

DOI: 10.13382/j.jemi.B2407595

# X射线三维尺寸测量机体素模型不确定度 评定方法研究\*

谭浩晨<sup>1</sup> 胡佳成<sup>1</sup> 郭鑫<sup>2</sup> 朱悦<sup>3</sup>

(1. 中国计量大学计量测试与仪器学院 杭州 310018; 2. 南京市计量监督检测院 南京 210049;  
3. 中机生产力促进中心有限公司 北京 100044)

**摘要:**为解决X射线三维尺寸测量机发展进程中仪器的成像性能不断提高但计量方法滞后的问题,对其不确定度展开研究,提出了一种基于体素模型的评定方法。首先,从X射线检测原理入手,对X射线三维尺寸测量机尺寸计算过程的原始投影、三维重建、表面测定、点云拟合等数字空间的影响因素进行了分析,建立体素的不确定度模型。其次,基于自研球棒球心距的溯源与测量结果,采用GUM法和蒙特卡洛法对体素模型的各个参量进行不确定度计算,完成了体素模型不确定度的分析。再次,结合传统的不确定度参量,对球心距测量结果的不确定度进行了合成与扩展。最后,通过扩展不确定度的结果应用,验证了测量与评定结果的可靠性与一致性,得到短、长球棒标准器的长度测量结果分别为 $(32.947\ 7 \pm 0.002\ 0)$  mm与 $(52.406\ 5 \pm 0.002\ 2)$  mm。结果表明,探索得到的评定方法细化了X射线三维尺寸测量机测量结果的误差来源,拓展了X射线三维尺寸测量机尺寸计量方法的研究方向,为X射线三维尺寸测量机定值过程数据精度的提升提供了计量基础,具有一定的科学价值。

**关键词:** 体素模型; X射线三维尺寸测量机; 量值传递与溯源; 不确定度; 蒙特卡洛

**中图分类号:** TB921; TN06 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

## Research on uncertainty evaluation method of voxel model for X-ray three-dimensional size measurement machine

Tan Haochen<sup>1</sup> Hu Jiacheng<sup>1</sup> Guo Xin<sup>2</sup> Zhu Yue<sup>3</sup>

(1. School of Metrology Measurement and Instrument, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;  
2. Nanjing Institute of Measurement and Testing Technology, Nanjing 210049, China; 3. China Machinery  
Productivity Promotion Center Co., Ltd, Beijing 100044, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the imaging performance of the instrument was continuously improved but the measurement method was lagging behind in the development process of X-ray three-dimensional size measuring machine, the uncertainty was studied, and an evaluation method based on voxel model was proposed. Firstly, starting from the principle of X-ray detection, the influencing factors of digital space such as original projection, three-dimensional reconstruction, surface measurement and point cloud fitting in the size calculation process of X-ray three-dimensional size measuring machine were analyzed, and the uncertainty model of voxel was established. Secondly, based on the traceability and measurement results of the center distance of the self-developed ball bar, the uncertainty of each parameter of the voxel model was calculated by GUM method and Monte Carlo method, and the uncertainty of the voxel model was analyzed. Thirdly, combined with the traditional uncertainty parameters, the uncertainty of the measurement results of the spherical center distance was synthesized and expanded. Finally, the reliability and consistency of the measurement and evaluation results are verified by the application of the results of the extended uncertainty. The length measurement results of the short and long ball bar standard were  $(32.947\ 7 \pm 0.002\ 0)$  mm and  $(52.406\ 5 \pm 0.002\ 2)$  mm, respectively. The results showed that the evaluation method obtained by the exploration refines the error source of the measurement results of the X-ray three-dimensional size measuring machine, expanded the research direction of the size measurement method of the X-ray three-dimensional size measuring machine, and provided a measurement basis for the improvement of the data accuracy of the X-ray three-dimensional size measuring machine, which

收稿日期: 2024-06-13 Received Date: 2024-06-13

\* 基金项目: 国家重点研发计划资助“三维复杂结构非接触精密测量与无损检测仪”(2022YFF0706400)项目资助

had certain scientific value.

**Keywords:** voxel model; X-ray coordinate measuring machine; quantity value transfer and traceability; uncertainty; Monte Carlo

## 0 引言

X 射线三维尺寸测量机因为其优异的成像性能和内部检测分析能力<sup>[1]</sup>, 一经问世就迅速得到了相关学者的关注, 被广泛应用于先进制造的各大领域, 成为了评价其制造精度与性能指标的关键技术之一<sup>[2-3]</sup>。然而, X 射线三维尺寸测量机特殊的测量原理, 虽然造就了它在先进制造领域难以替代的地位<sup>[4]</sup>, 但也使其包含有众多难以量化的误差源, 导致没有完善、统一的量值传递与溯源体系<sup>[5]</sup>。

随着科学技术的发展, 国内外先进 X 射线三维尺寸测量机的分辨力已经接近亚微米级别, 然而, 其量值可靠性的问题仍然没有得以解决, 只有少数研究团队针对 X 射线三维尺寸测量机的不确定度展开了研究工作, 如: 李敬等<sup>[6]</sup>基于氮化硅陶瓷球组模型, 提出了一种工业用计算机断层成像技术 (computed tomography, CT) 的尺寸测量不确定度评定方法, 通过一系列测量与计算, 获得了 CT 亚像素范围的不确定度; 齐子城等<sup>[7]</sup>采用 AM 晶格结构, 建立了 CT 尺寸测量的不确定度模型, 进行了计量可追溯性方法的研究; Filippo 等<sup>[8]</sup>采用标准圆形量块, 基于“半高宽法”, 建立了工业 CT 直径测量不确定度评定模型, 并根据测量不确定度表示指南 (guide to the expression of uncertainty in measurement, GUM) 获得了可靠且稳定的评定结果。这些研究建立了 CT 的不确定度模型, 并在一定程度上弥补了 X 射线三维尺寸测量机计量研究的空白, 但其测量不确定度评定的指标与方法较为传统, 几乎沿用了过去三坐标测量机的评定方法, 无法满足日渐创新的 X 射线三维尺寸测量机的计量评定需求<sup>[9-11]</sup>。

因此, 为探究影响 X 射线三维尺寸测量机精度的关键因素, 扩充其计量评定方法的内容, 论文对 X 射线三维尺寸测量机的尺寸计算原理展开研究, 设计了体素空间的不确定度模型; 随后, 基于比较器法, 以自研球棒标准器作为媒介, 采用 GUM 法结合蒙特卡洛法 (monte carlo method, MCM) 对不确定度模型中的各个影响因素进行了评定、分析与合成, 最后, 引入验证因子, 进行了结果应用, 实现不确定度的系统性评估。

## 1 体素模型不确定度框架

X 射线检测根据 X 射线透射过被测对象时, 其强度会因物质的密度和厚度不同而发生变化的原理, 采用射线探测器接收测量空间区域内不同位置的剩余能量, 通

过数据处理, 得到测量结果。因此, X 射线三维尺寸测量机不同于传统坐标测量机的关键就在于其尺寸计算原理, 特别是测量模型的建立, 如图 1 所示。

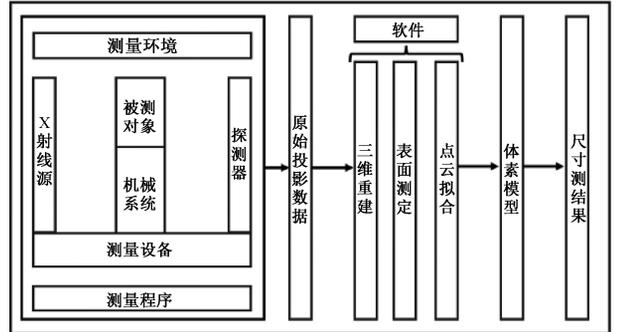


图 1 尺寸计算原理

Fig. 1 Principle of size calculation

在 X 射线三维尺寸测量机的尺寸测量中, 通常以体素作为单位量值进行评定, 作为 X 射线扫描的最小体积单位, 来源于原始投影数据的重建、补偿、转换以及拟合可视化, 是软件分析的基础, 所有基于 X 射线三维尺寸测量机的分析都离不开体素<sup>[12]</sup>, 如式 (1) 所示, 在尺寸测量中, 被测工件几何尺寸  $L_{\text{act}}$  表示为体素的大小  $l_{v, \text{act}}$  与对应体素的数量  $n_{\text{act}}$  的乘积。

$$L_{\text{act}} = l_{v, \text{act}} \times n_{\text{act}} \quad (1)$$

其中, 体素的大小通常是软件自动生成的, 来源于探测器的像素大小  $p_s$  与扫描的放大倍数  $M$  的比值如式 (2) 所示。

$$l_{v, \text{act}} = \frac{p_s}{M} \quad (2)$$

作为一个派生值, 体素大小  $l_{v, \text{act}}$  通常是一个定值, 根据体素数量的变化得到被测对象的尺寸大小, 难以直接对其进行评定。因此, 采用自行研制的标准器作为研究对象, 针对体素大小  $l_v$ , 引入上级校准参数, 结合体素数量, 得到体素大小如式 (3) 所示。

$$l_v = \frac{L_{\text{cal}}}{n_{\text{act}}} \quad (3)$$

其中,  $L_{\text{cal}}$  为校准长度;  $n_{\text{act}}$  为以体素为单位测量的测量长度, 两者相互独立, 协方差为 0。

因此, 根据式 (3) 可以计算标准器实际体素尺寸  $l_{v, \text{act}}$  的标准不确定度:

$$u_{l_{v, \text{act}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 l_v}{\partial^2 L_{\text{cal}}}\right)^2 \times u_{L_{\text{cal}}}^2 + \left(\frac{\partial^2 l_v}{\partial^2 n_{\text{act}}}\right)^2 \times u_{n_{\text{act}}}^2} \quad (4)$$

其中,  $u_{L_{\text{cal}}}$  为校准长度的不确定度;  $u_{n_{\text{act}}}$  为以体素为单位的测量长度不确定度。

随后,计算式(4)的两个偏导数为:

$$\begin{cases} \frac{\partial l_v}{\partial L_{cal}} = \frac{1}{n_{act}} \\ \frac{\partial l_v}{\partial n_{act}} = -\frac{L_{cal}}{n_{act}^2} \end{cases} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4),变换式(4)为:

$$\frac{u_{l_{v,act}}^2}{l_{v,act}^2} = \frac{u_{L_{cal}}^2}{L_{cal}^2} + \frac{u_{n_{act}}^2}{n_{act}^2} \quad (6)$$

最终,综合式(6)与基础式(1),得到标准器体素模型几何尺寸的不确定度模型  $u_{L_{act}}$  为:

$$u_{L_{act}} = \sqrt{n_{act}^2 \times u_{l_{v,act}}^2} = \sqrt{\left(\frac{u_{L_{cal}}^2}{L_{cal}^2} + \frac{u_{n_{act}}^2}{n_{act}^2}\right) \times L_{act}^2} \quad (7)$$

基于此,可以看出标准器体素模型几何尺寸的不确定度正比于校准长度与体素测量长度的不确定度以及被测工件的实际测量尺寸,反比于校准尺寸与体素数量。因此,需要从体素数量出发,首先针对标准器尺寸计算过程中不同阶段的体素数量展开研究。最后,结合量传溯源实验的结果代入式(7),进而得到标准器体素模型的最后结果,实现数字空间的不确定度评定。

### 1.1 原始投影数据

原始投影数据是单个投影值作为投影角的函数<sup>[13]</sup>,如图2所示,由于其直接来源于扫描结果,自身将受到系统位姿以及组件噪声的影响,为了探究其影响力,利用数据分析软件对原始数据进行模拟实验,得到其投影数据的灰度存在一定波动,然而,由于没有量化的参数,在初始端难以量化评定。

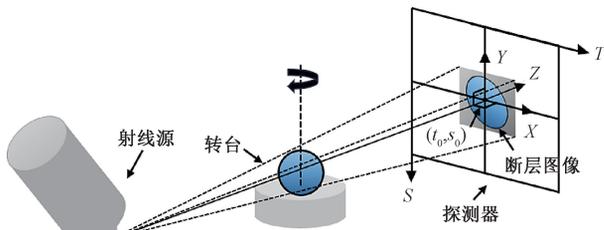


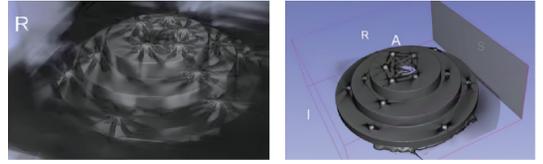
图 2 投影数据断层图像

Fig. 2 Projection data slice image

### 1.2 三维数据模型

三维重建算法<sup>[14]</sup>对重建后的体数据模型影响巨大,因此,需要对研究对象 METROTOM 1500 的重建结果进行分析。3D slicer 窗口共有 6 个方向视角:左 L (Left)、右 R (Right)、前 A (Anterior)、后 P (Posterior)、上 S (Superior)、下 I (Inferior),点击后可以将视角切换到对应的方向,通过数据分析软件和 3D slicer 对比了经过常规 FDK 重建算法和蔡司软件算法的标准器重建模型,得到图 3(a)所示的 FDK 模型与图 3(b)所示的蔡司模型,

可以看到常规重建算法存在较大的误差,蔡司作为国际领先的 X 射线三维尺寸测量机厂商,重建模型的质量非常高,因此,论文将基于蔡司的重建算法进行后续的分析,建立三维重建算法的不确定度模型为完全的黑箱模型,于后续的可视化过程进行量化。



(a) FDK模型 (a) FDKmodel (b) 蔡司模型 (b) Zeiss model

图 3 重建图像对比图

Fig. 3 Reconstruction image comparison diagram

### 1.3 点面模型的不确定度 $u_{sur}$

X 射线三维尺寸测量机的点面模型来源于表面测定 21,基于三维体数据模型的灰度值展开计算,然而,由于点扩散函数和噪声等的综合影响,在实际工况中,会因为边缘模糊、填充伪影等情况在估计的边缘位置中引入偏差<sup>[15-16]</sup>,显示为灰度值的分散值,如图 4 所示,其中  $M_{m1}$  和  $M_{m2}$  分别为材料 1 和 2 灰度值分布的模态值,  $\sigma_{m1}$  和  $\sigma_{m2}$  分别为材料 1 和 2 的灰度值分布的误差,  $T_v$  为阈值,  $\sigma_T$  为阈值的标准差。由于每个类中灰度值的分散,一些体素将包含比模态值更高或更低的灰度值,进而产生不确定度,因此,不确定度带来的影响由不同类的灰度离散值决定,特别是目标材料与其他材料间灰度值的模态值。

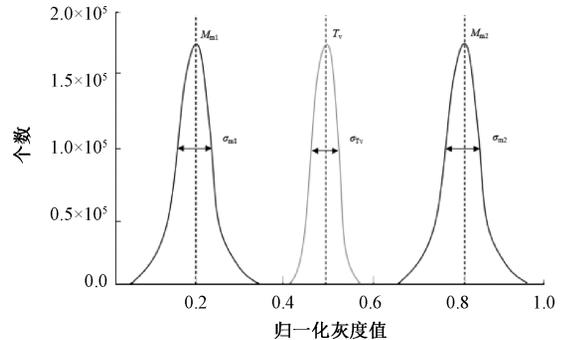


图 4 正态灰度值直方图

Fig. 4 Normal gray value histogram

为得到不同类的灰度离散值,基于 ISO50 的表面测定方法展开研究,作为蔡司软件的表面测定方法之一,其根据材料灰度直方图的两个灰度模态值进行分割,如式(5)所示。

$$T_v = \frac{M_{m1} + M_{m2}}{2} \quad (8)$$

因此,其不确定度  $u_{tv}$  主要来源于灰度模态值的误

差,其中由于两灰度模态相互独立,其式可以表示为:

$$u_{iv} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2 + 2\rho_{m1m2}\sigma_{m1}\sigma_{m2}} \quad (9)$$

模态灰度值的不确定性主要是由于重建体数据的灰度变化和灰度直方图的宽度,在实际情况下,模态灰度值的分布不是高斯分布,而是近高斯分布。因此,为了量化不同材料间的灰度离散值,针对其灰度模态的拟合函数采用加权标准差配合拟合曲线 68.26%分位的插值结果进行计算,进而得到灰度阈值的上下限  $T_r$  与  $T_l$ , 如式(10)所示。

$$\begin{cases} T_l = T_v + u_{iv} \\ T_r = T_v - u_{iv} \end{cases} \quad (10)$$

将计算得到的阈值  $T_l$ 、 $T_r$ 、 $T_v$  代入等值曲面提取的算法中,可以得到被测对象的点信息,进而可以量化表面测定造成的体素数量的不确定度  $u_{sur}$ ,如图 5 所示。

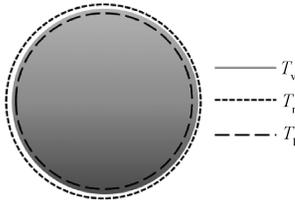


图 5 表面测定不确定度示意图

Fig. 5 Surface measurement uncertainty schematic diagram

#### 1.4 点云拟合的不确定度 $u_{fit}$

X 射线三维尺寸测量机的数据拟合以表面测定得到点云模型作为初始数据,以最小二乘法为主要的拟合算法进行计算<sup>[17]</sup>,由式(11)的标准球模型为基础。

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2 \quad (11)$$

由于,标准球存在多个系数与变量,对基础模型采用多元线性回归模型进行计量分析,设定观测值  $l_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ ,得到模型的回归方程为:

$$\hat{l} = ax + by + cz + d \quad (12)$$

其中,  $x_c, y_c, z_c$  是球心坐标,  $x_i, y_i, z_i$  为表面测定的点,  $R$  为拟合半径,  $a = 2x_c, b = 2y_c, c = 2z_c, d = R^2 - (x_c^2 + y_c^2 + z_c^2)$ ,基于式(12),进而计算  $n$  个观测值  $l_i$  与回归值  $\hat{l}_i$  的最小残差平方和如式(13)所示。

$$Q = \sum_{i=1}^n (l_i - \hat{l}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (l_i - ax_i - by_i - cz_i - d)^2 \quad (13)$$

基于式(13),采用正规方程,将方程中的参数矩阵化,变换得到回归方程各变量的解矩阵  $B$ 。

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (14)$$

其中,  $B = (a, b, c, d)^T, Y = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T$  为观测值矩阵,  $X$  为点信息的矩阵。

最后,将  $(X^T X)^{-1} X^T$  计算得到的回归系数矩阵  $E$  作为传递系数,结合观测值残差引入的不确定度  $u_i$  式(15),计算得到回归方程各变量的不确定度如式(16)所示。

$$u_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [l_i - (ax_i + by_i + cz_i + d)]^2}{n - 1}} \quad (15)$$

$$\begin{cases} u_a = 2u_x = \sqrt{e_{00}^2 + e_{01}^2 + \dots + e_{0n}^2} \times u_i \\ u_b = 2u_y = \sqrt{e_{10}^2 + e_{11}^2 + \dots + e_{1n}^2} \times u_i \\ u_c = 2u_z = \sqrt{e_{20}^2 + e_{21}^2 + \dots + e_{2n}^2} \times u_i \\ u_d = \sqrt{e_{30}^2 + e_{31}^2 + \dots + e_{3n}^2} \times u_i \end{cases} \quad (16)$$

将计算的结果结合球心距的欧式距离计算公式(17),得到球心距的标准不确定度  $u_{fit}$ 。

$$l_{SD} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (17)$$

$$u_{fit} = \sqrt{\left(\frac{\partial l_{SD}}{\partial \Delta x}\right)^2 \times u(\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial l_{SD}}{\partial \Delta y}\right)^2 \times u(\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial l_{SD}}{\partial \Delta z}\right)^2 \times u(\Delta z)^2} \quad (18)$$

#### 1.5 MCM 验证

针对上述非线性测量模型,本文采用如图 6 所示的 MCM<sup>[18-20]</sup> 进行对比验证,以得到可靠性更高的结果。

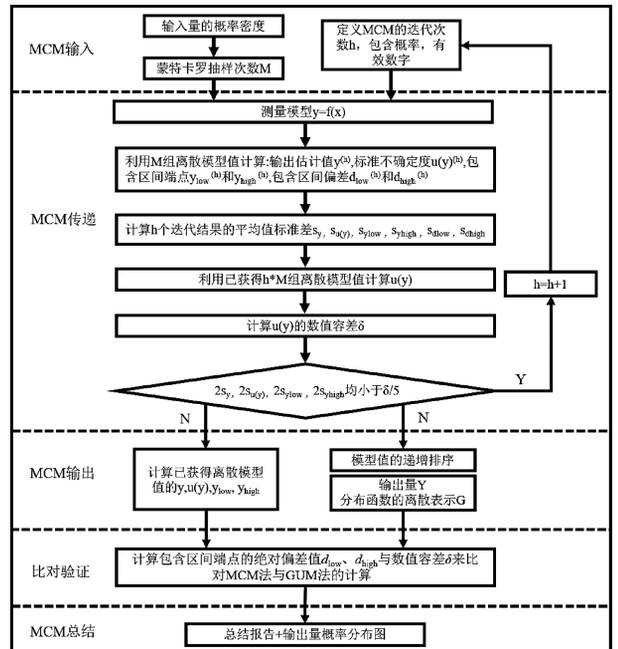


图 6 MCM

Fig. 6 Monte Carlo method

#### 1.6 投影与体数据不确定度 $u_v$

针对原始投影数据、重建数据等难以评定的分量,引

入测量程序造成的体素数量不确定度  $u_p$ , 为了不低估其值, 需要在“合理”的扫描条件下重复测量标准球棒以得到其不确定度。然而, 在 X 射线检测中, 单次测量实验会耗费大量的时间, 因此, 在实验中通常只进行少数重复测量, 然而少量重复测量过程无法完全代表 X 射线三维尺寸测量机系统综合效应带来的不确定度, 可以认为不确定度可能被低估, 因此, 参照 GB/T 18779.2-2023 的评估指南, 需要采用测量得到数据集的标准偏差乘以服从  $t$  分布的安全因子  $h$  的结果作为标准不确定度。

由于尺寸计算模型中, 原始投影数据与体数据的不确定度无法直接量化, 因此, 将优化的测量程序不确定度  $u_p$  作为体素数量的最终不确定度, 与各阶段互补, 得到投影与体数据的综合不确定度  $u_v$ :

$$u_v = \sqrt{u_p^2 - u_{sur}^2 - u_{fit}^2} \quad (19)$$

## 2 标准器的量值传递与溯源

### 2.1 溯源试验及结果

本文以自行研制的球棒标准器作为媒介, 使用中国计量科学研究院示值误差不确定度为  $(0.08+L/1\ 000)\ \mu\text{m}$  的 F25 微纳坐标测量机对其进行了校准实验。实验在洁净室中进行, 温度为  $(20\pm 0.5)\ ^\circ\text{C}$ , 湿度为  $(50\pm 5)\ %\ \text{RH}$ , 如图 7 所示。



图 7 球棒标准器溯源实验

Fig. 7 Ball bar standard traceability experiment

通过变换球棒标准器的位姿进行重复实验, 采用 Calypso 软件进行分析, 结合 JJF 1059 系列标准, 完成了长、短球棒标准器的评定, 得到的球心距数据如表 1 所示, 其中短球棒的长度为  $32.979\ 4\ \text{mm}$ , 长球棒的长度为  $52.408\ 5\ \text{mm}$ 。

表 1 球棒溯源结果

Table 1 Ball bar traceability results

类型	校准值/mm	$U_{cal}/\mu\text{m}(k=2)$
短球棒	32.979 4	1.1
长球棒	52.408 5	0.8

### 2.2 量传试验及结果

测量实验位于南京市计量监督检测院的 CT 实验室, 采用的 X 射线三维尺寸测量机如图 8 所示, 型号为 METROTOM 1500。

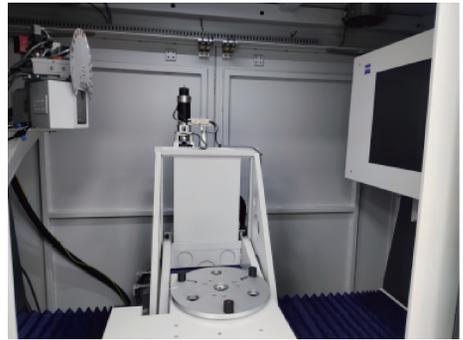


图 8 METROTOM 1500

Fig. 8 METROTOM 1500

扫描时, 观察标准器的局部投影数据, 如图 9 所示, 投影数据良好, 没有出现未穿透或者过曝的现象, 随后, 进行测量数据的可视化, 得到标准器的三维体素模型。

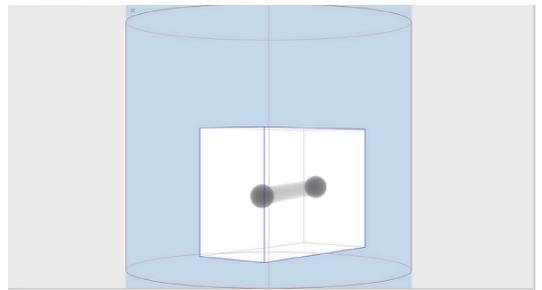


图 9 标准器局部投影模型

Fig. 9 Standard local projection model

Calypso 与 VG Studio 是两款专用于体素数据的后处理软件, 通过一定的测量、评定策略对可视化的模型进行几何量评定, 为了避免标准球下半部分胶水的影响和测量过程中存在各向异性的情况, 借鉴国标 GB/T 34874.3 推荐的探测点分布图, 选取标准球上半部分的 600 个测量点作为采样策略, 样条、低通滤波以及粗差清除等作为评定策略, 最后, 通过最小二乘法完成几何量评定。

为了保证数据的可靠性, 依照上述流程, 对不同标准器进行了多次测量实验, 每次重建基于单一 CT 体素模型采用两种不同的后处理软件分别进行了评定, 求取其平均值作为测量值, 并进行环境补偿, 最终, 完成了几何量的测量试验, 结果如表 2 所示。

表 2 球棒测量结果

Table 2 Ball bar measurement results

类型	测量值/mm
短球棒	32.977 7
长球棒	52.406 5

### 3 体素模型不确定度评定

#### 3.1 表面测定不确定度评定

原始数据经过重建得到体数据模型,其剖视图如图 10 所示。



图 10 球棒标准器体数据模型

Fig. 10 Volume data model of ball bar standard

影响原始数据的动态误差、噪声、偏移将通过重建算法作用于体数据模型之中,为了探究其影响力,生成高斯分布的噪声对体数据进行了 2 100 次模拟实验,得到不同 2 100 组的体数据灰度分布直方图,部分结果如图 11(a)、(b) 所示。

阈值的影响程度取决于直方图特征信息与无关信息模态灰度值的不确定度,其中,标准器的全局体数据模型的灰度直方图涉及背景、碳纤维、环氧树脂胶水、氮化硅陶瓷等材料,为多个近高斯分布,从图 13 可以看出标准球的灰度直方图存在 3 个峰值,其中最左的为背景的灰度分布,中间的为碳纤维杆以及环氧树脂胶水的灰度分布,最右的为标准球的灰度分布,然而,灰度直方图各分布之间没有明显的灰度与量值的分界性,因此,为了量化灰度离散性的不确定度,首先将模拟得到的各灰度模态值,通过多项高斯模型进行拟合,如图 12(a)、(b) 所示,得到了拟合优度优于 0.991 7 的高斯模态分布图。

随后,基于拟合球棒的模态分布图,进行加权归一化灰度标准差的计算,并采用线性差值法得到模态分布图

表 4 球棒模态参数概率密度分布

Table 4 Probability density distribution of the modal parameters of the ball bar

类型	输入量	可获得信息					分布
		$\mu$	$\sigma$	$\nu$	$a$	$b$	
短球棒	$M_1$	0.178 27	$2.26 \times 10^{-3}$	—	—	—	$N(\mu, \sigma^2)$
	$M_2$	0.842 47	$4.08 \times 10^{-3}$	—	—	—	$N(\mu, \sigma^2)$
长球棒	$M_1$	0.200 24	$1.10 \times 10^{-3}$	—	—	—	$N(\mu, \sigma^2)$
	$M_2$	0.850 88	$1.99 \times 10^{-3}$	—	—	—	$N(\mu, \sigma^2)$

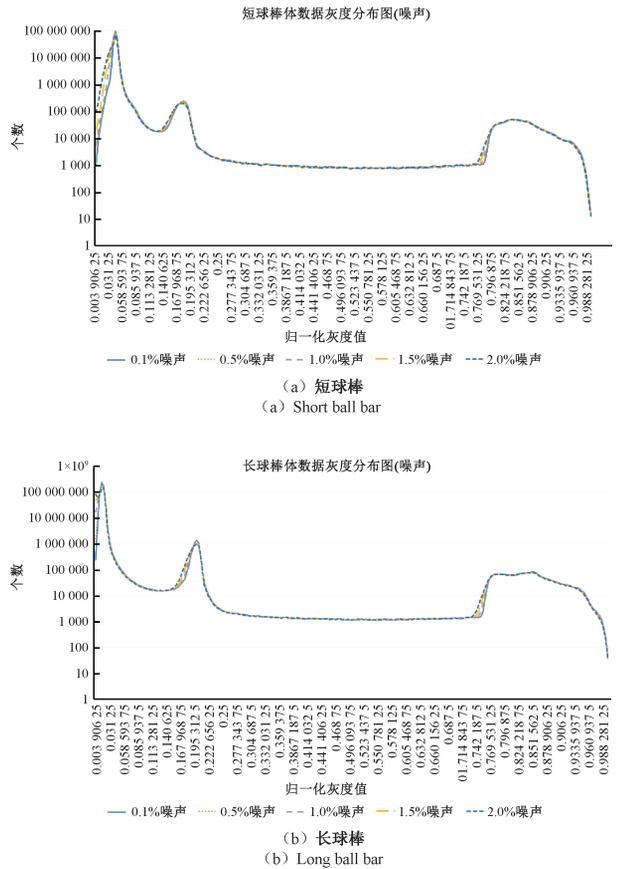


图 11 球棒体数据灰度分布图(噪声)

Fig. 11 The gray distribution map (noise) of the ball bar volume data

68.26% 区间内的左右端差值进行验算,得到碳纤维与氮化硅的模态阈值不确定度,代入式(9)中,进而计算 GUM 法的长、短球棒灰度离散标准不确定度  $u_T$ ,如表 3 所示。

表 3 球棒阈值体素数量不确定度

Table 3 Uncertainty of threshold voxel number of ball bar

类型	$u_T$
短球棒	$2.33 \times 10^{-3}$
长球棒	$1.14 \times 10^{-3}$

随后,采用 MCM 进行二次计算,基于上述数据,设定不同材料模态灰度值均为正态分布,如表 4 所示。

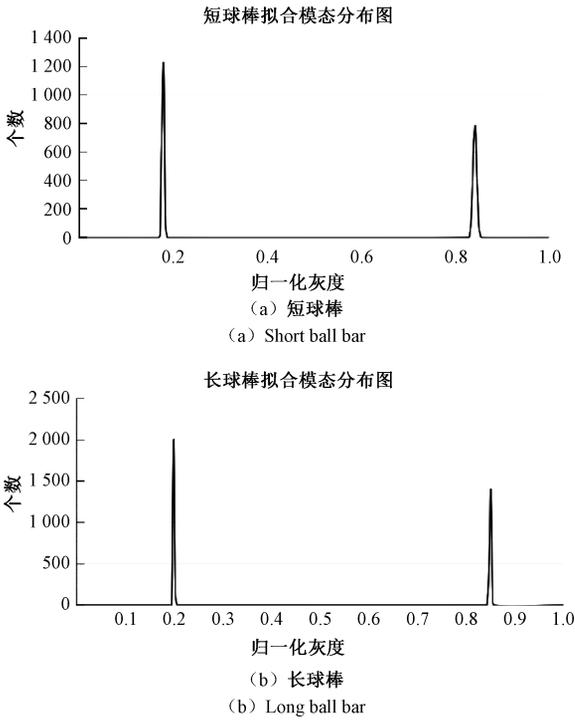


图 12 球棒体数据拟合函数灰度分布图  
Fig. 12 The gray distribution map of the fitting function of the ball bar volume data

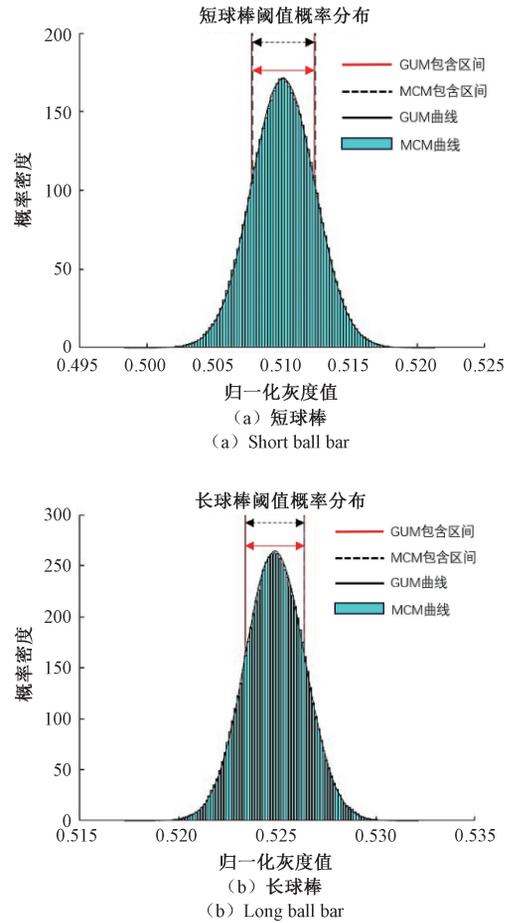


图 13 球棒阈值概率分布  
Fig. 13 Threshold probability distribution of ball bar

根据表 4 的概率分布信息,设定 MCM 单次试验样本量为 10 000,包含因子  $k = 1$  以及阈值数值容差  $\delta_T = 5 \times 10^{-6}$ ,参照 1.5 小节的运算流程,分别进行运算,其结果与概率分布,如表 5、图 13(a) 和 (b) 所示。

表 5 球棒 MCM 阈值评定结果

Table 5 The MCM evaluation results of the threshold of the ball bar

类型	$M$	$T_v$	$u_{iv}$	包含区间	$d_{low,iv}$	$d_{high,iv}$
短球棒	$5.8 \times 10^7$	0.510 37	$2.33 \times 10^{-3}$	[0.508 03, 0.512 67]	$4 \times 10^{-6}$	0
长球棒	$1.2 \times 10^5$	0.525 56	$1.14 \times 10^{-3}$	[0.524 43, 0.526 70]	$5 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$

基于上述图表可得,阈值的包含区间各自端点的绝对偏差  $d_{low,iv}$  与  $d_{high,iv}$  均小于数值容差  $\delta_T$ ,因此,选择 GUM 法的结果  $u_{iv}$  作为球棒标准器阈值的 uncertainty,将其 uncertainty 作用于重建图中,如图 14 所示,得到表面测点的偏差造成的体素数量的 uncertainty  $u_{sur}$  分别为  $1.62 \times 10^{-3}$  与  $6.0 \times 10^{-4}$ 。

### 3.2 点云拟合 uncertainty 评定

将球棒标准器基于表面测定获得的点信息采用最小二乘法拟合可以得到最终的体素模型。然而,在实际模型中由于粗大误差点、噪声等因素的存在,最小二乘法的特性使其会“牺牲”好的数据点去平衡整体的模型,导致精度的下降,因此,为了减小评定误差,首先需要对粗大、噪声数据进行剔除,再通过迭代运算得到球棒的修正点

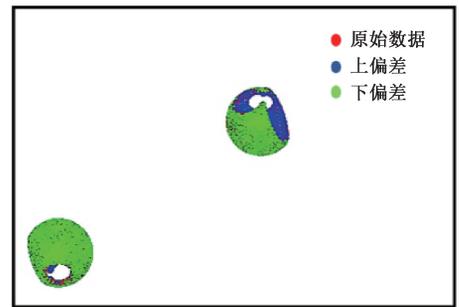


图 14 球棒离散表面测点图

Fig. 14 Ball bar discrete surface measuring point diagram  
云模型,随后,采用 1.4 小节的不 uncertainty 评定方法,才能得到最终相对准确的球心坐标 uncertainty,结果如表 6 所示。

表 6 球棒球心数据参数表

Table 6 Ball bar cardiac data parameter table

球编号	长球棒球心不确定度/voxels			短球棒球心不确定度/voxels		
	X 坐标	Y 坐标	Z 坐标	X 坐标	Y 坐标	X 坐标
1	$3.72 \times 10^{-4}$	$3.71 \times 10^{-4}$	$3.73 \times 10^{-4}$	$5.62 \times 10^{-4}$	$5.59 \times 10^{-4}$	$5.60 \times 10^{-4}$
2	$3.23 \times 10^{-4}$	$3.24 \times 10^{-4}$	$3.23 \times 10^{-4}$	$5.16 \times 10^{-4}$	$5.14 \times 10^{-4}$	$5.14 \times 10^{-4}$

将球心参数代入式(18),计算得到了 GUM 法长、短球棒球心距的拟合体素数量不确定度  $u_{fit}$ , 分别为  $7.6 \times 10^{-4}$  与  $4.9 \times 10^{-4}$ 。

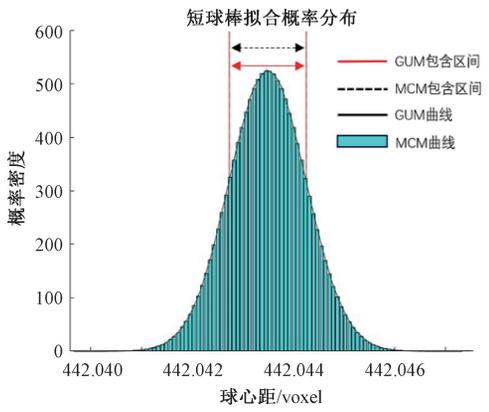
随后,采用 MCM 进行二次计算,由于观测值的不确

定度采用贝塞尔公式得到为正态分布,因此,设定球心坐标不确定度为正态分布,蒙特卡洛单次试验样本量为 10 000,包含因子  $k=1$  以及长度数值容差  $\delta_{SD} = 5 \times 10^{-6}$ , 结果如表 7、图 15(a) 和(b) 所示。

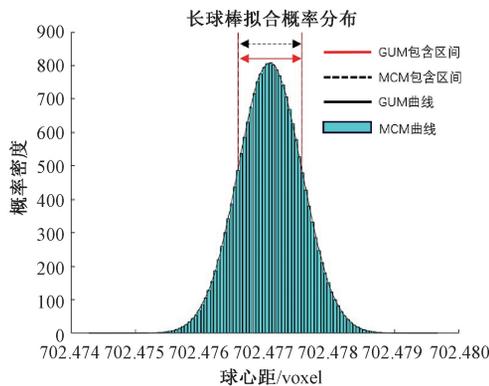
表 7 球棒 MCM 拟合评定结果

Table 7 MCM fitting evaluation results of ball bar

类型	$M$	$u_{fit}/\text{voxels}$	包含区间/voxels	$d_{low,SD}$	$d_{high,SD}$
短球棒	$5.59 \times 10^6$	$7.6 \times 10^{-4}$	[442.042 73, 442.044 24]	$4 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$
长球棒	$2.38 \times 10^6$	$4.9 \times 10^{-4}$	[702.476 58, 702.477 57]	0	$4 \times 10^{-6}$



(a) 短球棒  
(a) Short ball bar



(b) 长球棒  
(b) Long ball bar

图 15 球棒拟合概率分布

Fig. 15 Fitting probability distribution of ball bar

基于上述图表可得,长度包含区间各自端点的绝对偏差  $d_{low,SD}$  与  $d_{high,SD}$  均小于数值容差  $\delta_{SD}$ ,因此选择 GUM

法得到结果  $u_{fit}$  作为长度标准器拟合的不确定度。

### 3.3 投影与体数据不确定度评定

针对球棒标准器的投影数据,重建数据等难以评定的不确定度,引入测量程序造成的体素数量不确定度  $u_p$ , 通过调整扫描参数,得到“合理”扫描条件下的多次测量结果及其不确定度,并引入安全因子  $h=1.7$ ,结果如表 8 所示。

将  $u_{sur}, u_{fit}, u_p$  的测量结果代入式(19)中,得到长、短球棒投影与体数据的体素数量不确定度分别为  $1.091 \times 10^{-2}$  与  $1.381 \times 10^{-2}$ 。

### 3.4 体素模型标准不确定度

针对实验得到数据,对球棒标准器的球心距体素模型不确定度进行评定,将  $u_{sur}, u_{fit}, u_v, u_p$  代入式(7)中,得到尺寸计算各阶段标准器的不确定度,结果如下:

基于表 9 的数据,可以看出,在球棒的体素不确定度模型中,投影与体数据的综合不确定度量值最大,表面测定与点云拟合的不确定度呈同等量级,且与球心距的大小无关。最终,得到长、短球棒体素模型的综合不确定度评定结果为  $0.989 \mu\text{m}$  与  $1.098 \mu\text{m}$ 。

### 3.5 传统参量不确定度评定

#### 1) 温度效应

温度变化对于几何量值的影响与被测对象的线膨胀系数相关,球棒标准器由氮化硅陶瓷与碳纤维组成,在  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  时,其线膨胀系数分别为  $2.8 \times 10^{-6}/\text{K}$  和  $-0.5 \times 10^{-6}/\text{K}$ ,测量环境温度变化  $\Delta t$  为  $\pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,因为体膨胀的均化效应,设定两者分布为均匀分布,分布合成为梯形分布,  $k = \sqrt{6}$ ,结果如表 10 所示。

表 8 球棒标准器测量程序体素长度表

Table 8 Ball bar standard measurement program voxel length table

管电压/kV	管电流/ $\mu\text{A}$	曝光时间/ms	增益	投影数	短球棒/voxels	长球棒/voxels
180	330	0.667	16 $\times$	2 050	442.070 10	702.527 22
200	520	0.667	4 $\times$	2 250	442.094 23	702.539 29
200	400	0.667	8 $\times$	1 850	442.067 42	702.515 16
220	640	0.667	12 $\times$	2 050	442.091 55	702.548 67
体素数量平均值 $n_{act}$					442.080 83	702.532 58
体素数量平均值标准差 $u_p$					$1.106 \times 10^{-2}$	$1.383 \times 10^{-2}$

表 9 体素模型不确定度

Table 9 Uncertainty of voxel model

类型	$u_{v, sd}/\mu\text{m}$	$u_{sur, sd}/\mu\text{m}$	$u_{fit, sd}/\mu\text{m}$	$u_{p, sd}/\mu\text{m}$
短球棒	0.980	0.558	0.548	0.989
长球棒	1.096	0.378	0.377	1.098

表 10 温度效应标准不确定度

Table 10 Standard uncertainty of temperature effect

类型	$u_w/\mu\text{m}$
短球棒	0.032
长球棒	0.044

2) 舍入误差

在软件运算时,实数根据舍入原则在计算机中通常采用浮点表示法,在数据处理时,对于有效数字之外的量级通常会进行数据修约。在计量学中,一般按照“四舍五入”的原则对原始数据或计算值进行近似,修约数为修约间隔  $\delta$  的整数倍,修约后引入的最大误差为修约间隔的一半<sup>[21]</sup>,且满足均匀分布,取  $k = \sqrt{3}$ 。在 X 射线三维尺寸测量机的数据处理过程中,将涉及积分、对数等一系列数据运算,数据量巨大,因此,为了兼顾数据的可靠性与运算速度,采用单、双精度混合的浮点型的数据类型对每一次运算进行数据修约,保留 7 或 15 位有效小数位数。因此,设定以体素为单位的修约间隔  $\delta = 1 \times 10^{-7}$ ,然而, X 射线三维尺寸测量机的最终结果通常保留以毫米为单位的四位有效小数,而对于过程的舍入误差通常在  $10^{-6}$  和  $10^{-7}$  量级,可以忽略不计。因此,主要针对最终结果进行评定,设定修约间隔  $\delta = 0.1 \mu\text{m}$ ,得到舍入误差的不确定度  $u_\delta$ 。

$$u_\delta = \frac{a}{k} = \frac{\delta}{2\sqrt{3}} \approx 0.029 \mu\text{m} \quad (20)$$

3.6 扩展不确定度

综上所述,针对得到所有的数据,采用式(21)对球棒标准器的球心距进行最终的不确定度进行评定,结果如表 11 所示。

$$u_{SD} = \sqrt{u_{p, sd}^2 + u_w^2 + u_\delta^2} \quad (21)$$

表 11 球棒尺寸测量不确定度

Table 11 Uncertainty in measuring ball bar size

类型	$u_{SD}/\mu\text{m}$
短球棒	1.0
长球棒	1.1

合成标准不确定度结合了传统与体素空间的影响因子,其中由测量程序引入的不确定度在所有不确定度分量中占主要成分,其余多数影响量的效应同等量级,因此设定长度测量的合成标准不确定度为 t 分布,取包含因子  $k = 2$ ,得到最终的扩展不确定度  $U_{SD}$  分别为  $2.0 \mu\text{m}$  与  $2.2 \mu\text{m}$ 。

3.7 不确定度评定结果的应用

为了定量验证计量结果的可靠性,针对上述的计量方法,参照国际标准 VDI/VDE 2630 Blatt 2.1,引入不确定度验证因子  $g_{pp}$  与  $E_N$ 。

首先, METROTOM 1500 的长度最大允许测量误差(maximum permissible error, MPE)为  $(4.5 + L/50) \mu\text{m}$ ,因此,基于长、短球棒的校准值,得到它们的实际 MPE 为  $5.2 \mu\text{m}$  与  $5.6 \mu\text{m}$ ,结合其扩展不确定度,计算得到适应性验证因子  $g_{pp}$  的结果,如式(22)所示。

$$g_{pp} = \begin{cases} \frac{U_{SD}}{MPE} = \frac{2.0 \mu\text{m}}{5.2 \mu\text{m}} = 38.5\% \\ \frac{U_{SD}}{MPE} = \frac{2.2 \mu\text{m}}{5.6 \mu\text{m}} = 39.3\% \end{cases} \quad (22)$$

结果表明,评定得到的不确定度均为小于 MPE 的 40%,可以认为 X 射线三维尺寸测量机当前的测量能力足够,且采用的计算方法得到的不确定度具有一定的可靠性。

其次,根据校准、测量与评定的结果,如式(23)所示。

$$E_N = \frac{|(L_{mean}) - (L_{ref})|}{\sqrt{U_{cal}^2 + U_{SD}^2}} \quad (23)$$

其中,  $L_{mean}$  为测量的平均值;  $L_{ref}$  为对应的校准值。

得到长、短球棒的一致性因子  $E_N$  分别为 0.85 与 0.91,均不大于 1,因此,可以认为测量值与校准值在其各自不确定度范围内具有一致性,测量结果与评定结果匹配。

## 4 结 论

论文针对 X 射线三维尺寸测量机现阶段计量方法较为传统的问题,提出了一种基于体素空间进行不确定度评定的方法。通过将标准器作为研究对象,探究了体素模型的不确定度因子,解决了体素模型难以评定的问题,基于此,对其尺寸输出链进行了分析,设计了体素空间的不确定度评定框架,并采用实验与模拟的形式,通过不确定度传播与概率分布传播的方法,完成了各阶段测量模型的不确定度评定以及最终的结果验证。结果表明,论文的研究细化了 X 射线三维尺寸测量机的影响因子,拓展了单一评定方法与传统评定指标的计量评定范围,实现了传统计量方法向数字化计量的初步延伸。未来的研究将致力于优化不确定度模型,探索计量评定方法,逐步提高评定结果的可靠度,并实现 X 射线三维尺寸测量机的数字化计量,以应对未来更加多样化、个性化的 X 射线三维尺寸测量机。

## 参考文献

- [ 1 ] 赵金涛. 显微 CT 系统标定关键技术的研究[D]. 天津:天津大学, 2017.  
ZHAO J T. Research on the key technology of microscopic CT system calibration[D]. Tianjin: Tianjin University, 2017.
- [ 2 ] 张理泽, 沈宽, 张博. 基于改进 SIFCM 和区域生长的三维 CT 图像缺陷体积测量[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(6): 77-85.  
ZHANG L Z, SHEN K, ZHANG B. Defect volume measurement of three-dimensional CT images based on improved SIFCM and region growing [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(6): 77-85.
- [ 3 ] 刘舜, 卢洪义, 章斌, 等. 含缺陷固体火箭发动机燃面自适应提取算法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(5): 135-141.  
LIU SH, LU H Y, ZHANG B, et al. Adaptive extraction algorithm for burning surface of solid rocket motor with defects[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(5): 135-141.
- [ 4 ] 钟翼龙, 张晓凤, 刘祎斌, 等. 填充材料 CT 图像中脱粘缺陷识别与深度测量[J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(1): 178-186.  
ZHONG Y L, ZHANG X F, LIU Y B, et al. Identification and depth measurement of debonding defects in CT images of filling materials[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(1): 178-186.
- [ 5 ] WIM D, HARALD B, SIMONE C, et al. Advances in the metrological traceability and performance of X-ray computed tomography [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2022, 71(2): 693-716.
- [ 6 ] 李敬, 李寿涛, 程云, 等. 工业计算机断层成像几何尺寸测量不确定度评定[J]. 无损检测, 2021, 43(1): 24-28.  
LI J, LI SH T, CHENG Y, et al. Evaluation of uncertainty of geometric dimension measurement in industrial computed tomography [J]. Nondestructive Testing, 2021, 43(1): 24-28.
- [ 7 ] 齐子诚, 倪培君, 唐盛明, 等. 基于工业 CT 直径测量的不确定度评估技术研究[J]. 兵器材料科学与工程, 2017, 40(6): 96-99.  
QI Z CH, NI P J, TANG SH M, et al. Research on uncertainty evaluation technology based on industrial CT diameter measurement [J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2017, 40(6): 96-99.
- [ 8 ] FILIPPO Z, MARCO S, ENRICO S, et al. Dimensional verification of metal additively manufactured lattice structures by X-ray computed tomography: Use of a newly developed calibrated artefact to achieve metrological traceability[J]. Additive Manufacturing, 2021, 47: 102229.
- [ 9 ] PRANIEWICZ M, FOX J C, SALDANA C. Toward traceable XCT measurement of AM lattice structures: Uncertainty in calibrated reference object measurement[J]. Precision Engineering, 2022, 77: 194-204.
- [ 10 ] 乔凯, 陈健, 李中国, 等. 锥束 CT 图像中的印刷电路板导线自动检测方法[J]. 光学精密工程, 2016, 24(2): 413-421.  
QIAO K, CHEN J, LI ZH G, et al. Automatic detection method of printed circuit board wires in cone-beam CT images [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(2): 413-421.
- [ 11 ] 杨树明, 张国锋. 柔性测量方法及其发展趋势[J]. 航空制造技术, 2016(8): 16-20.  
YANG SH M, ZHANG G F. Flexible measurement methods and their development trends [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2016(8): 16-20.
- [ 12 ] DEWULF W, KIEKENS K, TAN Y, et al. Uncertainty determination and quantification for dimensional measurements with industrial computed tomography [J]. CIRP Annals, 2013, 62(1): 535-538.
- [ 13 ] 蒋上海, 马致臻, 罗彬彬, 等. 基于局部线性关系的扇束 X 射线荧光 CT 几何校正研究[J]. 光学学报, 2021, 41(20): 54-62.  
JIANG SH H, MA ZH ZH, LUO B B, et al. Geometric correction of fan-beam X-ray fluorescence CT based on

- local linear relationship[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(20): 54-62.
- [14] 李雷, 余海军, 谭川东, 等. 射线源平移扫描 CT 解析重建算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(2): 187-195.  
LI L, YU H J, TAN CH D, et al. Research on analytical reconstruction algorithm of X-ray source translation scanning CT [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(2): 187-195.
- [15] 夏平, 彭程, 施宇, 等. 复 Contourlet 域 TS-MRF 模型的医学 CT 影像分割[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(10): 155-163.  
XIA P, PENG CH, SHI Y, et al. Medical CT image segmentation of TS-MRF model in complex Contourlet domain[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2022, 41(10): 155-163.
- [16] LIFTON J J, MALCOLM A A, MCBRIDE W J. On the uncertainty of surface determination in X-ray computed tomography for dimensional metrology[J]. Measurement Science and Technology, 2015, 26(3): 1-8.
- [17] SHI Y, ZHAO G, HU C, et al. Comparative study of the representative algorithms for fitting spherical target based on point cloud[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-16.
- [18] 国家质量监督检验检疫总局. 用蒙特卡洛法评定测量不确定度: JJF 1059.2-2012[S]. 北京: 全国法制计量管理计量技术委员会, 2012: 6-11.  
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Evaluation of measurement uncertainty by monte carlo method: JJF 1059.2-2012[S]. Beijing: National Legal Metrology Management Measurement Technical Committee, 2012: 6-11.
- [19] 方兴华, 宋明顺, 顾龙芳, 等. 基于自适应蒙特卡罗方法的测量不确定度评定[J]. 计量学报, 2016, 37(4): 452-456.  
FANG X H, SONG M SH, GU L F, et al. Evaluation of uncertainty in measurement based on adaptive monte carlo method[J]. Metrology, 2016, 37(4): 452-456.
- [20] LI L H, CHEN H X, WANG T H. Uncertainty evaluation in distance measurement by CMM based on monte carlo method[J]. Advanced Materials Research, 2013, 684: 429-433.
- [21] 张育闻. 基于混合基 FFT 的 LDV 多普勒频率算法及其引入的不确定度评定研究[D]. 杭州: 中国计量大学, 2022.  
ZHANG Y W. LDV Doppler frequency algorithm based on mixed-radix FFT and its uncertainty evaluation[D]. Hangzhou: China Jiliang University, 2022.

### 作者简介



**谭浩晨**, 2021 年于中国计量大学获得学士学位, 现于中国计量大学攻读硕士学位, 主要研究方向为精密测量与智能化仪器仪表。

E-mail: tanhc21@foxmail.com

**Tan Haochen** received his B. Sc. degree from China Jiliang University in 2021. Now he is a M. Sc. candidate in China Jiliang University. His main research interests include precision measurement and intelligent instrumentation.



**胡佳成** (通信作者), 2007 年于中国科学技术大学获得学士学位, 2012 于中科院上海光学精密机械研究所获得博士学位, 现为中国计量大学副教授, 研究方向为几何量及纳米计量。

E-mail: hujiacheng@cjl.u.edu.cn

**Hu Jiacheng** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from University of Science and Technology of China in 2007 and Ph. D. degree from Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences in 2012. Now he is an associate professor of China Jiliang University. His main research interests include geometric and nanometric metrology.