

DOI: 10.13382/j.jemi.B2306657

# GNSS 多系统 PPP 中强跟踪自适应 Kalman 滤波的应用\*

孔德龙<sup>1</sup> 刘 春<sup>1</sup> 何 敏<sup>1</sup> 汪志宁<sup>2</sup>

(1. 合肥工业大学电气与自动化工程学院 合肥 230009; 2. 国网黄山供电公司 黄山 245000)

**摘要:**精密单点定位 (precise point positioning, PPP) 技术由于操作简单、定位精度高, 现已广泛应用于许多领域。针对 PPP 解算过程中周围环境改变可能带来的观测噪声和多路径效应, 传统滤波算法无法解决其导致的精度下降的问题, 本文提出一种强跟踪自适应 Kalman 滤波 (strong tracking adaptative Kalman filtering, SAKF) 算法, 通过引入渐消因子调整预测误差值, 同时使用 IGG III 函数方法重构测量噪声协方差, 从而实现 PPP 解算。实验结果表明, 在静态解算时, SAKF 定位精度较传统算法提升约 20%, 在仿动态解算时, SAKF 定位精度提升约 55%~60%, 同时具有更好的收敛稳定性。

**关键词:**精密单点定位; 卡尔曼滤波器; 自适应估计; 渐消因子; 测量噪声

中图分类号: P228.1; TN911.72 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 420.1010

## Application of strong tracking adaptive Kalman filter in GNSS multi-system PPP

Kong Delong<sup>1</sup> Liu Chun<sup>1</sup> He Min<sup>1</sup> Wang Zhining<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. State Grid Huangshan Power Supply Company, Huangshan 245000, China)

**Abstract:** Precise point positioning (PPP) technology has been widely used in many fields because of its simple operation and high positioning accuracy. Aiming at the observation noise and multipath effect that may be caused by the change of surrounding environment, the traditional filtering algorithm cannot solve the problem of precision decline caused by it, this paper proposes a strong tracking adaptive Kalman filtering (SAKF) algorithm. The fading factor is introduced to adjust the prediction error value, and the measurement noise covariance is reconstructed by IGG III function method, to achieve realize PPP solution. The experimental results show that the positioning accuracy of SAKF is improved by about 20% compared with the traditional algorithm in static solution, and it is improved by about 55%~60% in quasi-dynamic solution, and it has better convergence stability.

**Keywords:** PPP; Kalman filtering; adaptive estimation; fading factor; measurement noise

## 0 引言

PPP 由美国喷气推进实验室的研究人员 Zumberge 于 1997 年提出, 在定位过程中仅用一台 GNSS 接收机便可实现高精度定位<sup>[1]</sup>。随着全球卫星导航系统的发展, PPP 可在全球范围内直接获得厘米级的实时动态定位和毫米级的静态定位结果<sup>[2-3]</sup>。北斗卫星导航系统 (Beidou navigation satellite system, BDS) 的发展与应用, 再度掀起国内外研究 PPP 的热潮<sup>[4-6]</sup>。随着北斗三号全球卫星导

航系统的陆续建成, 伽利略卫星导航系统的快速崛起, 以及美国全球定位系统 (global positioning system, GPS) 的现代化, 多导航卫星系统组合 PPP 成为研究热点<sup>[7]</sup>。

近年来, 国内外学者对组合系统 PPP 的研究越来越深入。文献[8]分析 GPS/Galileo 实时静态与动态精密单点定位精度, 发现双系统组合 PPP 较 GPS 单系统的定位精度在 E、N、U 3 个方向都有一定程度的提升, 且收敛速度也有所提升。文献[9]通过实验证明 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 4 大系统融合的 PPP 收敛速度和定位精度要远优于 GNSS 单系统。文献[10]利用 MGEX

收稿日期: 2023-06-22 Received Date: 2023-06-22

\* 基金项目: 合肥市北斗卫星导航重大应用示范项目资助

(multi-GNSS experiment) 跟踪站的数据, 对比了 BDS/GPS 组合 PPP、BDS 单系统 PPP 和 GPS 单系统 PPP, 实验结果表明组合系统收敛时间大大减少, 并提高定位的稳定性, 在动态情况下优势更为明显。文献[11]提出鲁棒无迹卡尔曼滤波组合导航定位方法, 将滤波器性能提高 25%~40%, 收敛速度也有所提升。BDS 是我国第一个面向全球提供公共服务的重大空间基础设施<sup>[12-13]</sup>, 研究 BDS 的定位性能对我国发展航天航空相关的应用具有深刻意义。基于以上, 本文采用双频无电离层模型进行静态 PPP 解算, 同时在静态数据中加入白噪声, 进行仿动态 PPP 解算, 旨在为 BDS 发展和应用提供参考。

## 1 组合系统精密单点定位模型

在导航定位技术中, 通过时间系统和坐标系统精确描述导航卫星和接收机之间的相互关系, 建立运动方程(后文 2.1 节有详细叙述)和观测方程, 再通过数学方法处理卫星观测数据, 可以计算出接收机的三维位置, 运动状态, 以及精确的时间信息。

### 1.1 GNSS 原始观测方程

$$P_k^i = \rho_k^i + c(t_k - t^i) + o_k^i + I_k^i + T_k^i + \varepsilon_p \quad (1)$$

$$L_k^i = \rho_k^i + f(t_k - t^i) + o_k^i - I_k^i + T_k^i + \lambda N_k^i + \varepsilon_L \quad (2)$$

式中:  $P_k^i$  为卫星  $i$  到接收机  $k$  的伪距观测值,  $L_k^i$  为卫星  $i$  到接收机  $k$  的载波相位观测值,  $\rho_k^i$  表示卫星  $i$  到接收机  $k$  的几何距离,  $c$  为真空中的光速,  $t_k$  为接收机钟差及硬件延迟,  $t^i$  为卫星钟差及硬件延迟,  $o_k^i$  是卫星轨道误差,  $I_k^i$  是电离层延迟,  $T_k^i$  是对流层延迟,  $\varepsilon_p$  和  $\varepsilon_L$  分别是伪距观测值和载波相位观测值的噪声和多路径误差之和,  $N$  是整周模糊度, 以周为单位。

### 1.2 消电离层组合

卫星信号传播到地球上必须要经过大气层中的电离层, 必然会受到电离层的干扰。电离层是弥散性介质, 即介质的介电常数与频率有关, 在电离层中不同频率的电磁波具有不同的传播速度, 因此可以利用两种不同频率的观测量进行线性组合, 从而消除电离层延时, 简化原始观测方程。组合方式如下:

$$P_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2) \quad (3)$$

$$L_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2) \quad (4)$$

式中:  $P_{IF}$  是消电离层组合伪距观测值,  $L_{IF}$  是消电离层组合载波相位观测值,  $f_1$  和  $f_2$  表示两种不同的频率,  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $L_1$ 、 $L_2$  分别代表两种频率的观测量。

### 1.3 BDS/GPS/Galileo 组合精密单点定位模型

根据 GNSS 原始观测方程和消电离层组合方程, 同

时考虑接受机端的测码硬件延迟, BDS/GPS/Galileo 组合精密单点定位的消电离层模型可表示为:

$$P_{IF}^g = \rho_k^g + c(t_k^g - t^g) + o_k^g + T_k^g + c(d_{IF,k}^g - d_{IF}^g) + \varepsilon_{P_{IF,k}^g} \quad (5)$$

$$L_{IF,k}^g = \rho_k^g + c(t_k^g - t^g) + o_k^g + T_k^g + c(u_{IF,k}^g - u_{IF}^g) + \lambda_{IF}^g N_{IF,k}^g + \varepsilon_{L_{IF,k}^g} \quad (6)$$

式中: 上标  $g$  表示 GPS 卫星,  $d_{IF}$  为卫星消电离层组合测码硬件延迟,  $u_{IF}$  为卫星消电离层组合载波相位硬件延迟,  $\lambda_{IF}$  为消电离层组合载波波长,  $d_{IF,k}$  为接收机端消电离层组合测码硬件延迟,  $u_{IF,k}$  为接收机端消电离层组合载波相位硬件延迟。

组合导航定位的首要前提是确保时空基准的统一, 国际 GNSS 数据中心提供的精密轨道产品都是基于 IGS08 框架, 因此坐标基准是一致的。但是不同导航卫星时间系统之间存在差异, 这里就需要考虑时间系统的转换问题。本文选择 GPS 接收机钟差为基准, 估计 Galileo 和 BDS 时间系统与 GPS 时间系统的系统偏差并进行修正, 则定位模型可表示为:

$$P_{IF,k}^r = \rho_k^r + c(t_k^r + t_{sys}^{gr} - t^r) + o_k^r + T_k^r + c(d_{IF,k}^r - d_{IF}^r) + \varepsilon_{P_{IF,k}^r} \quad (7)$$

$$P_{IF,k}^r = \rho_k^r + c(t_k^r + t_{sys}^{gr} - t^r) + o_k^r + T_k^r + c(d_{IF,k}^r - d_{IF}^r) + \varepsilon_{P_{IF,k}^r} \quad (8)$$

$$P_{IF,k}^b = \rho_k^b + c(t_k^b + t_{sys}^{gb} - t^b) + o_k^b + T_k^b + c(d_{IF,k}^b - d_{IF}^b) + \varepsilon_{P_{IF,k}^b} \quad (9)$$

$$L_{IF,k}^b = \rho_k^b + c(t_k^b + t_{sys}^{gb} - t^b) + o_k^b + T_k^b + c(u_{IF,k}^b - u_{IF}^b) + \lambda_{IF}^b N_{IF,k}^b + \varepsilon_{L_{IF,k}^b} \quad (10)$$

式中:  $r$  表示 Galileo 卫星,  $b$  表示 BDS 卫星,  $t_{sys}^{gr}$  为 GPS 和 Galileo 的系统时间偏差,  $t_{sys}^{gb}$  为 GPS 和 BDS 的系统时间偏差。

## 2 Kalman 滤波求解方法

首先阐述传统拓展卡尔曼滤波 (extend Kalman filtering, EKF) 的求解过程, 需要建立运动学方程, 用最小二乘法解算出接收机的大概位置, 把定位结果当作滤波初值代入计算, 并提出强跟踪自适应 Kalman 滤波算法进行 PPP 解算。

### 2.1 最小二乘法

最小二乘法 (generalized least squares, GLS) 是一种使误差的平方和最小的经典优化算法, 通过矩阵循环迭代求解状态增量, 得到最优解。

步骤 1) 对  $n$  ( $n \geq 4$ ) 个卫星建立非线性方程组,  $\rho'_n$  代表伪距观测量,  $x_n$ 、 $y_n$ 、 $z_n$  分别代表卫星的三维坐标, 其方程组如式 (11) 所示:

$$\rho'_n = \sqrt{(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 + (z_n - z)^2} + ct_r \quad (11)$$

步骤 2) 将式 (11) 按泰勒级数展开线性化, 得:

$$\rho'_j - \rho_j^0 = \frac{x_{sj} - x_0}{\rho_j^0} \Delta x + \frac{y_{sj} - y_0}{\rho_j^0} \Delta y + \frac{z_{sj} - z_0}{\rho_j^0} \Delta z \quad (12)$$

$j = 1, 2, \dots, n$

式中:  $t_r$  为接收机钟差,  $\rho_j^0$  为第  $j$  颗卫星和接收机之间的几何距离,  $\rho'_j$  为卫星和接收机之间的近似距离,  $(x_0, y_0, z_0)$  为接收机每次求解的近似位置坐标, 其相应的增量为  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 。

式 (12) 简化式为:

$$\Delta \rho_j = e_x^j \Delta x + e_y^j \Delta y + e_z^j \Delta z - ct_r, j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

简化后的方程组可以写为矩阵形式, 其中  $\mathbf{A}$  为系数矩阵,  $\Delta \mathbf{X}$  为增量列向量,  $\mathbf{P}$  为近似距离列向量。

$$\mathbf{P} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} \quad (14)$$

步骤 3) 利用最小二乘法的公式计算出线性方程组的解。

$$\Delta \mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \quad (15)$$

然后更新接收机坐标和接收机钟差:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ -ct_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ -ct_r \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{X} \quad (16)$$

更新位置信息后判断定位结果是否收敛, 若未收敛则接着返回步骤 1) 进行下一个历元的接收机位置解算。直到历元解算完毕, 或定位结果收敛, 则将其得到的坐标和钟差作为 Kalman 滤波初值。

## 2.2 传统拓展 Kalman 滤波

EKF 由如下 3 个步骤组成。

步骤 1) 初始化: 初始化状态变量  $\mathbf{x}_0$  和协方差初值  $\mathbf{P}_0$ , 由 GLS 得到。

步骤 2) 预测: 由状态量及其在  $k-1$  处的协方差矩阵, 计算得到在  $k$  处的一步预测状态量  $\mathbf{x}_k^-$  和一步预测协方差阵  $\mathbf{P}_k^-$ , 如式 (17) ~ (18) 所示:

$$\mathbf{x}_k^- = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_{k-1}^+, \mathbf{u}_{k-1}) \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \boldsymbol{\varphi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \boldsymbol{\varphi}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (18)$$

步骤 3) 纠正: 将实际测量值与先验估计预测值之间做差, 获得如式 (19) ~ (23) 中所述的后验估计。

$$\mathbf{d}_k = [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^-)] \quad (19)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{S}_k]^{-1} \quad (21)$$

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{d}_k] \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^- \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{d}_k$  是预测残差,  $\mathbf{d}_k$  是新息的协方差矩阵,  $\mathbf{H}_k$  为观

测矩阵,  $\mathbf{K}_k$  是 Kalman 滤波增益,  $\mathbf{x}_k^+$  是更新后的状态量,  $\mathbf{P}_k^+$  更新后的协方差阵。

## 2.3 自适应拓展 Kalman 滤波

在运行 EKF 时, 是假定过程噪声  $\mathbf{Q}_k$  和观测噪声  $\mathbf{R}_k$  不变的情况下进行的, 忽略了实际定位过程中受周围环境影响而造成噪声统计特性未定的情况。为解决上述问题, 使用一种自适应估计的方法来更新  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$ , 自适应拓展卡尔曼滤波 (adaptive extended Kalman filtering, AKF)。迈赫拉<sup>[14]</sup>将自适应估计方法分为 4 种类别: 贝叶斯法、相关性法、协方差匹配法和最大似然估计法。此方法利用的是协方差匹配法, 基于新息/残差来调整协方差矩阵<sup>[15]</sup>。

### 1) $\mathbf{R}_k$ 的自适应估计

为确保矩阵的正定性, 使用一种基于残差的自适应方法来估计  $\mathbf{R}_k$ <sup>[16]</sup>, 如式 (24) ~ (26) 所示:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^+)] \quad (24)$$

$$\mathbf{S}_k = E[\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T] = E[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^T] - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T \quad (25)$$

$$\mathbf{R}_k = E[\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T] + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T \quad (26)$$

式中:  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  代表残差, 由实际测量值与后验估计值之间做差得到,  $\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T$  的期望用  $\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T$  的平均值作为代替。本文引入一种遗忘因子  $\alpha$ , 取值范围一般 0~1。由式 (27) 可以看出,  $\alpha$  越大前一次估计的权重就越大, 改进效果可能不明显;  $\alpha$  越小后一次估计的权重就越大, 收敛时间就会越长。本文对所有情况将  $\alpha$  设为 0.75。

$$\mathbf{R}_k = \alpha \mathbf{R}_{k-1} + (1 - \alpha) (\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T) \quad (27)$$

### 2) $\mathbf{Q}_k$ 的自适应估计

$\mathbf{Q}_k$  是基于新息和遗忘因子  $\alpha$  进行自适应估计的, 推导过程如下:

$$\mathbf{w}_{k-1} = \mathbf{x}_k - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \quad (28)$$

式中:  $\mathbf{w}_{k-1}$  代表过程噪声, 由实际测量值及其预测值之间做差得到。由式 (17) ~ (23) 可推出:

$$\mathbf{w}_{k-1} = \mathbf{x}_k - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) = \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)] = \mathbf{K}_k \mathbf{d}_k \quad (29)$$

$$E[\mathbf{w}_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}^T] = E[\mathbf{K}_k (\mathbf{d}_k \mathbf{d}_k^T) \mathbf{K}_k^T] = \mathbf{K}_k [\mathbf{d}_k \mathbf{d}_k^T] \mathbf{K}_k^T \quad (30)$$

与 2.3 节 1) 类似, 使用遗忘因子  $\alpha$  来自适应地估计  $\mathbf{Q}_k$ , 如式 (31) 所示:

$$\mathbf{Q}_k = \alpha \mathbf{Q}_{k-1} + (1 - \alpha) (\mathbf{K}_k \mathbf{d}_k \mathbf{d}_k^T \mathbf{K}_k^T) \quad (31)$$

### 3) AKF 的算法流程

如图 1 所示, 需要为 AKF 提供  $\mathbf{Q}_0, \mathbf{R}_0$  以及滤波初值, 确保 AKF 的每个历元计算期间都可以自适应地估计和更新。

## 2.4 强跟踪自适应拓展卡尔曼滤波

通过引入遗忘因子一定程度上可以提升系统的收敛性, 但在实际应用中观测量会出现误差, 若在数据处理过

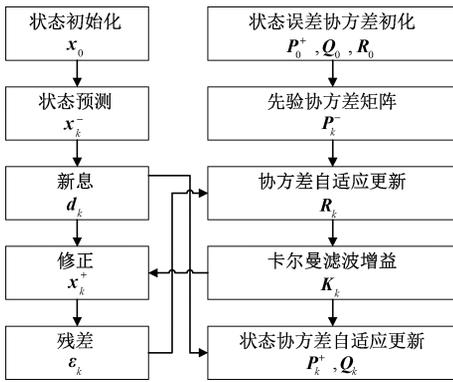


图 1 自适应卡尔曼滤波流程

Fig. 1 Flow chart of adaptive Kalman filtering

程中不对这些误差进行处理,会使滤波估计变得极不可靠。本文在 Kalman 滤波的基础上引入渐消因子<sup>[17]</sup>,组成具有强跟踪效应的滤波器,通过调整预测误差值,加大当前观测量的权重,减小算法初值偏差带来的影响,抑制滤波的发散。把渐消因子  $\lambda(k)$  代入式 (18),得到式 (32):

$$P_k^- = \lambda(k) \varphi_{k-1} P_{k-1}^+ \varphi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (32)$$

为减小非线性规划求最优渐消因子的计算量,这里给出一种  $\lambda(k)$  的次优算法。

$$\lambda(k) = \begin{cases} e_k, e_k > 1 \\ 1, e_k \leq 1 \end{cases} \quad (33)$$

其中:

$$e_k = \frac{\text{trace}(N_k)}{\text{trace}(M_k)} \quad (34)$$

$$\begin{cases} N_k = V_0(k) - \beta R_k - H_k Q H_k^T \\ M_k = H_k A P_{k-1}^+ A^T H_k^T \end{cases} \quad (35)$$

$$V_0(k) = \begin{cases} \varepsilon(1) \varepsilon^T(1), k = 1 \\ \frac{\rho V_0(k-1) + \varepsilon(1) \varepsilon^T(1)}{1 + \rho}, k > 1 \end{cases} \quad (36)$$

式中:  $V_0(k)$  为残差协方差阵;  $\rho$  为遗忘因子,这里  $\rho = 0.95$ ;  $\beta$  为弱化因子,通常取  $\beta \geq 1$ 。

本文将观测模型的测量噪声方差采用 IGG III 函数方法<sup>[18-19]</sup>重新构建:

$$\bar{R} = \begin{cases} R_k, |\tilde{v}| \leq c_0 \\ R_k \frac{c_0}{|\tilde{v}|} \left( \frac{c_1 - |\tilde{v}|}{c_1 - c_0} \right)^2, c_0 < |\tilde{v}| \leq c_1 \\ 0, |\tilde{v}| > c_1 \end{cases} \quad (37)$$

式中:  $c_0, c_1$  分别为正常界和淘汰界的取值,一般取  $c_0 = 1.0 \sim 2.5, c_1 = 2.0 \sim 3.5$ 。

$$|\tilde{v}| = \left( \frac{V_k^T V_k}{\text{tr}[(H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}]} \right)^{1/2} \quad (38)$$

式中:  $|\tilde{v}|$  为预测残差统计量,其中  $V_k$  为系统观测噪声,那么式 (21) 改为式 (39):

$$K_k = P_{k-1} H_k^T [H_k P_{k-1} H_k^T + \bar{R}]^{-1} \quad (39)$$

### 3 实验分析

#### 3.1 数据概况

从 MGEX 测站下载的采样间隔为 30 s、观测数据长度为 1 天的多系统观测文件以及相对应的精密钟差、精密轨道产品,从静态和伪动态对组合系统进行 PPP 精度分析。组合系统 PPP 待估参数和各项误差主要包括接收机位置、整周模糊度、天顶对流层延迟、接收机钟差、系统时钟偏差等,具体数据处理策略如表 1 所示。

表 1 GNSS 数据处理策略

Table 1 GNSS data processing strategy

参数	处理策略
观测量	GPS、BDS、Galileo 相位和伪距观测值
卫星信号	GPS:L1/L2; BDS:L2/L7 Galileo:L1/L5
对流层延迟	GMF 模型
相位缠绕	模型改正
相对论效应	残余误差改正公式
卫星钟差	IGS14_1935 产品
卫星轨道	IGS SP3 产品
固体潮	模型改正
地球自转	模型改正
接收机钟差	参数估计
测站坐标	Kalman 滤波

#### 3.2 静态 PPP 结果分析

将静态 PPP 解算结果与观测文件记录的精密坐标做差,绘制东(E)、北(N)、天(U)3个方向的偏差图,如图 2~4 所示。滤波收敛后的定位精度用均方根误差表示,如表 2 所示。

其中图 3~4 的小窗口是前 500 个历元的局部放大图,大图是整体曲线的走势。如图 2 所示,大约在 1 100 历元时,EKF 定位误差曲线产生严重波动,定位精度大幅下降,说明观测站所采集的数据受到外部干扰。如图 3~4 所示,在相同时刻 SAKF 和 AKF 的 3 个方向定位误差曲线均为未产生明显波动,说明对于外在环境的改变具有良好的适应性。如图 3~4 的小窗口所示,SAKF 在 E 方向上波动范围小于 AKF,在 N 和 U 方向定位精度与之相当。

如表 2 所示,AKF 3 个方向的误差均小于 1.1 cm,三

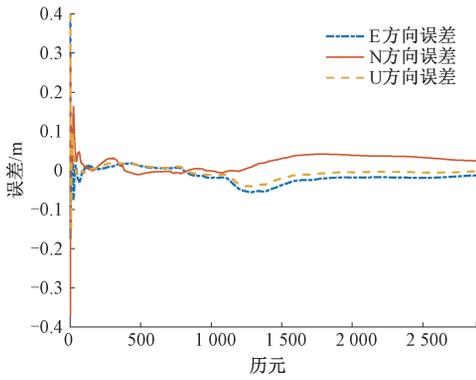


图 2 静态 EKF 解算结果

Fig. 2 Static EKF solution results

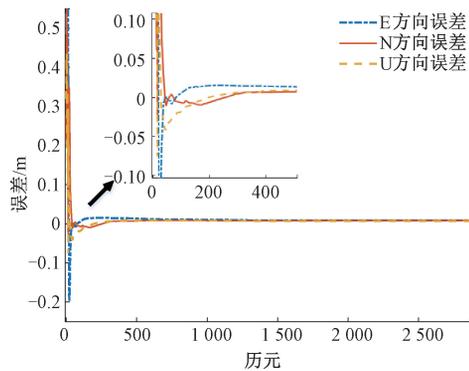


图 3 静态 AKF 解算结果

Fig. 3 Static AKF solution results

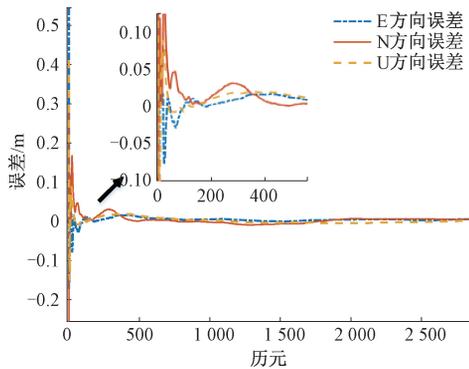


图 4 静态 SAKF 解算结果

Fig. 4 Static SAKF solution results

表 2 静态 PPP 解算误差

Table 2 Static PPP calculation error (cm)				
算法	E	N	U	三维
EKF	2.38	2.66	1.48	3.86
AKF	1.04	0.81	0.75	1.52
SAKF	0.60	0.80	0.69	1.22

### 3.3 动态 PPP 结果分析

由于动态 PPP 没有可靠的外部参考坐标系<sup>[20]</sup>,静态观测数据质量一般也要比动态数据好,故本文采用静态模拟动态的实验方案。为更好地分析动态 PPP 解算结果,实验过程中使用的数据与静态 PPP 是同组数据。将定位结果绘制成 E、N、U 3 个方向的偏差图,如图 5~7 所示,滤波收敛后的定位精度用均方根误差表示,如表 3 所示。

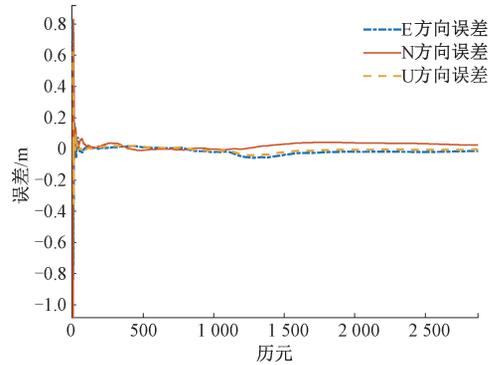


图 5 动态 EKF 解算结果

Fig. 5 Dynamic EKF solution results

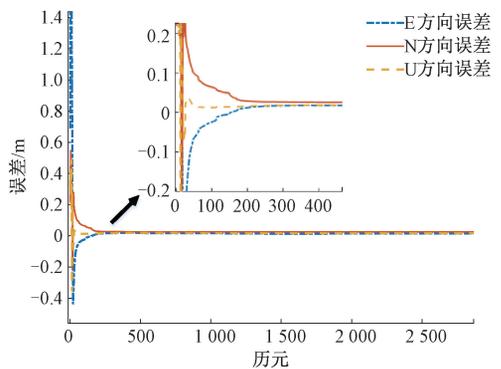


图 6 动态 AKF 解算结果

Fig. 6 Dynamic AKF solution results

表 3 动态 PPP 解算误差

Table 3 dynamic PPP calculation error				
算法	E/cm	N/cm	U/cm	三维/cm
EKF	2.44	2.68	1.52	3.94
AKF	1.52	2.68	1.74	3.54
SAKF	0.62	1.01	0.72	1.39

维方向的误差为 1.52 cm,各个方向定位精度较 EKF 均有所提升,其中 N 方向提升率最大,约为 69.55%;U 方向的提升最小,约为 49.32%。SAKF 3 个方向的误差均小于 0.8 cm,其中 N 和 U 方向误差分别为 0.8 cm 和 0.69,定位精度与 AKF 相当;E 方向的误差为 0.6 cm,相对 AKF 的提升率为 42.31%;三维方向的误差为 1.22 cm,提升率为 19.74%。

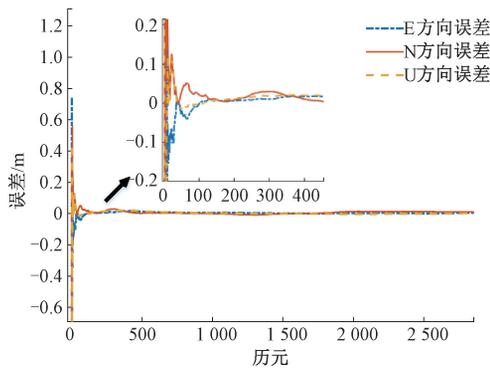


图 7 动态 SAKF 解算结果

Fig. 7 Dynamic SAKF solution results

由于用的是静态数据仿动态,所以大约在 1 100 历元时也会受到了外界的干扰。如图 5 所示,EKF 定位误差曲线同样产生较大波动,定位精度大幅下降。如图 6~7 所示,AKF 动态定位前 700 个历元误差曲线与静态时的曲线相比发生了极大改变,定位变得不再稳定,正如上文 2.4 节所阐述,AKF 不能去除观测量的误差,滤波估计会变得极不可靠。SAKF 面对植入的动态误差,定位误差曲线并未产生过大改变,只是精度略微下降,定位相对稳定,具有更好的收敛稳定性。

如表 3 所示,动态 AKF 相对于 EKF 的三维方向定位精度提升率约为 10%,N 方向精度相当,甚至在 U 方向精度低于 EKF,动态时的提升率明显低于静态时的提升率。SAKF 3 个方向的误差均小于 1.1 cm,三维方向误差为 1.39 cm。动态 SAKF 相对于 AKF 各个方向定位精度均有所提升,提升率约为 55%~60%,动态时的提升率明显高于静态时的提升率,说明在面对更加严苛的外在环境,SAKF 具有更好的收敛性和稳定性。

## 4 结论

本文基于 MGEX 机构提供的实测数据,采用 3 种 Kalman 滤波算法分析组合系统静态与仿动态 PPP 精度,实验结果表明在多导航系统组合 PPP 中,无论是静态还是仿动态定位 SAKF 定位精度相比 AKF 和 EKF 均有所提高,收敛后的稳定性也有很大提升。SAKF 滤波性能优势明显,可以更好的适应环境因素的改变,降低 Kalman 滤波算法对  $R_k$  和  $Q_k$  初始化精度的要求,增强算法应用的普适性。

## 参考文献

[ 1 ] 杜祯强,柴洪洲,向民志,等. 3 种 PPP 模型的一模模糊度固定方法[J]. 测绘学报, 2020, 49(7): 824-832.

DU ZH Q, CH H ZH, XIANG M ZH, et al. Unified

ambiguity resolution method based on three PPP models[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2020, 49(7): 824-832.

[ 2 ] 张继海,董绍武,袁海波,等. GNSS 多系统 PPP 融合时间比对方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 39-47.

ZHANG J H, DONG SH W, YUAN H B, et al. Study on multi-system GNSS data fusion technology in PPP time comparison[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 39-47.

[ 3 ] 张继海,董绍武,卢鋈,等. 北斗卫星天线相位中心改正在 PPP 中的应用研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(7): 90-96.

ZHANG J H, DONG SH W, LU Y, et al. Study on the application of Beidou satellite antenna phase center correction in PPP [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(7): 90-96.

[ 4 ] 靳乐怡,王珏,叶红军,等. 基于 LSTM 的卫星导航系统服务性能监测方法研究[J]. 电子测量技术, 2022, 45(22): 149-156.

JIN L Y, WANG J, YE H J, et al. Research on LSTM-based performance monitoring techniques for satellite navigation systems services[J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(22): 149-156.

[ 5 ] 李智超,姚金杰,孙兴丽,等. 基于自适应滤波的北斗弱干扰源定位方法[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(10): 33-38.

LI ZH CH, YAO J J, SUN X L, et al. Research on BDS weak interference source localization method based on adaptive filtering algorithm [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2022, 41(10): 33-38.

[ 6 ] 刘春,惠生宝,李维华,等. 基于 NAR 动态神经网络的 BDS 周跳探测与修复方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(7): 36-43.

LIU CH, XI SH B, LI W H, et al. BDS cycle slip detection and repair method based on NAR dynamic neural network [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(7): 36-43.

[ 7 ] 吕伟才,高井祥. GPS/Galileo 系统间偏差的随机模型对三频动态 PPP 的影响[J]. 中国矿业大学学报, 2019, 48(6): 1383-1390.

LYU W C, GAO J X. Influence of stochastic modeling for inter-system biases on GPS/Galileo triple-frequency kinematic precise point positioning[J]. Journal of China University of

- Mining & Technology, 2019, 48(6): 1383-1390.
- [ 8 ] 赵兴旺, 葛玉龙. GPS/Galileo 实时精密单点定位精度分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39(8): 816-820.
- ZHAO X W, GE Y L. Accuracy analysis of GPS/Galileo real-time precise point positioning [ J ]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2019, 39(8): 816-820.
- [ 9 ] 任晓东, 张柯柯, 李星星, 等. BeiDo、Galileo、GLONASS、GPS 多系统融合精密单点[J]. 测绘学报, 2015, 44(12): 1307-1313.
- REN X D, ZHANG K K, LI X X, et al. Precise point positioning with multi-constellation satellite systems: BeiDo、Galileo、GLONASS、GPS[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44(12): 1307-1313.
- [10] 魏二虎, 刘学习, 王凌轩, 等. BDS/GPS 组合精密单点定位精度分析与评价[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(11): 1654-1660.
- WEI ER H, LIU X X, WANG L X, et al. Accuracy analysis and evaluation of BDS/GPS combined precise single point positioning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(11): 1654-1660.
- [11] 徐辛超, 姜姗姗. 鲁棒无迹卡尔曼滤波组合导航定位方法[J]. 测绘科学, 2023, 48(1): 16-22.
- XU X CH, JIANG SH SH. Robust unscented Kalman filter integrated navigation localization method [ J ]. Science of Surveying and Mapping, 2023, 48(1): 16-22.
- [12] 李敏, 王松艳, 张迎春, 等. 改进的强跟踪平方根 UKF 在卫星导航中应用[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(8): 1858-1865.
- LI M, WANG S Y, ZHANG Y CH, et al. Satellite autonomous navigation filtering algorithm based on Improved strong tracking square-root UKF[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(8): 1858-1865.
- [13] 黎标幸, 夏海英, 宋树祥, 等. GPS/BDS 组合的 RTK 多路径抑制方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(7): 199-205.
- LI B X, XIA H Y, SONG SH X, et al. GPS/BDS combined RTK multipath suppression method [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(7): 199-205.
- [14] MEHRA R K. Approaches to adaptive filtering[J]. IEEE Trans Autom Control, 1972, 17(5), 693-698.
- [15] MAYBECK P S. Stochastic Models, Estimation, and Control[M]. Academic Press, 1982.
- [16] WANG J. Stochastic modeling for real-time kinematic GPS/GLONASS position[J]. Navigation, 2000, 46(4), 297-305.
- [17] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics [ C ]. Joint Automatic Control Conference, 1969 (7): 760-769.
- [18] 陈薇, 袁文定, 方强, 等. 基于自适应卡尔曼滤波的 Meanshift 跟踪算法[J]. 制造业自动化, 2021, 43(6): 16-21.
- CHEN W, YUAN W D, FANG Q, et al. Meanshift tracking algorithm based on adaptive Kalman filter[J]. Manufacturing Automation, 2021, 43(6): 16-21.
- [19] 张建, 喻国荣, 潘树国, 等. 基于卡方检验的 GNSS 观测值部分粗差抗差滤波算法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(8): 102-109.
- ZHANG J, YU G R, PAN SH G, et al. Partial gross error robust filtering algorithm for GNSS observations based on chi-square test [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(8): 102-109.
- [20] LI X X, ZHANG X H, REN X D, et al. Precise positioning with current multi-constellation global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo and Beidou[J]. Scientific Reports, 2015, 5(1): 8328.

## 作者简介



孔德龙(通信作者), 2020 年于安徽建筑大学获得学士学位, 现为合肥工业大学硕士研究生, 主要研究方向为检测技术与自动化装置。

E-mail: 1910227704@qq.com

**Kong Delong** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Anhui Jianzhu University in 2020. He is now a M. Sc. candidate at Hefei University of Technology. His main research interests include detection technology and automation equipment.



刘春, 1988 年于哈尔滨理工大学获得学士学位, 1996 年于浙江大学获得硕士学位, 现为合肥工业大学副教授, 主要研究方向为检测技术与自动化装置、电工理论与新技术。

E-mail: hfliuchun@126.com

**Liu Chun** received a B. Sc. degree from Harbin University of Science and Technology in 1988 and M. Sc. degree from Zhejiang University in 1996. She is now an associate professor at

Hefei University of Technology. Her main research interests include testing technology and automation equipment, electrical theory and new technology.



**何敏**, 2020 年于江苏师范大学获得学士学位, 2023 年于合肥工业大学获得硕士学位, 主要研究方向为控制科学与工程。

E-mail: 1095077201@qq.com

**He Min** received a B. Sc. degree from Jiangsu Normal University in 2020 and received a M. Sc. degree from Hefei University of Technology in 2023. Her main research interests include control science and engineering.



**汪志宁**, 2018 年于辽宁石油化工大学获得学士学位, 2021 年于合肥工业大学获得硕士学位, 现工作于国网黄山供电公司, 主要研究方向为电工理论与新技术。

E-mail: 553079397@qq.com

**Wang Zhining** received a B. Sc. degree from Liaoning Petrochemical University in 2018 and received a M. Sc. degree from Hefei University of Technology in 2021. He is now working in State Grid Huangshan Power Supply Company. His main research interests include electrical theory and new technology.