

DOI: 10.13382/j.jemi.B2407429

# 双轴倾角传感器离轴倾斜测量的误差校正\*

王 森<sup>1</sup> 常 颖<sup>2</sup> 崔尧尧<sup>2</sup> 刘 斌<sup>1</sup>

(1. 天津市复杂系统控制理论及应用重点实验室 天津理工大学电气工程与自动化学院 天津 300384;

2. 天津市计量监督检测科学研究院 天津 300192)

**摘 要:** 二维摆动台常由离轴布局的两个一维摆动台组成。双轴倾角传感器用于二维摆动台倾斜测量时,难以避免出现传感器安装误差。同时,离轴布局的摆动台存在二维转轴间的角度耦合,即底层摆动台倾斜会造成上方摆动台的角度测量偏差。首先,对上述二维离轴倾斜系统的角度误差进行了分析和建模,将误差分类为近似线性误差和非线性误差。线性误差包括竖直和水平方向的倾角传感器安装误差。非线性误差则仅由摆动台离轴布局造成。随后,联合线性单应矩阵和非线性离轴倾角模型,提出了针对两类误差的校正方法,并制定了自动校正流程。最后,为了检验所提方法的校正精度,在 $\pm 12^\circ$ 范围内进行了离轴角度调控实验。实验结果表明,二维摆动台倾斜角度测量精度由校正前的 $0.559^\circ$ 和 $-0.216^\circ$ 提高到了 $0.025^\circ$ 和 $0.013^\circ$ ,使角度误差减小了一个数量级。此外,为了进一步验证所提方法的有效性,与两种现有方法进行了对比实验。实验结果表明所提方法在校正精度和操作简易性方面均优于其他两种方法,证明了本文误差校正模型具有较高的完备性。

**关键词:** 双轴倾角传感器;单应变换;系统标定;非线性误差

**中图分类号:** TP212.9; TN206 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.4

## Error correction for off-axis tilt measurement using biaxial tilt sensor

Wang Sen<sup>1</sup> Chang Ying<sup>2</sup> Cui Yaoyao<sup>2</sup> Liu Bin<sup>1</sup>

(1. Tianjin Key Laboratory of Complex System Control Theory and Application, School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China; 2. Tianjin Institute of Metrological, Supervision and Testing, Tianjin 300192, China)

**Abstract:** The two-dimensional angular displacement table often consists of two two-dimensional angular displacement table. It is difficult to avoid installation errors when mounting a biaxial tilt sensor on a two-dimensional angular displacement table, which can lead to inaccuracies in the measurement of two-dimensional tilt angles. Meanwhile, there is a two-dimensional angular coupling between the rotating axes of the off-axis angular displacement table. And the tilt of the bottom angular displacement table will cause the angle measurement deviation of the upper angular displacement table. Based on the existing angle accuracy of the angular displacement table and the tilt sensor, we hope that a method can be proposed to correct the above linear and nonlinear angle errors through the system model establishment and error analysis. Our work consists of the following parts. First, the systematic angle errors of the two-dimensional off-axis tilting system are analyzed and modeled in this paper, which are categorized into quasi-linear errors and nonlinear errors. The quasi-linear errors include vertical and horizontal tilt sensor installation errors. The nonlinear error is only caused by the off-axis layout of the angular displacement table. Second, a correction method combining the linear homography matrix and the nonlinear off-axis inclination model is proposed for compensating the two types of errors. Furthermore, the automatic correction process is designed. Finally, the calibration accuracy of the proposed method was verified by experiments. In order to verify the calibration accuracy of the proposed method, the off-axis angle control experiment was carried out in the range of  $\pm 12^\circ$  to verify the calibration accuracy of the

收稿日期: 2024-04-14 Received Date: 2024-04-14

\* 基金项目: 天津市自然科学基金多元投入基金项目重点项目(21JCZDJC00760)、天津市“项目+团队”重点培养专项(创新类 XC202054)、天津理工大学校级研究生科研创新实践项目(Y2325)资助

proposed method. The experimental results proved that the measurement accuracy of the two-dimensional angular displacement table tilt angle is improved from  $0.559^\circ$  and  $-0.216^\circ$  before correction to  $0.025^\circ$  and  $0.013^\circ$ , which reduces the error by an order of magnitude. The method can meet the requirements of precise measurement and control of off-axis tilt angles. Furthermore, in order to verify the effectiveness of the proposed method, a comparative experiment was conducted with two existing methods. The experimental results show that the proposed method is superior to the other two methods in terms of accuracy and ease of operation. The errors of the biaxial tilt sensor mounted on a two-dimensional angular displacement table are analyzed and modeled, which are classified into quasi-linear errors and nonlinear errors. The corresponding correction method has been established by combining linear homography matrix and nonlinear off-axis inclination model. The experimental results proved that the proposed method effectively improve the measurement accuracy of the two-dimensional tilt angles. Compared with two existing methods, the accuracy of proposed method is higher, while the operation is much simpler.

**Keywords:** dual-axis tilt sensor; homography transformation; system calibration; nonlinear error

## 0 引言

双轴倾角传感器在军事研究<sup>[1]</sup>、测量校准<sup>[2-3]</sup>、飞行器控制<sup>[4]</sup>、机械加工<sup>[5]</sup>、医疗科技<sup>[6]</sup>和天文研究<sup>[7]</sup>等领域中的运动姿态测量方面被广泛采用。倾角传感器自身具有精度高、抗干扰能力强等优势,但在实际的安装过程中,不免会由于安装工艺误差产生角度误差影响。在实际的工程测量实践中,常用的方法是在一定的加工精度下,采用补偿算法对倾角传感器进行算法补偿<sup>[8]</sup>。

贾培刚等<sup>[9]</sup>针对车体双轴倾角传感器的测量敏感轴与对应倾斜轴之间的平行误差,建立了误差标定的数学模型,并相应提出了修正标定的方法,从而使倾角传感器的标定误差减小了一个数量级。但是,该方法并未考虑双轴倾角传感器的两个测量轴均与倾斜轴不平行的情况,也未考虑测量轴与倾斜轴在竖直方向存在角度误差情况。张起朋等<sup>[10]</sup>针对双轴倾角传感器的两个测量轴与相对应的倾斜轴均不平行的问题,通过坐标变换的方法给出了传感器姿态角在无误差和有误差情况下的求解模型,进而提出了双轴倾角传感器姿态角测量模型的标定算法。但是,该方法的验证实验标定角度范围较小,且该标定范围过程较为繁琐,同样未考虑在实际传感器安装时测量轴系与倾斜轴系竖直方向上的角度偏差。

因此,本文为了提高双轴倾角传感器实际应用场景下的测量精度和自动化的程度,通过分析可能造成倾角传感器角度误差影响,提出一种标定补偿的组合方法,对测量轴与倾斜轴之间的线性误差进行标定,对倾斜轴之间的非线性误差进行补偿。通过两个电动摆动台构建了离轴角度调控系统,在摆动范围 $[-12^\circ, 12^\circ]$ 内以 $3^\circ$ 为间隔进行了方法精度验证。

## 1 系统搭建

如图1所示,该系统主要由北京飞创义达同系列两种不同型号的 PGT15-130 和 PGT15-195 精密电控摆动台

垂直放置构成执行部分,该系列摆动台的传动机构采用蜗轮蜗杆驱动,采用弧形导轨作为导向机构,摆动的角度为 $\pm 15^\circ$ ,电机步距角为 $1.8^\circ$ ,传动比分别为320:1和450:1,8细分下分辨率分别为 $0.0007^\circ$ 和 $0.0005^\circ$ ,重复定位精度均小于 $0.005^\circ$ 。由于摆动台的角度控制依赖自身传动比、脉冲数量和相应的脉冲当量,相互垂直安装的摆动台导致的“旋转中心”偏移问题并不影响实际的倾斜角度,并且两个摆动台在各自方向上的角度执行是相互独立的。摆动台的旋转量计算公式如式(1)所示。

$$\theta = \frac{n \cdot d}{c} \quad (1)$$

其中, $\theta$ 为摆动台旋转角度, $n$ 为设置的脉冲数量,脉冲当量 $d$ 或称控制分辨率,即单个脉冲所产生的位移量或旋转量,传动比 $c$ 为电机旋转圈数与电控摆动台旋转的相对旋转圈数之比。其中摆动台的脉冲当量 $d$ 可由式(2)计算得到:

$$d = \frac{\varphi}{b \cdot x \cdot c} \quad (2)$$

其中, $\varphi$ 为电机步距角, $b$ 为步进电机每转整步数, $x$ 为细分数。

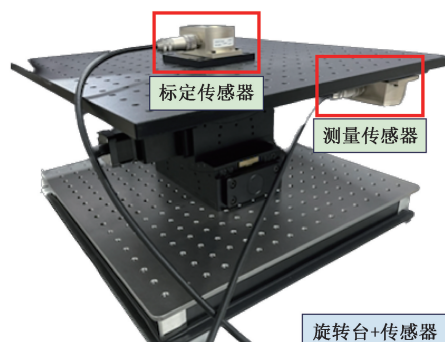


图1 系统布局示意图

Fig. 1 Schematic diagram of system layout

由于无法保证构建的离轴倾斜系统放置的桌面是绝对水平的,因此,离轴倾斜系统的倾斜角度包含所处桌面的倾斜角度误差。并且考虑测量摆动台零部件加工工艺

的影响,实际的测量平面的倾斜角度需要通过双轴倾角传感器进行测量和角度误差补偿的控制。双轴倾角传感器采用上海域鸿动力科技有限公司的  $H$  系列高精度倾角传感器,其采用 MEMS 感应芯片加工生产,对温度误差和非线性误差做了补偿和修正,并且常温下的精度  $< \pm 0.002^\circ$ 。考虑到日常测量实验过程中,测量台面需要放置被测工件,需要将倾角传感器安装在被测台面下方进行台面的测控。

## 2 系统误差分析

在理想情况下,忽略设备生产工艺误差及安装误差,即假定两个电控摆动台的倾斜方向绝对垂直,并且倾角传感器两个测量轴与摆动台两个倾斜方向相互平行。以传感器的其中一个测量轴为例分析,如图 2 所示,被测台面  $ab$  倾斜与水平线  $ac$  夹角为  $\theta$ ,标定传感器测量轴  $od$  与倾斜台面  $ab$  平行,又因为水平线  $oe$  和  $ac$  平行,则  $\theta = \theta_c$ 。说明在理想情况下,被测台面倾斜的角度等于标定传感器测得的角度。除此之外,假设被测台板上下平面相互平行,测量传感器测得的角度  $\theta_m$  等于标定传感器测得的角度  $\theta_c$ ,等于被测台面的倾斜角度  $\theta$ ,即  $\theta = \theta_c = \theta_m$ 。

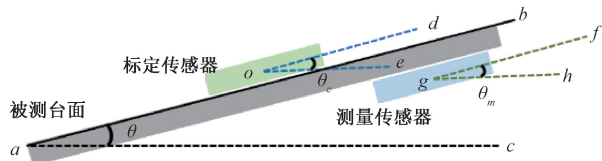


图 2 理想情况下角度分析示意图

Fig. 2 Schematic diagram of angle analysis under ideal conditions

然而,在工件生产和安装过程中存在误差,影响倾角传感器的角度测量和离轴倾斜系统的角度控制。本章将所搭建的离轴倾斜系统的误差分为“传感器安装误差”以及“离轴倾斜角度误差”进行分析。

### 2.1 传感器安装误差

由于离轴倾斜系统的零部件加工工艺和安装时会产生误差,在系统的竖直方向上产生一定的角度偏差叠加在倾角传感器的测量角度中,使基于倾角传感器对摆动台的角度测量与控制产生影响。如图 3 所示,构建的离轴倾斜系统在竖直方向上存在 4 个连接的安装平面,然而,在生产和安装的过程中无法保证该 4 个面保持平行,他们相互之间的微小倾斜都会影响载物台面和倾角传感器安装平面的角度状态。

值得注意的是,这种角度误差的存在虽然很难定量评估,但由于安装过程中或制造工艺导致的是恒定的系统误差,并不会在摆动台摆动过程中改变。

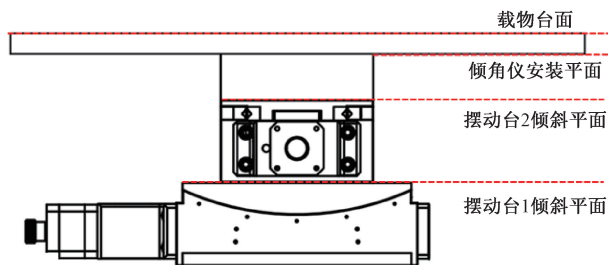


图 3 摆动台竖直方向上角度误差

Fig. 3 Angle error in the vertical direction of the angular displacement platform

接下来考虑双轴倾角传感器两个测量轴的安装方向和摆动台倾斜轴并非对应平行的角度影响。误差角度分布如图 4 所示。 $XOYZ$  代表摆动台倾斜轴坐标系,其并不是绝对垂直。 $xoy$  代表双轴倾角传感器的测量轴坐标系,两个轴与对应方向上的倾斜轴之间存在较小的夹角  $\varphi$  和  $\beta$ 。首先针对水平方向的角度误差进行定量分析。

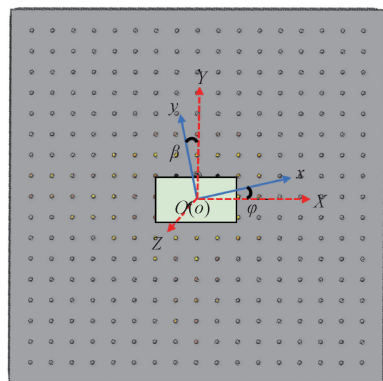


图 4 水平方向误差角度分布示意图

Fig. 4 Schematic diagram of horizontal error angle distribution

以  $x$  方向为例,假设理想测量轴  $\mathbf{x}_0 = [a, 0, 0]^T$ , 理想测量轴与对应方向的摆动台倾斜方向相平行,则实际测量轴  $\mathbf{x}_c$  可看作由理想测量轴绕  $Z$  轴旋转  $\varphi$  得到<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{x}_c = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\cos\varphi \\ a\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

使理想测量轴  $\mathbf{x}_0$  和实际测量轴  $\mathbf{x}_c$  均绕  $Y$  轴旋转  $\theta_x$  得到:

$$\mathbf{x}_0^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_x & 0 & \sin\theta_x \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_x & 0 & \cos\theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\cos\theta_x \\ 0 \\ -a\sin\theta_x \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{x}_c^1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_x & 0 & \sin\theta_x \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_x & 0 & \cos\theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a\cos\varphi \\ a\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\cos\varphi\cos\theta_x \\ a\sin\varphi \\ -a\cos\varphi\sin\theta_x \end{bmatrix} \quad (5)$$

理想测量轴  $\mathbf{x}_0^1$  的角度为:

$$\arctan \sqrt{\frac{a^2 \sin^2 \theta_x}{a^2 \cos^2 \theta_x}} = \theta_x \quad (6)$$

实际测量轴  $\mathbf{x}_c^1$  的角度为:

$$\arctan \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi \sin^2 \theta_x}{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos^2 \theta_x}} = \arctan \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi \sin^2 \theta_x}{1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \theta_x}} = \theta'_x \quad (7)$$

可以得到,实际测量轴  $\mathbf{x}_c$  在绕  $Y$  轴倾斜  $\theta_x$  后的角度  $\theta'_x$  在摆动台  $\theta_x \in [-15^\circ, 15^\circ]$  的区间范围内,随夹角  $\varphi$  的关系如图 5 所示,误差可近似为线性函数。同理,夹角  $\varphi$  对测量轴  $\mathbf{y}_c$ 、夹角  $\beta$  对测量轴  $\mathbf{x}_c$  和测量轴  $\mathbf{y}_c$  的影响是相对稳定的,即测量轴测得的角度随摆动台的倾斜近似为线性函数。

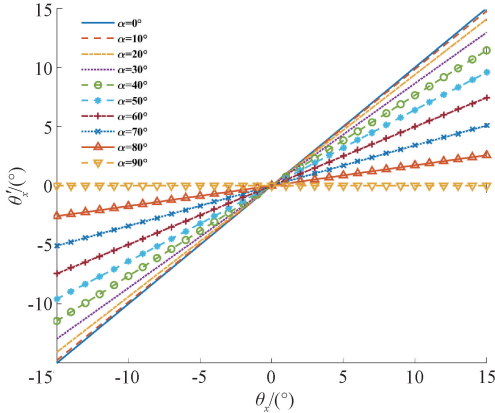


图 5 角度  $\theta'_x$  在  $\theta_x \in [-15^\circ, 15^\circ]$  随夹角  $\varphi$  变化关系图

Fig. 5 Relation between angle  $\theta'_x$  and angle  $\varphi$  when  $\theta_x \in [-15^\circ, 15^\circ]$

由以上分析证明,由于安装产生的倾角传感器和摆动台存在小的角度误差  $\varphi, \beta$ ,在摆动台  $\theta \in [-15^\circ, 15^\circ]$  的倾斜范围内与倾角传感器的角度测量是近似线性关系的。

## 2.2 离轴倾斜角度误差

由图 3 所示,摆动台 2 安装在摆动台 1 上,则摆动台 1 的转动会造成摆动台 2 发生角度的变化。

假设定义摆动台 1 控制  $Y$  方向倾斜,即控制测量台面绕  $X$  轴倾斜;而摆动台 2 控制  $X$  方向倾斜,即控制测量台面绕  $Y$  轴倾斜。若摆动台 2 倾斜  $\theta_x$ , 由式(4)可知,理想测量轴  $\mathbf{x}_0$  随着绕  $Y$  轴倾斜  $\theta_x$  得到:  $\mathbf{x}_0^1 = [a \cos \theta_x, 0, -a \sin \theta_x]^T$ , 并且由式(6)可以看到,此时的测量轴倾角为  $\theta_x$ 。若摆动台 1 倾斜  $\theta_y$ , 则测量轴  $\mathbf{x}_0^1$  随着绕  $X$  轴转动角度  $\theta_y$ , 得到测量轴  $\mathbf{x}_0^2$ :

$$\mathbf{x}_0^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_y & -\sin \theta_y \\ 0 & \sin \theta_y & \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \cos \theta_x \\ 0 \\ -a \sin \theta_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos \theta_x \\ a \sin \theta_x \sin \theta_y \\ -a \sin \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

此时的角度为:

$$\arctan \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}{\cos^2 \theta_x + \sin^2 \theta_x \sin^2 \theta_y}} = \arctan \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}{1 - \sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}} \quad (9)$$

对比式(6)和(9)可以看到,当  $\theta_y \neq 0$  时,测量轴  $\mathbf{x}_0^2$  的角度  $\neq \theta_x$ , 即当摆动台 1 参与倾斜时,测量轴  $\mathbf{x}_0$  在绕  $Y$  轴倾斜的角度值会受到  $\theta_y$  的影响。由此可以看出,摆动台 2 (即  $X$  方向)的角度受到摆动台 1 (即  $Y$  方向)的倾斜影响,存在小的非线性偏差  $error$ , 在  $Y$  方向摆动台运动后应当对  $X$  方向摆动台进行补偿。非线性偏差  $error$  的数学模型由式(10)描述,空间分布情况如图 6 所示。

$$error = \begin{cases} \theta_x - \arctan \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}{1 - \sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}} \theta_x \geq 0 \\ \theta_x - \arctan \left( -\sqrt{\frac{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}{1 - \sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y}} \right) \theta_x < 0 \end{cases} \quad (10)$$

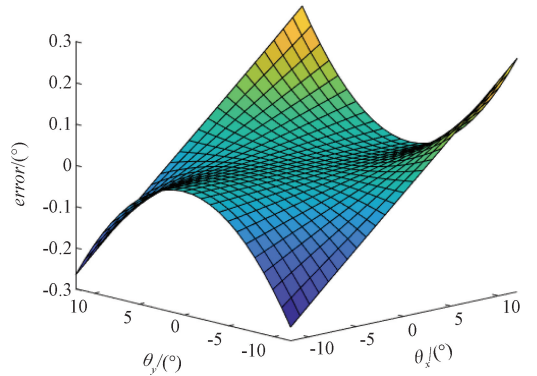


图 6 非线性偏差  $error$  空间分布情况

Fig. 6 Spatial distribution of nonlinear deviation error

## 3 方法原理

通过第 2 章的系统误差分析和证明,可以得出所构建的系统的误差是线性的和非线性的组合,而其中非线性的部分由式(10)可以量化表征,因此系统的角度误差需要先对线性部分进行标定,再根据式(10)进行  $X$  方向



的角度补偿。

由于竖直方向上的误差是由部件加工精度所引起,在实际的测量使用中难以量化建模。然而,将两个方向上运动或测量得到的角度值看作“角度网格平面”,将摆动台运动形成的角度平面类比计算机视觉中的世界平面,将传感器测量得到的角度平面类比相机拍摄的图像平面,受计算机视觉领域中“世界平面单应变换得到图像平面”<sup>[12-13]</sup>模型的启发,针对摆动台与倾角传感器形成的角度平面,本文提出一种无需建立摆动台系统线性误差数学模型的系统角度标定及控制方法。

空间平面在两个摄像机下图像点具有一一对应关系,并且该对应关系是齐次线性的,可由一个三阶矩阵即单应矩阵来描述<sup>[14-15]</sup>。单应性矩阵作为两幅图像像素点坐标之间的映射模型,不仅可以为图像特征匹配提供检验,也可以建立两幅图像之间的相机拍照位姿的变换关系<sup>[14]</sup>。假设  $\tilde{p}_i = (x_i, y_i, 1)^T$  为摆动台在两个方向上倾斜的角度值构成的齐次坐标,  $\tilde{P}_i = (X_i, Y_i, 1)^T$  为被测台面上倾角传感器测得的对应角度值  $i$  构成的齐次坐标,则  $\tilde{P}_i$  变换到  $\tilde{p}_i$  可以通过单应矩阵  $H_1$  得到,  $H_1$  为  $3 \times 3$  的矩阵,映射关系如式 (11) ~ (13) 所示<sup>[16-17]</sup>。

$$\tilde{p}_i = H_1 \tilde{P}_i \quad (11)$$

代入坐标可得:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

进而可以转化为:

$$\begin{cases} x_i = \frac{h_{11}X_i + h_{12}Y_i + h_{13}}{h_{31}X_i + h_{32}Y_i + h_{33}} \\ y_i = \frac{h_{21}X_i + h_{22}Y_i + h_{23}}{h_{31}X_i + h_{32}Y_i + h_{33}} \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $h_{33}$  为 1, 每组对应点获得两个方程, 即至少需要 4 组对应点才能求解出  $H_1$ , 对应点越多, 得出的  $H_1$  越精确<sup>[18-20]</sup>。利用求得的角度单应矩阵  $H_1$  可以轻松将测量台面两方向期望倾斜角度  $(X_i, Y_i)$ , 转化为摆动台所需要移动的角度  $(x_i, y_i)$ , 当  $i=0^\circ$ , 即  $(X_i, Y_i) = (0, 0)$  时, 摆动台按照计算得的角度  $(x_0, y_0)$  调整后, 能够实现测量台面角度控制的功能。

如第 2 章系统搭建中描述, 考虑到日常测量实验过程中, 测量台面需要放置被测工件, 需要将倾角传感器安装在被测台面下方进行台面的实时测控。而测量台面和图 3 中的倾角传感器安装平面之间并非绝对平行, 因此, 同理应当在测量台面和倾角传感器安装平面标定出两平面的单应矩阵  $H_2$ , 以实时监控测量台面的倾斜情况。

值得注意的是, 标定点即用于单应估计点的分布合理化, 不仅可以减少用于单应估计的点的数量, 减少标定

计算量, 还能使标定精度提升。单应估计是基于平面假设的, 意味着用于单应估计的点构成的平面性越好, 单应估计精度越高, 而由图 6 可以看到, 非线性误差点靠近倾斜轴  $\theta_x = 0^\circ$  及  $\theta_y = 0^\circ$  时均近似为  $0^\circ$ , 说明该角度位置处受到的非线性误差影响较小, 整体平面性较好, 因此构建单应估计的角度位置点选择倾斜轴  $\theta_x = 0^\circ$  及  $\theta_y = 0^\circ$  时的角度位置点效果最好。

综上所述, 针对如图 1 构建的角度调控系统的标定与控制方法如下:

1) 两个倾角传感器分别安装在测量台面上方和测量台面的底侧, 分别称为: 标定倾角传感器和测量倾角传感器。

2) 摆动台角度摆动固定的角度值  $(x_i, y_i)$ , 标定倾角传感器测得并记录  $(X_i, Y_i)$ , 测量倾角传感器测得并记录  $(a_i, b_i)$ , 重复至少 4 次。

3) 根据  $(x_i, y_i)$  和  $(X_i, Y_i)$  可求得单应矩阵  $H_1$ , 根据  $(X_i, Y_i)$  和  $(a_i, b_i)$  可求得单应矩阵  $H_2$ 。

4)  $H_1$  及非线性偏差 *error* 用来控制系统摆动台的摆动角度输入,  $H_2$  用来测量系统摆动后测量台面的实际角度值, 具体如图 7 所示。

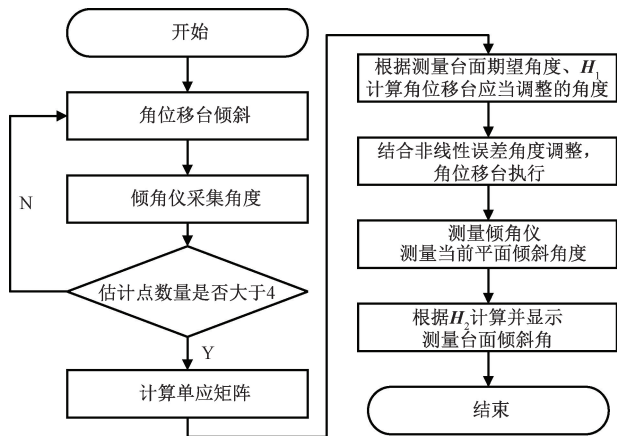


图 7 所提方法具体流程

Fig. 7 Flow chart of the proposed method

## 4 实验验证

### 4.1 测量台面平整度验证

首先, 将整个测量台面分为“左上、中上、右上、左中、中、右中、左下、中下、右下”9 个区域, 在摆动台倾斜角度为  $0^\circ$  时, 在每个区域中测量 10 组倾角传感器角度数据, 评估整个测量台面的平整度。测量台面上 9 个区域位置及每个区域的 10 组数据箱型图如图 8 所示。

通过分析图 8 可以看出, 测量台面较为平整, 在摆动台  $0^\circ$  的状态下, 测量平面上各个区域测出的倾斜角度相

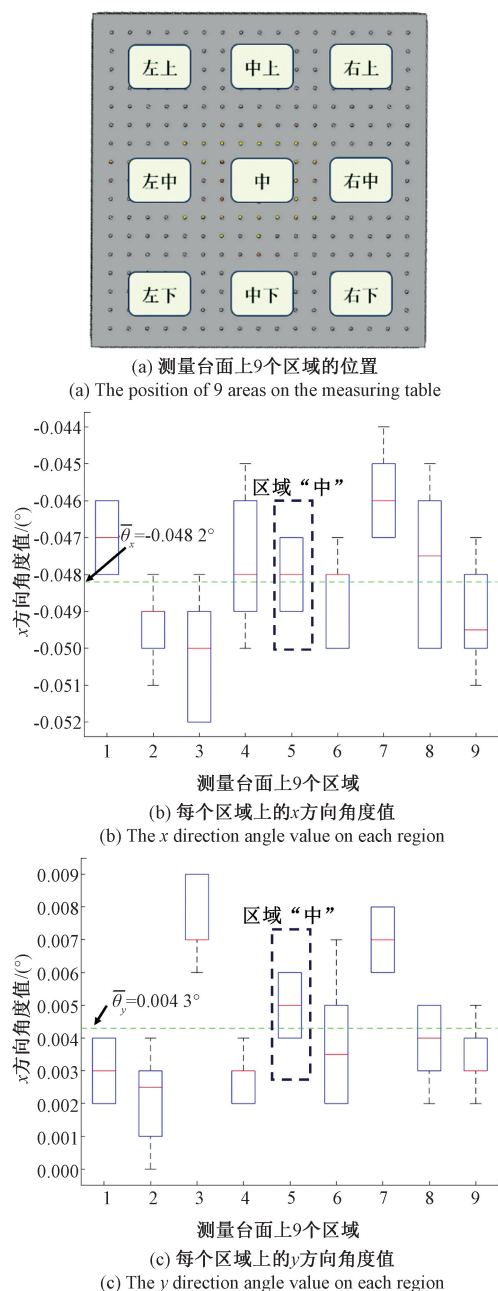


图8 测量台面平整度实验验证

Fig. 8 Experimental verification of the flatness of the measuring table

差较小,并且波动较小,两个方向上的角度波动均在 $0.01^\circ$ 范围内。在测量平台的区域“中”测得的角度值与总体平均值较为接近,因此后续测量实验选用测量平台中心点作为测量平台真实的倾斜角度位置。

#### 4.2 传感器安装误差验证

首先,从4.1节中可以看到,在摆动台为 $0^\circ$ 时,倾角传感器的角度值并不是绝对的 $0^\circ$ ,由此证明竖直方向上存在较小的系统误差。

其次,为了证明传感器的测量轴方向与摆动台的摆动方向并不一致,将摆动台的一轴固定,另一轴以 $3^\circ$ 的间隔摆动,测量并记录标定倾角传感器和测量倾角传感器的角度数值。以X方向倾斜为例,两个倾角传感器各自两个轴随摆动台的倾斜关系如图9所示。从图9(a)中可以看到,与倾斜轴近似平行的x方向测量轴所测得的角度值 $\theta'_x$ 与摆动台的倾斜轴实际的摆动值 $\theta_x$ 斜率不为1,并且由图9(b)中可以看到,与倾斜轴近似垂直的x方向测量轴所测得的角度值 $\theta''_x$ 与摆动台的倾斜轴实际的摆动值 $\theta_x$ 斜率不为0,证明了摆动台倾斜轴与倾角传感器测量轴之间并不是理想的绝对平行或绝对垂直,他们之间存在着较小的角度偏差。另外,图9(a、b)中可以看到,两个传感器在摆动台倾斜时,测得的角度值并不相同,忽略两个传感器自身温度等的影响,说明两个倾角传感器安装位置处存在较小的误差影响。

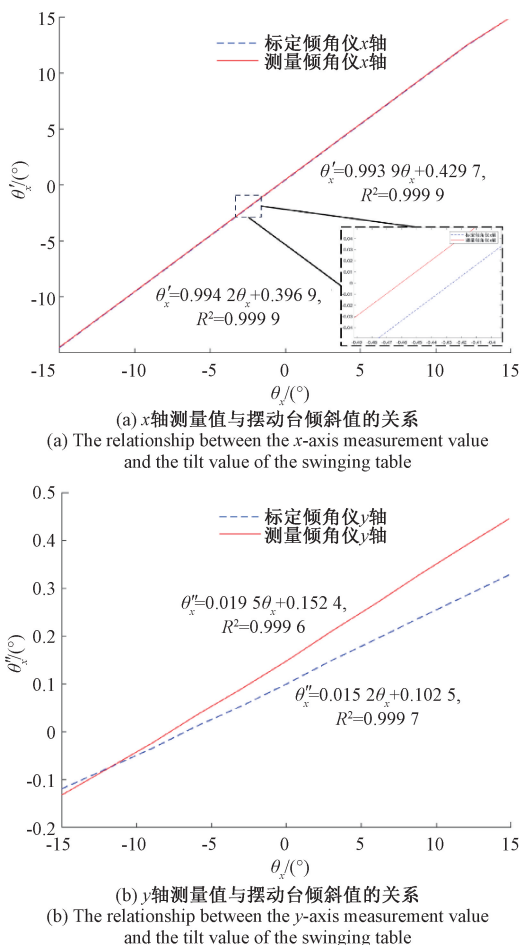


图9 两个倾角传感器的两轴测量值与x方向摆动台倾斜值的关系

Fig. 9 The relationship between the two axis measurement values of the two tilt sensors and the tilt value of the x-direction swing table

另外,根据图中拟合的直线方程与  $R^2$ ,可以看到两个倾角传感器的两个测量轴在某一摆动轴发生倾斜时,线性度是非常高的,由此可证明,所构建的系统水平方向存在较小的近似线性误差。

4.3 离轴倾斜非线性角度误差验证

在利用单应估计的方法获得相应的角度转换关系后,采集以  $3^\circ$  为间隔  $[-12^\circ, 12^\circ]$  的角度范围,观察倾角传感器两个轴向的测量角度,与被测台面的期望角度的误差  $E$  如图 10 所示。由此可证明摆动台 1 的转动会造成摆动台 2 的发生角度的变化,造成  $x$  方向测量轴的非线性误差,分布符合式 (10) 的分布特征。

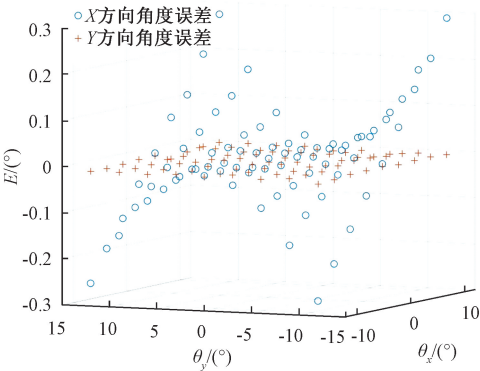


图 10 被测台面两轴向角度误差分布图  
Fig. 10 Two axial angle error distribution of the measured table

4.4 本文校正方法精度验证

在本节中,为了使所提出的标定补偿方法在构建的系统操作更加简单方便,为其基于 C#设计了一套上位机软件系统,如图 11 所示。

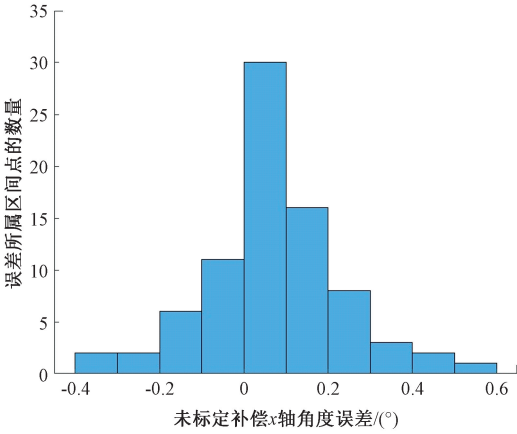


图 11 摆动台上位机软件系统  
Fig. 11 Software system of angular displacement platform

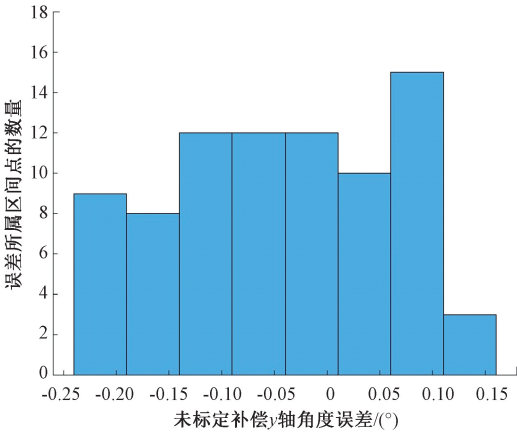
为了验证所提方法的有效性和精确性,避免摆动台运动到极限位置,在摆动范围  $[-12^\circ, 12^\circ]$  内以  $3^\circ$  为间隔

采集验证。

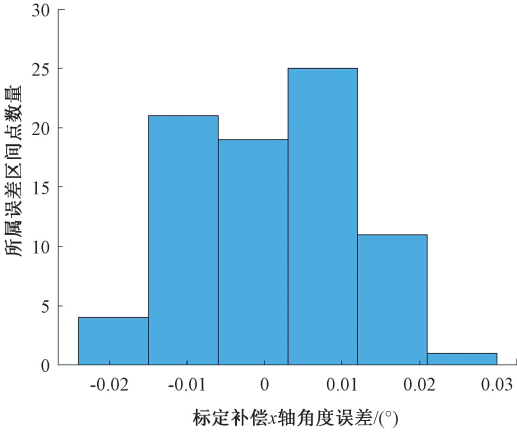
首先根据所提方法原理对摆动台倾斜的状态进行角度采集,求出相应的单应矩阵。其次利用非线性误差模型进行计算,补偿因  $Y$  轴的倾斜造成的  $X$  轴角度偏差。最后,对  $9 \times 9$  共 81 个测量倾斜位置进行验证,经过所提方法标定补偿前后的各个位置角度误差(被测台面期望倾斜角度-倾角传感器实际测量角度)点分布情况如图 12 所示。



(a) 未标定补偿时x轴角度误差  
(a) x-axis angle error without calibration compensation



(b) 未标定补偿时y轴角度误差  
(b) y-axis angle error without calibration compensation



(c) 标定补偿后x轴角度误差  
(c) x-axis angle error after calibration compensation

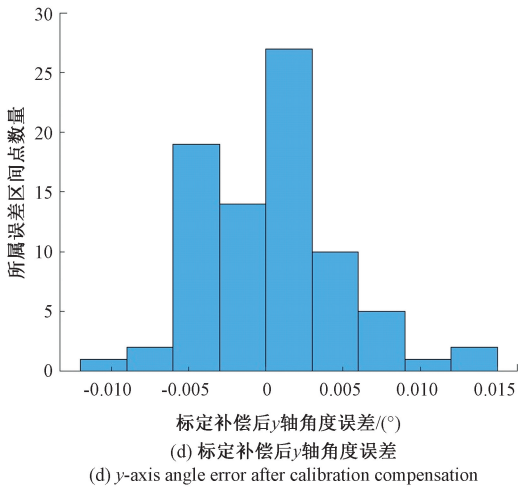


图 12 各个位置角度误差点分布情况

Fig. 12 Distribution of angular error points at each position

如图 12 所示,由标定补偿前后被测平面期望倾斜数值与双轴倾角传感器输出的误差对比可知,标定补偿前的最大误差为  $0.559^\circ$  和  $-0.216^\circ$ ;标定补偿后最大误差为  $0.025^\circ$  和  $0.013^\circ$ 。本文提出的标定补偿方法使角度误差减小了一个数量级,满足绝大部分场合的工程要求精度  $0.03^\circ$  的标定精度的要求。

#### 4.5 方法精度对比

为了验证对所构建的离轴系统误差来源分析的完备性及所提方法的优势,本节将所提方法与文献[9-10]的方法进行了分析和实验对比。

文献[9]所提出的非线性耦合误差模型与本文中 2.2 节式(10)所表达的离轴倾斜角度误差本质上是一致的。在本文所搭建的离轴系统中使用文献[9]方法标定补偿  $x$  方向测量轴的非线性离轴倾斜角度误差,标定误差结果如图 13 所示,与图 12(c)对比可得,由于该方法并不能对传感器安装的线性角度误差部分进行修正,因此校正后的误差大于本文方法。

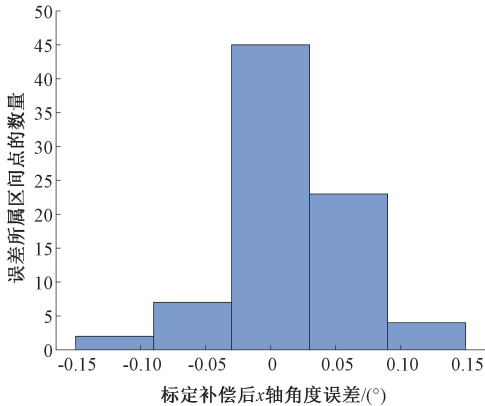
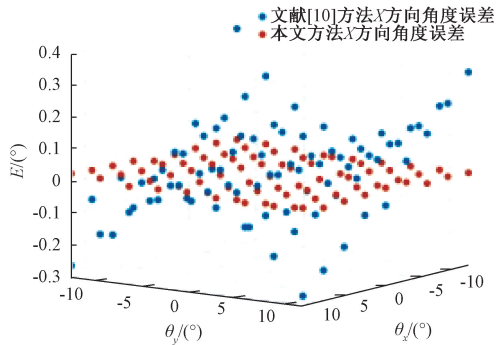


图 13 文献[9]方法标定补偿后  $x$  轴角度误差  
Fig. 13 x-axis angle error after calibration compensation based on literature [9] method

使用文献[10]方法标定补偿测量轴双轴的倾斜角度误差,标定补偿后的  $x$  轴角度误差分布如图 14(a)所示,总体趋势上符合 2.2 节式(10)的分布,说明该方法在所搭建的离轴系统中修正补偿后并不能对  $x$  方向测量轴的非线性离轴倾斜角度误差进行修正。除此之外,由于该方法未考虑测量轴与倾斜轴在竖直方向存在的线性角度误差,所以  $y$  方向校正后误差范围大于本文方法(图 12(d))。同时,本文方法的误差分布优于文献[10]方法。



(a) 文献[10]方法标定补偿后x轴角度误差与所提方法对比分布图  
(a) Comparison and distribution of x-axis angle error between literature[10] method and the proposed method after calibration and compensation

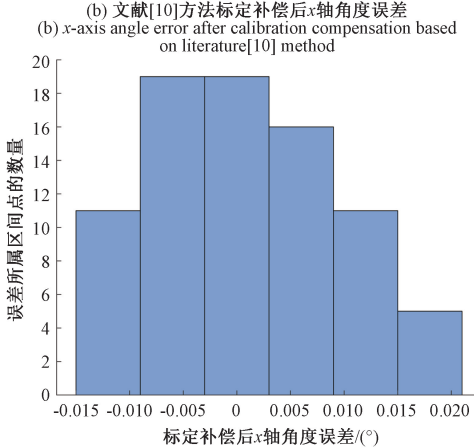
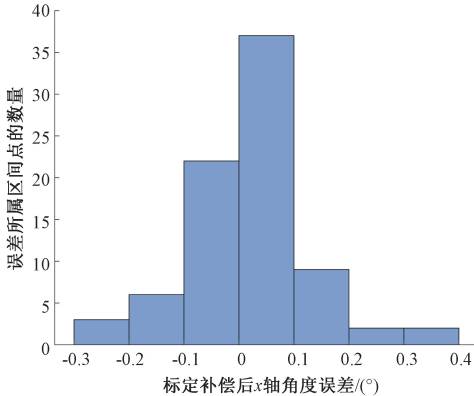


图 14 文献[10]方法标定补偿后双轴角度误差点分布图  
Fig. 14 Distribution of biaxial Angle error points after calibration compensation based on literature [10] method



通过以上的对比分析可以证明,针对搭建的离轴系统,本文不仅较为完备的分析了二维离轴摆动系统的角度误差因素,并且联合线性单应矩阵和非线性离轴倾角模型,提出了系统误差校正方法,经过所提方法标定补偿后的精度较高。除此之外,提出的方法执行过程简便,不需要进行人为的标零点等操作。

## 5 结 论

针对双轴倾角传感器的实际摆动台姿态角测量控制过程中,两个测量轴与相应的倾斜轴在水平方向和竖直方向均产生近似线性的角度误差问题;以及由于垂直安装方式导致位于上方 $X$ 轴方向的电控摆动台角度会受到位于下方 $Y$ 轴方向电控摆动台倾斜影响,产生非线性的角度误差问题,本文联合线性单应矩阵和非线性离轴倾角模型,提出了该类系统的角度标定补偿方法。首先,针对摆动台倾斜系统与双轴倾角传感器的角度误差来源进行分析,并且定性和定量地分析出系统水平方向和竖直方向产生的误差为近似线性,对该部分线性误差进行单应估计,得到倾斜轴与测量轴的转换关系。其次,针对摆动台 $Y$ 轴方向旋转会造成 $X$ 轴方向角度产生非线性误差的问题,通过坐标变换的方式建立了非线性误差模型,并在后续的实验数据采集,印证了该数学模型是正确合理的。实验结果表明,经标定补偿后,系统的角度控制精度由标定补偿前的 $0.559^\circ$ 和 $-0.216^\circ$ 提高到标定补偿后的 $0.025^\circ$ 和 $0.013^\circ$ ,使角度误差减小了一个数量级,满足绝大多数工程要求精度。将所提方法与两种现有方法进行了分析和对比,证明本文对所构建离轴系统的误差因素分析完备,所提方法校正精度高,在实际应用操作时更为简便。

## 参考文献

- [1] 路永乐,潘英俊,黎蕾蕾,等.采用双轴加速度计的旋转弹运动姿态角速率测量方法[J].中国惯性技术学报,2015,23(2):160-164.  
LU Y L, PAN Y J, LI L L, et al. Measurement method of projectile's heading and pitching angle velocities based on biaxial accelerometer[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, 23(2): 160-164.
- [2] LUO J, WANG Z, SHEN C, et al. Rotating shaft tilt angle measurement using an inclinometer[J]. Measurement Science Review, 2015, 15(5): 236-243.
- [3] LI X Y, HAO W, XIE M L, et al. Auto-alignment non-contact optical measurement method for quantifying wobble error of a theodolite on a vehicle-mounted platform[J]. Tehnički Vjesnik, 2024, 31(2): 449-459.
- [4] 张沛奇,刘博锋,崔明琦,等.基于无线倾角传感器的

活动翼面偏转测试[J].浙江大学学报(工学版), 2024, 58(3): 635-645.

ZHANG P Q, LIU B F, CUI M Q, et al. Measurement of movable wing surface deflection based on wireless inclination sensor[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2024, 58(3): 635-645.

- [5] 郭俊康,李鑫波,李颢.导轨五自由度运动误差的光学与倾角传感器组合测量方法[J].西安交通大学学报, 2021, 55(2): 64-72.

GUO J K, LI X B, LI X. Five degrees of freedom simultaneous measurement of linear motion system by combination of optical with inclination sensors[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(2): 64-72.

- [6] 吴浪.基于倾角传感系统的人体姿态挠度实时监测研究[D].成都:西南交通大学,2021.

WU L. Research on real-time monitoring of human posture deflection based on inclination sensing systems[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.

- [7] 周召发,刘先一,张志利,等.基于数字天顶仪的双轴倾角传感器研究[J].光子学报,2015,44(8):27-32.

ZHOU ZH F, LIU X Y, ZHANG ZH L, et al. Research on two-axis tilt sensor based on digital zenith camera[J]. ACTA PHOTONICA SINICA, 2015, 44(8): 27-32.

- [8] 李崇辉,郑勇,张超,等.水平角和高度角测量值的二维倾斜改正算法[J].测绘科学技术学报,2013, 30(5): 452-455, 460.

LI CH H, ZHENG Y, ZHANG CH, et al. Two-dimensional slope correction algorithm of horizontal angle and elevation angle[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2013, 30(5): 452-455, 460.

- [9] 贾培刚,张铭.车体双轴倾角传感器的标定[J].西安工业大学学报,2012,32(12):1000-1003.

JIA P G, ZHANG M. Calibration of a dual axis inclinometer for hull attitude[J]. Journal of Xi'an Technological University, 2012, 32(12): 1000-1003.

- [10] 张起朋,李醒飞,谭文斌,等.双轴倾角传感器姿态角测量的建模与标定[J].机械科学与技术,2016, 35(7): 1096-1101.

ZHANG Q P, LI X F, TAN W B, et al. Modeling and calibration of dual-axis tilt sensor for measuring attitude angles[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2016, 35(7): 1096-1101.

- [11] 王勇,郭润夏.基于改进SDRE的无人直升机姿态控制[J].计算机测量与控制,2013, 21(9): 2480-2482, 2485.

WANG Y, GUO R X. Attitude control of unmanned helicopter based on improved SDRE[J]. Computer Measurement & Control, 2013, 21(9): 2480-2482, 2485.

- [12] 吴文欢,朱虹,吴向荣. 基于平面运动约束的摄像机自标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(1): 248-256.  
WU W H, ZHU H, WU X R. Camera self-calibration method based on planar motion constraint[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(1): 248-256.
- [13] 李梦帅,燕必希,董明利,等. 基于预筛选和局部单应性的风电叶片图像匹配方法[J]. 电子测量技术, 2022, 45(6): 155-161.  
LI M SH, YAN B X, DONG M L, et al. Wind turbine blade image matching method based on pre-screening and local homography[J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(6): 155-161.
- [14] 任彬,宋海丽,赵增旭,等. 基于 RANSAC 的视觉里程计优化方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(6): 205-212.  
REN B, SONG H L, ZHAO Z X, et al. Study on optimization method of visual odometry based on RANSAC[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(6): 205-212.
- [15] 陈晓辉,张智豪,杨鑫,等. 基于线结构光单平面标定的 3D 成像方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(10): 179-187.  
CHEN X H, ZHANG ZH H, YANG X, et al. A high accuracy and robustness 3D imaging method for line structured light single plane calibration[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(10): 179-187.
- [16] 余洪山,郭丰,郭林峰,等. 融合改进 SuperPoint 网络的鲁棒单目视觉惯性 SLAM[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(1): 116-126.  
YU H SH, GUO F, GUO L F, et al. Robust monocular visual-inertial SLAM based on the improved SuperPoint network[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(1): 116-126.
- [17] 赖焕杰,孟祥印,肖世德,等. 基于 RANSAC 的单应性矩阵估计优化算法[J]. 传感器与微系统, 2023, 42(8): 135-138.  
LAI H J, MENG X Y, XIAO SH D, et al. Homography matrix estimation optimization algorithm based on RANSAC[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2023, 42(8): 135-138.
- [18] 赵祖阳,崔海华,杜坤鹏,等. 基于单应性矩阵的三维激光投影标定方法[J]. 光子学报, 2022, 51(11): 312-321.  
ZHAO Z Y, CUI H H, DU K P, et al. Calibration method of 3D laser projection based on homography matrix[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(11): 312-321.
- [19] 吴文丽,周哲海,刘芳玲,等. 基于局部单应性的投影仪标定精度研究[J]. 激光杂志, 2023, 44(6): 53-59.  
WU W L, ZHOU ZH H, LIU F L, et al. Research on projector calibration accuracy based on local homography[J]. Laser Journal, 2023, 44(6): 53-59.
- [20] 张艳,王宇. 基于视觉里程计的室内位姿测量技术研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(6): 73-81.  
ZHANG Y, WANG Y. Design and implementation method of a visual odometer[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(6): 73-81.

## 作者简介



王森, 2022 年于西南石油大学获得学士学位, 现为天津理工大学电气工程与自动化学院研究生, 主要研究方向为机器视觉和图像处理。

E-mail: ws0724@stud. tjut. edu. cn

**Wang Sen** received the B. Sc. degree from Southwest Petroleum University in 2022. He is currently a M. Sc. candidate in the School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University of Technology. His main research interests include machine vision and image processing.



常颖(通信作者), 2009 年于山东大学获得学士学位, 2012 年于南开大学获得硕士学位, 现为天津市计量监督检测科学研究院工程师, 主要研究方向为压力计量和真空计量。

E-mail: 15202253025@163.com

**Chang Ying** (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Shandong University in 2009 and M. Sc. degree from Nankai University in 2012, respectively. Now she is an engineer at Tianjin Institute of Metrological Supervision and Testing. Her main research interests include pressure metrology and vacuum metrology.