \\ \mathbf{H}_{m,k} \end{bmatrix} \mathbf{q}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{a,k} \\ \mathbf{V}_{m,k} \end{bmatrix} \quad (29)$$

得到量测矩阵为:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{a,k} \\ \mathbf{H}_{m,k} \end{bmatrix} \quad (30)$$

量测噪声协方差设置为:

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{a,k} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{R}_{m,k} + \mathbf{R}_{b,k} \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中: $\mathbf{R}_{b,k}$ 为磁干扰协方差矩阵。

3.3 磁干扰协方差矩阵

磁力计在工作过程中容易受到外部环境的干扰,但其自身无法检测这些影响,导致通过磁力计计算得到的姿态角存在显著误差。为此,本研究提出了一种自适应调节测量噪声协方差矩阵的方法,以减少磁干扰对姿态估计的影响。根据前文所述的磁干扰判断条件,可以动态地设定磁干扰噪声的协方差,从而优化磁力计的性能并提高姿态解算的准确性。

1) 当 $\|\mathbf{B} - \|\mathbf{m}_{b,k}\| \| < \varepsilon$ 时,则表明磁力计不受磁干扰影响,此时:

$$\mathbf{R}_{b,k} = \mathbf{0} \quad (32)$$

2) 当 $\|\mathbf{B} - \|\mathbf{m}_{b,k}\| \| \geq \varepsilon$ 时,则表明磁力计受磁干扰影响,此时:

$$\mathbf{R}_{b,k} = \sum_{i=1}^3 (\rho \|\boldsymbol{\eta}_a\|) \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (33)$$

式中: $\boldsymbol{\eta}_a$ 为磁力计的残差信息; ρ 和 ε 为常数,由实验和经验所得, ρ 为 0.1, ε 为 0.02 高斯。其中 ε 的选取不易过大,否则不等式小于 ε 的部分会使对陀螺仪的补偿性能和算法解算精度变差。

根据不等式判断系统是否受到磁干扰的影响。当不存在或存在极小的干扰时,磁力计输出的数据为当地磁场强度,磁干扰协方差矩阵为式(32),代入式(31)求解姿态估计;当存在磁干扰时,残差信息包含了最新时刻的磁力计信息,其中保留了磁干扰的信息,磁干扰越大,残差信息就越大,相应的磁干扰协方差矩阵也越大,利用式(33)来调节协方差矩阵 $\mathbf{R}_{b,k}$ 。磁干扰协方差矩阵是根据干扰的大小自适应更新,磁干扰越大,补偿效果越好。

3.4 CKF 滤波算法

CKF 具有实现简单、无需计算雅可比矩阵的优点,同

时能达到泰勒级数展开的二阶精度,收敛性良好且不会引入线性化误差。结合前文所述的系统状态矩阵和观测矩阵,CKF 滤波的算法步骤如下:首先初始化状态估计和协方差矩阵;然后生成 sigma 点以捕捉状态非线性特性;接着进行状态和观测的预测;最后,根据实际观测更新状态估计和协方差矩阵,重复以上过程直至收敛。通过这一过程,CKF 滤波能有效提升动态系统状态的估计精度。

1) 滤波初始化

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] \quad (34)$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \quad (35)$$

2) 时间更新

(1) 计算容积点 $\boldsymbol{\chi}_{k-1}^i (i = 1, 2, \dots, 2n)$:

$$\mathbf{S}_{k-1} = \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}} \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{k-1}^i = \mathbf{S}_{k-1} \boldsymbol{\xi}^i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (37)$$

$$\text{其中, } \boldsymbol{\xi}^i = \sqrt{n} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{n \times 2n} \quad \circ$$

(2) 容积点状态更新:

$$\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^i = \mathbf{A}_{k-1} \boldsymbol{\chi}_{k-1}^i \quad (38)$$

(3) 状态一步预测和协方差预测:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^i \quad (39)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})(\boldsymbol{\chi}_{k/k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})^T + \mathbf{Q}_k \quad (40)$$

3) 量测更新

(1) 计算容积点 $\boldsymbol{\chi}_k^i$:

$$\mathbf{S}_k = \sqrt{\mathbf{P}_{k/k-1}} \quad (41)$$

$$\boldsymbol{\chi}_k^i = \mathbf{S}_k \boldsymbol{\xi}^i + \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \quad (42)$$

(2) 容积点量测更新:

$$\mathbf{Y}_k^i = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\chi}_k^i \quad (43)$$

(3) 量测预测和增益计算:

$$\hat{\mathbf{y}}_k = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{Y}_k^i \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_k^{yy} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\mathbf{Y}_k^i - \hat{\mathbf{y}}_k)(\mathbf{Y}_k^i - \hat{\mathbf{y}}_k)^T + \mathbf{R}_k \quad (45)$$

$$\mathbf{P}_k^{xy} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\boldsymbol{\xi}_k^i - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{Y}_k^i - \hat{\mathbf{y}}_k)^T \quad (46)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^{xy} (\mathbf{P}_k^{yy})^{-1} \quad (47)$$

4) 更新状态量和误差协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k) \quad (48)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{k-1}^y \mathbf{K}_k^T \quad (49)$$

5) MACKF 算法步骤

步骤 1) 根据式 (15) 和 (17), 利用加速度计和磁力计输出计算误差矢量。并根据当地磁矢量对磁干扰生成补偿, 得到误差矢量 $\mathbf{e}$;

步骤 2) 根据式 (19) 和 (20), 利用 Mahony 滤波器输出修正值 $\delta\omega$;

步骤 3) 根据式 (10)、(13) 和 (21), 利用修正后陀螺仪数据计算出状态矩阵 $\mathbf{A}_{k-1}$;

步骤 4) 根据式 (23) 和 (26), 将计算结果中的四元数 $\mathbf{q}_k$ 分解出来, 得到观测矩阵 $\mathbf{H}_k$;

步骤 5) 根据式 (32) 和 (33) 中的不等式判断磁干扰情况, 根据受干扰程度的不同给出不同的计算方式, 得到不同的磁干扰协方差矩阵 $\mathbf{R}_{b,k}$;

步骤 6) 将计算得到的状态矩阵 $\mathbf{A}_{k-1}$ 、观测矩阵 $\mathbf{H}_k$ 和磁干扰协方差矩阵 $\mathbf{R}_{b,k}$ 代入 CKF 滤波器中, 得到航向角 Ψ 、俯仰角 θ 和横滚角 γ 。

4 仿真与实验结果分析

4.1 仿真实验

为了验证所提算法在存在磁干扰条件下的性能, 对 MACKF 和 CKF 的估计结果进行了比较。实验在 MATLAB R2020a 上进行, 载体的姿态参数可进行设定, 生成的信号被传输至 MACKF 和 CKF 算法进行估计。初始信号包含噪声和偏差, 并在 50 s 时引入一个阶跃信号作为干扰。

由于磁干扰对航向角的影响最为显著, 因此最终的比较结果仅针对航向角估计误差进行分析, 如图 5 所示。结果表明, 与 CKF 算法相比, 本研究提出的 MACKF 算法展现出优良的稳定性, 其估计结果基本维持在 0° 附近。在 50 s 的干扰影响下, MACKF 依然保持稳定, 验证了算法对磁干扰的有效抑制能力。

4.2 静态实验

为了验证所提 MACKF 算法在实际应用中的效果, 利用 MATLAB R2020a 和双轴转台进行了实验验证, 如图 6 所示。实验中, 首先将 MEMS-IMU JY901 固定在转台上, 并确保芯片的 x 轴朝向北方。开机后, 将转台旋转至水平位置, 并在静止状态下保持半小时以采集数据。数据采样频率设定为 60 Hz, 采样时间为 75 s。通过这一实验设置, 能够有效评估 MACKF 算法在真实环境中的性能表现。

分别使用所提的 MACKF 算法和 CKF 算法对采集的数据进行姿态估计, 得到的结果如图 7~9 所示。从图

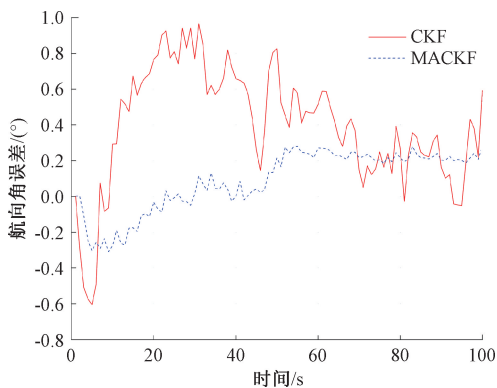


图 5 仿真实验航向角估计误差

Fig. 5 Simulation experiment of heading angle estimation error

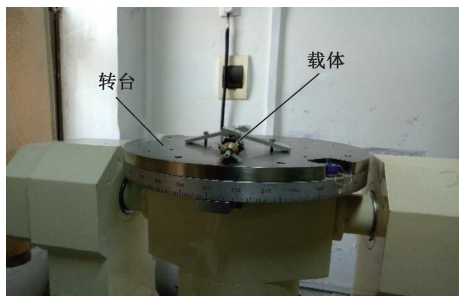


图 6 双轴转台和 MEMS-IMU

Fig. 6 Dual-axis turntable and MEMS-IMU

7~9 可以看出, 在静态条件下, MACKF 相比于 CKF 展现出更高的精度和更为稳定的结果, 且其波动范围明显较小。由图 9 可清晰地看出, 航向角最终稳定在 0° 附近, 进一步验证了 MACKF 算法在姿态估计中的优越性能。

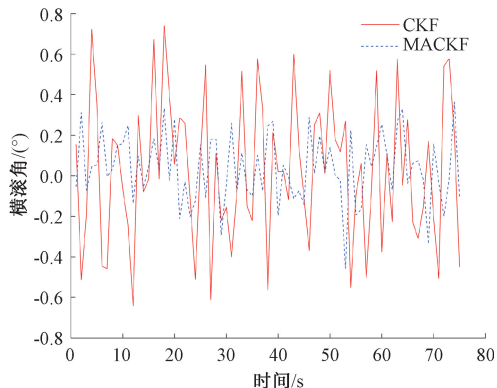


图 7 横滚角静态估计

Fig. 7 Static estimation of roll angle

4.3 动态实验

将 MEMS-IMU JY901 传感器固定在汽车上进行车载实验。实验中, 采样频率设置为 60 Hz, 采样时间为 400 s。

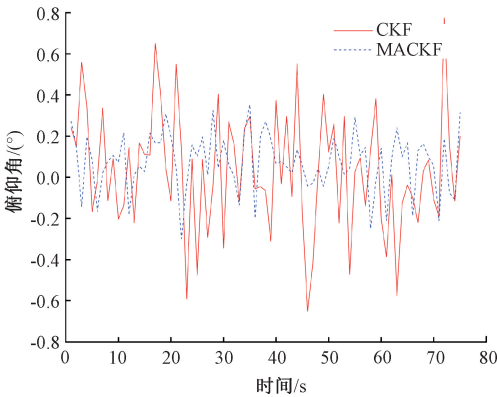


图 8 俯仰角静态估计
Fig. 8 Static estimation of pitch angle

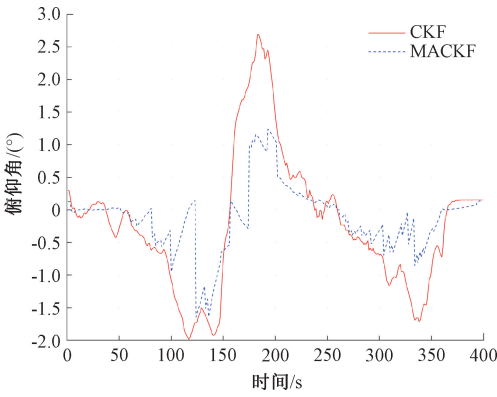


图 11 俯仰角动态估计
Fig. 11 Dynamic estimation of pitch angle

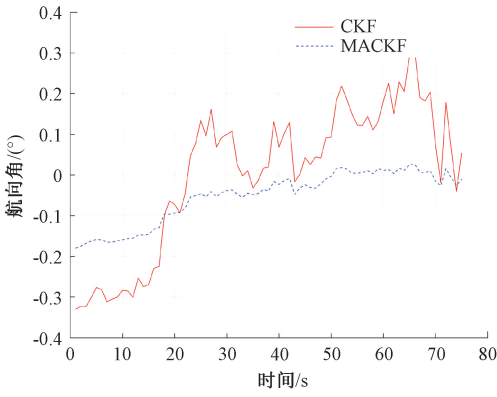


图 9 航向角静态估计
Fig. 9 Static estimation of heading angle

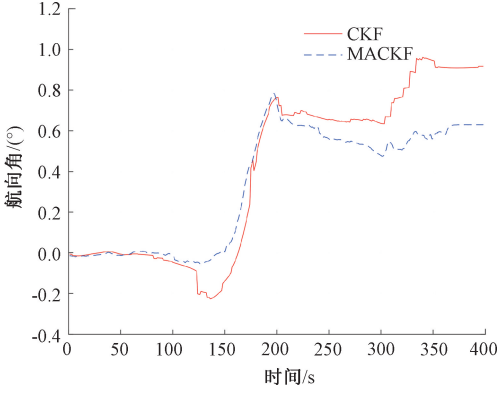


图 12 航向角动态估计
Fig. 12 Dynamic estimation of heading angle

在实际的车载环境中,测量数据常受到外部干扰,例如减速带和窞井盖等因素可能导致数据的震荡。在本次动态实验中,仍然使用 CKF 算法作为对比测量数据,应用两种算法进行姿态估计,结果如图 10~12 所示。从图 10~12 可以看出,磁力计数据和加速度数据有效修正了陀螺仪的输出,显著减少了数据的震荡。同时,非重力加速度的补偿使得载体在遇到非重力加速度时表现得更加平稳。

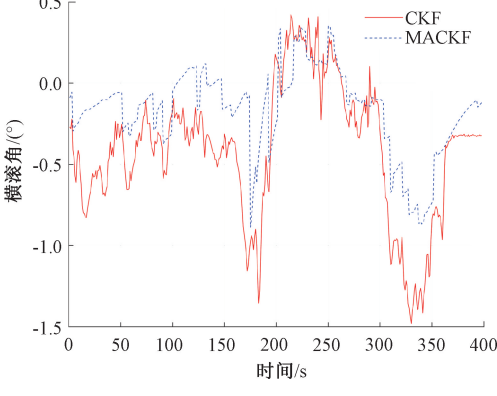


图 10 横滚角动态估计
Fig. 10 Dynamic estimation of roll angle

为了进一步比较两种算法的性能,给出了两种算法的均方根误差,如表 1 所示。从表 1 可以看出,根据车载实验的姿态估计均方根误差,MACKF 算法相较于 CKF 算法在精度上有明显提升。横滚角和俯仰角的精度分别提高了 45.3%和 50.2%,航向角的精度提升了 32.8%。这些结果充分验证了所提算法的准确性和优越性。

表 1 两种算法的均方根误差

Table 1 Root mean square error of two algorithms (°)		
姿态角	MACKF	CKF
横滚角	0.334 2	0.610 8
俯仰角	0.524 0	1.051 9
航向角	0.281 6	0.419 1

5 结 论

本文针对低成本惯性导航系统存在的解算精度低、磁力计易受干扰等问题,提出了一种创新的多传感器数据融合算法,结合了 Mahony 滤波和 CKF 滤波的优势,实现了对陀螺仪的有效补偿。该算法在不同磁干扰环境

下,能够有效抑制陀螺仪的漂移,从而显著提高了姿态解算精度。特别是,算法通过根据当地磁场的变化自适应调整噪声协方差,进一步减小了非磁干扰对姿态解算结果的影响。这一技术在提升低成本惯性导航系统性能方面展现了独特优势,尤其在高磁干扰条件下,能够保证较高的稳定性和准确性,解决了以往方法中磁力计容易受外界环境干扰的缺陷。通过综合利用滤波算法与自适应机制,研究突破了传统低成本惯性导航技术中的多项瓶颈,具有较强的创新性和实用性。

未来工作中,针对磁力计干扰问题,进一步分离磁力计效应,将是优化算法的重要方向。这一过程将有助于保证俯仰角和横滚角的解算不受磁干扰的影响,进一步提升系统在复杂环境下的适应能力和解算精度。该方向的深入研究不仅具有重要的学术意义,还将在实际应用中发挥更大的潜力,推动低成本惯性导航技术向更高精度和更强鲁棒性的目标迈进。因此,文章提出的算法为惯性导航领域提供了一种新的解决思路,并为未来技术发展提供了有价值的参考。

参考文献

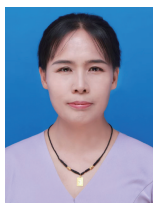
- [1] 卢艳军,陈雨荻,张太宁,等. 一种实用的四旋翼飞行器姿态融合算法研究[J]. 电光与控制,2020,27(8): 84-89.
- LU Y J, CHEN Y D, ZHANG T N, et al. A practical quadrotor attitude fusion algorithm [J]. Electronics Optics & Control,2020,27(8):84-89.
- [2] 李永福,文跃洲,黄龙旺. 基于改进扩展状态观测器的四旋翼无人机轨迹鲁棒跟踪控制[J]. 仪器仪表学报,2023,44(4):129-139.
- LI Y F, WEN Y ZH, HUANG L W. Robust trajectory tracking control of quadrotor UAV based on the improved extended state observer [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2023,44(4):129-139.
- [3] BAI N, TIAN Y, LIU Y, et al. A high-precision and low-cost IMU-based indoor pedestrian positioning technique[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(12): 6716-6726.
- [4] 路永乐,王汶新,冯涛,等. 基于磁力计在线校准的行人导航算法[J]. 电子测量技术,2022,45(5):44-48.
- LU Y L, WANG W X, FENG T, et al. Pedestrian navigation algorithm based on magnetometer online calibration [J]. Electronic Measurement Technology, 2022,45(5):44-48.
- [5] ZHANG J H, LI P, JIN C C, et al. A novel adaptive Kalman filtering approach to human motion tracking with magnetic-inertial sensors [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 67(10): 8659-8669.
- [6] 郭庆瑞,章政,黄卫华,等. 基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法[J]. 电子测量与仪器学报,2022,36(3):157-165.
- GUO Q R, ZHAGN ZH, HUANG W H, et al. Improved complementary filter attitude algorithm based on Huber robust estimation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation,2022,36(3):157-165.
- [7] 余晨雨,章政,黄卫华,等. 基于互补滤波和粒子滤波融合的球形机器人姿态解算[J]. 机器人,2021,43(3):340-349.
- YU CH Y, ZHANG ZH, HUANG W H, et al. Attitude calculation based on the fusion of complementary filter and particle filter for spherical robot[J]. Robot, 2021, 43(3):340-349.
- [8] 李小青,杨亚楠,于鸿彬,等. 基于 MARG 传感器的头部姿态解算方法研究[J]. 电光与控制,2019,26(5):14-19.
- LI X Q, YAGN Y N, YU H B, et al. A head pose algorithm based on the MARG Sensor [J]. Electronics Optics & Control,2019,26(5):14-19.
- [9] RONG H, ZHU Y, LYU J, et al. A simplified extended Kalman filter used for magnetic and inertial measurement units [J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 21(5): 6356-6366.
- [10] BIAN Y G, SUN M. Application research of cubature Kalman filter in vehicle positioning[C]. 2020 IEEE 2nd International Conference on Civil Aviation Safety and Information Technology (ICCASIT). IEEE, 2020: 273-275.
- [11] 乔美英,高翼飞,李宛妮,等. 基于模糊鲁棒自适应 CKF 算法的 MEMS-IMU 姿态估计[J]. 中国惯性技术学报,2022,30(3):296-303.
- QIAO M Y, GAO Y F, LI W N, et al. Attitude estimation of MEMS-IMU based on fuzzy robust adaptive CKF algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology,2022,30(3):296-303.
- [12] 刘康安,张伟伟,肖永超,等. 基于自适应无迹卡尔曼滤波的四旋翼无人机姿态解算[J]. 电光与控制,2022,29(7):126-131.
- LIU K A, ZHAGN W W, XIAO Y CH, et al. Attitude calculation of quadrotor UAV based on adaptive unscented Kalman filter [J]. Electronics Optics & Control, 2022,29(7):126-131.
- [13] 朱璐瑛,孙炜玮,刘成铭,等. 多传感器组合导航系统的联邦 UKF 算法研究[J]. 电子测量与仪器学报,2022,36(7):91-98.
- ZHU L Y, SUN W W, LIU CH M, et al. Research on federal UKF algorithm for multi-sensor integrated navigation system[J]. Journal of Electronic Measurement

- and Instrumentation, 2022, 36(7): 91-98.
- [14] XIA S H, FAN J F, HUANG J Q, et al. An adaptive fading CKF-based method for estimating the line of sight rate with strapdown seeker [C]. 2023 China Automation Congress (CAC). IEEE, 2023: 457-462.
- [15] NING Z, XU Y, SHEN R, et al. Spacecraft Attitude estimation with unscented Kalman filter based on maximum correntropy criterion [C]. 2023 42nd Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2023: 3378-3383.
- [16] 黎星华, 刘晓平, 王刚, 等. 一种自适应混合滤波姿态解算算法 [J]. 北京邮电大学学报, 2021, 44(3): 79-86.
- LI X H, LIU X P, WANG G, et al. An adaptive hybrid filter algorithm for attitude estimation [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021, 44(3): 79-86.
- [17] 储开斌, 赵爽, 冯成涛. 基于 Mahony-EKF 的无人机姿态解算算法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(12): 12-18.
- CHU K B, ZHAO SH, FENG CH T, et al. UAV attitude calculation algorithm based on Mahony-EKF [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(12): 12-18.
- [18] 刘旭航, 刘小雄, 章卫国, 等. 考虑运动加速度干扰的无人机姿态估计算法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2022, 54(6): 12-18.
- LIU X H, LIU X X, ZHAGN W G, et al. UAV attitude estimation algorithm considering motion acceleration disturbance [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2022, 54(6): 12-18.
- [19] XU X L, SUN Y J, TIAN X CH, et al. A double-EKF

orientation estimator decoupling magnetometer effects on pitch and roll angles [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(2): 2055-2066.

- [20] MADGWICK S O H, WILSON S, TURK R, et al. An extended complementary filter for full-body MARG orientation estimation [J]. IEEE/ASME Transactions on mechatronics, 2020, 25(4): 2054-2064.

作者简介



乔美英, 2000 年于太原理工大学获得学士学位, 2003 年于河南理工大学获得硕士学位, 2012 年于中国矿业大学获得博士学位, 现为河南理工大学电气工程与自动化学院教授, 主要研究方向为惯性测量及其数据分析与处理。

E-mail: qiaomy@hpu.edu.cn

Qiao Meiyang received her B. Sc. degree from Taiyuan University of Technology in 2000, M. Sc. degree from Henan Polytechnic University in 2003 and Ph. D. degree from China University of Mining and Technology in 2012, respectively. Now she is a professor in Henan Polytechnic University. Her main research interests include inertial measurement and data analysis and processing.



杜衡 (通信作者), 2022 年于河南理工大学获得学士学位, 现为河南理工大学硕士研究生, 主要研究方向为惯性导航、随钻测量。

E-mail: 742246086@qq.com

Du Heng (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Henan Polytechnic University in 2022. Now he is a M. Sc. candidate at Henan Polytechnic University. His research interests include inertial navigation and measurement while drilling.