DOI：10. 13382/j. jemi. B2407422

MCKD 在一种新型随机共振系统下的转动体故障诊断研究*

贺利芳　熊　清　刘文浩

（重庆邮电大学通信与信息工程学院　重庆　400065）

摘　要：为解决由高阶项限制引起的输出饱和问题，利用分段势函数抗饱和的优良特性，提出了一种新的非饱和三稳二阶随机共振（UTSOSR）系统。首先，通过仿真实验验证了该系统能够显著改善经典三稳二阶随机共振系统的输出饱和问题。其次，基于绝热近似理论，推导出 UTSOSR 系统的稳态概率密度，平均首次通过时间和功率谱放大因子（SA），并通过分析系统各参数对这些性能指标的影响，来更加深入地探究系统的动力学行为。将 SA 和信噪比增益（G_{snr}）作为评价指标，通过数值仿真验证了 UTSOSR 系统具有更优越的信号增强和抗噪声性能。同时，为了获得更优的输出性能，将最大相关峭度解卷积（MCKD）与 UTSOSR 系统相结合，提出 MCKD-UTSOSR 方法对目标信号特征进行提取。最后，联合遗传算法和变步长网格优化算法寻找 MCKD-UTSOSR 方法的最优参数，并应用于转动体微弱故障信号检测。数据分析结果表明，MCKD-UTSOSR 方法相比于其他方法，其信噪比提升了 1. 128 9～23. 585 4 dB，谱峰峰值提升了 88. 423～7 488. 118 133，为实际工程中高效的信号处理和故障检测提供了创新和可靠的解决方案。

关键词：信号处理；故障诊断；随机共振；输出饱和；MCKD-UTSOSR

中图分类号：TH 133. 33；TN 911. 23　　**文献标识码**：A　　**国家标准学科分类代码**：510. 40

Research on rotating machinery fault diagnosis using MCKD under a novel stochastic resonance system

He Lifang　Xiong Qing　Liu Wenhao

（School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications（CQUPT）, Chongqing 400065, China）

Abstract: To address the issue of output saturation caused by higher-order term constraints, we propose a novel unsaturated tri-stable second-order stochastic resonance（UTSOSR）system that leverages the excellent anti-saturation properties of piecewise potential function. First, simulation experiments verified that this system can significantly mitigate the output saturation problem of classical tri-stable second-order stochastic resonance system. Next, based on the adiabatic approximation theory, we derived the steady-state probability density, mean first-passage time, and spectral amplification factor（SA）of the UTSOSR system. By analyzing the influence of various system parameters on these performance metrics, we can further explore the system's dynamic behavior in greater depth. Subsequently, using the SA and the signal-to-noise ratio gain（G_{snr}）as evaluation metrics, numerical simulations were conducted to verify the superior signal enhancement and noise robustness performance of the UTSOSR system. Additionally, to achieve superior output performance, we combined maximum correlated kurtosis deconvolution（MCKD）with the UTSOSR system, proposing the MCKD-UTSOSR method for extracting target signal features. Finally, a combined approach using genetic algorithm and variable step-size grid optimization algorithm is employed to identify the optimal parameters for the MCKD-UTSOSR method in bearing fault diagnosis. The data analysis results indicate that compared to other methods, the MCKD-UTSOSR method improved the signal-to-noise ratio by 1. 128 9～23. 585 4 dB and the spectral peak value by 88. 423～7 488. 118 133. This provides an innovative and reliable solution for efficient signal processing and fault detection in practical engineering applications.

Keywords: signal processing; fault diagnosis; output saturation; stochastic resonance; MCKD-UTSOSR

收稿日期：2024-04-11　　Received Date：2024-04-11

*基金项目：重庆市自然科学基金面上（CSTB2023NSCQ-MSX0235，cstc2021jcyj-msxmX0836）项目资助

0　引　言

随机共振(stochastic resonance, SR)[1]是一种新兴的信号检测技术,最早由 Benzi 等人于 1981 年首次提出。随机共振是指在非线性系统中,当系统同时受到周期信号和随机力影响时,系统的响应在特定噪声强度下表现出增强的现象[2-5]。这种现象的性能主要受非线性系统的影响,因此通过不断提出新的 SR 系统,可以探索更多新的应用场景,实现更卓越的系统性能。唐立力等[6]验证了非对称双稳系统能够改善随机共振系统的性能。He 等[7]通过仿真和工程应用证明了在三稳系统比双稳系统具有更强的特征增强能力。Xu 等[8]则提出了一种双输入多稳态耦合系统,并讨论了在两种不同驱动信号作用下的 SR 现象。Ma 等[9]将一种新的三稳系统和变分模态分解(variational modal decomposition, VMD)相结合应用在叶片裂纹故障检测中。然而,这些系统都因为势阱壁过于陡峭而存在输出饱和问题,所以许多学者通过优化势函数结构来改善该问题。He 等[10]将钉扎势模型和谐波势模型结合,构造了一个连续抗饱和的三稳 SR 系统。文献[11-14]都通过将势函数分段化来提升系统的抗饱和性。同时,Li 等[15]将非饱和势函数应用在二阶系统中,显著的提升了系统的对周期信号的放大能力。Qiao 等[16]研究并对比了过阻尼和欠阻尼的高斯谐波双势阱系统,结果表示欠阻尼系统具有更优越的微弱信号检测性能。

近年来,不少学者尝试利用最大相关峭度解卷积(maximum correlated kurtosis deconvolution, MCKD)对滚动轴承故障进行诊断。李彦徵等[17]利用灰狼优化算法对 MCKD 算法的滤波器长度和解卷积周期进行优化并将其应用于滚动轴承振动的特征提取中。而栗龙强等[18]则是利用粒子群优化对 MCKD 的 3 个参数进行优化。文献[19]验证了 MCKD 与 VMD 相结合的方法在轴承故障诊断中的有效性。然而,鲜少有研究将随机共振系统与 MCKD 算法相结合来对含噪信号进行联合降噪。

基于上述研究,将提出一种非饱和三稳二阶随机共振(unsaturated tri-stable second-order stochastic resonance, UTSOSR)系统,并将其与 MCKD 算法相融合,联合提取滚动轴承故障特征。数据分析结果表明,该方法在故障检测与特征增强方面具有显著优势。通过 MCKD-UTSOSR 方法,信噪比得以提升,为实际工程中高效信号处理和故障检测提供了先进而可靠的解决方案。

1　最大相关峭度解卷积

最大相关峭度解卷积[20]的本质是以相关峭度最大为准则,寻找最佳的 FIR 滤波器对含噪振动信号进行处理,以突出淹没在噪声背景中的周期性冲击。转动体故障通常表现为周期性的冲击信号,通过 MCKD 处理后,信号特征将能够变得更加明显和可检测。

MCKD 方法中,振动信号 y 的相关峭度 $CK_M(T)$ 表达式为[21]:

$$CK_M(T)=\frac{\sum_{n=1}^{N}\left(\prod_{m=0}^{M}y_{n-mT}\right)^2}{\left(\sum_{n=1}^{N}y_n^2\right)^{M+1}} \tag{1}$$

式中:M 为滤波器的移位数,T 为待测信号周期,N 为输入信号的样本数。

假设 L 为滤波器长度,则逆滤波器可以表示为:

$$y=\sum_{k=1}^{L}f_k x_{n-k+1} \tag{2}$$

其中,输入信号为 x,滤波信号为 y,$\boldsymbol{f}=[f_1,f_2,\cdots,f_L]^{\mathrm{T}}$ 为滤波器系数。

MCKD 算法的具体迭代步骤为:

步骤 1) 选择解卷积周期 T,滤波器长度 L 和移位数 M。

步骤 2) 设置初始滤波器系数 f。

步骤 3) 由式(2)计算滤波器输出的信号 y。

步骤 4) 根据式(3),利用 y 对滤波器系数 f 进行更新。

$$\boldsymbol{f}=\frac{\|\vec{y}\|^2}{2\|\boldsymbol{\beta}\|^2}(X_0X_0^T)^{-1}\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{X}_{mT}\boldsymbol{\alpha}_m \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{\alpha}_m$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 可以由 y 表示。

步骤 5) 若滤波前后迭代误差 $\Delta CK_M(T)<\varepsilon$,则迭代结束,反之则返回步骤 3)继续计算。

在 MCKD 算法中,卷积周期 T、滤波器长度 L 和移位数 M 的选择对最终的处理结果具有很大的影响。由文献[22]可知,在滚动轴承故障诊断中,将 MCKD 算法中的移位数 M 设定为 1 能够获得最佳的输出。因此,后续的研究将 M 设置为 1,而参数 T 和 L 则采用网格搜索法进行选择。

2　非饱和三稳二阶随机共振系统

2.1　饱和现象

朗之万方程可以用于表示非线性系统中布朗粒子在外部周期和随机力作用下的跃迁。因此,经典三稳二阶随机共振(classical tri-stable second-order stochastic resonance, CTSOSR)系统的模型为[23-24]:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+k\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{\mathrm{d}U_c(x)}{\mathrm{d}x}+s(t)+n(t)\\ U_c(x)=\dfrac{1}{2}ax^2-\dfrac{1}{4}bx^4+\dfrac{1}{6}cx^6\end{cases} \tag{4}$$

式中：$s(t)=A\cos(2\pi f_0 t)$ 是幅值为 A，频率为 f_0 的外部周期力，$n(t)$ 是满足统计特性 $<n(t)>=0$，$<n(t)n(t-\tau)>=2D\delta(\tau)$ 的随机力，a、b、c 均为大于 0 的正数，k 为阻尼系数。由于势函数 U_c 存在 x^6 项，所以当增大 $|x|$ 时，U_c 也会快速增大，这将会导致输出饱和。

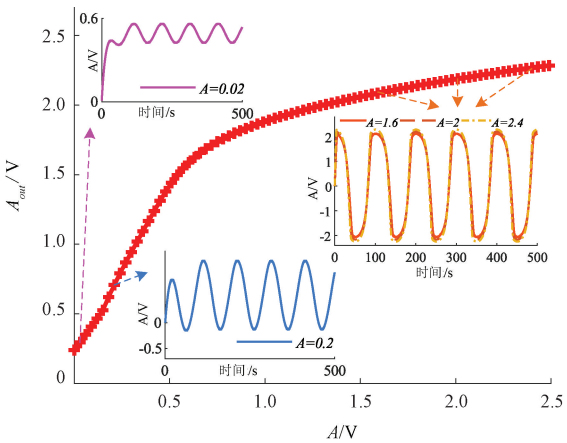


图 1　CTSOSR 系统响应幅值情况

Fig. 1　CTSOSR system response amplitude situation

图 1 展示了在只有外部周期激励下，随着输入信号幅值 A 的增大，系统响应幅值 A_{out} 的变化情况。随着输入信号幅值 A 的增大，响应幅值呈现单调增大的趋势。当 $A=0.02$ 时，由于系统无噪声辅助且外部周期激励未达到使粒子跨越势垒所需的能量阈值，导致粒子仅能产生阱内跃迁，因此 A_{out} 相对较小。随着 A 的逐渐增大（$A=0.2$），粒子不断积累能量，将从阱内跃迁逐渐过渡到阱间跃迁。但是，当系统到达饱和后，输入幅值 A 的增大将对系统的响应幅值 A_{out} 的提升效果不大（$A=1.6$，2，2.4）。

2.2　UTSOSR 系统

1）系统模型

为了解决 CTSOSR 系统的输出饱和问题，提出了 UTSOSR 系统，其系统模型为：

$$\frac{d^2x}{dt^2}+k\frac{dx}{dt}=-\frac{dU(x)}{dx}+s(t)+n(t) \tag{5}$$

其中，UTSOSR 系统的非饱和势函数为：

$$U(x)=\begin{cases}-\varepsilon x-\sigma, x<-d\\ \frac{m}{2}x^2+\frac{n}{2}x^4+\frac{1}{6}x^6, -d\leqslant x\leqslant d\\ \varepsilon x-\sigma, x>d\end{cases} \tag{6}$$

式中：
$$\begin{cases}m=w^2(w-4)\\ n=w(w-2)\\ \varepsilon=md+2nd^3+d^5\\ \sigma=md^2/2+3nd^4/2+5d^6/6\end{cases} \tag{7}$$

其中，$w\in[0,2]$，d 为分段点。图 2 对比了 CTSOSR 和 UTSOSR 系统势函数。从图中可以发现 $U(x)$ 两侧的势阱壁将明显比 $U_c(x)$ 的两侧更为缓和。这表明从理论上来看，势函数 $U(x)$ 能够有效解决势函数 $U_c(x)$ 存在的输出饱和问题。同时，通过计算 $\partial U(x)/\partial x=0$，可以得到该系统的 3 个势阱点 $x_{s1}=-[w(4-w)]^{1/2}$，$x_{s2}=0$，$x_{s3}=[w(4-w)]^{1/2}$ 和两个势垒点 $x_{b1}=-w(2-w)]^{1/2}$，$x_{b2}=[w(2-w)]^{1/2}$。势垒高度可以表示为 $\Delta U_1=U(x_{b1})-U(x_{s1})$，$\Delta U_2=U(x_{b1})-U(x_{s2})$，$\Delta U_3=U(x_{b2})-U(x_{s3})$。

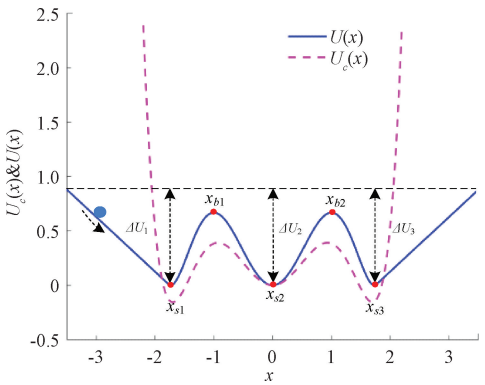


图 2　势函数对比

Fig. 2　Comparison of potential functions

为了进一步验证 UTSOSR 系统能够在一定程度上解决 CTSOSR 系统的输出饱和问题，利用四阶龙格-库塔来求解在不同幅值激励信号下 UTSOSR 系统的响应信号，并与 CTSOSR 系统进行对比，如图 3 所示。图 3（a）是 CTSOSR 系统的响应信号，图 3（b）是 UTSOSR 系统的响应信号。随着输入信号幅值的逐渐增大，UTSOSR 系统的响应幅值提升了近 50 倍，且明显远大于 CTSOSR 系统的响应幅值。这表明 UTSOSR 系统具有优越的抗饱和性。

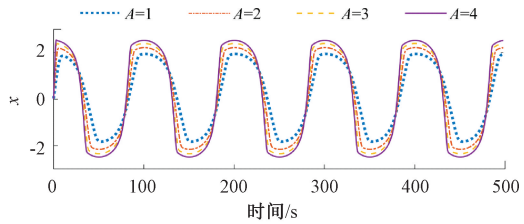
为了方便后续的理论分析，将式（5）进行降维：

$$\begin{cases}\frac{dx}{dt}=y\\ \frac{dy}{dt}=-ky-\frac{dU(x)}{dx}+s(t)+n(t)\end{cases} \tag{8}$$

令 $A=0$，$D=0$，$dx/dt=0$ 和 $dy/dt=0$，求得 5 个奇异点的值：$G_{s1}(x_{s1},y_{s1})$，$G_{s2}(x_{s2},y_{s2})$，$G_{s3}(x_{s3},y_{s3})$，$G_{b1}(x_{b1},y_{b1})$ 和 $G_{b2}(x_{b2},y_{b2})$，其中 $y_{si}=y_{bj}=0$，（$i=1,2,3$；$j=1,2$）。

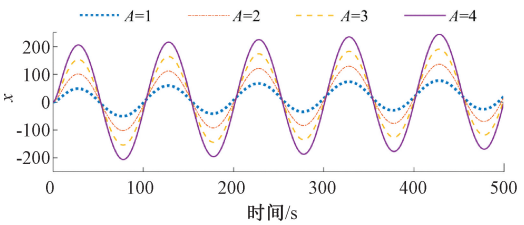
UTSOSR 系统的 Fokker-Planck 方程由式（9）表示[25]：

$$\frac{\partial\rho(x,y,t)}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}[y\rho(x,y,t)]-\frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[-ky-\frac{dU(x)}{dx}+s(t)\right]\rho(x,y,t)\right\}+D\frac{\partial^2}{\partial y^2}\rho(x,y,t) \tag{9}$$



(a) CTSOSR系统的响应信号

(a) Output response of system CTSOSR



(b) UTSOSR系统的响应信号

(b) Output response of system UTSOSR

图 3　系统响应信号对比

Fig. 3　Comparison of system response signals

根据式(9),可以推导出系统的等效势函数[26]:

$$U(x,y,t)=k[1/2y^2+U(x)-xs(t)] \tag{10}$$

由于系统参数的变化会导致势函数结构发生变化,而势函数的结构与系统的性能紧密相关。因此,令 $y=0$, $A=0$,图 4 和 5 分别研究了系统参数对等效势函数的影响情况。结果表明,增大参数 w 会导致等效势函数两侧势阱的深度增大,而增大 k 会使得两侧势壁变得更陡峭,这都不利于粒子的阱间跃迁。

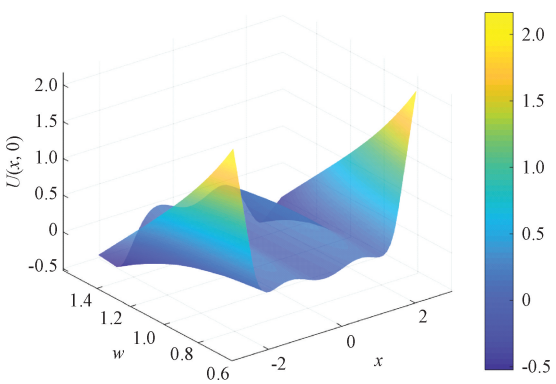


图 4　参数 w 对等效势函数影响

Fig. 4　Effect of parameter w on the equivalent potential function

2)理论分析

$\rho(x,y,t)$ 为稳态概率密度(steady-state probability density, SPD),它表示布朗粒子在 t 时刻停留在势阱中的概率。根据绝热近似理论,SPD 可以表示为:

$$p_{st}(x,y,t)=\frac{1}{N}\exp\left(-\frac{U(x,y,t)}{D}\right) \tag{11}$$

式中:N 为归一化常数。

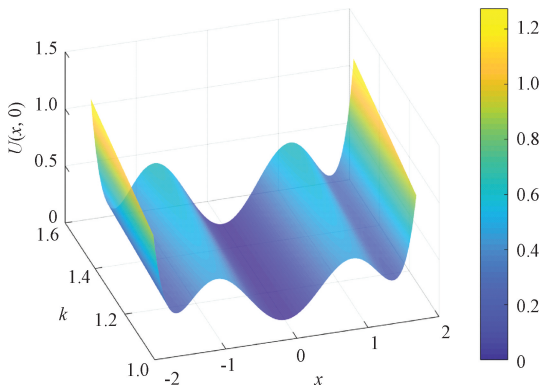


图 5　参数 k 对等效势函数影响

Fig. 5　Effect of parameter k on the equivalent potential function

图 6 和 7 研究了系统参数对 SPD 的影响。增大参数 w 会导致中间势阱对应的 SPD 减小,两侧势阱的 SPD 增大。这是因为 w 的增大,导致等效势函数两侧的势阱深度增加,进而使粒子越难从两侧势阱跃迁至中间势阱。而 k 越大,势阱壁就越陡峭,则越不利于粒子跃迁,所以 3 个势阱对应的 SPD 均增大。

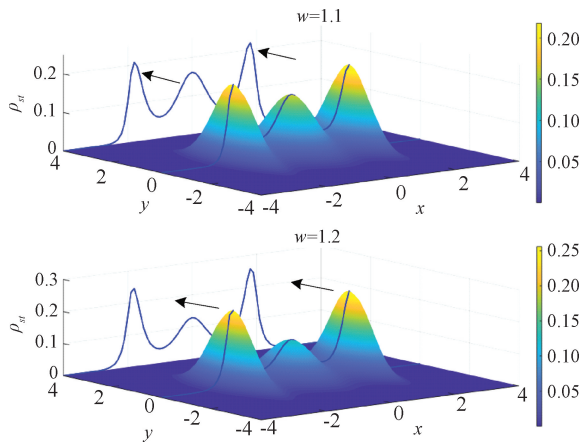


图 6　参数 w 对 SPD 的影响

Fig. 6　Effect of parameter w on the SPD

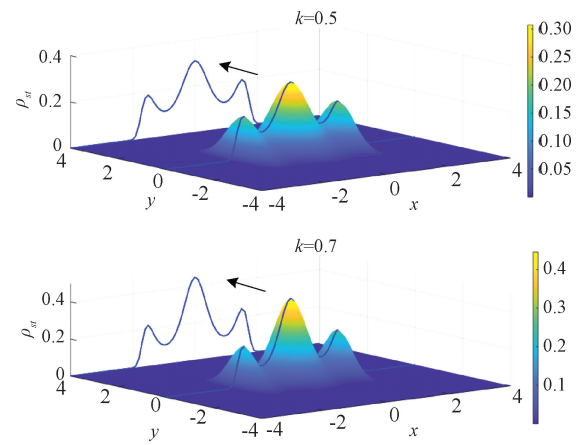


图 7　参数 k 对 SPD 的影响

Fig. 7　Effect of parameter k on the SPD

令 $A=0$, $y=0$,由式(8)可以得到系统的海森矩阵:

$$\boldsymbol{H}_x=\begin{bmatrix}0 & 1\\ F(x) & -k\end{bmatrix} \tag{12}$$

式中:

$$F(x)=-\frac{\mathrm{d}^2U(x)}{\mathrm{d}x^2} \tag{13}$$

分别求出海森矩阵在 5 个奇异值处的特征值:

$$\begin{cases}\lambda_{si}^{\pm}=\dfrac{-k\pm\sqrt{k^2+4F'(x_{si})}}{2}, i=1,2,3\\ \lambda_{bj}^{\pm}=\dfrac{-k\pm\sqrt{k^2+4F'(x_{bj})}}{2}, j=1,2\end{cases} \tag{14}$$

因此,在 t 时刻两个势阱间的 Kramers 逃逸率 r_{ij} 可以表示为:

$$r_{12}=\frac{\sqrt{\lambda_{s1}^{+}\lambda_{s1}^{-}}}{2\pi}\sqrt{\frac{\lambda_{b1}^{+}}{|\lambda_{b1}^{-}|}}\exp\left[\frac{U(G_{s1})-U(G_{b1})}{D}\right] \tag{15}$$

$$r_{21}=\frac{\sqrt{\lambda_{s2}^{+}\lambda_{s2}^{-}}}{2\pi}\sqrt{\frac{\lambda_{b1}^{+}}{|\lambda_{b1}^{-}|}}\exp\left[\frac{U(G_{s2})-U(G_{b1})}{D}\right] \tag{16}$$

根据 UTSOSR 系统的对称性,等式 $r_{12}=r_{32}$, $r_{21}=r_{23}$ 成立。同时,平均首次通过时间(mean first pass time, MFPT)为逃逸率的倒数,即 $T_{ij}=r_{ij}^{-1}$。随后,由逃逸率表示出势阱间的转移率 $R_{ij}(t)$:

$$R_{ij}(t)=r_{ij}[1+\Delta g_{ij}A\cos(\omega_0 t)/D] \tag{17}$$

式中:$\Delta g_{ij}=k(x_{bj}-x_{si})$。若 $Q_i(t)(i=1,2,3)$ 是 t 时刻粒子在势阱中的驻留概率,且满足 $\sum_{i=1}^{3}Q_i(t)=1$,那么 $Q_i(t)$ 的动力学方程为:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{Q}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{RQ} \tag{18}$$

式中:

$$\boldsymbol{Q}=[Q_1(t),Q_2(t),Q_3(t)]^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}-R_{12}(t) & R_{21}(t) & 0\\ R_{12}(t) & -R_{23}(t)-R_{21}(t) & R_{32}(t)\\ 0 & R_{23}(t) & -R_{32}(t)\end{bmatrix} \tag{20}$$

将式(17)代入式(20),可得:

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_0+\Delta\boldsymbol{R}A\cos(\omega_0 t) \tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{R}_0$ 由 r_{ij} 构成,$\Delta\boldsymbol{R}$ 由 $r_{ij}\Delta g_{ij}/D$ 构成。此时,式(18)解的形式为 $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}_0+A\Delta\boldsymbol{Q}$,再将其代入式(18),可以得到:

$$\frac{d\Delta\boldsymbol{Q}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{R}_0\Delta\boldsymbol{Q}+\Delta\boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}_0\cos(\omega_0 t) \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{Q}_0=(Q_1^0, Q_2^0, Q_3^0)^{\mathrm{T}}$ 为没有输入信号时的驻留概率,而 $\Delta\boldsymbol{Q}=[\Delta Q_1,\Delta Q_2,\Delta Q_3]^{\mathrm{T}}$ 是输入信号产生的响应。在长时间的限制下,$\Delta\boldsymbol{Q}$ 可以表示为:

$$\Delta\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{\gamma}\sin(\omega_0 t)+\boldsymbol{\chi}\cos(\omega_0 t) \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{\gamma}=[\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\chi}=[\chi_1,\chi_2,\chi_3]^{\mathrm{T}}$。根据式(23)得到 $Q_i(t)(i=1,2,3)$ 渐进响应:

$$\Delta Q_i=\varphi_i\sin(\omega_0 t+\zeta_i) \tag{24}$$

式中:$\varphi_i=A\sqrt{\gamma_i^2+\chi_i^2}$ 为渐进响应 ΔQ_i 的响应幅值,而 $\zeta_i=\arctan(\chi_i/\gamma_i)$ 为相移。联合式(24)和(22),可以得到[27]:

$$\begin{cases}\boldsymbol{\gamma}=\omega_0(\boldsymbol{R}_0^2+\omega_0^2\boldsymbol{E})^{-1}(\Delta\boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}_0)\\ \boldsymbol{\chi}=-\boldsymbol{R}_0(\boldsymbol{R}_0^2+\omega_0^2\boldsymbol{E})^{-1}(\Delta\boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}_0)\end{cases} \tag{25}$$

式中:R_0 的特征值为 l_k,特征向量为 $\boldsymbol{J}_k$。将式(25)进一步转换成:

$$\begin{cases}\gamma_i=\sum_{k=1}^{3}\dfrac{\omega_0}{\lambda_k^2+\omega_0^2}l_k\vartheta_{k,i}\\ \chi_i=-\sum_{k=1}^{3}\dfrac{\lambda_k}{\lambda_k^2+\omega_0^2}l_k\vartheta_{k,i}\end{cases} \tag{26}$$

式中:l_k 为扩展因子,且满足 $\Delta\boldsymbol{R}Q_0=\sum_{k=1}^{3}l_k\vartheta_k$。周期信号通过系统产生的平均响应为:

$$\langle X(t)\mid x_0,t_0\rangle=\int xQ(x,t\mid x_0,t_0)\mathrm{d}x \tag{27}$$

当 $t\to\infty$ 时,式(27)可以写成:

$$\langle X(t)\rangle=\sum_{i=1}^{3}x_{si}[Q_i^0+\varphi_i A\sin(\omega_0 t+\zeta_i)] \tag{28}$$

因此,系统输出的功率谱为:

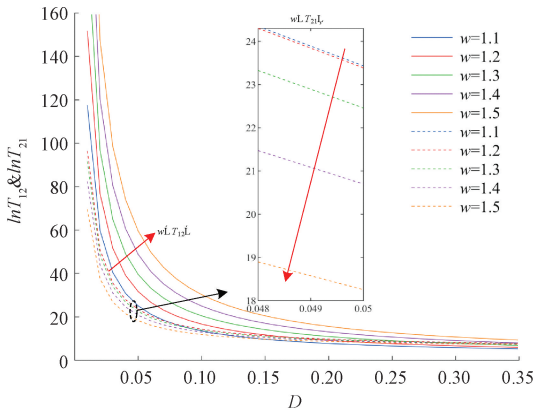
$$\begin{cases}M=T^2+x_{s3}^2\varphi_3^2+2Tx_{s3}\varphi_3\cos\left(\dfrac{\zeta_1+\zeta_2}{2}+\psi-\zeta_3\right)\\ T=\sqrt{x_{s1}^2\varphi_1^2+x_{s2}^2\varphi_2^2+2x_{s1}x_{s2}\varphi_1\varphi_2\cos(\zeta_1-\zeta_2)}\\ \psi=\arctan\left[\left(\dfrac{x_{s1}\varphi_1-x_{s2}\varphi_2}{x_{s1}\varphi_1+x_{s2}\varphi_2}\right)\tan\left(\dfrac{\zeta_1-\zeta_2}{2}\right)\right]\end{cases} \tag{29}$$

由式(29)可以得到系统的功率谱放大因子(spectral amplification, SA)为:

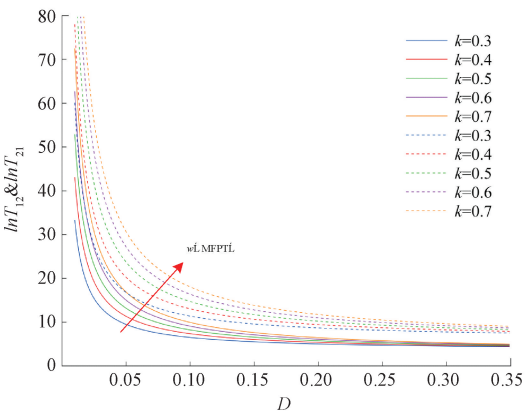
$$\eta=M/A^2 \tag{30}$$

图 8(a)和(b)分别展示了参数 w 和 k 对 MFPT 的影响。随着噪声强度 D 的增大,MFPT 单调递减,这表示噪声的引入能够有效的促进粒子运动。参数 w 的增大导致势函数两侧的势垒差增加,所以粒子更难从两侧势阱中跃迁出。由此,T_{12} 随着 w 的增大而明显增大。而 w 的变化对中间势阱的影响不明显,因此 T_{21} 随着 w 的增大而轻微减小。同样的,k 增大使势阱壁变陡,所以 T_{12} 和 T_{21} 都会增加。

图 9 和 10 研究了参数对 SA 的影响。首先,随着噪声强度 D 的增大,SA 呈现先增加后减小非单调的变化趋



(a) 参数w变化
(a) Variation of parameter w



(b) 参数k变化
(b) Variation of parameter k

图 8　系统参数对 MFPT 的影响
Fig. 8　Effect of system parameters on MFPT

势,这表示在适当的噪声辅助下,系统的输出性能会得到提升。其次,在图 9 中,随着阻尼系数 k 的增大,SA 逐渐减小。然而,随着参数 w 增大,会使 SA 呈现先减小后增大的变化趋势,如图 10 所示。结果表明,适当的减小 k 和选择合适的 w,都将有利于系统性能的提升。

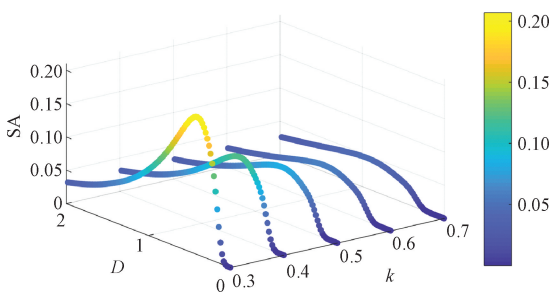


图 9　系统参数 k 对 SA 的影响
Fig. 9　Effect of system parameter k on SA

3)仿真分析

信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)是最常用来衡量信号质量的重要指标。假定 $P_{S\,out}(f_0)$ 为系统输出信号功

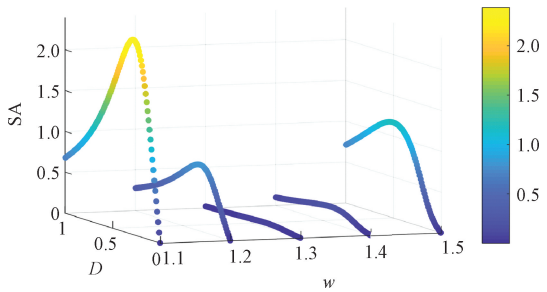


图 10　系统参数 w 对 SA 的影响
Fig. 10　Effect of system parameter w on SA

率,$P_{N\,out}(f_0)$ 为系统输出噪声功率,则信噪比被定义为:

$$SNR = \frac{P_{Sout}(f_0)}{P_{Nout}(f_0)} \tag{31}$$

信噪比增益(signal-to-noise ratio gain, G_{snr})可以用来反映系统对输入信号信噪比的提升效果,其定义为:

$$G_{snr} = \frac{P_{Sout}(f_0)/P_{Nout}(f_0)}{P_{Sin}(f_0)/P_{Nin}(f_0)} \tag{32}$$

为了评估 UTSOSR 系统的性能,将含有不同噪声强度的含噪信号通过 UTSOSR 系统、CTSOSR 系统以及非饱和三稳随机共振(unsaturated tri-stable stochastic resonance system, UTSR)系统。首先,设置周期信号的参数为 $A=0.01$ 和 $f=1$ Hz,采样频率 $f_s=1\,000$ Hz,二次采样频率 $f_r=5$ Hz。其次,在区间[0.001, 10]中以等间隔取值的方式选取 100 个不同的噪声强度值,再将一系列含有不同噪声强度的信号通过 3 个随机共振系统,并计算对应的 G_{snr} 和 SA。最后,重复试验 50 次。图 11(a)和(b)分别展示了随着噪声强度变化,3 个系统的平均输出 G_{snr} 和 SA 的变化趋势。无论是比较 SA 还是 G_{snr},UTSOSR 系统的输出曲线始终高于 CTSOSR 系统和 UTSR 系统,这表示 UTSOSR 系统具有更优越的性能。同时,UTSOSR 系统峰值所对应的噪声强度均大于另外两个系统,凸显了该系统在抗噪声性能方面的显著优势。

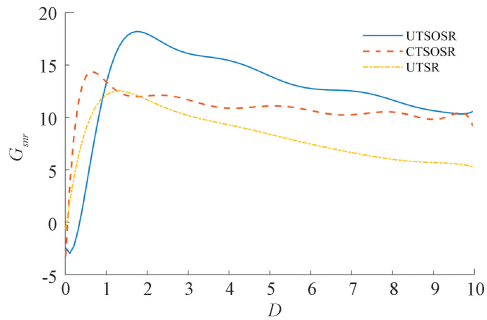
3　基于 MCKD-UTSOSR 方法的轴承故障诊断

3.1　方法流程

基于以上研究,提出一种新的 MCKD-UTSOSR 方法,利用 MCKD 算法对含噪故障信号进行降噪,再将信号经过 UTSOSR 系统来增强故障特征,如图 12 所示。具体步骤如下:

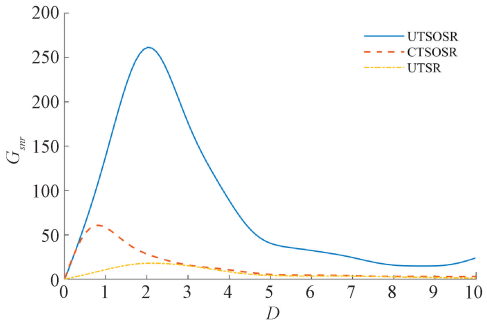
步骤 1) 预处理。将故障信号通过希尔伯特变化等操作进行预处理。

步骤 2) MCKD 参数寻优。首先,设置移位数 $M=1$,根据式(33)初步确定卷积周期 $T_{Initial}$:



(a) 评价指标为G_{snr}

(a) The evaluation indicator is G_{snr}



(b) 评价指标为SA

(b) The evaluation indicator is SA

图 11　系统性能对比

Fig. 11　System performance comparison

$$T_{Initial} = f_s / f_0 \tag{33}$$

式中:f_s 为采样频率,f_0 为故障频率。其次,设置 $T \in [T_{initial}-10,\ T_{Initial}+10]$ 且搜索步长 $T_{step}=1$,以 G_{snr} 为目标函数。随后,将 MCKD 参数寻优过程分为两个阶段。第一阶段,在 $L \in [20,500]$ 范围内以步长 $L_{step}=10$ 对参数 T 和 L 进行网格搜索,得到使输出 G_{snr} 达到最大的 $bestL$。第二阶段,更新搜索步长 $L_{step}=1$,设置新的搜索范围 $L \in [bestL-L_{step},\ bestL+L_{step}]$,再次进行网格搜索。最后,搜索得到的最佳参数 L 和 T。

步骤 3) MCKD 处理。利用 MCKD 参数寻优结果,对预处理后的信号 $s_0(t)$ 进行降噪,得到 $s_{mckd}(t)$。

步骤 4) 随机共振对周期特征进一步增强。利用遗传算法[28]对随机共振系统的参数进行寻优,得到一组参数 k, w, d 使输出 G_{snr} 最优。随后,将采用具有最优参数的随机共振系统对 $s_{mckd}(t)$ 进行特征增强。

步骤 5) 轴承故障诊断。通过观察随机共振系统的输出信号,对轴承故障进行诊断。

3.2　滚动轴承故障诊断

1) LDK UER204

为验证 3.1 节中所提方法的有效性和实用性,现利用该方法对在实际情况下采集到的故障数据进行分析与比较。

首先,选取西安交通大学轴承加速寿命实验台所测得数据集[29],试验台如图 13 所示。测试中的轴承型号

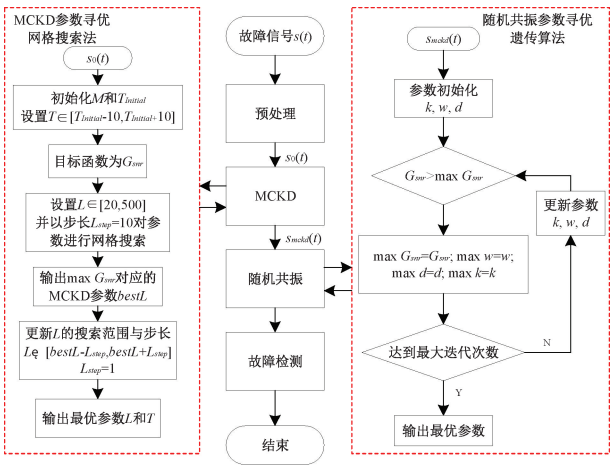


图 12　故障检测流程图

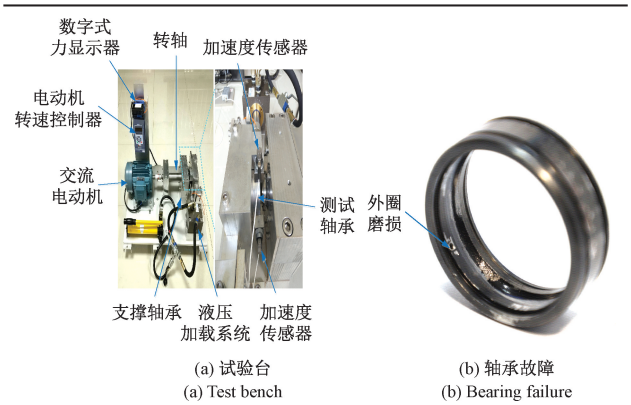
Fig. 12　Fault detection flowchart

为 LDK UER204,对应的轴承数据如表 1 所示。通过滚动轴承故障频率计算公式得到故障频率理论值为 107.91 Hz。其次,设置采样频率 $f_s=25\ 600$ Hz,二次采样频率 $f_r=5$ Hz,采样点数 $N=20\ 000$。最后,通过变步长网格搜索法得到 MCKD 算法的最优参数:$L=472$, $T=236.095\ 2$。同时,由遗传算法得到各随机共振系统的最优参数:MCKD-UTSOSR 系统:$w=0.47$, $d=0.249\ 7$, $k=0.02$; MCKD-CTSOSR 系统:$a=0.51$, $b=0.51$, $c=0.21$, $k=0.91$; MCKD-UTSR 系统:$w=0.012\ 1$, $d=0.689\ 7$; UTSOSR 系统:$w=0.92$, $d=1.783\ 3$, $k=0.96$。

表 1　LDK UER204 轴承主要数据

Table 1　LDK UER204 bearing main data　(mm)

内径	外径	中径	d	接触角	n/个
29.3	39.8	34.55	7.92	0	8



(a) 试验台

(a) Test bench

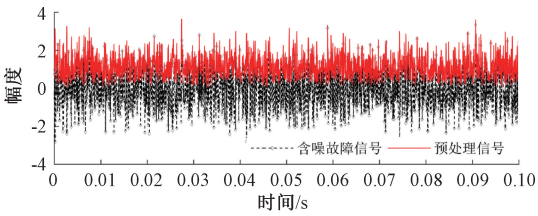
(b) 轴承故障

(b) Bearing failure

图 13　轴承加速寿命实验台

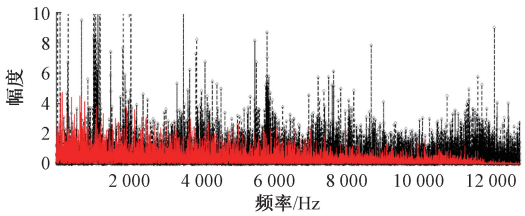
Fig. 13　Bearing accelerated life test bench

由图 14(a)和(b)中的故障信号的时域和频域图可以发现故障信号在强噪声环境中无法被直接检测到,且 SNR 为−46.321 5 dB。



(a) 时域图

(a) Time domain diagram



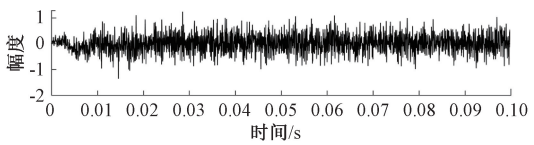
(b) 频域图

(b) Frequency domain diagram

图 14　故障信号及预处理后的信号

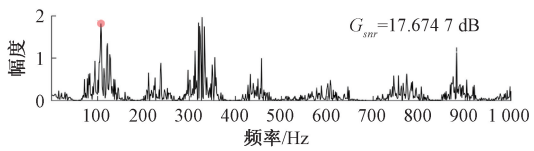
Fig. 14　Fault signal and pre-processed signal

图 15(a)~(c)分别展示了预处理后的信号经过 MCKD 算法降噪后的时域、频域和时频图。此时,在特征频率 107.52 Hz(误差为 0.361 4%)处可以观察到突出峰值。MCKD 算法的输出 SNR 虽然提升了 17.674 7 dB,但是依然存在比故障频率处的幅值更高的噪声干扰。



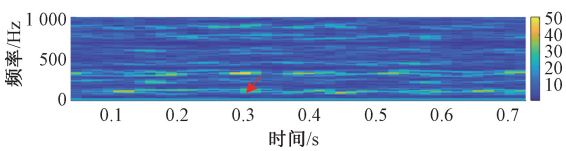
(a) 时域图

(a) Time domain diagram



(b) 频域图

(b) Frequency domain diagram



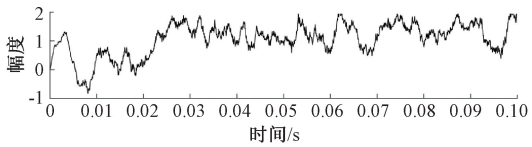
(c) 时频图

(c) Time-frequency diagram

图 15　MCKD 输出信号

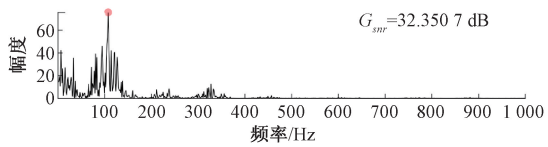
Fig. 15　MCKD output signal

因此,将 MCKD 算法的输出信号分别送入 UTSR、CTSOSR 和 UTSOSR 系统处理,各系统对应的输出信号的时域、频域和时频图分别为图 16(a)~(c),图 17(a)~(c)和图 18(a)~(c)。试验结果表示各系统的输出信号时域波形都得到了不同程度的恢复,并且 MCKD-UTSOSR 比 MCKD-UTSR 和 MCKD-CTSOSR 两种方法的 G_{snr} 分别高出 8.909 4 dB 和 8.378 3 dB。同时,与图 19 中仅采用 UTSOSR 系统的处理结果相比,MCKD-UTSOSR 方法的输出信号周期性更强且信噪比也更高。综上所述,利用 MCKD 算法对故障信号初步处理后,再经过 UTSOSR 系统进行二次处理,将显著提升信号的输出质量。



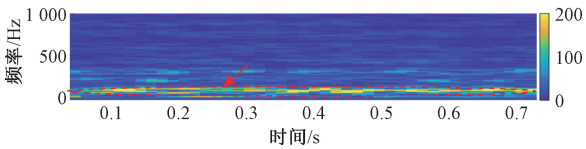
(a) 时域图

(a) Time domain diagram



(b) 频域图

(b) Frequency domain diagram

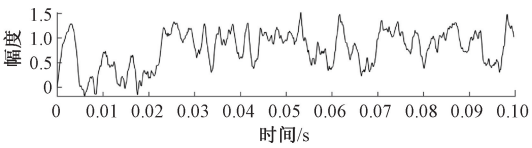


(c) 时频图

(c) Time-frequency diagram

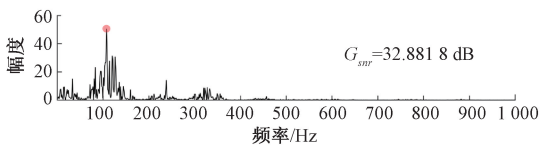
图 16　MCKD-UTSR 系统输出信号

Fig. 16　MCKD-UTSR system output signal



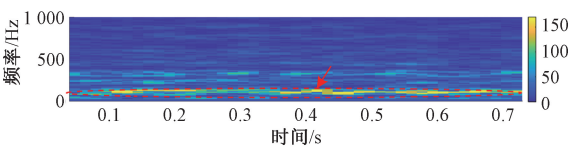
(a) 时域图

(a) Time domain diagram



(b) 频域图

(b) Frequency domain diagram

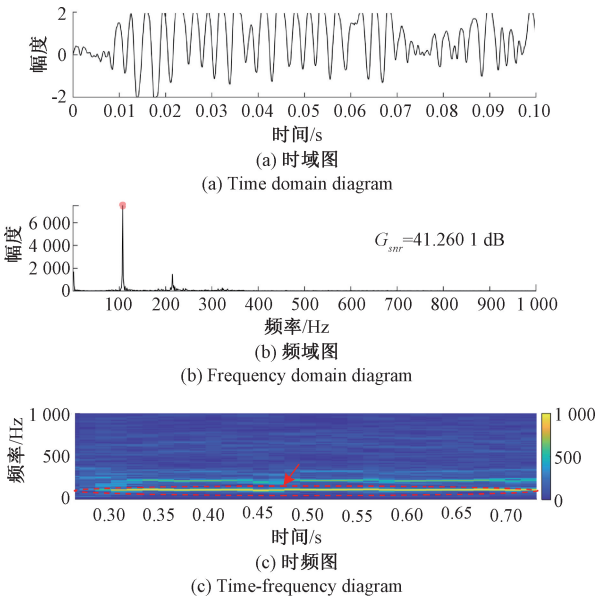


(c) 时频图

(c) Time-frequency diagram

图 17　MCKD-CTSOSR 系统输出信号

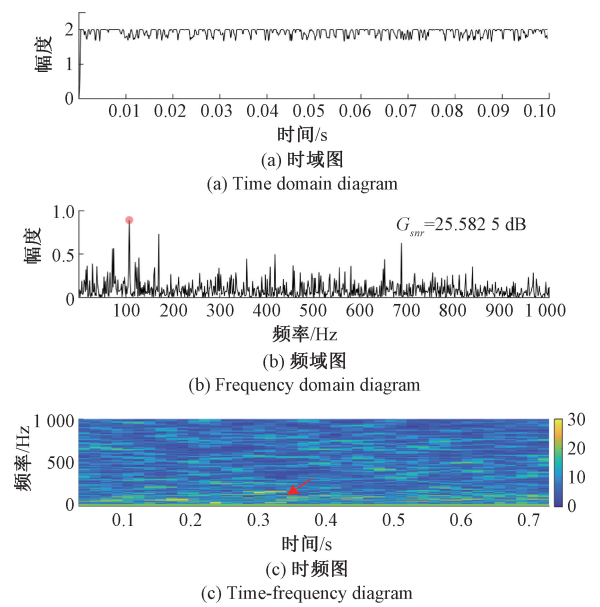
Fig. 17　MCKD-CTSOSR system output signal



(a) 时域图
(a) Time domain diagram
(b) 频域图
(b) Frequency domain diagram
(c) 时频图
(c) Time-frequency diagram

图 18　MCKD-UTSOSR 系统输出信号

Fig. 18　MCKD-UTSOSR system output signal



(a) 时域图
(a) Time domain diagram
(b) 频域图
(b) Frequency domain diagram
(c) 时频图
(c) Time-frequency diagram

图 19　UTSOSR 系统输出信号

Fig. 19　UTSOSR system output signal

2)6205-2RS JEM SKF

为了验证 MCKD-UTSOSR 方法适用于不同型号的轴承,将对美国凯斯西储大学轴承数据中心的滚动轴承故障外圈数据进行分析。测试的轴承型号为 6205-2RS JEM SKF[30],其主要参数如表 2 所示。

设置采样频率 f_s = 12 000 Hz,二次采样频率 f_r = 5 Hz,采样点数 N = 10 000,并计算得到故障频率 f_{BPFO} = 107.3 Hz。通过变步长网格搜索法得到 MCKD 算法的最优参数:L = 218, T = 102.111,再由遗传算法得到各随机共振系统的最优参数:MCKD-UTSOSR 系统:w = 0.59, d = 1.518 4, k = 0.44;MCKD-CTSOSR 系统:a = 0.01, b = 0.31, c = 0.11, k = 0.3;MCKD-UTSR 系统:w = 0.809, d = 1.626 7;UTSOSR 系统:w = 0.001 841, d = 1.347 4, k = 1.5。

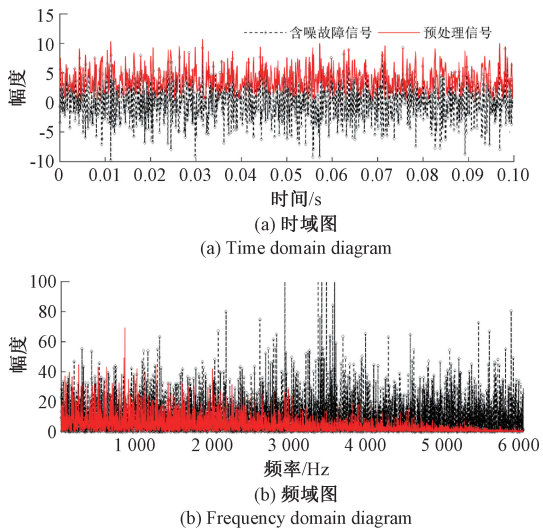
表 2　6205-2RS JEM SKF 轴承主要参数

Table 2　6205-2RS JEM SKF bearing main parameters

(cm)

内径	外径	厚度	D	D_f	n/个
2.500 1	5.199 9	1.500 1	0.794	3.904	9

图 20 为故障信号(SNR = −35.890 9 dB)及预处理后的信号。因为故障特征频率已经完全淹没在强噪声背景之中,无法直接判断出是否产生故障。因此,分别采用 MCKD、MCKD-UTSR、MCKD-CTSOSR, MCKD-UTSOSR 和 UTSOSR 系统对预处理后的信号进行降噪,其结果如图 21~25 所示。从各系统输出信号的频域图可以清晰的观察到在特征频率 106.8 Hz(误差为 0.466%)处有一突出峰值,且信噪比分别提升了 16.174 2 dB, 22.020 7 dB, 23.276 3 dB, 24.405 2 dB 和 10.012 5 dB。结果表示,通过 MCKD-UTSOSR 处理后的滚动轴承信号,将具有最高的信噪比,这就表示该方法在利用噪声增强待检测信号方面具有显著的优势。



(a) 时域图
(a) Time domain diagram
(b) 频域图
(b) Frequency domain diagram

图 20　故障信号及预处理后的信号

Fig. 20　Fault signal and pre-processed signal

通过分析表 3 中的滚动轴承检测实验结果数据,可以发现将 MCKD 技术与 SR 系统相结合对故障信号进行联合处理所得到的输出信号的谱峰峰值和 $Gsnr$ 均远高于仅使用 MCKD 技术或 SR 系统的输出效果。这表明,结合 MCKD 技术与 SR 系统的方法更能有效检测轴承故

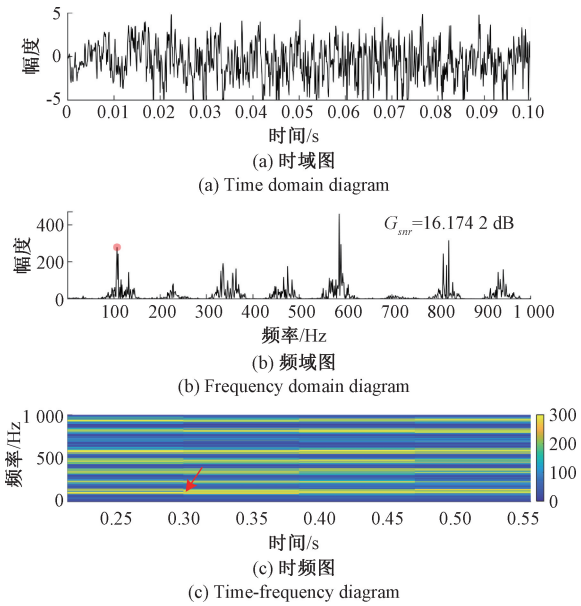


图 21　MCKD 输出信号

Fig. 21　MCKD output signal

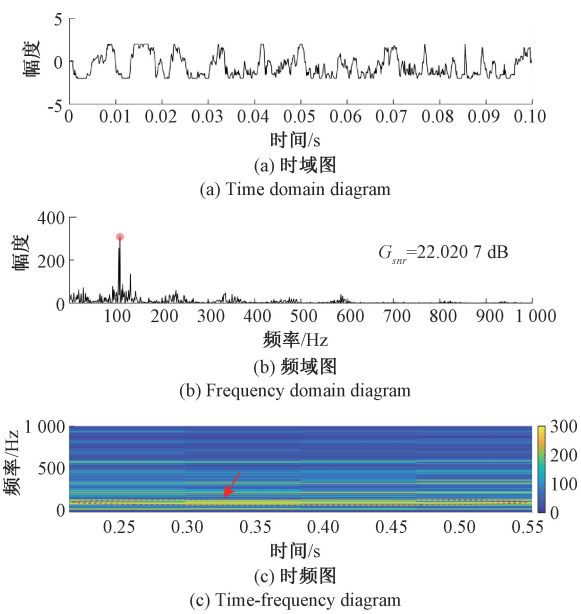


图 22　MCKD-UTSR 系统输出信号

Fig. 22　MCKD-UTSR system output signal

障。同时,对比 MCKD-UTSR、MCKD-CTSOSR 和 MCKD-UTSOSR 3 种联合去噪方法,可以发现 MCKD-UTSOSR 方法在故障信号处理方面展现了出色的性能,尤其在谱峰峰值和 G_{snr} 方面。谱峰峰值越大表明输出信号的周期性越强,而较高的信噪比意味着输出信号中的干扰相对较弱。这表明 MCKD-UTSOSR 方法在滚动轴承故障信号处理方面具有优越的特征增强和噪声削弱能力。

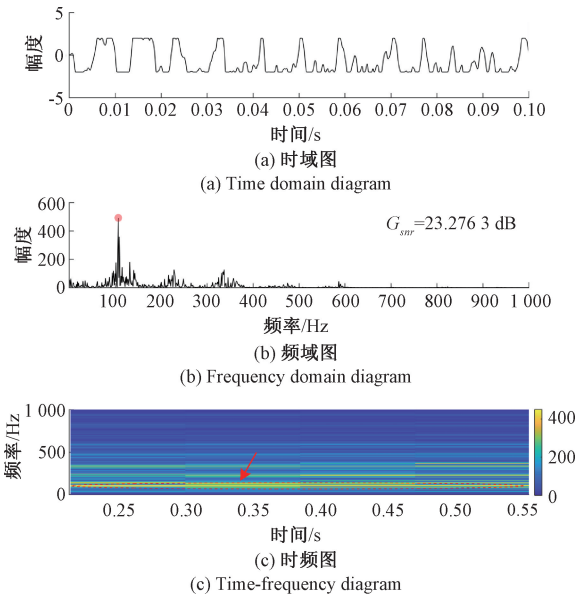


图 23　MCKD-CTSOSR 系统输出信号

Fig. 23　MCKD-CTSOSR system output signal

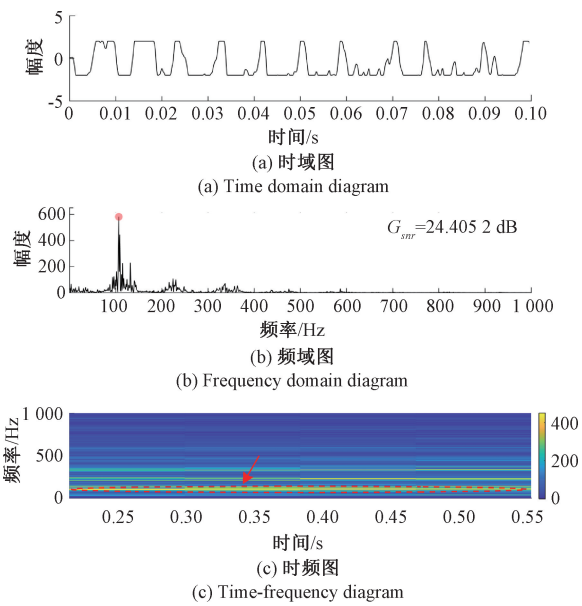


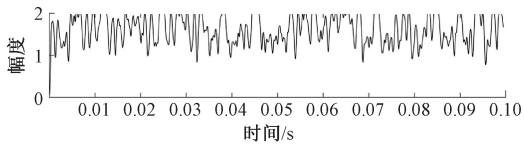
图 24　MCKD-UTSOSR 系统输出信号

Fig. 24　MCKD-UTSOSR system output signal

表 3　工程应用结果

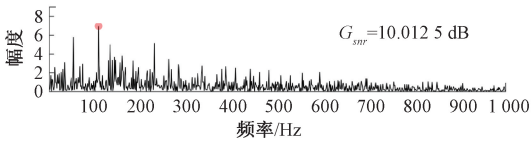
Table 3　Results of Engineering Applications

处理方法	LDK UER204		6205-2RS JEM SKF	
	谱峰峰值	G_{snr}/dB	谱峰峰值	G_{snr}/dB
UTSOSR	0. 891 867	25. 582 5	6. 971 05	10. 012 5
MCKD	1. 819 72	17. 674 7	278. 324	16. 174 2
MCKD-UTSR	75. 667 6	32. 350 7	307. 835	22. 020 7
MCKD-CTSOSR	50. 603 4	32. 881 8	492. 492	23. 276 3
MCKD-UTSOSR	7 489. 01	41. 260 1	580. 915	24. 405 2



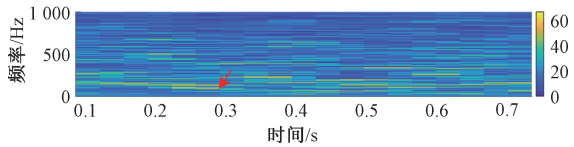
(a) 时域图

(a) Time domain diagram



(b) 频域图

(b) Frequency domain diagram



(c) 时频图

(c) Time-frequency diagram

图 25　UTSOSR 系统输出信号

Fig. 25　UTSOSR system output signal

4　结　论

文中提出了一种新的非饱和三稳二阶随机共振(UTSOSR)系统,为解决 CTSOSR 系统由高阶项引起的饱和问题提供了新的解决方案。同时,联合 MCKD 算法构成 MCKD-UTSOSR 方法对滚动轴承故障成功进行诊断。

在理论分析中,文章不仅推导了 UTSOSR 系统的 SPD、MFPT 以及 SA,还深入分析了系统参数和指标之间的关系。研究揭示了参数取值对系统性能的显著影响,以及噪声在诱导随机共振现象方面的作用。在数值仿真中,文章首先对比了在输入含有不同噪声强度的信号时,UTSR、CTSOSR 和 UTSOSR 3 个系统的平均输出 G_{snr} 和 SA,结果表明 UTSOSR 系统具有更显著的优越性。其次,为了验证所提的 MCKD-UTSOSR 方法在工程应用中的可行性,将其成功应用于两组不同型号的滚动轴承故障信号中,并分别采用变步长网格搜索法和遗传算法对 MCKD 算法和随机共振系统的参数进行优化。实验结果表示,MCKD-UTSOSR 方法在故障特征增强方面具有显著优势,有效提升了轴承故障诊断的准确性,为工程实际应用提供了更为可靠和创新的解决方案。

然而,文中的理论和仿真分析都是在白噪声背景下进行的,而实际的轴承故障检测往往是受到复杂色噪声的影响。因此,下一步的工作重点将转移至在复杂噪声背景中提取故障信号。

参考文献

[1] HE L F, LIU Q L, ZHANG T Q. Research and application of stochastic resonance in quad-stable potential system [J]. Chinese Physics B, 2022, 31(7): 070503.

[2] QIAO Z, LIU J, MA X, et al. Double stochastic resonance induced by varying potential-well depth and width [J]. Journal of the Franklin Institute, 2021, 358(3): 2194-2211.

[3] ZHANG G, ZENG Y, HE L. Tri-stable stochastic resonance coupling system driven by dual-input signals and its application in bearing fault detection [J]. Physica Scripta, 2022, 97(4): 045202.

[4] SUO J, WANG H, SHEN X, et al. Mutual information-assisted feed-forward cascaded stochastic resonance for large parameter [J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111(20):19225-19247.

[5] HE L, BI L, XIONG Q, et al. Two combination methods of piecewise unsaturated tri-stable stochastic resonance system and bearing fault detection under different noise [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2023, 173: 113756.

[6] 唐立力,陈国彬. 阱宽非对称性诱导随机共振的轴承故障诊断方法[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(14): 197-202.
TANG L L, CHEN G B. Stochastic resonance method driven by well-width asymmetry for fault diagnosis of bearings [J]. Science Technology and Engineering, 2018,18(14) : 197-202.

[7] HE L F, CUI Y Y, ZHANG T Q, et al. Analysis of weak signal detection based on tri-stable system under Levy noise [J]. Chinese Physics B, 2016, 25(6): 060501.

[8] XU P, JIN Y. Stochastic resonance in multi-stable coupled systems driven by two driving signals [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2018, 492: 1281-1289.

[9] MA T, SONG D, SHEN J, et al. Blade crack detection using variational model decomposition and time-delayed feedback nonlinear tri-stable stochastic resonance [J]. Structural Health Monitoring, 2023, 22(2): 1478-1493.

[10] HE L, LIU Y, ZHANG G. Research and application of tristable stochastic resonance based on harmonic and pinning potential model [J]. Journal of Vibration and Control, 2023, 29(5-6): 1151-1163.

[11] 张刚,谭春林,贺利芳. 二维非对称双稳随机共振系统及其在故障诊断中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(1): 228-236.
ZHANG G, TAN CH L, HE L F. Two-dimensional asymmetric bi-stable stochastic resonance system and its application in fault diagnosis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(1): 228-236.

[12] GONG T, YANG J, LIU S, et al. Non-stationary feature extraction by the stochastic response of coupled oscillators and its application in bearing fault diagnosis under variable speed condition [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 108(4): 3839-3857.

[13] ZHAO S, SHI P, HAN D. A novel mechanical fault signal feature extraction method based on unsaturated piecewise tri-stable stochastic resonance [J]. Measurement, 2021, 168: 108374.

[14] JIAO S, GAO R, XUE Q, et al. Weak signal detection method based on novel composite multistable stochastic resonance [J]. Chinese Physics B, 2023, 32(5): 050202.

[15] LI M, SHI P, ZHANG W, et al. A novel underdamped continuous unsaturation bistable stochastic resonance method and its application [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2021, 151: 111228.

[16] QIAO Z, CHEN S, LAI Z, et al. Harmonic-Gaussian double-well potential stochastic resonance with its application to enhance weak fault characteristics of machinery [J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111(8): 7293-7307.

[17] 李彦徵,栾孝驰,杨杰,等.基于灰狼算法优化最大相关峭度反卷积的滚动轴承振动特征提取与表征方法[J]. 航空动力学报:1-18[2024-07-10]. https://doi.org/10.13224/j.cnki.jasp.20230338.
LI Y Z, LUAN X C, YANG J, et al. Rolling bearing vibration feature extraction and characterization method based on maximum correlated kurtosis deconvolution optimized by gray wolf optimization algorithm [J]. Journal of Aerospace Power: 1-18 [2024-07-10]. https://doi.org/10.13224/j.cnki.jasp.20230338.

[18] 栗龙强,刘永强,廖英英.基于粒子群优化 MCKD 的轴承故障诊断方法[J]. 轴承, 2020,(6): 45-50.
LI L Q, LIU Y Q, LIAO Y Y. MCKD fault diagnosis method for bearings based on particle swarm optimization [J]. Bearing, 2020,(6):45-50.

[19] 夏均忠,赵磊,白云川,等. 基于 MCKD 和 VMD 的滚动轴承微弱故障特征提取[J]. 振动与冲击, 2017, 36(20): 78-83.
XIA J Z, ZHAO L, BAI Y C, et al. Feature extraction for rolling element bearing weak fault based on MCKD and VMD [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(20):78-83.

[20] FU D, LU Q F, TANG L H, et al. Complementary ensemble empirical mode decomposition and maximum correlated kurtosis deconvolution for wind turbine bearing fault feature extraction[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2023, 2659(1).

[21] 许昕,李磊磊,潘宏侠,等.基于优化 MCKD 与能量熵在柴油机故障诊断中的应用[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(2): 132-137.
XU X, LI L L, PAN H X, et al. Application of optimized MCKD and energy entropy in diesel engine fault diagnosis [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2022, 41(2):132-137.

[22] 潘昕怡,岳建海. 基于参数优化的 MCKD 的滚动轴承早期故障诊断[J]. 噪声与振动控制, 2021, 41(5): 109-113,218.
PAN X Y, YUE J H. Early fault diagnosis of rolling bearings based on parametric optimized MCKD [J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(5): 109-113,218.

[23] 张刚,毕璐洁,蒋忠均. Levy 噪声下欠阻尼指数型三稳随机共振系统研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(1):177-190.
ZHANG G, BI L J, JIANG Z J. Underdamped exponential tri-stable stochastic resonance system under Levy noise [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(1):177-190.

[24] 刘秋月,刘雪峰,孙绍华. 基于阴影增强和注意力机制的高光谱图像分类[J]. 电子测量技术, 2023, 46(8): 14-23.
LIU Q Y, LIU X F, SUN S H. Hyperspectral image classification based on shadow enhancement and attention mechanism [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(8):14-23.

[25] ZHANG G, TAN C, HE L. Piecewise asymmetric exponential potential under-damped bi-stable stochastic resonance and its application in bearing fault diagnosis [J]. Modern Physics Letters B, 2021, 35(17): 2150280.

[26] LU S, HE Q, KONG F. Effects of underdamped step-varying second-order stochastic resonance for weak signal detection [J]. Digital Signal Processing, 2015, 36: 93-103.

[27] HE L, JIANG Z, CHEN Y. Unveiling the principles of stochastic resonance and complex potential functions for bearing fault diagnosis [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2024, 180: 114484.

[28] 冯旭刚,黄鹏辉,张泽辰,等. 基于 GA-模糊 RBF 的发电机组滑模自抗扰控制[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(8): 319-328.
FENG X G, HUANG P H, ZHANG Z C, et al. Sliding mode active disturbance rejection control for generator sets based on GA-fuzzy RBF [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(8):319-328.

[29] WANG B, LEI Y G, LI N P, et al. A hybrid prognostics

approach for estimating remaining useful life of rolling element bearings [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2018, 69(1): 1-12.

[30] 陆思良,苏云升,赵吉文,等. 基于二维互补随机共振的轴承故障诊断方法研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(4): 7-12.
LU S L, SU Y SH, ZHAO J W, et al. Research on bearing fault diagnosis method based on two-dimensional complementary stochastic resonance [J]. Vibration and Shock, 2018, 37(4): 7-12.

作者简介

贺利芳,2001 年于西南交通大学获得学士学位,2004 年于西南交通大学获得硕士学位,现为重庆邮电大学副教授,主要研究方向为混沌保密通信和微弱信号检测。
E-mail: helf@ cqupt. edu. cn

He Lifang received her B. Sc. degree from Southwest Jiaotong University in 2001 and M. Sc. degree from Southwest Jiaotong University in 2004. She is now an associate professor of Chongqing University of Posts and Telecommunications now. Her main research interests include chaotic secure communication and weak signal detection.

熊清(通信作者),2022 年于四川轻化工大学获得学士学位,现为重庆邮电大学硕士研究生,主要研究方向为微弱信号检测。
E-mail: 1977217627@ qq. com

Xiong Qing (Corresponding author) received a B. Sc. degree from Sichuan University of Science & Engineering in 2022. She is now a M. Sc. candidate at Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research interest includes weak signal detection.