

DOI: 10.13382/j.jemi.B2306781

# 双绳驱动空中机械臂协同搬运控制研究\*

韩之恒 马瑞 丁力 刘星宇 韩锦锦

(江苏理工学院机械工程学院 常州 213001)

**摘要:**为解决双绳驱动空中机械臂协同搬运时的接触控制问题,提出了一种基于非奇异快速终端滑模的阻抗控制策略。首先,考虑绳驱动机制的柔性效应,建立计及关节柔性的双机协同系统动力学模型,并推导出任务空间内的阻抗方程。然后,设计协同阻抗控制策略,借助非奇异快速终端滑模面来加快系统状态量的收敛速度,利用幂次函数削弱输出力矩抖振效应。同时,在Lyapunov框架下分析了所设计控制器的稳定性。最后,通过控制器性能比较仿真和协同搬运仿真对所提控制策略的有效性进行了验证。结果表明,所提控制器响应速度快、控制精度高及稳定性好,能够有效抑制系统抖振。

**关键词:** 空中机械臂;协同搬运控制;阻抗控制;滑模控制;绳驱动机制

**中图分类号:** TP242 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.50

## Research on cooperative transportation control of double Cable-driven aerial manipulators

Han Zhiheng Ma Rui Ding Li Liu Xingyu Han Jinjin

(College of Mechanical Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China)

**Abstract:** An impedance control strategy based on non-singular fast terminal sliding modes is proposed to solve the problem of contact control during cooperative transportation of double cable-driven aerial manipulators. Firstly, considering the flexibility effect of the cable-drive mechanism, the dynamics model of the dual-machine collaboration system taking into account the flexibility of the joints is established, and the impedance equation in the task space is derived. Then, a cooperative impedance control strategy is designed to accelerate the system state volume and convergence speed with the use of non-singular fast terminal sliding mode surfaces, and to weaken the output torque jitter effect using power functions. At the same time, the stability of the controller is analysed in the Lyapunov framework. Finally, the effectiveness of the proposed control strategy is verified by controller comparative performance simulation and cooperative transportation simulation. The results show that the proposed controller has fast response speed, high control accuracy and excellent stability, and can effectively reduce the system chattering.

**Keywords:** aerial manipulator; cooperative transportation control; impedance control; sliding mode control; cable-driven mechanism

## 0 引言

得益于机器人、人工智能、自动控制等技术的发展,带有机械臂的飞行机器人(简称空中机械臂)已成为了当前的研究热点<sup>[1-2]</sup>。受限于负载能力的不足,单空中机械臂已无法满足大负载类的作业任务需求,故多空中机械臂协同作业成为了大势所趋<sup>[3]</sup>。然而,当空中机械臂搬运作业时,过大或过小的接触力都有可能损坏物体。

再者,在协同搬运过程中,如果响应速度不足,机械臂将无法及时调整位姿可能会导致接触碰撞或操作不流畅。进一步地,较大的轨迹跟踪误差也会导致物体位置变化,增加物体损坏风险。因此,协同搬运作业对机械臂末端接触力的稳定控制、响应速度以及轨迹跟踪精度提出了更高的要求。

为解决上述问题,近年来学者们进行了大量探索研究。针对机械臂末端接触力稳定性的控制问题,Ikeda等<sup>[4]</sup>提出了一种基于无人机姿态动力学的力反馈控制策

收稿日期: 2023-07-27 Received Date: 2023-07-27

\* 基金项目:国家自然科学基金(52375101,52005231)、江苏省高等学校基础科学(自然科学)研究面上项目(22KJB460020)资助

略来解决桥梁探伤中飞行机械臂的接触力跟踪问题,但忽略了移动接触作业的力控制。Yip 等<sup>[5]</sup>提出了力位混合控制,同步控制接触点切向的位置和法线的方向力,但通常难以同时保证位置精度和柔顺接触。阻抗控制依靠调节机械臂末端执行器的位置和接触力之间的动态关系来实现关节柔顺控制,对集总干扰能表现出较好的鲁棒性<sup>[6]</sup>。Caccavale 等<sup>[7]</sup>提出双阻抗环控制策略,并实现了协同搬运轻质长杆的实验。Sadeghian 等<sup>[8]</sup>提出三级阻抗控制,并将其应用于两个 7 自由度机械臂协同操控。Lee 等<sup>[9]</sup>提出相对阻抗控制,并在非对称双臂机器人上进行验证。针对机械臂的关节空间高精度轨迹跟踪问题, Kumar 等<sup>[10]</sup>提出滑模 PID 控制 (sliding mode proportional integral derivative control, SMPID) 解决了传统 PID 存在较大位姿误差的问题。Ma 等<sup>[11]</sup>提出的终端滑模控制 (terminal sliding model control, TSMC) 可以使状态变量有限时间内收敛到平衡点,但其存在奇异点问题。Mei 等<sup>[12]</sup>提出的非奇异终端滑模控制 (nonsingular terminal sliding mode control, NTSMC) 解决了 TSMC 的奇异问题,但存在收敛速度慢的问题。Yang 等<sup>[13]</sup>又提出非奇异快速终端滑模控制 (nonsingular fast terminal sliding mode control, NFTSMC) 解决了 NTSMC 收敛速度慢的问题,提高了系统稳定性及控制精度<sup>[14]</sup>。

本文拟结合阻抗控制和 NFTSMC 的优势,提出一种基于非奇异快速终端滑模的阻抗控制策略来解决协同控制时的关节跟踪控制问题,旨在提高双绳驱动空中机械臂协同搬运时的操控品质。在获得双绳驱动空中机械臂系统动力学模型后,设计了基于非奇异快速终端滑模控制的阻抗控制策略,并通过仿真算例对所设计控制器的有效性和可行性进行验证。

## 1 动力学建模

本文研究对象为双绳驱动空中机械臂。如图 1 所示,针对每个绳驱动空中机械臂 ( $i=1,2$ ),引入 3 个参考系,分别是四旋翼无人机质心的参考系  $\Sigma_{B_i}$ ,末端执行器的参考系  $\Sigma_{E_i}$  和惯性参考系  $\Sigma$ 。双绳驱动空中机械臂利用柔绳将电机的动力远程传递到关节,这样可以将柔性效应集中至关节部分,从而实现柔性关节的等效效果。根据课题组的前期工作<sup>[15-16]</sup>,  $n(n=3)$  的双绳驱动空中机械臂的动力学模型为:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{I}_m\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{D}_m\dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_e \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \text{diag}(\mathbf{M}_1(\mathbf{q}), \mathbf{M}_2(\mathbf{q})) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ ,  $\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [\mathbf{G}_1(\mathbf{q}); \mathbf{G}_2(\mathbf{q})]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ ,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\mathbf{C}_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}); \mathbf{C}_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  分别为双臂系统的惯性矩阵、哥氏力和离心

力矩阵、重力矩阵,  $\boldsymbol{\tau}_e$  为扰动项。  $\mathbf{I}_m$ 、 $\boldsymbol{\theta}$ 、 $\mathbf{D}_m$  和  $\boldsymbol{\tau}$  分别表示电机的转子惯性矩阵、角位移、阻尼矩阵和输出力矩。  $\mathbf{q}_1$ 、 $\mathbf{q}_2$  分别为机械臂 1、机械臂 2 各关节角,  $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1; \mathbf{q}_2]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ ,  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\mathbf{q}}_1; \dot{\mathbf{q}}_2]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{\mathbf{q}}_1; \ddot{\mathbf{q}}_2]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  分别为双臂各关节角、关节角速度、关节角加速度。

引入一个估计矩阵  $\bar{\mathbf{M}}$  来描述系统输入与输出的关系,则式(1)可以改为:

$$\boldsymbol{\tau} = \bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}_0 \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{H}_0 = (\mathbf{M} - \bar{\mathbf{M}})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{I}_m\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{D}_m\dot{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\tau}_e$  为包含系统未建模特性及外部扰动的集总干扰。

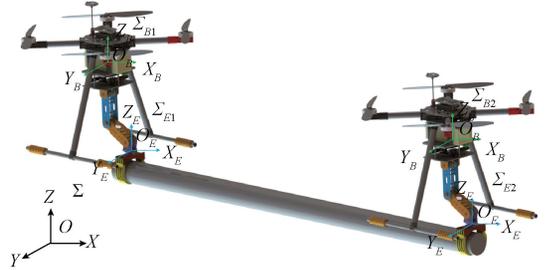


图 1 双绳驱动空中机械臂示意图

Fig. 1 Schematic diagram of double cable-driven aerial manipulators

## 2 控制器设计

### 2.1 协同阻抗控制器设计

对于双绳驱动空中机械臂系统,可以将单机臂阻抗控制算法<sup>[7]</sup>进行扩展,通过共享力和位置信息实现双机械臂的协同控制。在机械臂末端任务空间内建立阻抗方程:

$$\mathbf{M}_m(\ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_d) + \mathbf{B}_m(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) + \mathbf{K}_m(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) = \mathbf{F} - \mathbf{F}_d \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{M}_m$ 、 $\mathbf{B}_m$ 、 $\mathbf{K}_m \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$  分别为双臂的惯性矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵,  $\ddot{\mathbf{x}} = [\ddot{\mathbf{x}}_1; \ddot{\mathbf{x}}_2]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ ,  $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\mathbf{x}}_1; \dot{\mathbf{x}}_2]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ ,  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1; \mathbf{x}_2]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  分别为双臂末端轨迹的线加速度、线速度、线位移,  $\ddot{\mathbf{x}}_d = [\ddot{\mathbf{x}}_{d1}; \ddot{\mathbf{x}}_{d2}]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_d = [\dot{\mathbf{x}}_{d1}; \dot{\mathbf{x}}_{d2}]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ ,  $\mathbf{x}_d = [\mathbf{x}_{d1}; \mathbf{x}_{d2}]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  分别为双臂末端期望轨迹的线加速度、线速度、线位移。  $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1; \mathbf{F}_2]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  为双臂末端的实际接触力,  $\mathbf{F}_d = [\mathbf{F}_{d1}; \mathbf{F}_{d2}]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  为双臂末端的期望接触力。

为得到末端轨迹的线加速度,将式(3)改写成:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_m^{-1}[\mathbf{B}_m(\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{K}_m(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) + \mathbf{F}_d - \mathbf{F}] + \ddot{\mathbf{x}}_d \quad (4)$$

进而将空中机械臂末端变量从任务空间映射到关节

空间,借助雅克比矩阵<sup>[17]</sup>可得:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{J} = \text{diag}(\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2) \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$  为双臂的雅可比矩阵。

对式(5)求导,并结合式(4),可得到机械臂角加速度期望值  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  为:

$$\ddot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{J}^{-1} \{ \mathbf{x}_d + \mathbf{M}_m^{-1} [\mathbf{F}_d - \mathbf{F} + \mathbf{B}_m(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) + \mathbf{K}_m(\mathbf{x}_d - \mathbf{x})] - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} \} \quad (6)$$

### 2.2 非奇异快速终端滑模控制器设计

定义双机械臂系统各关节角跟踪误差  $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1; \mathbf{e}_2]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  和各关节角速度跟踪误差  $\dot{\mathbf{e}} = [\dot{\mathbf{e}}_1; \dot{\mathbf{e}}_2]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  为:

$$\begin{cases} \mathbf{e} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \\ \dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$  分别为机械臂 1、机械臂 2 各关节角的跟踪误差,  $\mathbf{q}, \mathbf{q}_d$  分别为实际关节角、期望关节角。

设计一个非奇异快速终端滑模面函数为:

$$s(t) = \mathbf{e} + \mathbf{k}_1 \text{sgn}(\mathbf{e})^\alpha + \mathbf{k}_2 \text{sgn}(\dot{\mathbf{e}})^\beta \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{k}_1 > 0, \mathbf{k}_2 > 0, \alpha > \beta$  及  $1 < \beta < 2$  均为控制器参数,  $\text{sgn}(\mathbf{e})^\alpha = \text{sign}(\mathbf{e}) |\mathbf{e}|^\alpha$ ,  $\text{sign}(\cdot)$  为符号函数。

当跟踪误差远离平衡点,即  $|\mathbf{e}| > 1$  时,双机械臂系统的收敛时间由非奇异快速终端滑模面函数的高阶项主导,滑模面变成  $s(t) = \mathbf{e} + \mathbf{k}_1 \text{sgn}(\mathbf{e})^\alpha$ , 同时,  $\dot{\mathbf{e}} \approx -\mathbf{k}_2^{-1/\beta} \mathbf{k}_1^{1/\beta} \mathbf{e}^{\beta/\alpha}$ , 由于  $\alpha > \beta$ , 所以系统具有较快的收敛速度; 当跟踪误差接近平衡点,即  $|\mathbf{e}| \leq 1$  时,系统的收敛时间由滑模面函数的低阶项主导,滑模面函数变成  $s(t) = \mathbf{e} + \mathbf{k}_2 \text{sgn}(\dot{\mathbf{e}})^\beta$ , 同时,  $\dot{\mathbf{e}} \approx -\mathbf{k}_2^{-1/\beta} \mathbf{e}^{1/\beta}$ 。另由于  $1 < \beta < 2$ , 系统仍然具有较快的收敛速度。因此,系统在全局都有较快的收敛速度。

对式(8)求导,可得:

$$\dot{s}(t) = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_1 \alpha |\mathbf{e}|^{\alpha-1} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_2 \beta |\mathbf{e}|^{\beta-1} \ddot{\mathbf{e}} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{I}_6 \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$  为单位矩阵。

当  $\dot{s}(t) = 0$  时,将式(2)与(9)联立,可得到系统的等效控制力矩  $\tau_{eq}$  为:

$$\tau_{eq} = \bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{H}_0 - \mathbf{k}_2^{-1} \beta^{-1} \bar{\mathbf{M}} \cdot (\mathbf{k}_1 \alpha |\mathbf{e}|^{\alpha-1} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{I}_6) \cdot \text{sgn}(\dot{\mathbf{e}})^{2\beta-1} \quad (10)$$

为了消除集总干扰对双机械臂系统的影响,提高系统鲁棒性,设计鲁棒项  $\tau_{est}$  为:

$$\tau_{est} = -\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{c}_1 \mathbf{s} + \mathbf{c}_2 \text{sgn}(\mathbf{e})^h) \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{c}_1 > 0, \mathbf{c}_2 > 0$  及  $0 < h < 1$  均为控制器参数。

因此,完整的非奇异快速终端滑模控制器为:

$$\tau = \bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{H}_0 - \mathbf{k}_2^{-1} \beta^{-1} \bar{\mathbf{M}} \cdot (\mathbf{k}_1 \alpha |\mathbf{e}|^{\alpha-1} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{I}_6) \cdot \text{sgn}(\dot{\mathbf{e}})^{2\beta-1} - \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{c}_1 \mathbf{s} + \mathbf{c}_2 \text{sgn}(\mathbf{e})^h) \quad (12)$$

为了进一步削弱机械臂关节轨迹的抖振,提高整体系统的稳定性,选择幂次函数替换上述控制器中的符号函数,即:

$$\text{fal}(s, p, \delta) = \begin{cases} |s|^p \text{sign}(s), & |s| > \delta \\ s/\delta^{1-p}, & |s| \leq \delta \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $0 < p < 1$  为跟踪速度增益,  $0 < \delta < 1$  为滤波效果增益<sup>[18]</sup>。因此,式(12)可以转换为:

$$\tau = \bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{H}_0 - \mathbf{k}_2^{-1} \beta^{-1} \bar{\mathbf{M}} \cdot (\mathbf{k}_1 \alpha |\mathbf{e}|^{\alpha-1} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{I}_6) \cdot \text{fal}(\dot{\mathbf{e}})^{2\beta-1} - \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{c}_1 \mathbf{s} + \mathbf{c}_2 \text{fal}(\mathbf{e})^h) \quad (14)$$

结合式(6)和(14),故基于非奇异快速终端滑模的阻抗控制器为:

$$\tau = \bar{\mathbf{M}}\mathbf{J}^{-1} [\mathbf{x}_d + \mathbf{M}_m^{-1} [\mathbf{F}_d - \mathbf{F} + \mathbf{B}_m(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) + \mathbf{K}_m(\mathbf{x}_d - \mathbf{x})] - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}] + \mathbf{H}_0 - \mathbf{k}_2^{-1} \beta^{-1} \bar{\mathbf{M}} \cdot (\mathbf{k}_1 \alpha |\mathbf{e}|^{\alpha-1} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{I}_6) \cdot \text{fal}(\dot{\mathbf{e}})^{2\beta-1} - \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{c}_1 \mathbf{s} + \mathbf{c}_2 \text{fal}(\mathbf{e})^h) \quad (15)$$

### 2.3 稳定性分析

选择一个标准的 Lyapunov 函数:

$$\mathbf{V} = 1/2 \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (16)$$

对式(16)求关于时间的导数,可得:

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} \quad (17)$$

根据式(2)和(9),可得:

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{s}^T [\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_1 \alpha |\mathbf{e}|^{\alpha-1} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_2 \beta |\mathbf{e}|^{\beta-1} \dot{\mathbf{e}}] \cdot \bar{\mathbf{M}}^{-1} (\tau - \mathbf{H}_0 - \bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_d) \quad (18)$$

根据式(13),  $\dot{\mathbf{V}}$  可进一步转化为:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{s}^T \mathbf{k}_2 \beta |\mathbf{e}|^{\beta-1} [\mathbf{c}_1 \mathbf{s} + \mathbf{c}_2 \text{fal}(\mathbf{s})^h] \quad (19)$$

令  $\mathbf{k}_2 \beta |\mathbf{e}|^{\beta-1} \mathbf{c}_1 = \boldsymbol{\gamma}_1, \mathbf{k}_2 \beta |\mathbf{e}|^{\beta-1} \mathbf{c}_2 = \boldsymbol{\gamma}_2$  且  $\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$  均为正定对角矩阵,则式(19)可进一步转化为:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{s}^T \boldsymbol{\gamma}_1 \mathbf{s} - \mathbf{s}^T \boldsymbol{\gamma}_2 \text{fal}(\mathbf{s})^h < 0 \quad (20)$$

为了证明平衡点的稳定性,根据有限时间稳定性定义<sup>[19]</sup>,在任何  $\dot{\mathbf{e}} \neq 0$  情况下,  $\mathbf{e}$  都将在有限时间内沿滑模面(8)收敛到平衡点,有限时间:

$$T_r \leq \frac{1}{\lambda_1(1-h)} \cdot \ln \left( \frac{2\lambda_1 V^{(1-h)/2} + 2^{(h+1)/2} \lambda_2}{2^{(h+1)/2} \lambda_2} \right) \quad (21)$$

式中:  $\lambda_1, \lambda_2$  分别为  $\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2$  的最小特征值。

根据 Lyapunov 稳定性判据<sup>[18]</sup>可知,所设计的滑模控制器渐近稳定,且系统的跟踪误差将在有限时间沿滑模面收敛到 0。

## 3 仿真算例

### 3.1 控制器对比

为了验证本文所提出的非奇异快速终端滑模控制器的有效性,设计对照实验,将 PID 控制器、饱和函数滑模控制器和本文控制器进行对比分析。

PID 控制器记为控制器 1,即:

$$\tau = \mathbf{K}_p \cdot \mathbf{e} + \mathbf{K}_i \cdot \int \mathbf{e} dt + \mathbf{K}_d \cdot \dot{\mathbf{e}} \quad (22)$$

式中:  $K_p$ 、 $K_i$  和  $K_d$  为控制器参数。

饱和函数滑模控制器记为控制器 2, 即:

$$\begin{cases} s_1 = \lambda e + \dot{e} \\ \tau = \bar{M}(\ddot{q}_d + \lambda \dot{e}) + H_0 + \Gamma \text{sgn}(s_1/\Delta) \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\lambda > 0$  和  $\Gamma > 0$  为控制器参数,  $\Delta$  为饱和边界层厚度。

根据式(12)、(22)和(23)进行仿真对比。以单个绳驱动空中机械臂为例,选择阶跃信号  $\theta(t) = 20^\circ$  为期望轨迹,由 MATLAB/Simscap 测得 3 个关节的初始角度分别为  $0^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $30^\circ$ 。3 种控制器参数如表 1 所示,阻抗参数也一并给出,用于 3.2 节协同仿真,控制器参数均由经验试凑法整定得到。同时要指出的是,由于两台绳驱动空中机械臂完全一致,故只给出单个绳驱动空中机械臂的控制器参数。

表 1 控制器参数

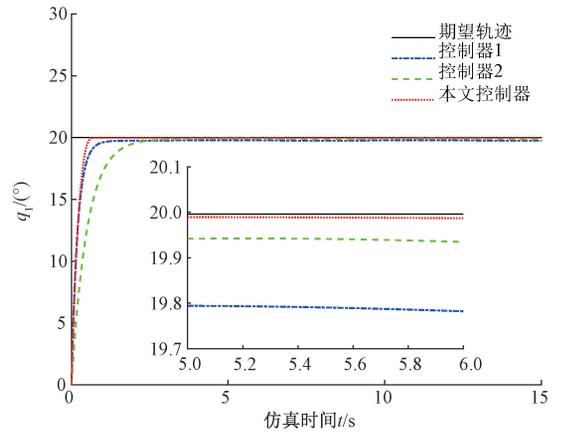
Table 1 Controller parameters

控制器	控制器参数
控制器 1	$K_p = \text{diag}(250, 200, 150)$ , $K_i = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$ , $K_d = \text{diag}(50, 80, 75)$
控制器 2	$\lambda = \text{diag}(2, 2, 1)$ $\Gamma = (10, 10, 8)$ , $\Delta = 0.5$ $k_1 = \text{diag}(0.3, 0.3, 0.2)$ , $k_2 = \text{diag}(0.2, 0.2, 0.1)$ , $\alpha = \text{diag}(2, 2, 2)$ , $\beta = \text{diag}(1.5, 1.5, 1.5)$ , $c_1 = \text{diag}(0.5, 0.5, 0.4)$ , $c_2 = \text{diag}(1, 1, 1)$
本文控制器	$h = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$ , $p = 0.5$ , $\delta = 0.1$ , $M_m = \text{diag}(10, 10)$ , $B_m = \text{diag}(200, 200)$ $K_m = \text{diag}(1\ 000, 1\ 000)$

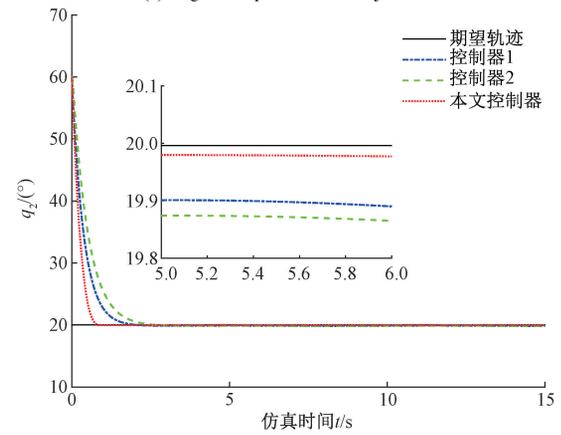
仿真对比结果如图 2~3 所示。3 种控制器下的关节角响应曲线如图 2 所示,可以看出 3 种控制器均能实现在有限时间内对期望轨迹的跟踪。3 种控制器下的输出力矩响应曲线如图 3 所示,可以看出本文控制器结构中的幂次函数能有效抑制抖振,故输出力矩比较平坦。

此外,采用超调量  $M_p$  和调节时间  $t_s$  量化比较控制器的稳定性和响应速度,如表 2 所示。从表中可以看出,对于  $q_1$ ,3 种控制器的超调量均为 0%;但本文控制器的调节时间分别比控制器 1 和控制器 2 快了 35.7% 和 69.4%;对于  $q_2$ ,本文控制器的超调量分别比控制器 1 和控制器 2 降低了 57.01% 和 55.18%,调节时间分别快了 56.42% 和 65.64%;对于  $q_3$ ,本文控制器的超调量分别比控制器 1 和控制器 2 降低了 64.16% 和 73.50%,调节时间分别快了 61.32% 和 60.78%。

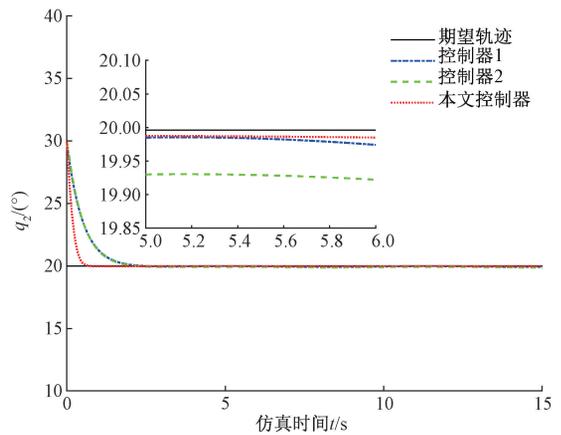
进一步地,采用均方根误差 RMSE 和最大绝对误差 ME 量化比较跟踪误差<sup>[20]</sup>,如表 3 所示。为保证准确性,只计算 3 s 之后的 RMSE 和 ME。从表中可以看出,对于  $e_1$ ,本文控制器的 RMSE 分别比控制器 1 和控制器 2 低了 95.13% 和 86.52%,ME 分别低了 94.19% 和 86.13%;对于  $e_2$ ,本文控制器的 RMSE 分别比控制器 1 和控制器 2



(a) Angular response curves of joint 1



(b) Angular response curves of joint 2

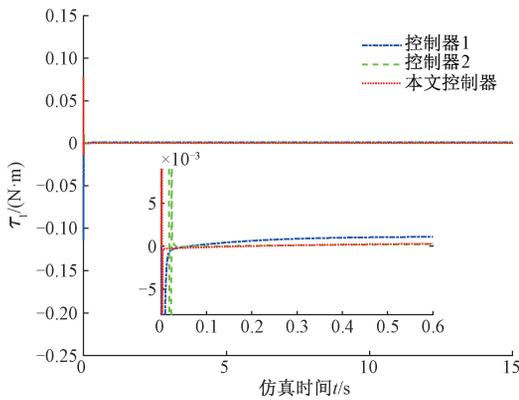


(c) Angular response curves of joint 3

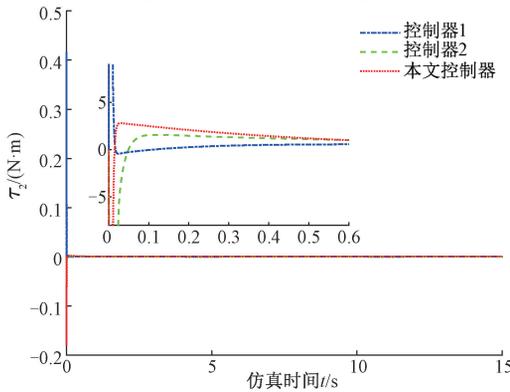
图 2 仿真中关节角响应曲线

Fig. 2 Joint angle response curves in simulation

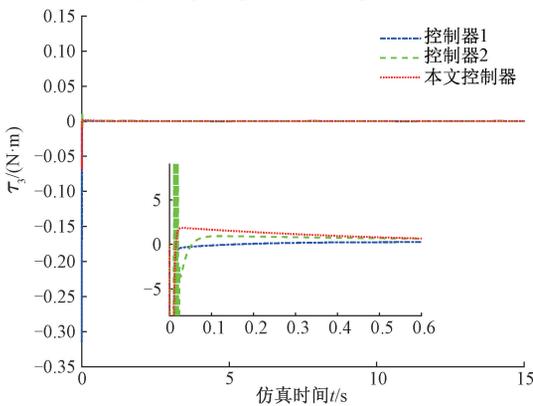
低了 82.60% 和 86.90%, ME 分别低了 84.32% 和 86.39%;对于  $e_3$ ,本文控制器的 RMSE 分别比控制器 1 和控制器 2 低了 75.14% 和 85.87%, ME 分别低了 80.67% 和 86.47%。相比于其他两种控制器,本文控制器具有更好的稳定性、更快的响应速度和更高的控制



(a) 关节1的力矩响应曲线  
(a) Torque response curves of joint 1



(b) 关节2的力矩响应曲线  
(b) Torque response curves of joint 2



(c) 关节3的力矩响应曲线  
(c) Torque response curves of joint 3

图 3 仿真中关节力矩响应曲线

Fig. 3 Joint torque response curves in simulation

表 2 控制器性能对比

Table 2 Comparison of controller performance

控制器	$q_1$		$q_2$		$q_3$	
	$Mp/\%$	$t_s/s$	$Mp/\%$	$t_s/s$	$Mp/\%$	$t_s/s$
控制器 1	0	1.085	0.623	1.931	0.332	2.032
控制器 2	0	2.285	0.598	2.445	0.449	2.004
本文控制器	0	0.698	0.268	0.841	0.119	0.786

表 3 跟踪误差均方根及最大值

Table 3 Root mean square and maximum tracking error

控制器	$e_1/(\circ)$		$e_2/(\circ)$		$e_3/(\circ)$	
	RMSE	ME	RMSE	ME	RMSE	ME
控制器 1	0.224	0.246	0.112	0.149	0.053	0.080
控制器 2	0.081	0.103	0.149	0.172	0.093	0.115
本文控制器	0.011	0.014	0.019	0.023	0.013	0.016

### 3.2 协同搬运仿真

本文最终目的是实现双绳驱动空中机械臂协同搬运任务。由于实验室样机尚未搭建完成,为证明本文控制器的有效性,采用仿真算例进行验证。在 Solidworks 中设计了双绳驱动空中机械臂的三维样机。该样机由两台相同的绳驱动空中机械臂组成(机械臂自由度为 3),用于协同搬运一根轻质长杆。本文仅关注协同搬运过程,故在初始状态下两台绳驱动机械臂与目标物体接触。假设两台绳驱动空中机械臂均受到来自目标物体接触的力  $F = 10\text{ N}$ 。将三维模型导入到 Matlab/Simscape 环境中进行动力学可视化仿真,如图 4 所示。四旋翼无人机采用 PID 控制器进行运动控制,具有过程请参考课题组之前工作<sup>[20]</sup>,这里就不再赘述。设定仿真时间为 15 s,共分 3 个阶段。0~5 s 为上升阶段,该阶段机械臂夹取物体缓慢上升;5~10 s 为前进阶段,该阶段四旋翼无人机向前飞行,机械臂关节角度保持不变;10~15 s 为下降阶段,该阶段机械臂夹住物体下降至目标点。

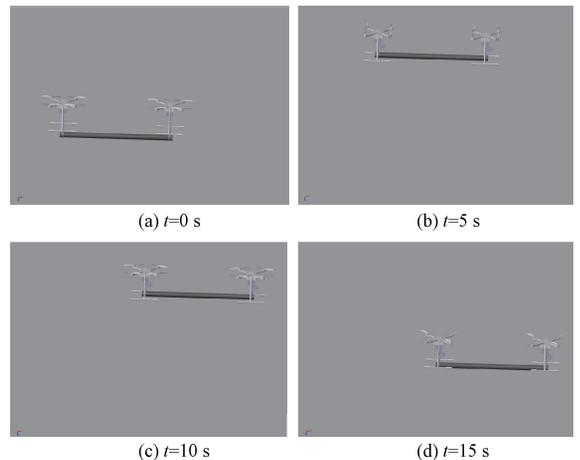
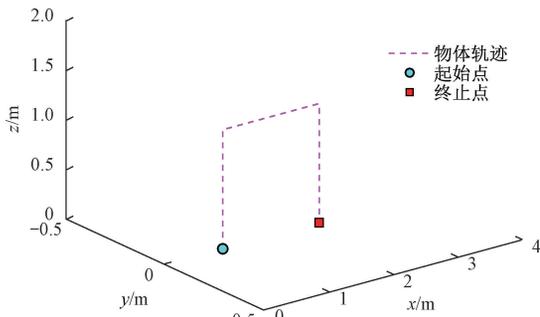


图 4 双绳驱动空中机械臂的可视化运动

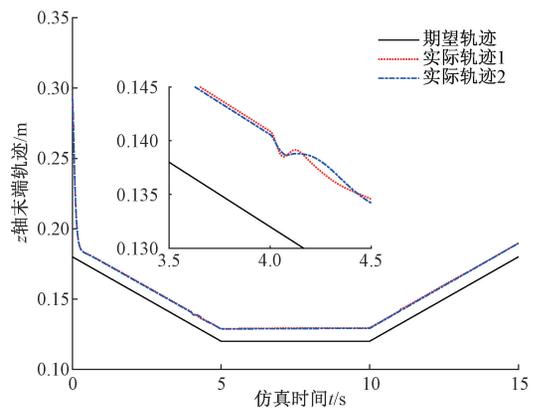
Fig. 4 Visual motion of double cable-driven aerial manipulator

仿真结果如图 5~9 所示。图 5 给出了物体移动的轨迹以及两台四旋翼无人机在 PID 控制器下的运动轨迹;图 6 给出了在阻抗控制器下接触力的跟踪曲线;图 7 给出了在阻抗控制器下机械臂末端在任务空间内的轨迹;图 8 给出了经过运动学逆解,由机械臂末端任务空间切换至关节空间的轨迹;图 9 给出了双绳驱机械臂的关节力矩响应曲线。

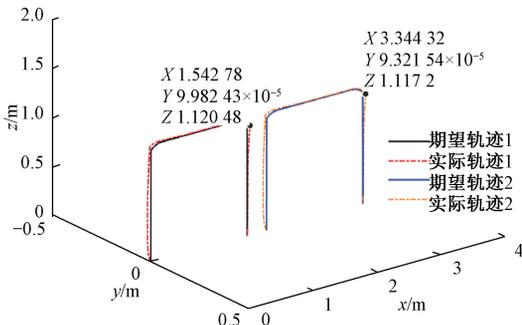
精度。



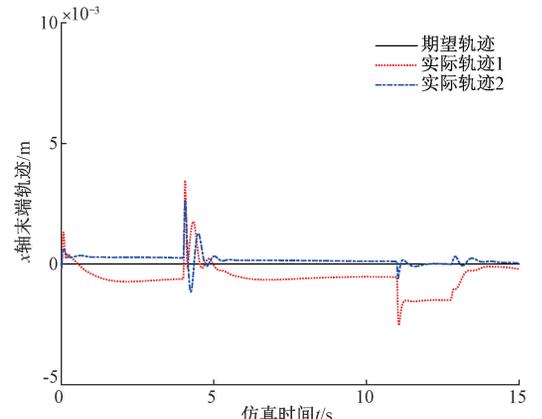
(a) 物体运动轨迹  
(a) Motion trajectory of the object



(a) z轴末端轨迹  
(a) z-axis end trajectories



(b) 四旋翼无人机运动轨迹  
(b) Motion trajectories of unmanned quadrotors



(b) x轴末端轨迹  
(b) x-axis end trajectories

图 5 物体及四旋翼无人机运动轨迹

Fig. 5 Motion trajectories of objects and unmanned quadrotors

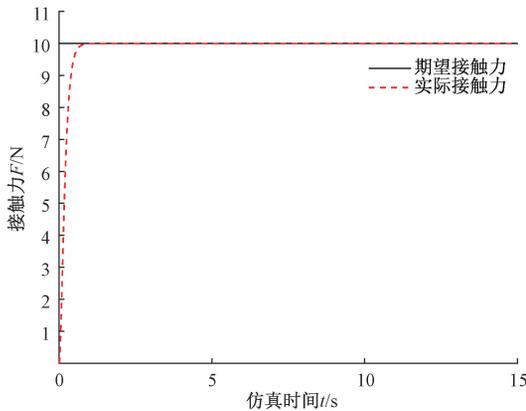


图 6 阻抗控制接触力跟踪效果

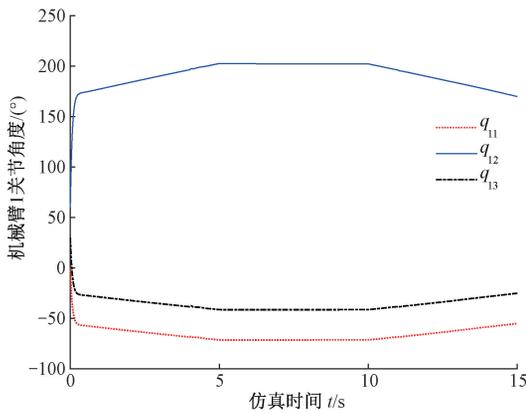
Fig. 6 Impedance controlled contact force tracking effect

如图 5(a) 所示,任务要求为将物体由起始点搬运至终止点。如图 5(b) 所示,在协同搬运过程中,两架四旋翼无人机在 PID 控制器下轨迹跟踪的最大绝对误差 ME 分别为 0.042 3 和 0.044 3 m,能够基本实现对参考轨迹的跟踪。从图 6 可以看出,在初始状态下,物体受力为 0 N,但在阻抗控制器作用下,接触力可以在 1 s 左右达到期望接触值 10 N。在进行协同搬运过程中,双臂末端始终保持合适的间距以保持 10 N 的接触力,并持续到协同

图 7 双绳驱动空中机械臂末端轨迹

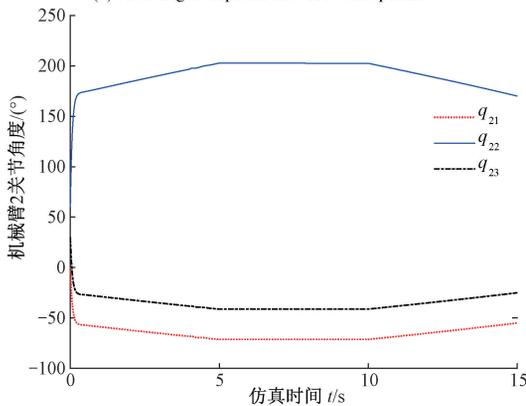
Fig. 7 Double cable-driven aerial manipulators end trajectories

搬运任务结束。从图 7 可以看出,在本文控制器作用下,机械臂末端轨迹可以在 0.5 s 左右跟踪上期望轨迹,并持续到搬运任务结束。如图 7(a) 所示,机械臂在 z 轴方向受到了较大的接触力,但是在本文控制器下,两台机械臂的稳态误差可以达到 0.009 和 0.008 m。如图 7(b) 所示,在 x 轴方向上,机械臂末端轨迹受到内力的影响,产生了一定的位移。在 4~5 s 和 10~11 s 时,由于四旋翼无人机运动状态发生了变化,导致了 x 方向上出现了一定的误差(0.003 m),但很快恢复并趋于稳定。从图 7.8 和 9 可以看出,虽然机械臂初始角度和期望角度之间存在误差,但在本文控制器下,机械臂能够在 0.5 s 内快速响应,并到达期望轨迹。从图 8 可以看出机械臂由末端轨迹到关节空间轨迹的关节角响应。如图 8(a) 和 (b) 所示,在整个搬运过程中,机械臂的关节角度变化平稳,没有明显的抖振现象。从图 9 可以看出机械臂的关节力矩响应。如图 9(a) 和 (b) 所示,机械臂由于在初始状态需要快速达到期望角度,同时,在上电瞬间受到重力的影



(a) 机械臂1的关节角响应曲线

(a) Joint angle response curves of manipulator 1

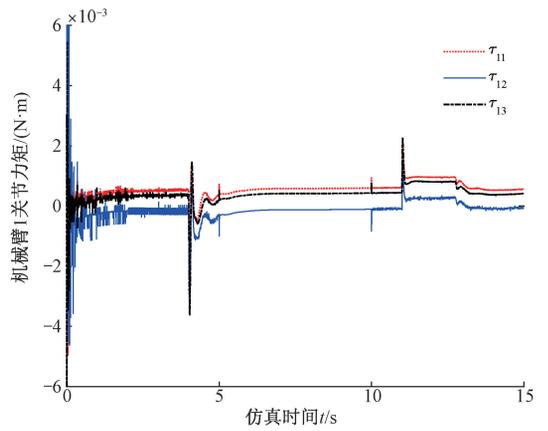


(b) 机械臂2的关节角响应曲线

(b) Joint angle response curves of manipulator 2

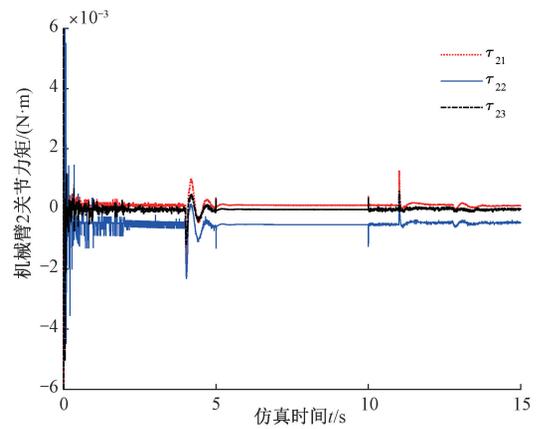
图 8 双绳驱动空中机械臂各关节角响应曲线

Fig. 8 Joint angle response curves of double cable-driven aerial manipulators



(a) 机械臂1关节力矩响应曲线

(a) Torque response curves of manipulator 1 joints



(b) 机械臂2关节力矩响应曲线

(b) Torque response curves of manipulator 2 joints

图 9 双绳驱动空中机械臂各关节力矩响应曲线

Fig. 9 Torque response curves for each joint of double cable-driven aerial manipulators

响,控制力矩有一定的波动。在 4~5 s 和 10~11 s 时,由于四旋翼无人机运动状态的变化,导致控制力矩产生轻微的波动(0.003 5 N·m),但是随后趋于平稳。可以看出在本文控制器下,系统的整体的控制力矩平稳。因此,本文设计的控制器有着高精度、响应快和稳定性等优点。

### 4 结 论

本文针对双绳驱动空中机械臂协同搬运时的接触控制问题,提出了基于非奇异快速终端滑模的阻抗控制策略,得到如下结论:1)将绳驱动的柔性效应等效到关节,建立了计及关节柔性的双绳驱动空中机械臂动力学模型,仿真结果也证明了模型有效性。2)设计基于非奇异快速终端滑模的阻抗控制策略,利用幂次函数减少抖振。并且与 PID 控制器和饱和函数滑模控制器进行对比分析,验证了本文控制器在跟踪精度、响应速度和抑制抖振方面的显著优势。3)进行双绳驱动空中机械臂协同搬运

的可视化仿真,结果也表明本文设计控制器有着较好的动态性能和稳定性能。

为了简化仿真,本文直接设定期望接触力为 10 N,没有考虑物体移动时的加速度对接触力和摩擦力的影响。在今后的研究中,将进一步完善双绳驱动空中机械臂系统的运动学及动力学模型。

### 参考文献

[ 1 ] 高振奇,丁力,郑欣. 基于非线性扰动观测器的四旋翼姿态控制[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(10):16-21.  
GAO ZH Q, DING L, ZHENG X. Attitude control for a quadrotor based on nonlinear disturbance observer[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(10):16-21.

[ 2 ] KIM H, LEE H, CHOI S, et al. Motion planning with movement primitives for cooperative aerial transportation

- in obstacle environment [ C ]. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Singapore: IEEE, 2017; 2328-2334.
- [ 3 ] SONG P, YU Y, ZHANG X. A tutorial survey and comparison of impedance control on robotic manipulation[J]. Robotica, 2019, 37(5): 801-836.
- [ 4 ] IKEDA T, YASUI S, FUJIHARA M, et al. Wall contact by octo-rotor UAV with one DoF manipulator for bridge inspection [ C ]. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Singapore: IEEE, 2017; 5122-5127.
- [ 5 ] YIP M C, CAMARILLO D B. Model-less hybrid position/force control: A minimalist approach for continuum manipulators in unknown, constrained environments [ J ]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2016, 1(2): 844-851.
- [ 6 ] 贾林, 王耀南, 何静, 等. 自由曲面打磨机器人非奇异终端滑模阻抗控制[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(5): 89-96.
- JIA L, WANG Y N, HE J, et al. Non-singular terminal sliding mode impedance control of free-form surface grinding robot [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(5): 89-96.
- [ 7 ] CACCAVALE F, CHIACCHIO P, MARINO A, et al. Six-dof impedance control of dual-arm cooperative manipulators [ J ]. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 2008, 13(5): 576-586.
- [ 8 ] SADEGHIAN H, FICUCIELLO F, VILLANI L, et al. Global impedance control of dual-arm manipulation for safe interaction[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2012, 45(22): 767-772.
- [ 9 ] LEE J, CHANG P H, JAMISOLA R S. Relative impedance control for dual-arm robots performing asymmetric bimanual tasks [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 61(7): 3786-3796.
- [ 10 ] KUMAR J, KUMAR V, RANA K P S. Efficient reaching law for SMC with PID surface applied to a manipulator[C]. 2016 Second International Innovative Applications of Computational Intelligence on Power, Energy and Controls with their Impact on Humanity ( CIPECH ). IEEE, 2016; 51-56.
- [ 11 ] MA Z, SUN G. Dual terminal sliding mode control design for rigid robotic manipulator [ J ]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(18): 9127-9149.
- [ 12 ] MEI K, DING S, CHEN X. Fuzzy non-singular terminal sliding mode controller design for nonlinear systems with input saturation [ J ]. International Journal of Fuzzy Systems, 2020, 22: 2271-2283.
- [ 13 ] YANG L, YANG J. Nonsingular fast terminal sliding - mode control for nonlinear dynamical systems [ J ]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(16): 1865-1879.
- [ 14 ] YI S, ZHAI J. Adaptive second-order fast nonsingular terminal sliding mode control for robotic manipulators [ J ]. ISA Transactions, 2019, 90: 41-51.
- [ 15 ] DING L, YAO Y, MA R. Observer-based control for a cable-driven aerial manipulator under lumped disturbances [ J ]. CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2023, 135(2): 1539-1558.
- [ 16 ] DING L, MA R, WU Z, et al. Optimal joint space control of a cable-driven aerial manipulator [ J ]. CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2023, DOI:10.32604/cmcs.2022.022642.
- [ 17 ] 李德昀, 徐德刚, 桂卫华. 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制 [ J ]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1311-1323.
- LI D Y, XU D G, GUI W H. Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller [ J ]. Control and Decision, 2021, 36(6): 1311-1323.
- [ 18 ] 孙国法, 赵尔全, 张国巨, 等. 基于扰动观测器补偿的机械臂非奇异快速终端滑模控制 [ J ]. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1506-1515.
- SUN G F, ZHAO ER Q, ZHANG G J, et al. Non-singular fast terminal sliding mode control of manipulator based on disturbance observe compensation [ J ]. Control Theory & Applications, 2022, 39(8): 1506-1515.
- [ 19 ] RUCHIKA, KUMAR N, DINANATH. Non-singular terminal sliding mode control of robot manipulators with  $H_{\infty}$  trajectory tracking performance [ J ]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2019, 44 ( 11 ): 9057-9065.
- [ 20 ] 丁力, 姚勇, 巢渊, 等. 面向水质采样的绳驱动空中机械臂抗干扰控制 [ J ]. 农业机械学报, 2022, 53(8): 452-458.
- DING L, YAO Y, CHAO Y, et al. Disturbance rejection control for cable-driven aerial manipulator applied on water samples [ J ]. Transactions of the Chinese Society

for Agricultural Machinery, 2022, 53(8):452-458.

### 作者简介



**韩之恒**, 2021年毕业于江苏理工学院获得学士学位, 现为江苏理工学院硕士研究生, 主要研究方向为多空中机械臂协作。

E-mail: 2022655316@smail.jsut.edu.cn

**Han Zhiheng** received his B. Sc. degree from Jiangsu University of Technology in 2021. Now he is a M. Sc. candidate at Jiangsu University of Technology. His main research interest includes collaboration of multi-aerial manipulators.



**马瑞**(通信作者), 2011年于合肥学院获得学士学位, 2019年于南京航空航天大学获得博士学位, 现为江苏理工学院讲师、硕士生导师, 主要研究方向为机器人动力学与控制、人工智能。

Email: nuaamarui@163.com

**Ma Rui** (Corresponding author) received a B. Sc. degree of Science from Hefei Institute in 2011 and a Ph. D. degree of Philosophy from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (NUAA) in 2019. Now he is a lecturer and master's supervisor at Jiangsu Polytechnic University. His main research interests include dynamics and control of robot, as well as artificial intelligence.