

DOI: 10.13382/j.jemi.B2306724

# 基于 Zernike 多项式的自适应包裹卡尔曼相位解缠<sup>\*</sup>

赖 欣<sup>1,2</sup> 贾英杰<sup>1</sup>

(1. 西南石油大学机电工程学院 成都 610500; 2. 四川大学电子信息学院 成都 610065)

**摘 要:**为了在噪声干扰下准确提取干涉图中的相位信息,提出了一种基于 Zernike 多项式拟合的自适应包裹卡尔曼滤波相位解缠算法。该方法将相位图建模为 Zernike 多项式的线性拟合,采用相位图二次差分加权策略的包裹卡尔曼滤波器准确计算拟合系数,利用预测值和量测值的新息自适应地调整量测噪声协方差矩阵且无需根据干涉图设置不同的观测噪声。实验仿真和实测结果表明,所提方法能够有效地处理干涉条纹中的噪声,并能准确地恢复出相位信息,对于受噪声干扰的干涉图的相位解缠性能优于最小二乘算法和 Kalman 算法,具有鲁棒性好、无需预滤波和人工干预的优点。

**关键词:** 相位解缠;包裹卡尔曼滤波算法;Zernike 多项式;自适应

**中图分类号:** TP391; TN247      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 460

## Adaptive wrapped Kalman phase unwrapping algorithm based on Zernike polynomial

Lai Xin<sup>1,2</sup> Jia Yingjie<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;  
2. College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** To accurately extract phase from the noisy interferograms, an adaptive wrapped Kalman filter phase unwrapping algorithm based on Zernike polynomial fitting is proposed in the paper. The phase map is modeled as Zernike polynomial fitting, the fitting coefficients are accurately calculated using wrapped Kalman filter with a quadratic difference weighting strategy for the phase map, and the measurement noise covariance matrix is adaptively adjusted by the innovation of the predicted and measured states without setting different observed noises according to the interferogram. The results of simulation and experiment show that the proposed method can effectively deal with the noisy interference fringe and retrieve the phase map, and is superior to the least square method and Kalman filter for phase unwrapping of noisy interferograms, which has the advantage of good robustness and no need for pre-filtering and manual intervention.

**Keywords:** phase unwrapping; wrap Kalman filtering algorithm; Zernike polynomial; self-adaptation

## 0 引 言

干涉技术是运用光学、计算机、数字图像处理等现代技术发展起来的全场无损检测技术,通过测量物体变形前后的相位信息来获取物体的变形、应变和缺陷信息<sup>[1]</sup>。相位解缠是干涉中获取物体的三维形貌的关键步骤。通常利用反正切函数得到该真实相位的包裹相位,然而在这种方法中相位的检索往往限制在  $(-\pi, \pi]$  范围内,需

要解包裹得到展开相位。在过去的 20 多年里,相位解缠发展迅速并应用广泛。目前的相位解缠算法可分为 2 类:路径依赖方法<sup>[2-9]</sup>和路径无关方法<sup>[10-14]</sup>。路径依赖方法是一种局部算法,它通过对包裹相位映射的离散偏导数在不同策略下沿特定路径积分来计算真正的相位映射,如分支切割算法<sup>[2-5]</sup>、质量导向路径跟随算法<sup>[6-8]</sup>和 Flynn 算法<sup>[9-10]</sup>。路径无关方法是一种全局算法,将包裹相位和真实相位通过一个数学模型连接起来,然后将相位展开问题转化为优化相应模型的问题。为了解决这一

问题,提出了许多算法,例如最小二乘算法(least squares method, LS)<sup>[11-15]</sup>,基于传输强度方程算法(transport of intensity equation, TIE)<sup>[16-20]</sup>和多项式拟合算法(polynomial fitting, PF)<sup>[21-24]</sup>。由于对待测物体的三维形貌信息以干涉条纹和光学强度的形式记录下来的过程中引入相干噪声和伪信号等,产生了相位数据不连续、局部相位误差以及在处理过程中的插值误差、配准误差等,这些都使得相位解缠结果不准确。

由于相位解缠的复杂性及受多种因素的影响,相位解缠仍一直是处理干涉数据时的难点。将贝叶斯状态估计方法引入到干涉图的相位解缠中,可以实现包裹相位的展开。文献[24-25]提出基于 UKF 的相位解缠方法,将展开相位建模为状态向量,从固定大小的窗口中相邻的展开像素计算其先验估计值。卡尔曼滤波相位解缠算法的基本思想是将相位解缠转化为状态估计问题,通过建立相位的状态空间模型和矢量观测方程,利用卡尔曼滤波求解真实相位。文献[26-27]提出采用包裹卡尔曼滤波(wrapped Kalman phase unwrapping, WKF)算法的相位展开方法,按照某一窗口大小进行绝对相位估计。以上方法都是以局部窗口建立的状态空间模型,这种模型能够处理各种复杂的相位映射,但是限制了其噪声抑制能力。实际环境中,干涉自身的噪声以及受到外界环境的影响,这些噪声因素会对干涉图像的质量和可解析性产生不利影响,导致解缠结果不准确,从而影响相位解缠的结果。本文提出一种基于 Zernike 多项式的自适应包裹卡尔曼相位解缠算法(adaptive wrapped Kalman phase unwrapping algorithm Zernike polynomial, AWKFZP),将相位解缠问题转化成利用求解 Zernike 多项式系数的问题,建立全局的状态空间模型,按照从左到右、从上到下的顺序扫描全场,卡尔曼滤波器的量测噪声协方差矩阵随着迭代过程中新息的变化而更新,不再依赖于人工赋值,可实现相位的准确解缠,具有较好的抗噪性。

## 1 原 理

### 1.1 基于 Zernike 多项式拟合的相位展开状态空间模型

Zernike 条纹多项式又称为“University of Arizona”多项式<sup>[23]</sup>,由 James C. Wyant 教授提出,它属于 Zernike 标准多项式的另一种表达。

在三维测量中,当真实相位被截断时,真实相位  $\phi$  和包裹相位  $\varphi$  之间关系如下:

$$\varphi(x, y) = w(\phi(x, y)) \quad (1)$$

式中:  $\varphi$  的值范围在  $(-\pi, \pi]$  中,  $w(\cdot)$  表示真实相位被包裹的过程,可以表示为:

$$w(x) = \arctan(\sin x / \cos x) \quad (2)$$

通常,大多数干涉相位图都是平滑的、连续的,因此

真实的相位图可以用一系列正交 Zernike 多项式<sup>[23]</sup>进行表示:

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^s c_i Z_i(x, y) \quad (3)$$

式中:  $Z_i(x, y)$  表示单位圆中定义的第  $i$  个 Zernike 多项式,  $c_i$  表示对应的系数,  $s$  (通常设为 36) 表示多项式的个数。Zernike 多项式定义在极坐标下可表示为:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{eveni}} &= R_n^m(\rho) \cos m\theta \\ Z_{\text{oddi}} &= R_n^m(\rho) \sin m\theta \end{aligned} \right\} m \neq 0 \quad (4)$$

$$Z_i = R_n^m \quad m = 0$$

式中:  $R_n^m(\rho)$  代表 Zernike 多项式径向多项式,  $\rho$  代表距离原点的径向距离,  $\cos m\theta$  和  $\sin m\theta$  代表角度函数,  $m$  代表径向阶数,  $\theta$  代表与  $x$  轴的夹角。  $i$  表示序号,  $n$  为方位频率,指数  $m$ 、 $n$  和  $s$  之间的关系是  $m \leq n$ ,  $s = (n+1)(n+2)/2$ 。

$Z_{\text{eveni}}$  和  $Z_{\text{oddi}}$  是 Zernike 多项式在极坐标下的一个分量。 $R_n^m(\rho)$  定义为:

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{(n-m)}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)!} \rho^{n-2k} \quad (5)$$

根据式(1)和(3),本文建立基于 Zernike 多项式拟合的相位展开状态空间模型,如式(6)所示:

$$\varphi(x, y) = w\left(\sum_{i=1}^s c_i Z_i(x, y)\right) \quad (6)$$

根据该模型,将相位展开问题转化为从包裹相位图  $\varphi(x, y)$  中估计 Zernike 多项式的待定系数  $c_i$  问题。

本文基于相位质量图的权重策略在包裹相位中选取噪声污染较小的相位点进行计算,再通过自适应包裹卡尔曼计算 Zernike 多项式的拟合系数,最终对包裹相位进行解相。

### 1.2 基于二阶差分质量图的权重策略

Zernike 多项式的模型是超定的,这意味着并不是包裹相位图的所有点都是必要的。在此基础上,采用丢弃部分严重噪声污染的包裹点的策略,提高了该方法的抗噪能力。

为了识别包裹相位图中的严重噪声点,计算包裹点  $w(x, y)$  的二次差分质量图。对于任何无边像素  $\varphi(x, y)$  包裹相位图,8 个相邻的区域点是:  $\varphi(x-1, y-1)$ ,  $\varphi(x, y-1)$ ,  $\varphi(x+1, y-1)$ ,  $\varphi(x-1, y)$ ,  $\varphi(x+1, y)$ ,  $\varphi(x-1, y+1)$ ,  $\varphi(x, y+1)$  和  $\varphi(x+1, y+1)$ ,它的质量计算为:

$$Q(x, y) = 1 / \sqrt{H^2(x, y) + V^2(x, y) + D_1^2(x, y) + D_2^2(x, y)} \quad (7)$$

其中:

$$H(x, y) = w[\varphi(x-1, y) - \varphi(x, y)] - w[\varphi(x, y) - \varphi(x+1, y)]$$

$$V(x, y) = w[\varphi(x, y-1) - \varphi(x, y)] - w[\varphi(x, y) - \varphi(x, y+1)]$$

$$D_1(x, y) = w[\varphi(x-1, y-1) - \varphi(x, y)] - w[\varphi(x, y) - \varphi(x+1, y+1)]$$

$$D_2(x, y) = w[\varphi(x-1, y+1) - \varphi(x, y)] - w[\varphi(x, y) - \varphi(x+1, y-1)] \quad (8)$$

对左边界点和圆域外的点,将其质量设置为 NaN。具有 NaN 质量的像素点是无效的,质量较低的像素点受到了严重的噪声污染,对质量较高的像素点进行展开更可靠。

对质量图中的有效像素点进行从小到大排序得到向量  $\vec{q}$ ,并将质量图中的阈值设置为:

$$Q_{th} = \vec{q} \text{Round}(N_{valid} * R_{th}) \quad (9)$$

其中,  $Q_{th}$  是向量  $\vec{q}$  的第  $k$  个向量值,  $\text{Round}(\cdot)$  是舍入运算,  $N_{valid}$  是有效像素点的总数,  $R_{th}$  是被丢弃的高噪声像素点与所有有效像素的比值。利用阈值  $Q_{th}$  来区分一定比例 ( $R_{th}$ ) 的高噪声像素,且  $R_{th}$  随干涉图不同而变化,它的取值对权重图影响很大,其值与相位图的分辨率有关,当分辨率增加时有效像素增大,允许更大的  $R_{th}$  来抑制噪声,因为需要根据实验环境选择一个合适的  $R_{th}$ 。

通过二阶差分质量图生成的权重图表示为:

$$W(x, y) = \begin{cases} 1, & Q(x, y) > Q_{th} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

### 1.3 自适应包裹卡尔曼滤波器原理

传统的基于 LS 的 Zernike 多项式拟合系数计算方法对噪声非常敏感。为了克服这一问题,本文采用 WKF 对这些系数进行估计,建立 WKF 的状态方程和观测方程。将式(6) 多项式拟合的相位展开状态空间模型的状态向量表示为:

$$\mathbf{C} = [c_1, c_2, \dots, c_s]^T \quad (11)$$

状态向量的更新过程为:

$$\mathbf{C}_l = \mathbf{F}\mathbf{C}_{l-1} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{F}$  为大小为  $s \times s$  的单位矩阵,下标为  $l$  和  $l-1$  表示相位图的第  $l$  个和第  $l-1$  个像素,观测方程为:

$$\varphi_l = \varphi(x_l, y_l) = w(\mathbf{Z}_l \mathbf{C}_l) + \eta_l(x_l, y_l) \quad (13)$$

其中,  $\varphi_l$  表示在第  $l$  个像素点的展开相位,  $(x_l, y_l)$  表示第  $l$  个像素点的坐标,  $\eta_l(x_l, y_l)$  表示包裹相位的测量噪声,  $\mathbf{Z}_l$  是 Zernike 多项式在第  $l$  个像素点上的向量,表示为:

$$\mathbf{Z}_l = [Z_1(x_l, y_l), Z_2(x_l, y_l), \dots, Z_s(x_l, y_l)] \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (14)$$

其中,  $Z_i(x_l, y_l)$  表示在像素点的坐标为  $(x_l, y_l)$  的  $i$

阶 Zernike 多项式的值。

基于 Zernike 多项式拟合的自适应 WKF 算法的解包裹算法步骤为:

1) 当  $l = 0$  时,状态向量及其误差协方差矩阵初始化为:

$$\mathbf{C}_0^+ = E[\mathbf{C}_0] \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_0^+ = E[(\mathbf{C}_0 - \mathbf{C}_0^+)(\mathbf{C}_0 - \mathbf{C}_0^+)^T] \quad (16)$$

式中:  $E$  表示期望运算。

2) 当  $l = l + 1$  时,执行权重策略。如果  $w(x_l, y_l) = 0$ , 执行式(17),然后重复步骤 2); 如果  $w(x_l, y_l) = 1$ , 则跳到步骤 3);

$$\mathbf{C}_l^- = \mathbf{C}_{l-1}^-$$

$$\mathbf{C}_l^+ = \mathbf{C}_{l-1}^+$$

$$\mathbf{P}_l^- = \mathbf{P}_{l-1}^-$$

$$\mathbf{P}_l^+ = \mathbf{P}_{l-1}^+$$

式中: 上标+和-分别表示变量的先验估计和后验估计。

3) 当  $l \neq 0$  时,像素点  $l$  的状态向量及其误差协方差矩阵的过程更新可表示为:

$$\mathbf{C}_l^- = \mathbf{F}\mathbf{C}_{l-1}^- \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_l^- = \mathbf{F}\mathbf{P}_{l-1}^- \mathbf{F}^T \quad (19)$$

4) 基于卡尔曼增益,状态向量的观测更新及其协方差矩阵可表示为:

$$d_l = w(\varphi_l - \mathbf{Z}_l \mathbf{C}_l^-) \quad (20)$$

$$\mathbf{S}_l = \mathbf{Z}_l \mathbf{P}_l^- \mathbf{Z}_l^T + \mathbf{R}_l \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_l = \mathbf{P}_l^- \mathbf{Z}_l^T [\mathbf{S}_l]^{-1} \quad (22)$$

$$\mathbf{C}_l^+ = \mathbf{C}_l^- + \mathbf{K}_l d_l \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_l^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_l \mathbf{Z}_l) \mathbf{P}_l^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_l \mathbf{Z}_l)^T + \mathbf{K}_l \mathbf{R}_l \mathbf{K}_l^T \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{K}_l$  为卡尔曼增益,  $\mathbf{F}$  为大小为  $s \times s$  的单位矩阵,  $\mathbf{R}_l$  为量测噪声协方差。

5) 重复步骤 2) 和 4), 直到把所有包裹的像素点都参与运算,得到最终估计值  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_l^+$ 。根据式(3) 计算最终展开的相位图。

在整个 WKF 迭代过程中,  $\mathbf{R}_l$  是一个随环境变化而调整的参数,它对于 WKF 的噪声的影响至关重要。为了确保效果,需要根据实验环境的不同来选择适当的值。为了克服变量  $\mathbf{R}_l$  的不确定性所带来的重建精度下降,本文采用基于新息的自适应方法<sup>[28]</sup> 自动调整  $\mathbf{R}_l$ 。自适应估计方法可以分为 4 类: 贝叶斯方法、相关方法、协方差匹配方法和最大似然方法。协方差匹配是一种著名的自适应估计方法调整新息或残差的协方差矩阵。在 AWKFZP 的预测步骤中,新息是实际测量值与第  $l$  步预测值之间的差值,可由式(25) 计算:

$$\underbrace{\varepsilon_l = w(\varphi_l - \mathbf{Z}_l \mathbf{C}_l^-)}_{\text{innovation}} \quad (25)$$

引入了一个遗忘因子  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 对  $\mathbf{R}_l$  进行自适

应估计。较大的  $\alpha$  对先验估计施加更大的权重,使  $\mathbf{R}_l$  的波动更小。在本文中经过多次实验,选择  $\alpha = 0.7$ 。

$$\mathbf{R}_l = \alpha \mathbf{R}_{l-1} + (1 - \alpha) (\boldsymbol{\varepsilon}_l \boldsymbol{\varepsilon}_l^T + \mathbf{H}_l \mathbf{P}_l^- \mathbf{H}_l^T)$$

(26)

2 仿真实验

2.1 仿真结果与分析

本节通过仿真验证所提方法的有效性,分析比较了 AWKFZP、卡尔曼滤波算法 (Kalman filter, KF) 与最小二乘法 (least square method, LS) 的精度、抗干扰能力和解缠效果。图 1 为 AWKFZP ( $R_{th} = 0.3$ )、KF 和 LS 算法在无噪声时的相位展开结果。从图 1 可以看出,3 种算法在包裹相位无噪声时都能正确展开相位。AWKFZP、LS 和 KF 的 STD 分别为 0.024 4 rad,  $1.543\ 9 \times 10^{-16}$  rad 和  $4.869\ 1 \times 10^{-16}$  rad。在无噪声情况下,AWKFZP 的优势并不明显。

在有噪声干扰下的包裹相位展开结果如表 1 所示。当信噪比为 20 dB 时,AWKFZP 算法 ( $R_{th} = 0.4$ ) 的 STD 和 RMSE 接近 0.001 5,可以获得可靠的解缠结果,而 KF 和 LS 的 STD 和 RMSE 分别在 0.1 和 0.4 附近,其相位解缠精度较 AWKFZP 算法差。随着信噪比的降低,AWKFZP 算法的 STD 和 RMSE 仍保持较小的数值,具有较高的精度,而 KF 和 LS 算法的 STD 和 RMSE 逐渐增大,精度降低。可以得出 AWKFZP 算法在抗噪能力方面优于 KF 和 LS,即使在低信噪比情况下,AWKFZP 算法仍能保持较小的 STD 和 RMSE 和较高的解缠精度,而 KF 和 LS 的性能会随着信噪比的降低而逐渐变差。当信噪比从 10 dB 变化到 -2 dB 时,KF 和 LS 算法的精度变化是不一致的。这表明 KF 和 LS 算法对噪声的容忍度不同,

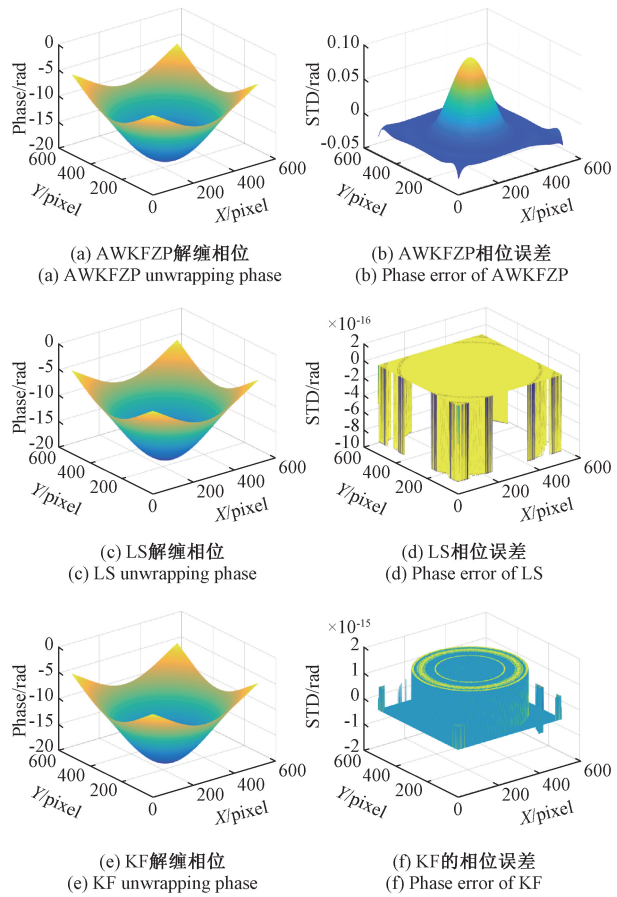


图 1 3 种方法相位解缠结果  
Fig. 1 Results of phase unwrapping of three methods

而所提 AWKFZP 算法能够在各种信噪比下保持较稳定的性能,具有更好的鲁棒性。

表 1 加噪下的不同解缠方法仿真结果  
Table 1 Simulation results with different unwrapping methods

| 算法     | -2 dB    |          | 5 dB    |         | 10 dB   |         | 20 dB   |         |
|--------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|        | STD      | RMSE     | STD     | RMSE    | STD     | RMSE    | STD     | RMSE    |
| AWKFZP | 0.023 7  | 0.037 0  | 0.008 1 | 0.017 3 | 0.004 5 | 0.016 0 | 0.001 5 | 0.001 5 |
| LS     | 21.813 2 | 22.612 1 | 7.146 5 | 7.190 8 | 0.702 5 | 1.138 7 | 0.100 6 | 0.409 0 |
| KF     | 5.520 9  | 8.254 8  | 3.689 4 | 6.546 0 | 2.642 0 | 3.460 5 | 0.140 5 | 0.423 9 |

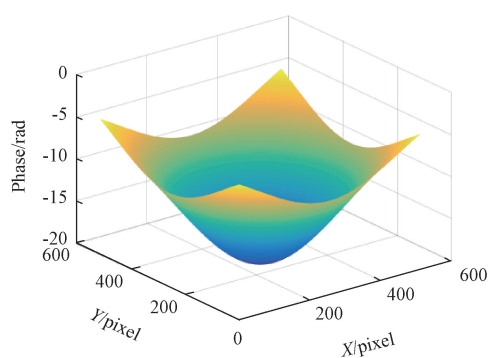
2.2  $R_{th}$  对二阶差分质量图的影响

通过 MATLAB 生成大小 512×512 pixels 的仿真三维图如图 2 所示,图 2(a) 为真实相位三维视图,图 2(b) 为信噪比为 -4 dB 的包裹相位图。

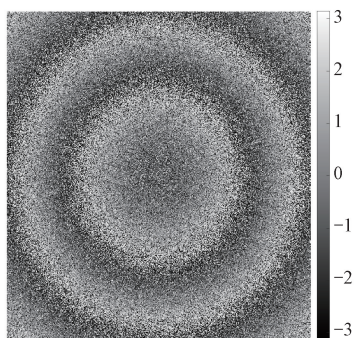
为了研究参数  $R_{th}$  对所提方法 STD 的影响,仿真生成了 50 个信噪比为 -4 dB 的包裹相位图,采用所提方法对包裹相位图进行展开。在不同的参数  $R_{th}$  下进行了 50

次运算,参数  $R_{th}$  分别设置为 0.4、0.6 和 0.7。50 次相位解缠结果的 STD 值如图 3(a) 所示。从图中可以看出当  $R_{th} = 0.4$  时,所有的 STD 值都在 0.1 以下,当  $R_{th}$  为 0.6 和 0.7 时,在 50 次相位展开的实验中精度会有所下降。这些结果表明参数  $R_{th}$  对相位解缠算法的精度有一定的影响。

在不同的噪声和不同的  $R_{th}$  值下进行了仿真。选取



(a) 真实相位图  
(a) True phase diagram



(b) dB=-4 的包裹相位图  
(b) Wrapped phase diagram of dB=-4

图 2 仿真三维图

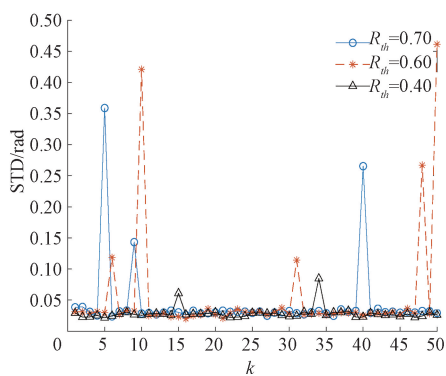
Fig. 2 Simulation 3D diagram

4 种噪声,信噪比分别为-4、-2、0 和 10 dB 下进行仿真,STD 结果如图 3(b)中所示。当  $R_{th}$  的值一定时,信噪比越高,采用所提算法得到的 STD 值越小。当 dB = 10 时  $R_{th}$  对算法的影响很小,可以忽略不计。当 dB 越小时,  $R_{th}$  对解缠的影响增加,STD 值的变化较大。当  $R_{th} = 0.4$  时,所提方法能更好地抵抗噪声的干扰,在不同信噪比下都能保持良好的鲁棒性和解缠效果。在后续实测实验中,使用  $R_{th} = 0.4$ 。

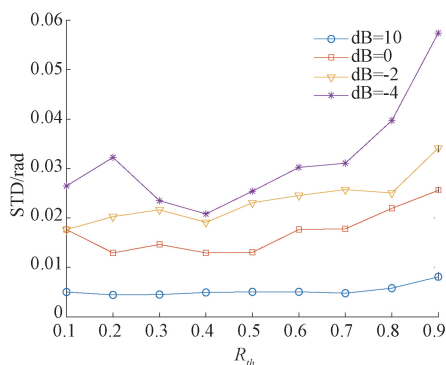
### 3 实测实验

实际干涉图采用三帧干涉图得到的包裹相位(580×782 pixels)如图 4 和 5 所示。采用 AWKFZP、LS 和 KF 方法进行包裹相位解缠,结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出,AWKFZP 算法由于采用了自适应  $R_l$  建模,准确地完成了干涉图包裹相位的展开,且无需根据干涉图手工设置不同的  $R_l$ ,根据新息自适应的调整  $R_l$  以适应不同的噪声环境,减少了人工干预。LS 和 KF 算法在含有噪声的实际干涉图中的解包裹相位上表现不佳,鲁棒性较差。采用五帧干涉图经由 WKF 解缠得到的相位作为基准得到 STD,从表 2 中可以看出



(a)  $R_{th}=0.4, 0.6$  和  $0.7$  下的 STD 值  
(a) STD under  $R_{th}=0.40, 0.60$  and  $0.70$



(b) dB 和  $R_{th}$  的关系图  
(b) Relationship between dB and  $R_{th}$

图 3  $R_{th}$  的选取

Fig. 3 Selection of  $R_{th}$

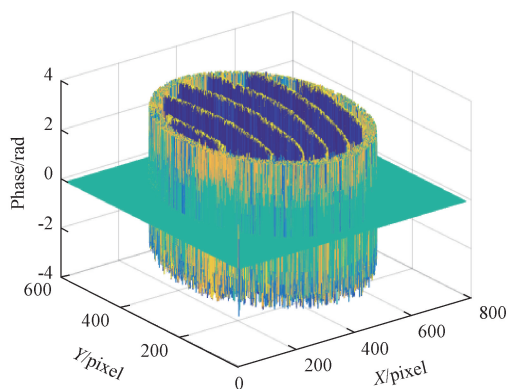


图 4 包裹干涉三维图

Fig. 4 Wrapped interferometric 3D diagram

AWKFZP 的 STD 明显低于 LS 和 KF 方法,所提算法的自适应特性使其能够根据干涉图的特征动态调整参数,尤其是在恶劣噪声存在的情况下能较好的抵抗噪声干扰,在含有噪声的干涉图下解缠能力优于传统的 LS 和 KF 方法,它表现出较高的鲁棒性和准确性,能够有效处理噪声和干扰。

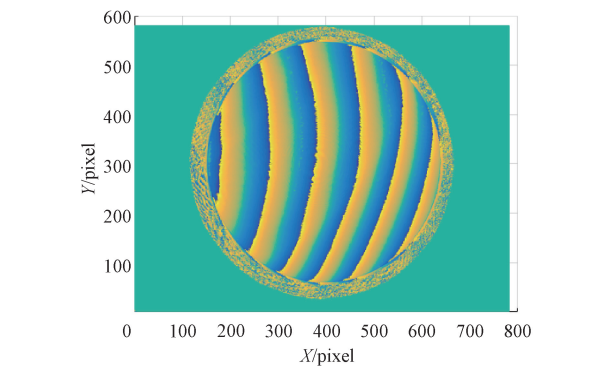


图 5 包裹干涉二维图

Fig. 5 Wrapped interferometric 2D diagram

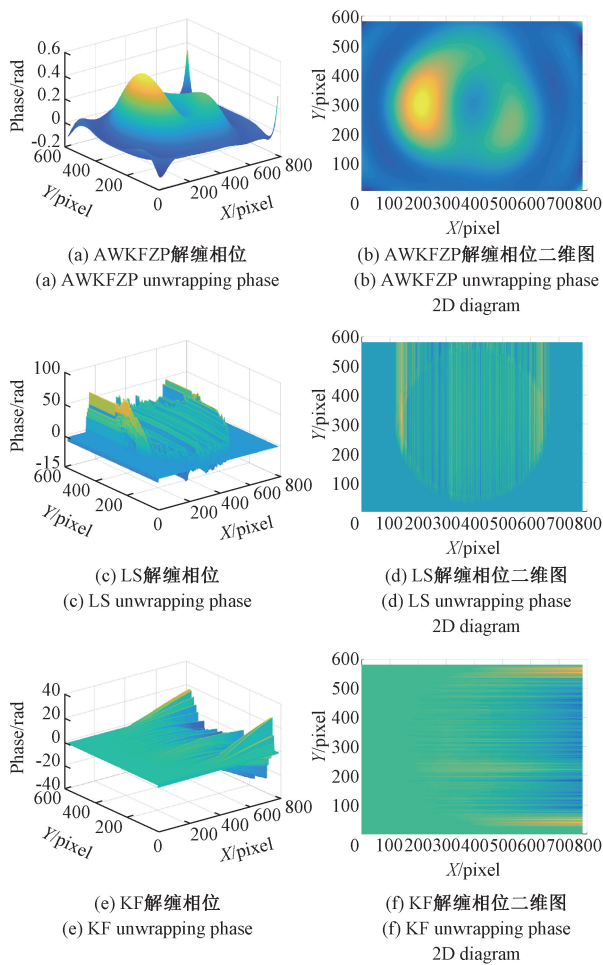


图 6 算法解缠结果

Fig. 6 Algorithm unwrapping results

表 2 不同解缠方法实测结果

Table 2 Actual results with different unwrapping methods

|     | AWKFZP  | LS      | KF       |
|-----|---------|---------|----------|
| STD | 0.005 9 | 9.547 7 | 13.751 3 |

4 结 论

针对受环境噪声和图像传感器等噪声干扰的实际干涉图的相位解缠问题,本文提出了一种基于 Zernike 多项式的自适应包裹卡尔曼滤波相位解缠算法。该算法对干涉图中的包裹相位进行 Zernike 多项式拟合,利用包裹卡尔曼滤波来估计和拟合多项式的系数,通过自适应方法对包裹卡尔曼滤波中的量测噪声协方差矩阵进行调整。仿真和实验验证了所提算法能够有效地抑制噪声,并实现了准确的包裹相位解缠,具有良好的有效性和鲁棒性。

参考文献

[ 1 ] 李洋洋,吴思进,李伟仙,等. 双功能数字散斑干涉位移及空间梯度同时测量 [ J ]. 光子学报, 2020, 49(6) : 138-145.

LI Y Y, WU S J, LI W X, et al. Dual function digital speckle interferometry displacement and spatial gradient measurement [ J ]. Acta Photonica Sinica, 2020, 49(6) : 138-145.

[ 2 ] 吴旭辉,刘娇娇,王丙楠,等. 基于区域分割的枝切与最小二乘法相位解包裹融合算法 [ J/OL ]. 激光杂志: 1-10 [ 2023-11-27 ].

WU X H, LIU J J, WANG B L, et al. Branch and least square phase unwrapping fusion algorithm based on region segmentation [ J/OL ]. Laser Journal: 1-10 [ 2023-11-27 ].

[ 3 ] 游前,翁慧,赵江,等. 基于改进 Goldstein 枝切法的傅里叶变换轮廓术 [ J ]. 光学学报, 2023, 43(5) : 78-87.

YOU Q, WENG H, ZHAO J, et al. Fourier transform profilometry based on improved Goldstein branch-cut algorithm [ J ]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(5) : 78-87.

[ 4 ] GAO D, YIN F. Mask cut optimization in two-dimensional phase unwrapping [ J ]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2011, 9(3) : 338-342.

[ 5 ] ZHANG Y T, HUANG M J, LIANG H R, et al. Branch cutting algorithm for unwrapping photoelastic phase map with isotropic point [ J ]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(5) : 619-631.

[ 6 ] 吴勇辉,程筱胜,崔海华,等. 基于质量线导向的二维相位展开新方法 [ J ]. 中国激光, 2012, 39(3) : 196-201.

WU Y H, CHENG X SH, CUI H H, et al. A novel method of for 2D phase unwrapping guided by quality [ J ]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(3) : 196-201.

- [ 7 ] AREVALILLO-HERRÁEZ M, VILLATORO F R, GDEISAT M A. A robust and simple measure for quality-guided 2D phase unwrapping algorithms [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25 ( 6 ): 2601-2609.
- [ 8 ] LÓPEZ-GARCÍA L, GARCÍA-ARELLANO A, CRUZ-SANTOS W. Fast quality-guided phase unwrapping algorithm through a pruning strategy: Applications in dynamic interferometry [ J ]. Applied Optics, 2018, 57(12): 3126-3133.
- [ 9 ] XU J, AN D, HUANG X, et al. An efficient minimum-discontinuity phase-unwrapping method [ J ]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(5): 666-670.
- [ 10 ] GDEISAT M. Performance evaluation and acceleration of Flynn phase unwrapping algorithm using wraps reduction algorithms[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 110: 172-178.
- [ 11 ] 付乐天,李鹏,高莲.考虑样本异常值的改进最小二乘支持向量机算法 [ J ]. 仪器仪表学报,2021,42(6): 179-190.  
FU L T, LI P, GAO L. Improved LSSVM algorithm considering sample outliers [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2021,42(6): 179-190.
- [ 12 ] 许章平,刘成洲,庄艳. 基于改进移动最小二乘解缠相位去噪 [ J ]. 测绘与空间地理信息, 2020, 43 ( 7 ): 111-114.  
XU ZH P, LIU CH ZH, ZHUANG Y. A denoising method based on improved moving least square phase-unwrapping [ J ]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2020,43(7):111-114.
- [ 13 ] GUO Y, CHEN X, ZHANG T. Robust phase unwrapping algorithm based on least squares[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 63: 25-29.
- [ 14 ] XIA H, MONTRESOR S, GUO R, et al. Phase calibration unwrapping algorithm for phase data corrupted by strong decorrelation speckle noise [ J ]. Optics Express, 2016;24:28713-28730.
- [ 15 ] WANG X, FANG S, ZHU X. Weighted least-squares phase unwrapping algorithm based on a non-interfering image of an object[J]. Applied Optics, 2017, 56(15): 4543-4550.
- [ 16 ] PANDEY N, GHOSH A, KHARE K. Two-dimensional phase unwrapping using the transport of intensity equation [ J ]. Applied Optics, 2016, 55(9): 2418-2425.
- [ 17 ] MARTINEZ-CARRANZA J, FALAGGIS K, KOZACKI T. Fast and accurate phase-unwrapping algorithm based on the transport of intensity equation [ J ]. Applied Optics, 2017, 56(25): 7079-7088.
- [ 18 ] CHENG H, WANG J, GAO Y, et al. Phase unwrapping based on transport-of-intensity equation with two wavelengths [ J ]. Optical Engineering, 2019, 58 (5): 054103.
- [ 19 ] ZHAO Z, ZHANG H, XIAO Z, et al. Robust 2D phase unwrapping algorithm based on the transport of intensity equation [ J ]. Measurement Science and Technology, 2018, 30(1): 015201.
- [ 20 ] ZHAO Z, ZHANG H, MA C, et al. Comparative study of phase unwrapping algorithms based on solving the Poisson equation [ J ]. Measurement Science and Technology, 2020, 31(6): 065004.
- [ 21 ] ZHAO Z, ZHAO H, ZHANG L, et al. 2D phase unwrapping algorithm for interferometric applications based on derivative Zernike polynomial fitting technique [ J ]. Measurement Science and Technology, 2014, 26(1): 017001.
- [ 22 ] TÉLLEZ-QUIÑONES A, LEGARDA-SÁENZ R, SALAZAR-GARIBAY A, et al. Direct phase unwrapping method based on a local third-order polynomial fit[J]. Applied Optics, 2019, 58(2): 436-445.
- [ 23 ] NOLL R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. JOsA, 1976, 66(3): 207-211.
- [ 24 ] XIE X M, ZENG Q N. Efficient and robust phase unwrapping algorithm based on unscented Kalman filter, the strategy of quantizing paths-guided map, and pixel classification strategy [ J ]. Applied Optics, 2015, 54(31): 9294-9307.
- [ 25 ] XIE X M, DAI G X. Unscented information filtering phase unwrapping algorithm for interferometric fringe patterns [ J ]. Applied Optics, 2017, 56 ( 34 ): 9423-9434.
- [ 26 ] KULKARNI R, RASTOGI P. Phase unwrapping algorithm using polynomial phase approximation and linear Kalman filter[J]. Applied Optics, 2018, 57(4): 702-708.
- [ 27 ] KULKARNI R, RASTOGI P. Simultaneous unwrapping and low pass filtering of continuous phase maps based on autoregressive phase model and wrapped Kalman filtering[J].

Optics and Lasers in Engineering, 2020, 124: 105826.

- [28] SUN B, ZHANG Z, QIAO D, et al. An improved innovation adaptive Kalman filter for integrated INS/GPS navigation[J]. Sustainability, 2022, 14(18): 11230.

## 作者简介

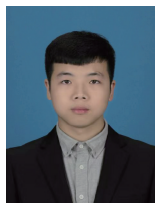


**赖欣** (通信作者), 西南石油大学机电工程学院教授, IEEE Senior Member, 主要研究方向为状态估计与三维重建。

E-mail: xinlai06@163.com

**Lai Xin** (Corresponding author), professor with the School of Mechanical and

Electrical Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu, China. IEEE Senior Member. Her main research interests include state estimation and 3D reconstruction.



**贾英杰**, 2019 年于西华师范大学获得学士学位, 现为西南石油大学硕士研究生, 主要研究方向为三维重建。

E-mail: jia1559641703@163.com

**Jia Yingjie** received his B. Sc. degree from China West Normal University in 2019.

He is now a M. Sc. candidate at Southwest Petroleum University. His main research interest includes 3D reconstruction.