

DOI: 10.13382/j.jemi.B2306917

一种测量误码率谱构建眼图的方法^{*}

陈星燎 高恩辉 刘 通

(天津中德应用技术大学智能制造学院 天津 300350)

摘 要:当前生产线上自动化测试设备对高速串行电路接口只能进行通、断、短路传统静态测试,对眼图时域特征动态测试则难以在有限的生产节拍时间内完成。为了在生产线上低成本、快速地完成动态测试,开发了一个多相位、多判决电平的二维误码率统计电路,通过等误码率插值的方法来构建时域眼图。首先分析抖动的不同来源特征,根据双狄拉克模型得到抖动和误码率的关系, Q 尺度因子和误码率 P 的关系,推导出 Q-P 曲线的切线斜率收敛到随机抖动均方根值 σ 的倒数。然后通过测量切线斜率求解 σ ,得到高斯随机抖动的模型。最后根据高斯模型对所有判决电平处的误码率曲线插值,求出二维误码率图谱上的等误码率点,连接这些点绘制眼图的内轮廓线。对高斯函数和眼图仿真数据以及实验测量的误码率数据进行计算分析表明, Q-P 曲线斜率插值法在误码率小于 10^{-4} 以下区域内能够恢复出眼图内轮廓线,可定量地评估眼高、眼宽、幅度、上升下降时间等基本眼图时域参数,相关数据精度误差在 10% 左右。

关键词: 动态测试; 误码率插值; 眼图测量; Q 尺度因子

中图分类号: TH89 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Measuring BER based method of building an eye-diagram

Chen Xingliao Gao Enhui Liu Tong

(Intelligent Manufacturing College, Tianjin Sino-German University of Applied Sciences, Tianjin 300350, China)

Abstract: At present, the automatic test equipment on the production line can only perform the traditional static test of on, off, and short circuit of the high-speed serial interface, and it is difficult to complete the dynamic test of the time domain characteristics of the eye diagram in a limited production cycle time. In order to complete the dynamic test at low cost and quickly on the production line, a two-dimensional bit error rate statistical circuit with multiple phases and multiple decision levels was developed, and the time domain eye diagram was constructed by the method of equal bit error rate interpolation. Firstly, the different source characteristics of jitter are analyzed, and the relationship between jitter and BER, the relationship between Q Scale and BER P is obtained according to the Dual-Dirac model, and the tangent slope of the Q-P curve converges to the reciprocal of the random jitter variance σ . Then, by measuring the tangent slope to solve the σ , the model of Gaussian random jitter is obtained. Finally, according to the Gaussian model the BER curves at all decision levels are interpolated at a giver BER, the equal points on the two-dimensional BER map are found, and these points are connected to obtain the inner contour line of the eye diagram. The calculation and analysis of Gaussian function, eye diagram simulation data and experimental data show that the Q-P curve slope interpolation method can rebuild the inner contour line of the eye diagram in the area below the BER less than 10^{-4} , and can quantitatively evaluate the basic eye diagram time domain parameters such as eye height, eye width, amplitude, rise and fall time, and the accuracy error of the relevant data is about 10%.

Keywords: dynamic measurement; BER interpolation; eye-diagram measurement; Q-scale

0 引言

电子线路板上的串行通信接口因线路简单、连接方便在过去的十几年时间里得到快速发展^[1],其速度快,频带宽,电压低给生产测试带来了极大的挑战,传统的静态通断测试方法已满足不了对性能测试的需求。放置额外焊盘用探针来在线测试(in circuit test, ICT)的方法已不能满足高速信号完整性测试要求^[2]。

Agilent 公司早在 20 世纪 90 年代提出了一种称为边界扫描测试(boundary scan test, BST)技术,在电子线路板的自动化测试中获得了广泛的应用,并创建了 PCOLA/SOQ 测试模型,后由 iNEMI 组织不断完善,最终形成了测试覆盖性比较完整的 PCOLA/SOQ/FAM 模型。这个模型的建立为电路板测试提供了一个更加完备的缺陷故障谱,排列在前面的 PCOLASOQF 这 9 个缺陷、故障模型可由当前的测试设备覆盖,新增的全速率测试(At speed)和误码率性能测量(Measurement)模型测试代价非常大,生产线上未见实用的解决方案,具备相关测试功能的设备目前还难以集成到产线中去,在高速串行信号动态参数测试和测量方面还是空白,相关的高速串行接口测试标准也只能涵盖差分线静态参数,不能对脉冲信号抖动、眼图、上升下降时间、眼宽、眼高等动态参数进行测量。

判断高速串行接口质量的重要指标是比特误码率,误码率、抖动和眼图三者密切相关,对眼图特性和抖动的分析有利于分析系统的误码特性^[3]。时域眼图波形的眼高和眼宽对接收电路时钟恢复和数据判决有影响,直接决定数字系统的性能,对抖动和眼图的分析更能精确评估串行系统的性能。

抖动定义为时间上信号的边沿与理想位置的偏差,是时间间隔误差(time interval error, TIE)的一种量度^[4],本质上是相位噪声^[4]。普遍认为抖动(total jitter, TJ)由随机性抖动(random jitter, RJ)和确定性抖动(deterministic jitter, DJ)两部分构成^[3-4]。RJ 跟电路本身有关,受电路噪声影响,它的值没有边界,在低误码率情况下起主要作用,服从高斯函数分布^[4]。DJ 跟信道传输有关,受码间干扰、反射、串扰、占空比周期失真等影响,它有最大值,在高误码率情况下起主要作用^[4]。理论上用概率密度分布函数(probability distribution function, PDF)来描述它们的分布特性,为了简化 DJ 的影响,常用双狄拉克模型来分析,在抖动值和误码率之间建立了一种对应关系,对系统的误码率的分析就转化为了对系统 DJ 抖动来源、成分和特性的分析^[3]。

相位噪声在远离 DJ 峰值的位置呈现高斯特性,从高斯曲线中提取均方根值能将 RJ 从 TJ 中分离,这种被称

为高斯曲线尾迹适配的方法简便实用。RJ 和 DJ 最明显的差别是对误码率的贡献不一样,通过测量 BER 可将二者分离^[5];但更多的方法是通过高斯模型适配分解^[6]或通过高斯曲线边缘尾迹来分解^[7],当适配点和测量值偏离太大时则估计为 DJ 的值。在尾迹适配的过程中,文献[8]考虑了周期性抖动和占空比失真抖动对 RJ 估计的影响。另外尾迹左右曲线参数不一致,文献[9]改进了抖动分离以及 BER 估计方法。这些分解技术,性能各异,文献[10]作了分析比较,说明了参数估计结果跟理论模型的偏差。随着对抖动模型了解的越来越深入^[11]、出现了很多新的抖动数值分解方法,比如反卷积方法^[11]、功率谱方法^[12],以及最新的机器学习方法^[13],最近几年既有对模型数学改进的方法^[14],还有改进的二维比较器电路结构的低成本快速 DJ 抖动测量和分离方法^[15-16]。文献[17]首次在理论上推导了 DJ 对 TJ 的影响程度,针对不同模型特性的 DJ 分析了 TJ 的一阶近似,在双狄拉克模型基础上证明 Q 尺度因子的渐近线收敛于 RJ 的均方根值的倒数,通过仿真证实了收敛的性质,这为抖动分析技术提供了新的方法,由于误码率测量的复杂性,论文没有进行电路验证并进一步推广其应用。

上述模型和方法能在工程上可靠适用的前提是精确测量误码率,这需要很高的仪器成本和时间成本。以 PC 主板系统的 PCI-E GEN4 扩展接口总线为例, Tektronix 推荐了一个由 3 台仪器组合在一起的方案,该方案在检测 PCI-E 标准的一致性上非常完善,可充分测量物理层参数^[6],但测试仪器体积大、测试功能复杂成本高,测试时间很长,不易与自动化设备集成。眼图相对抖动来说,显示更加直观,除了能通过波形余辉显示抖动的分布和强度,还能直观观察波形时域特征参数。

为了测量眼图需要配置能快速大量采集 TIE 数据和波形的仪器,这对系统带宽和存储空间提出了很高的要求,当前鲜见对眼图跟抖动和误码率之间关系的研究。文献[18]从码间干扰的抖动成因仿真了时域波形眼图的轮廓线,对眼图的构建提出了一个新的分析思路,但未见更进一步的研究进展。为了解决工程上误码率统计上的时间成本问题,高端 FPGA 芯片提供了片上仪器(on-die instrumentation, ODI)功能^[19],在串行收发器(Transceiver)上的时钟和数据恢复通路之外增加一条并行的数据采样判决通道,在不同的时钟相位和不同的判决电平下测量二维比特误码率图谱来分析通道的性能,这为低成本的串行通道特性评估开辟了新的思路。

关于抖动和眼图之间的密切相关性,国内西安电子科技大学的李丽平等^[18]早在 2008 年对抖动参数跟眼图的关联性做了研究,发现数据间干扰抖动 DDJ 受链路带宽和反射影响,在时域眼图波形上呈现上过冲或下过冲的内外轮廓,通过眼图的边缘轮廓线可以反推出 DDJ 数

值。通信系统受干扰后,时域波形的眼高和眼宽都将受到影响,因此眼图的时域参数可作为系统性能的评估指标。Ren 等^[20]根据抖动对眼图的影响,基于时序和脉冲翻转交叉点校准的方法提出了一个可用于分析抖动成分的抖动生成模型,根据这个模型设计了一个眼图仿真的框架。上述研究详细地说明了不同种类抖动和眼图之间的相互影响关系,但没有考虑到抖动本身不好测量,也难以分解,没有进一步分析眼图和比特误码率之间的关系。

本文从抖动的来源和特性方面分析了对眼图的影响并仿真了眼图时域波形,验证了不同抖动参数和眼图的关系,在双狄拉克模型 Q 尺度因子渐近线收敛的基础上^[17],利用 ODI 电路功能得到了分离 RJ 均方根抖动值的新方法,基于二维扫描误码率图谱利用定常误码率曲线提取到眼图内轮廓线,定量测量出眼图的时域参数,这给低成本获取眼图,评估眼图动态特性参数提供了一个新方法。

1 误码率测量和眼图构建原理

1.1 抖动建模和误码率计算

最直接测量误码率的方法是收发两端逐比特比较统计错误的比特总数,为了避免不同比特串模式的影响,常通过伪随机码序列逐比特比较获得。工程上误码率较低,实际测试时间极长,这种测试方法在生产线上意义不大。近些年来在理论上比较深入地分析了误码和码流相位噪声及抖动的关系,从抖动种类和幅度特性入手比误码率分析要更精确。

误码与接收端恢复时钟的稳定度以及比特判决采样时刻精确度相关,能评估时钟相位和时域波形畸变的程度。时域均衡电路解决了时域波形和比特采样的问题,抖动对恢复的时钟相位的稳定有重要影响。相位误差可用时域信号的过零点时刻跟理想位置偏差的统计特性描述,用概率密度分布函数来表征。总抖动可分解成随机抖动和确定性抖动两部分。RJ 部分是无界的,用零均值和方差的高斯模型描述;DJ 部分是有界的,用峰峰值来描述,概率分布是一个有界的范围。DJ 按照成因和特性分为数据相关抖动(DDJ),周期性抖动(PJ),边界不相关抖动(UCD),数据相关抖动可分为码间干扰(ISI)和占空比周期失真抖动(DCD)。上述这些抖动互相叠加在一起,统计上互相独立。

RJ 由无界抖动源产生,它的概率密度分布函数是高斯分布,可用式(1)描述^[3-4,16]:

$$f_{RJ}(\Delta t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(\Delta t - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (1)$$

式中: μ 是均值, σ 表示方差,是 RJ 抖动的均方根值。

PJ 通常是由交叉耦合或者电迁移干扰造成,是一种

重复性的抖动,呈现周期性。假设基频为 f_0 ,数据流码率 f_s ,PJ 的抖动值可用式(2)来描述^[3-4,16]:

$$\Delta t_{PJ}[n] = A \sin(2\pi f_0(t - nT) + \varphi) = a \sin\left(\frac{2\pi f_0 n}{f_s}\right) + b \cos\left(\frac{2\pi f_0 n}{f_s}\right) \quad (2)$$

式中: T 是码元周期, $\Delta t_{PJ}[n]$ 是采样时刻 nT 时的 PJ 抖动量, f_0 是 PJ 的基频, A 是抖动的幅度。 f_s 是串行数据码流的速率, φ 是 PJ 的初始相位, a 和 b 是基频正余弦分量的抖动幅度。

DCD 抖动可以看成是输入端一连串相邻的正和负的脉冲,频率是数据速率的一半,抖动值可以用式(3)描述^[3-4,16]:

$$\Delta t_{DCD}[n] = J_{DCD} \times \cos(n\pi) = [-J_{DCD}, J_{DCD}, -J_{DCD}, J_{DCD}, \dots] \quad (3)$$

左边是采样时刻 nT 时的 DCD 抖动值, J_{DCD} 是抖动幅度,有界值。

码间干扰是时域脉冲信号经过一个带宽受限的有损信道后的时域拓宽和幅度衰减,在理想脉冲位置的前后产生的输出,它对时钟恢复和误码率有很大影响。ISI 抖动有一个最大值,整体上呈均匀分布^[3-4,16]:

$$\Delta t_{ISI}[n] = \pm J_{ISI} \times n/2^k = J_{ISI} \times [-1, \dots, -n/2^k, \dots, 0, \dots, -n/2^k, \dots, 1] \quad (4)$$

式中: n 是当前比特前面长度为 k 的比特串中的一种类型,总计有 2^k 种组合,抖动均匀分布, J_{ISI} 是抖动幅度,有界值。

上述各抖动分量统计独立,整体抖动的 PDF 等于 RJ 和 DJ 各 PDF 的卷积^[3-4]:

$$f_{TJ}(\Delta t) = f_{RJ}(\Delta t) \times f_{DJ}(\Delta t) \quad (5)$$

DJ 有界设幅值为 A ,则在 $-A \sim +A$ 的范围之外 $f_{DJ}(\Delta t)$ 为 0,卷积操作时,如图 1 所示 RJ 函数从左往右移动来计算。

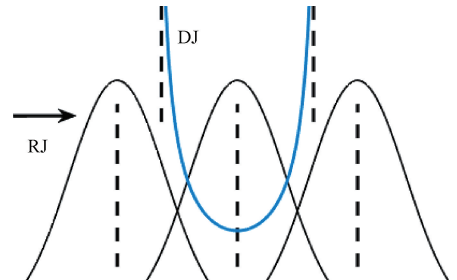


图1 RJ 和 DJ 卷积过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the RJ and DJ convolution process

它们的重叠部分是 $f_{TJ}(\Delta t)$ 的主要部分,卷积结果形式复杂,跟 $f_{DJ}(\Delta t)$ 分布有密切关系,在较远的地方 $f_{DJ}(\Delta t)$ 为 0, $f_{RJ}(\Delta t)$ 起主要作用。由于高斯函数能量的

99%集中在 $-3\sigma \sim 3\sigma$ 之间,重叠部分主要在 $[-A - 3\sigma \sim A + 3\sigma]$ 的范围内, $f_{TJ}(\Delta t)$ 在 $|\Delta t| > A + 3\sigma$ 之外是高斯部分。由概率公式,确定 $f_{TJ}(\Delta t)$ 之后,接收端误码率的计算公式为:

$$P(\tau) = \rho \int_{\tau}^{+\infty} f_{TJ}(t) dt \quad (6)$$

ρ 为码流中 0 和 1 翻转的概率。如果 τ 在眼图的中间,抖动值偏离 $A + 3\sigma$ 足够远,式(5)由高斯模型可以进一步简化为:

$$P(\tau) = \rho \int_{\tau}^{+\infty} f_{RJ}(t) dt = \rho \int_{\tau}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{t^2}{2\sigma^2} dt$$

$$P(\tau) = \rho \frac{\sqrt{2}}{\pi} \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (7)$$

式(7)将抖动和误码率联系在了一起,求出了 RJ 的均方根值 σ 可以推算偏离 $A + 3\sigma$ 抖动采样值的平均概率,反过来,如果能够统计出 τ 抖动时的误码率,则可以计算出 RJ 的有效值 σ 。

1.2 高斯尾迹适配和误码率测量

在偏移 $A + 3\sigma$ 抖动的位置 TJ 的 PDF 呈现高斯函数的特征,如果测量出足够多不同抖动误码率的数值,就可以拟合出高斯函数尾部的曲线,从而得到 RJ 的均方根值 σ ,在误差比较大的拟合处可以认为受 DJ 的影响,得到 DJ 的峰值。

因此双狄拉克模型假设 DJ 的分布由两个不同抖动值 u_L 和 u_R 的双狄拉克函数组成,设 RJ 的高斯分布函数和 DJ 的独立分布为:

$$f_{RJ}(\tau) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp - \frac{(\tau - u_L)^2}{2\sigma^2} \quad (8)$$

$$f_{DJ}(\tau) = \frac{A_L \delta(\tau - u_L) + A_R \delta(\tau - u_R)}{A_L + A_R} \quad (9)$$

将 RJ 与 DJ 卷积可得到总抖动的分布:

$$f_{TJ}(\tau) = \frac{A_L}{(A_L + A_R) \sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(\tau - u_L)^2}{2\sigma^2} + \frac{A_R}{(A_L + A_R) \sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(\tau - u_R)^2}{2\sigma^2} \quad (10)$$

图 2 为双狄拉克模型 TJ 的分布函数示意图。

左右高斯曲线的参数可以有差异,简化为式(11)和(12)来分别表示:

$$f_{TJL}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp - \frac{(\tau - u_L)^2}{2\sigma_L^2} \quad (11)$$

$$f_{TJR}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp - \frac{(\tau - u_R)^2}{2\sigma_R^2} \quad (12)$$

适配左右两边的高斯函数曲线,可以得到双狄拉克函数的参数 u_L 和 u_R ,估计出参数 σ_L 和 σ_R ,通过式(13)~(15)得出较低误码率下的总抖动值,即为双狄

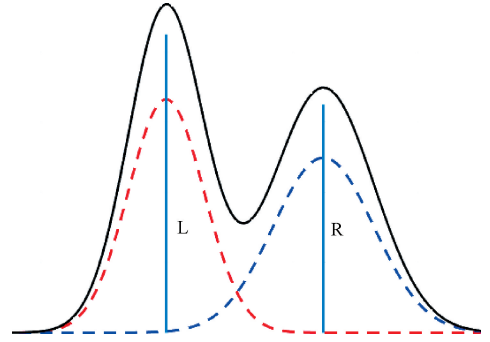


图 2 双狄拉克模型分布函数图

Fig. 2 Graph of the distribution function of the dual Dirac model

拉克模型总抖动公式:

$$TJ(BER) \cong 2Q_{BER} \times RJ_{rms} + DJ_{\delta\delta} \quad (13)$$

$$RJ_{rms} = \frac{\sigma_L + \sigma_R}{2} \quad (14)$$

$$DJ_{\delta\delta} = |\mu_L - \mu_R| \quad (15)$$

高斯曲线适配处的误码率通常比较低,误码率的值还跟码元序列的随机性分布有较强的关联性,高斯曲线适配的误差比较大。 Q 尺度因子是跟误码率相关的一个常数项,表达式可以写成式(16)的形式:

$$Q_{BER} = \operatorname{erf}^{-1}(2F - 1) \quad (16)$$

F 是总抖动 TJ 的累积分布函数, erf^{-1} 是误差函数的反函数,在抖动 τ 时左右曲线的误码率分别为:

$$BER_L(\tau) = F(\tau) \quad (17)$$

$$BER_R(\tau) = 1 - F(\tau) \quad (18)$$

将式(17-18)代入式(16)可以得到:

$$Q_L = \operatorname{erf}^{-1}(2BER_L(\tau) - 1) \quad (19)$$

$$Q_R = \operatorname{erf}^{-1}(1 - 2BER_R(\tau)) \quad (20)$$

由式(5) TJ 的 PDF 可得右曲线的误码率:

$$Q_{BER}(\tau) = \int_{\tau}^{+\infty} TJ(t) dt \quad (21)$$

在抖动 τ 偏离足够远时,可以得到:

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} Q_{BER}(\tau) = \rho \int_{\tau}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(t - u_R)^2}{2\sigma^2} dt \quad (22)$$

式(22)可以用误差函数表示为:

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} Q_{BER}(\tau) = \frac{\rho}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\tau - u_R}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] \quad (23)$$

将式(23)代入式(18)和(20)并进一步化简得:

$$\frac{\tau - u_R}{\sigma} = \lim_{\tau \rightarrow +\infty} \operatorname{erf}^{-1}\left(1 - \frac{2}{\rho}(1 - F(\tau))\right) \quad (24)$$

ρ 是码流中 0 和 1 翻转的概率,如果 $\rho = 1$,对比式(16)和(24),可得到:

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} Q_R = \frac{\tau - u_R}{\sigma} \quad (25)$$

参数 ρ 是一个先验参数,当为 1 时 Q 曲线的渐近线

是一个斜率为 $1/\sigma$ 的直线。 ρ 的存在造成渐近线的斜率是一个变化量,测量的数据将不准确。但由于误码率值非常小, ρ 的值对渐近线的斜率影响较小,估计时可以按照 $\rho = 1$ 来处理。

通过测量不同相位点的误码率来拟合 Q 值曲线的渐近线斜率,利用式 (25) 来求出 σ 的值,这种方法要比高斯函数尾巴曲线的适配要更精确。

1.3 眼图构建

如图 3 所示,假设某一个时域脉冲波形上升沿一侧的曲线为 L ,波形在不受外界干扰的情况,当判决电平 u 时,以眼图中心点相位采样电平为比特误码判断依据,当脉冲的相位抖动超过 φ 时会出现误码,误码率可用下式求出:

$$P(u, \varphi, \tau) = \rho \int_{\varphi+\tau}^{+\infty} f_{TJ}(t + \varphi) dt = \rho \int_{\tau}^{+\infty} f_{TJ}(t) dt \quad (26)$$

假设在不同的判决电平 u_i 处,对应的脉冲相位为 φ_i ,则不同相位 φ_i 处的误码率都相等,用式 (26) 计算,示意图如图 3 所示。

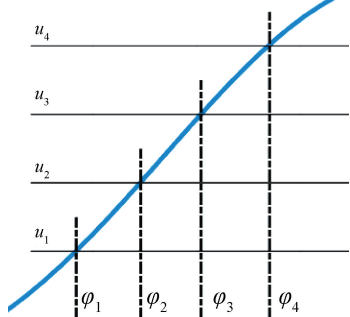


图 3 不同判决电平下相位抖动等误码率示意图

Fig. 3 Schematic diagram of equal BER at different decision level

反过来,如果在不同的判决电压处能够测量到不同相位处的误码率,将误码率相同的曲线连接起来将会形成一个时域脉冲波形轮廓,在不同的误码率数值处的等值曲线应当具备相同的形状。在时域波形轮廓曲线即眼图上测量不同相位处的电压可以得到时域波形的特征参数。

总抖动 TJ 的概率密度分布函数在高斯函数处误码率小,相邻相位处的数值差距大,误码率曲线波形轮廓区分明显。在 DJ 抖动区域,误码率数值较大,相邻相位处的数值差距小,限于测量精度和数据比特的 0 和 1 翻转概率,曲线轮廓将不易区分。

假设已求出 RJ 的均方根值 σ ,在给定较低误码率时给出不同判决电压下的插值方法。设给定误码率 p ,首先搜索判决电平 u_j 所有相位点的误码率,假设在相位点 i ,使得相位 φ_i 和 φ_{i+1} 处的误码率 p_i 和 p_{i+1} 满足条件,如

图 3 所示,在左边曲线 $p_i \geq p \geq p_{i+1}$,在右边曲线 $p_i \geq p \geq p_{i-1}$,则:

$$pos_{ref} = \sigma \times \text{erfc}^{-1}(p_i) \quad (27)$$

$$pos_{target} = \sigma \times \text{erfc}^{-1}(p) \quad (28)$$

pos_{ref} 为测量出误码率的参考点相位, pos_{target} 为待插值点的目标相位,左右曲线的插入点相位坐标分别为:

$$x_{u_j-left} = i + (pos_{target} - pos_{ref}) \quad (29)$$

$$x_{u_j-right} = i - (pos_{target} - pos_{ref}) \quad (30)$$

式 (29) 和 (30) 所求的插值点相位 x 为给定的误码率 p 在判决电压 u_j 下眼图相位坐标。将所有的判决电平和左右两曲线作误码率内插值,得到的相位点连接起来形成眼图内轮廓曲线。

本文的第 2 章用数值仿真的方法测试波形不同处的误码率,反解 σ 并进行误码率插值,第 3 章将进行实验测量并反向构建时域波形眼图。

2 数值仿真

2.1 高斯函数仿真

首先用高斯函数,给定参数求出不同相位点的误码率,计算公式如下所示:

$$\frac{\tau - u_R}{\sigma} = Q_{BER} = \text{erf}^{-1}(2F - 1) \quad (31)$$

$$F = 1 - P \quad (32)$$

$$Q_{BER} = \frac{\tau - u_R}{\sigma} = \text{erf}^{-1}(1 - 2P) \quad (33)$$

以 σ 为单位,用误差函数得到误码率,根据公式计算出 Q 值点,将所有的点连接起来,可得到图 4。在理想情况下,从 1.5σ 开始, Q 值曲线呈现直线特征。

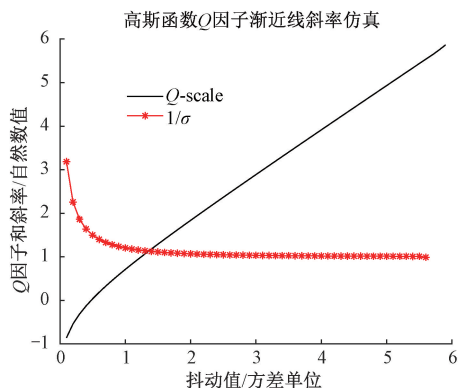


图 4 高斯函数 Q 尺度因子渐近线仿真图

Fig. 4 Gaussian function Q -scale asymptote simulation plot

仿真时, $\sigma = 1$,从 0 开始至 6σ 结束,逐点求出误码率,然后将反误差函数数值在图上画出来,直线斜率用 Q

值相邻点求出。求出的方差平均值 $\sigma = 1.017$,跟仿真值非常接近。从图像可以看出,误码率要到 2σ 的位置后,渐近线斜率基本稳定,此时误码率:

$$P(2\sigma) = \text{erfc}(2) \approx 4.7 \times 10^{-3}$$

仿真的最高误码率为:

$$P(6\sigma) = \text{erfc}(6) \approx 2.2 \times 10^{-17}$$

2.2 统计波形仿真

假设数字基带波形为 $x(t) + n(t)$,滤波器的时域响应波形为 $h(t)$,则输出信号 $y(t) = h(t) \times [x(t) + n(t)]$ 。给定滤波器函数表达式和基带序列,得到输出信号波形,假设基带序列为二进制码,输出时域波形表现为滤波器冲击响应的叠加,基带信号的相位偏差对应滤波器冲击响应波形的时延。眼图仿真时,抖动的影响表现为时域响应波形的超前或延迟,按照固定的时间间隔将波形叠加起来就形成眼图^[21]。

为了消除码间干扰,电路在接收端会匹配自适应均衡 (adaptive equalization) 电路。如果匹配良好在接收端等效于一个低通滤波器,波形仿真时用升余弦滚降特性的滤波器来模拟,重点分析波形过零点时间间隔以及波形抖动和眼图本身的状态^[20]。如果码元的速率比较低,仿真的理想眼图将会呈现矩形特性,当速率较高时,仿真的理想眼图将会更像一个眼睛。

通道滤波器模型选择 $\alpha = 0.6$ 的升余弦滚降滤波器,每个码元的采样点数为 400,即采样率为 400,对应一个眼图宽度 (UI)。利用随机函数产生一个数字基带序列,并扩展到采样率的位宽,如图 5(a) 所示,跟如图 5(b) 所示脉冲冲击响应作卷积,可得如图 5(c) 所示序列的输出波形;用定时器将波形重叠可以得到理想情况的眼图波形,如图 6 所示。

理想眼图上呈现的是有限几种不同组合的波形序列,增加不同的相位抖动,眼图呈现不同的特性。图 7 仿真了随机抖动和 PJ、DCD、ISI 抖动的影响。仿真时,随机抖动均方根值 $\sigma = 40$,PJ 抖动幅值 100,DCD 抖动幅值 60,ISI 抖动幅值 80,单位为 0.002 5UI。眼图时域波形峰

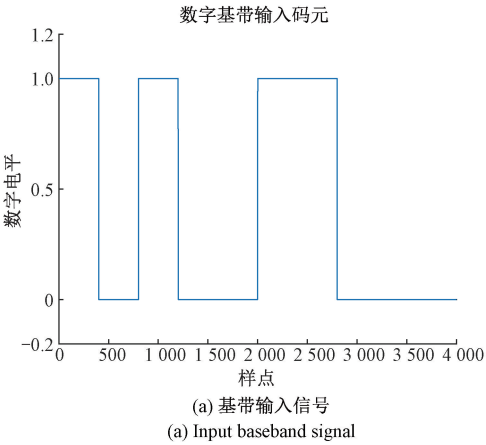


图 5 基带信号时域波形仿真过程图

Fig. 5 Baseband signal time-domain waveform simulation process diagram

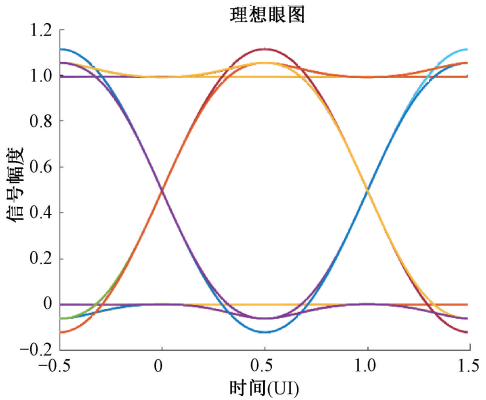


图 6 高码率时的理想眼图

Fig. 6 Ideal eye diagram at high bitrates

值 1,在时域信号增加高斯噪声,噪声均方根值 0.08,综合仿真的眼图如图 7 所示。共仿真了 30×10^4 个眼图,理论最低可检测误码率 $p = 1/3 \times 10^5 = 3.3 \times 10^{-6}$ 。

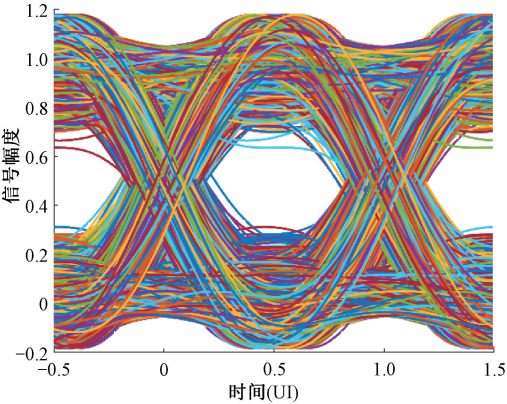
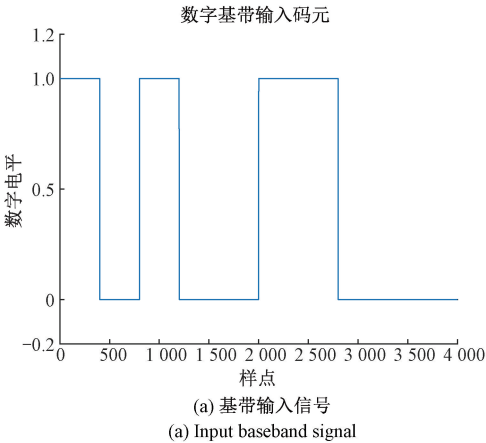


图 7 混合抖动仿真眼图

Fig. 7 Total jitter simulation eye diagram



抖动的统计结果如图 8 所示, DJ 抖动峰值相对 RJ 均方根值差别不大, 在 3σ 范围内, 直方图呈现出单峰特性, 在左右两侧尾巴的边沿处呈现高斯曲线形态。

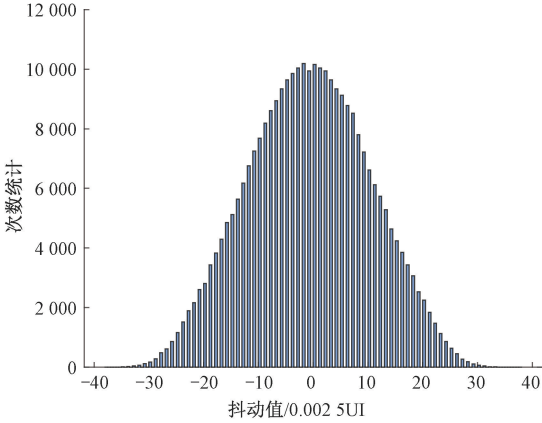


图 8 高斯模型混合抖动值分布

Fig. 8 Gaussian model mixed jitter value distribution

由直方图频次可以得到抖动概率, 以眼图中心点数据为基准, 可以得到各判决电压和相位的误码率图谱。生成的二维误码率彩色图如图 9 所示, 误码率分层边界呈现时域眼图轮廓线形态, 由于精度的原因, 轮廓线存在误差。

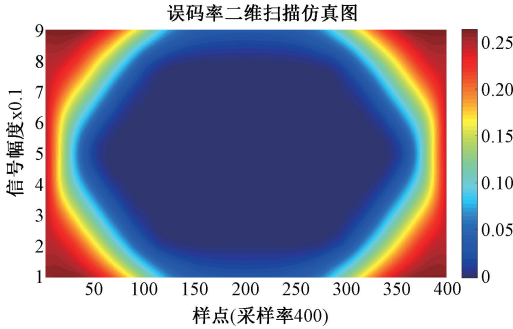


图 9 误码率 2D-SCAN 仿真图

Fig. 9 BER 2D-SCAN simulation plot

用插值的方法绘制误码率等高线图, 如图 10 所示, 每一条轮廓线代表一种误码率, 颜色越冷误码率越低。

对图 10 的误码率数据取不同的误差判决电压, 可求得 Q 尺度因子曲线如图 11 所示, 每一条曲线对应不同的判决电平, 曲线跟电平的对应关系用箭头标注。

为了程序计算简便, 统计数据为 0 的点补充为二维图上最小检测到的错误次数, 即为图 11 顶部 5 条曲线中间水平部分。曲线 u_1 、 u_2 、 u_8 、 u_9 误码率较高, 渐近线斜率误差大, 选择误码率较低的其他 5 条曲线, 每条曲线上剔除掉误码率特别小的对斜率计算误差较大的几个点, 选择曲线比较平坦的部分的点计算斜率。计算结果如表 1 所示, 渐近线斜率平均值为 0.033, 随机抖动的均方根值

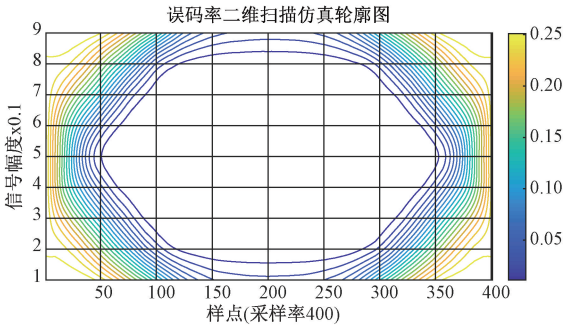


图 10 误码率 2D-SCAN 轮廓图

Fig. 10 BER 2D-SCAN profile plot

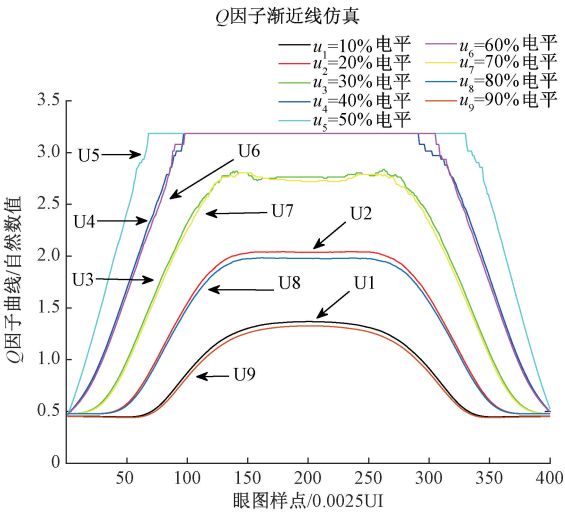


图 11 混合抖动下 Q 尺度因子渐近线仿真图

Fig. 11 Q -asymptote simulation plot under mixed jitter

$\sigma = 31.3$, 大约为 $0.08UI$, 比仿真值 $0.1UI$ 稍小。

表 1 Q 值渐近线斜率测量

Table 1 Q -value asymptotic slope measurements

曲线	斜率	均方根值	整体平均值
左 u_3	0.027 3	36.596 5	31.4
左 u_4	0.034 6	28.929 6	
左 u_5	0.042 6	23.479 2	
左 u_6	0.032 3	30.917 9	
左 u_7	0.027 0	37.098 1	
右 u_3	0.027 7	36.166 4	31.2
右 u_4	0.033 8	29.582 4	
右 u_5	0.042 9	23.314 0	
右 u_6	0.033 6	29.803 9	
右 u_7	0.027 1	36.923 1	

2.3 误码率插值

由等误码率二维图谱可大概看出眼图轮廓线, 等误码率点误差较大, 波形有偏差。根据上述步骤结果重新推算误码率点相位进行误码率插值, 如图 12 所示, 黑色

圆圈点数值为仿真统计的误码率数值。首先选取误码率在 0.001 以下的点,根据反误差函数值求出对应误码率点的抖动值,然后由 σ 修正确定与仿真值相对应的抖动值,曲线拟合后得到 $\sigma = 25.5$,重新拟合曲线绘制于图示星号(*)曲线处,同时将 Q 值渐近线斜率法求解的 $\sigma = 23.5$ 的误码率图绘制一起。从图上可以看出,数据拟合良好,斜率测量大约 8% 误差。

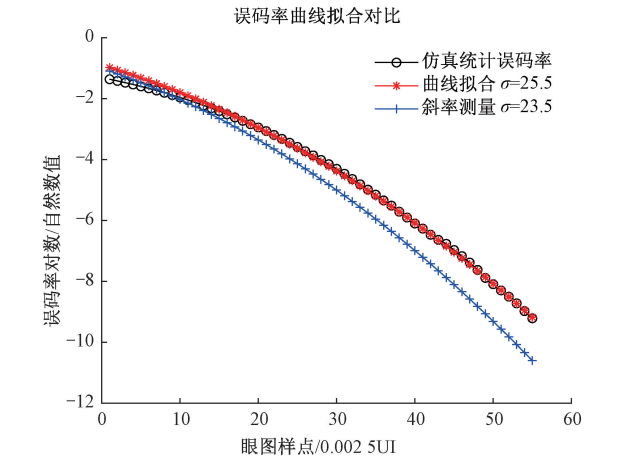


图 12 Q 尺度因子求解参数拟合曲线对比
Fig. 12 Fitting curve comparison plot for Q parameter

在眼图边缘处,误码率较大,且变化剧烈,误码率插值误差大,此部分对应眼图多种时域波形交叉重叠处,即 RJ 和 DJ 卷积重叠区域,没有其他信息进一步分辨比较困难。第 3 章将利用这个方法实验测试误码率并分析眼图轮廓曲线,得出眼高眼宽,上升时间、下降时间等时域参数。

3 实验分析

实验采用 Xilinx Kintex7 FPGA 芯片,基于 GTX 收发通道用两路 2.97 Gbps SFP 光纤模块连接成收发交叉模式实验。

通过二维扫描眼图的片上仪器分析误码方法,在不同的时间点和幅度上分别抽样判决,水平轴共 64 个相位,首尾相位点重叠,采集 65 个点,垂直轴共 255 个点,通过设置最低检测误码率,可以得到一张误码率分布眼图。图 13(a) 和 (b) 是从芯片上分别实时采集 2 和 23 min 的数据,通过 Xilinx VIVADO 工具程序分析生成,对应的最低误码率分别为 10^{-7} 和 10^{-9} ,除了最低误码率不同,外形和层次都类似,可以看出 2.97 Gbps 光纤串行通信系统接收端误码率分布情况。

图 13 是根据测量到的各点误码率,用 VIVADO 软件生成的二维误码率色彩图,图 14 是对测量数据用本文等

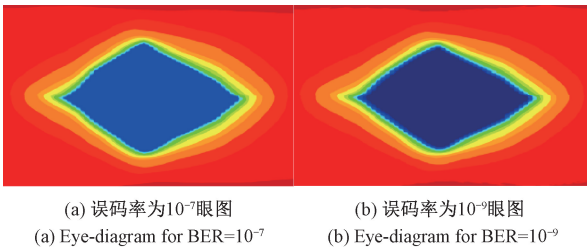


图 13 2.97 Gbps 不同误码率 2D-Scan 测量眼图
Fig. 13 2.97 Gbps 2D-SCAN eye-diagram at different BER

结果很接近。

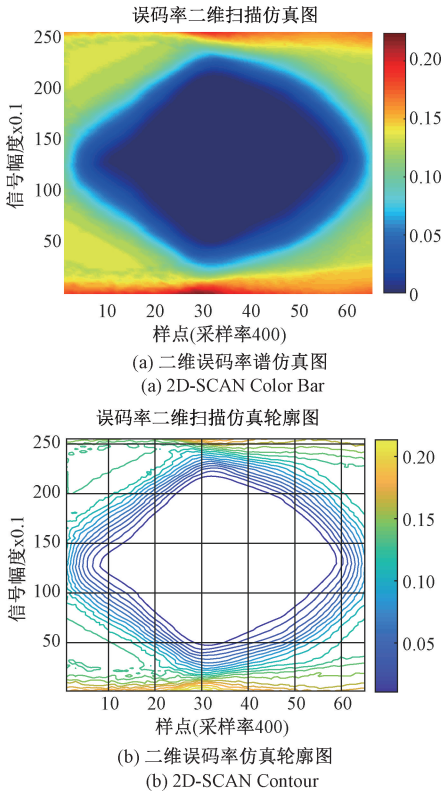


图 14 本文方法处理的 2D-SCAN 眼图
Fig. 14 Processed 2D-SCAN eye-diagram

图 15 是根据 Q 值因子渐近线法处理的直线族图,不同的线条代表不同判决电平下的误码率曲线按照式(24)处理的图,图中间放大区可见直线基本平行,斜率均收敛到 $1/\sigma$,截距跟 DJ 抖动特性相关。

选取能涵盖足够低误码率的曲线,在误码率 1.0×10^{-4} 到最低检测误码率之间的点用直线拟合的方法求出斜率,对应判决电平在中间区域,相应的电压幅度值在 72~180,求平均值得 σ 的值,当前 FPGA 电路只支持 64 个不同相位点,测量精度有限。根据误码率测量值利用 Q 因子斜率渐近线法平均得到 $\sigma = 1.67$,以及根据曲线拟合得到 $\sigma = 1.86$,将根据误码率曲线反解 Q 值的对比

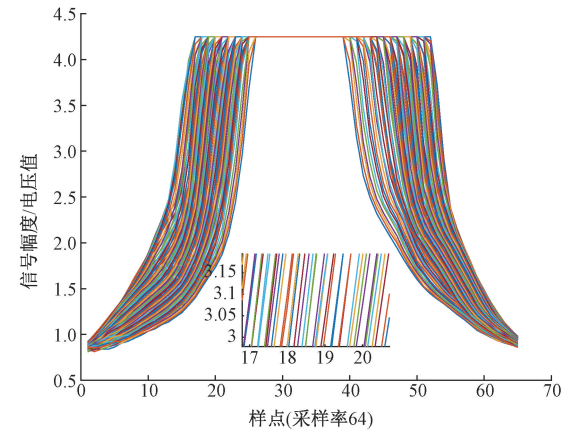


图 15 不同判决电压下误码率图生成 Q 尺度因子渐近线图
Fig. 15 Q -asymptote plot under different decision voltages

图重新绘制如图 16 所示。在离眼图的边缘较远处,随机性抖动是主要的,实际测量值跟仿真值以及数据拟合值符合很好。

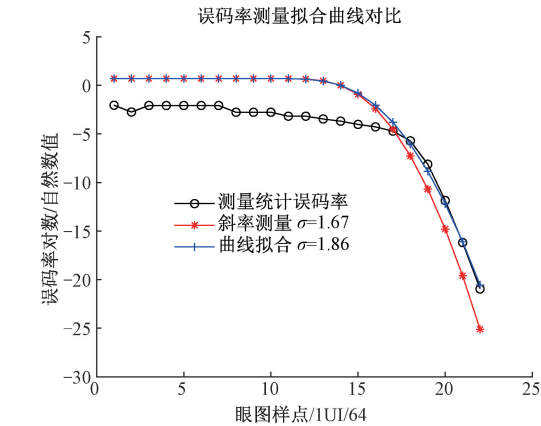


图 16 Q 尺度因子求解测量数据曲线对比
Fig. 16 Fitting curve comparison plot for Q parameter

利用拟合的 σ 值,给定低误码率数值,根据式 (29) ~ (30) 在每一个判决电压处求解相对应的相位值,然后将各点相连得到眼图轮廓线,在 $p = 1 \times 10^{-6}$ 的误码率下等误码率眼图内轮廓线如图 17 所示。

依据绘制的眼图内轮廓曲线,选取适合的菱形蒙版,通过测量蒙版每个顶点的坐标可测得眼图的眼高和眼宽,如图 17 的 A、B、C、D 四点,测量值如表 2 和 3 所示。

表 2 眼图的眼高眼宽测量值

Table 2 Eye height, eye width values in eye-diagram

蒙版点	X 相位	Y 幅度
A	34.3	206
B	56.2	135
C	32.1	59
D	13.5	132

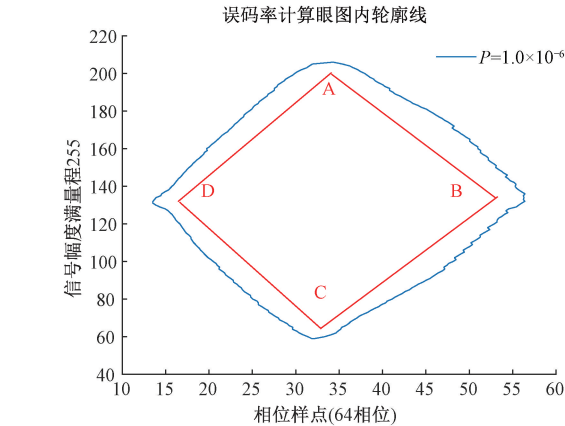


图 17 眼图时域参数测量
Fig. 17 Time domain parameter measurement in Eye diagram

依据表 2 数据可得眼高为 $206 - 59 = 147$,眼宽为 $56.2 - 13.5 = 42.7 = 42.7/64UI = 0.67UI$,即 224.6 ps 。

测量曲线最高、最低和最左、最右点,以幅度的 20% 和 80% 定义曲线上升和下降时间。根据表 3 幅度和左右曲线 80% 以及 20% 幅度处的相位,求得曲线上升时间为 $23.7 - 13.5 + 56.0 - 44.1 = 22.1$,即为 $22.1/64UI = 0.345UI$,即 116.2 ps ;下降时间为 $56.0 - 46.9 + 23.2 - 13.5 = 18.8$,即为 $18.8/64UI = 0.293UI = 98.9 \text{ ps}$ 。

表 3 眼图的时域特性测量

Table 3 Time domain characteristic values in eye diagram

关键点	X 相位	Y 幅度
最高点	31.9	205
左 80%	23.7	176
右 80%	46.9	176
左 20%	23.2	88
右 20%	44.1	88
最低点	32.1	59

将不同的误码率计算的眼图内轮廓线绘制在图 18 上,曲线从外到内对应图标从 P1 到 P8,对应的误码率依次为 $10^{-2} - 10^{-9}$,可看到整体误码的分布形状以及曲线大致抖动的范围。当误码率很高时,图示在 0.01 处根据误码率插值得到的轮廓曲线跟其他差别较大,可见高误码率处 DJ 起主要作用,前述的假设条件误差很大。在 0.001 之后的低码率区域,计算得到的等误码率曲线外形形状一致,表明本方法的可行性。最低误码率 1.0×10^{-9} 处的曲线很粗糙,源于原始测量的误码率数据已不够精确。

为了分析时域参数测量精度,采用 Tektronix 6 系列高速示波器的 DJA 模块对眼图信号进行测试分析,测量眼图如图 19 所示。

测试分析结果如表 4 所示。

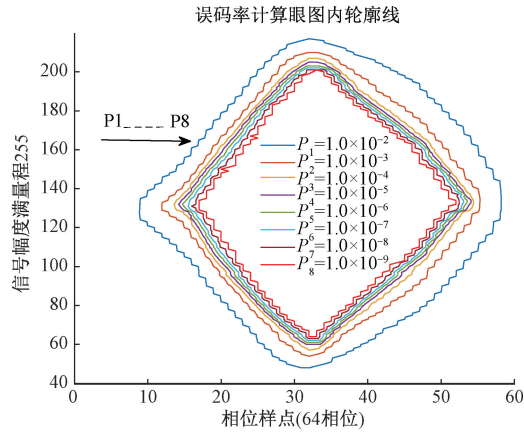


图 18 等误码率时眼图轮廓线图

Fig. 18 Eye contour plot at equal bit error rate

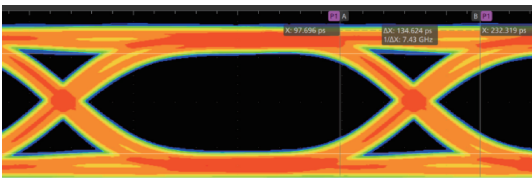


图 19 2.97 Gbps 信号实测眼图

Fig. 19 Measured eye-diagram with 2.97 Gbps signal

表 4 仪器时域测量参数

Table 4 Time domain parameters measured by instrument

参数	结果	参数	结果
眼高	450 mV	眼宽	292.0 ps
上升时间	144.9 ps	下降时间	132.1 ps

考虑到前述时域参数的测量是基于特定的误码率下眼图内轮廓线,而仪器的测量值是基于波形的密集处的中心点来测量的,将眼高和眼宽统一后重新计算可得用于误差分析的时域参数测量更新值。以图 18 的 $p = 1 \times 10^{-3}$ 最高误码率下的眼图最大值和最小值作为实际眼图“高电平”和“低电平”的参考电压值,此时最高幅度为 $211-54=157$,参数调整率为: $(147/157) \times (292/224.6) = 1.217$ 。调整后的上升时间为: $1.217 \times 116.2 = 141.4 \text{ ps}$,误差为 $(144.9 - 141.4)/144.9 = 2.6\%$,下降时间为: $1.217 \times 98.9 = 120.4 \text{ ps}$,误差为 $(132.1 - 120.4)/132.1 = 8.9\%$,总体误差在 10% 以内。

4 结 论

本文通过分析抖动的类型和特征,依据双狄拉克模型分析了总抖动的随机抖动、确定性抖动的来源和统计特性,在随机抖动和确定性抖动相关区域抖动非常剧烈,对链路误码率影响很大,在远离该区域随机抖动为主,边缘分布类似高斯曲线特征。在此基础上,根据测量的二

维误码率图在给定的误码率绘制出了时域波形眼图的内轮廓线。

比特误码率在 10^{-3} 以下时,就能观察到双狄拉克模型的 Q-P 曲线的切线斜率收敛于随机抖动的均方根值倒数。通过二维误码率图谱内插法,误码率在 10^{-4} 以下时可看出眼图基本内轮廓,在 10^{-7} 量级或以下时曲线可获得很好的平滑性和精度。提高相位分辨率能提高误码率内插精度,获得更好的眼图平滑性和时域参数测量精度。实验过程中 2.97 Gbps 通道 5 min 内可以完成数据测量、眼图绘制以及时域数据处理工作,可满足生产线对时间和精度的要求,而通用的仪器测试法整体测量耗时超过 20 min,还需要额外开发测试架和专业人员协助。

后续工作将进一步探索基于误码率计算的抖动分解,并结合实际的生产测试环境,构建串行链路质量评估和故障分析方法。

参考文献

[1] ZHU H, SUN Q, LI X. Simulation of 112 Gbps full-link interconnect system[C]. 2019 Cross Strait Quad-Regional Radio Science and Wireless Technology Conference (CSQRWC). IEEE, 2019: 1-3.

[2] ZETTERBERG K. JTAG Diagnostics for Intel® QPI Structural Defects [M]. Scan Works, Asset-InterTech, 2014.

[3] STEPHENS R. Jitter Analysis: The Dual-Dirac Model, RJ/DJ, and Q-scale [M]. Agilent Technologies Inc., White Paper, Jun, 2005.

[4] IEEE Standard for Jitter and Phase Noise[S]. IEEE Std 2414-2020, 26 Feb. 2021:1-42.

[5] ALEKSIĆ M. Extraction of jitter parameters from BER measurements [C]. 2011 IEEE 20th Conference on Electrical Performance of Electronic Packaging and Systems, 2011:63-66.

[6] MISTRY D, JOSHI S, AGRAWAL N. A novel jitter separation method based on Gaussian mixture model[C]. 2015 International Conference on Pervasive Computing (ICPC). IEEE, 2015: 1-4.

[7] SUI C, BEETNER D G, ZHU T, et al. A new tail-fit method design for jitter decomposition [C]. 2014 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC). IEEE, 2014: 423-427.

[8] CHHABRA N K, BHATHEJA K, TRIPATHI J N, et al. Mitigating the impact of sinusoidal jitter and duty cycle distortion on random jitter estimation by Tailfit algorithm[C]. 2013 IEEE 22nd Conference on Electrical Performance of Electronic Packaging and Systems. IEEE, 2013: 151-154.

[9] ISHIDA M, ICHIYAMA K. A jitter separation and BER

- estimation method for asymmetric total jitter distributions[C]. 2017 IEEE International Test Conference (ITC). IEEE, 2017: 1-9.
- [10] SHARMA V K, TRIPATHI J N, NAGPAL R, et al. A comparative analysis of jitter estimation techniques[C]. 2014 International Conference on Electronics, Communication and Computational Engineering (ICECCE). IEEE, 2014: 125-130.
- [11] SUI C, BAI S, ZHU T, et al. New methods to characterize deterministic jitter and crosstalk-induced jitter from measurements [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2015, 57(4): 877-884.
- [12] BIDA J K, BEGUERET J B, DEROO J. RJ/DJ jitter decomposition technique for high speed links[C]. 2016 IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS). IEEE, 2016: 584-587.
- [13] REN N, FU Z, ZHOU D, et al. Jitter decomposition by convolutional neural networks[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2021, 63(5): 1550-1561.
- [14] SOLIMAN G. Improved jitter distribution tail-fitting algorithm for decomposition of random and deterministic jitter [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2019, 62(5): 1852-1858.
- [15] DUAN Y, CHEN D. Fast and accurate decomposition of deterministic jitter components in high-speed links[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2018, 61(1): 217-225.
- [16] DUAN Y, WU H, SHIMANOUCI M, et al. A low-cost comparator-based method for accurate decomposition of deterministic jitter in high-speed links [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2018, 61(2): 521-531.
- [17] SOLIMAN G. The accuracy of the Gaussian tail and dual Dirac model in jitter histogram and probability density functions [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2022, 64(6): 2207-2217.
- [18] 李丽平, 李玉山, 贾琛, 等. 一种新的数据相关性抖动估计方法[J]. 仪器仪表学报, 2008(11): 2287-2291.
LI L P, LI Y SH, JIA CH, et al. New estimation method for data dependent jitter [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008 (11): 2287-2291.
- [19] DING W, PAN M, WONG W, et al. On-die instrumentation to solve challenges for 28nm, 28Gbps timing variability and stressing [C]. 2012 IEEE International Test Conference. IEEE, 2012: 1-7.
- [20] REN N, FU Z, LEI S, et al. Jitter generation model based on timing modulation and cross point calibration for jitter decomposition [J]. Metrology and Measurement Systems, 2021, 28(1): 123-143.
- [21] CORTIULA A, MENIN D, BANDIZIOL A, et al. A time-domain simulation framework for the modeling of jitter in high-speed serial interfaces [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2022, 70(2): 940-951.

作者简介



陈星燎 (通信作者), 1999 年于哈尔滨工程大学获得学士学位, 2002 年于清华大学获得硕士学位, 现为天津中德应用技术大学副教授, 主要研究方向为智能控制系统设计、弱信号处理。

E-mail: chenpld@163.com

Chen Xingliao (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2011, M. Sc. degree from Tsinghua University in 2022. Now he is an associate professor at Tianjin Sino-German University of Applied Sciences. His main research interests include intelligent control system design and weak signal processing.



高恩辉, 2023 年于天津中德应用技术大学获得学士学位, 现为天津中德应用技术大学硕士研究生, 主要研究方向为智能控制系统设计、信号处理。

E-mail: 710358930@qq.com

Gao Enhui received his B. Sc. degree in 2023 from Tianjin Sino-German University of Applied Sciences. Now he is a M. Sc. candidate at Tianjin Sino-German University of Applied Sciences. His main research interests include intelligent control system design and signal processing.



刘通, 2008 年于哈尔滨工业大学获得学士学位, 2011 年于哈尔滨工业大学获得硕士学位, 现为天津中德应用技术大学讲师, 主要研究方向为红外热成像、数字图像处理。

E-mail: liutong@tsguas.edu.cn

Liu Tong received his B. Sc. Degree in 2008 and M. Sc. Degree in 2011 from Harbin Institute of Technology. Now he is a lecturer at Tianjin Sino-German University of Applied Sciences. His main research interests include infrared thermal imaging and digital image processing.