

DOI: 10.13382/j.jemi.2017.11.004

磁性目标定位误差分析及修正*

张宁^{1,2} 王三胜^{1,2} 李华^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 物理科学与核能工程学院 北京 100191;
2. 北京航空航天大学 微纳测控与低维物理教育部重点实验室 北京 100191)

摘要:磁性目标定位方法在很多领域都有重要的应用价值,如航空磁性探测,地下矿产检测等。当磁传感器与磁性目标的距离足够远时,磁性目标可以等效成磁偶极子,通过磁传感器测量磁场值和磁场梯度值,依据算法得出定位结果,并对定位误差进行了分析,主要是系统误差和随机误差的分析。通过对传感器间距(即基线距离)引起的误差进行分析,提出使用迭代校正方法对误差进行修正,对于磁矩强度为 2 Am^2 的磁偶极子,在 70 cm 范围内不同基线距离的梯度传感器通过迭代校正方法可以将误差由 10% 以上降低到 5% 以下;通过对磁性目标磁矩方向引起的误差进行分析,提出使用广义逆矩阵法来消除磁矩方向变化引起的盲区问题,由此可以实现无盲区的探测。

关键词:磁性目标定位;磁场梯度;定位误差;误差修正

中图分类号: TN06 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.65

Magnetic target location error analysis and correction

Zhang Ning^{1,2} Wang Sansheng^{1,2} Li Hua^{1,2}

(1. School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Key Laboratory of Micro-nano Measurement & Low Dimensional Physics, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Magnetic target location method has important application in many fields, such as aerospace magnetic detection, underground mineral detection. Normally, when the distance between the gradiometer and the magnetic target is long enough, the magnetic target can be equivalent to a magnetic dipole. The magnetic field and magnetic field gradient is obtained by using magnetic sensor, and the location result is gotten by an algorithm. The location error mainly including system error and random error is analyzed. The error caused by the baseline distance is analyzed, and the error is corrected by the iterative correction method. For the magnetic dipole with magnetic moment intensity of 2 Am^2 , the distance error can be reduced to 5% by the iterative correction method with range of 70 cm . A generalized inverse matrix is proposed to eliminate the blind zone caused by the change of magnetic moment direction, and the target can be detected without blind.

Keywords: magnetic target location; magnetic field gradient; location error; error correction

0 引言

地球是一个大磁场,很多铁质材料制成的物体在地磁场^[1]的作用下会被自然磁化,我们可以利用磁场的性质来对铁质材料制成的物体进行定位,在通过测量磁场

来进行定位时,由于地磁场的存在会影响磁场测量的大小,所以通过测量磁场的梯度来消除地磁场等均匀磁场的影[2]。在磁性目标和梯度计之间的距离足够大时,磁性目标可以等效成磁偶极子,通过测量磁场在三维空间的梯度,以及中心点的磁场,来实现对磁性目标的定位^[3-4]。利用磁场梯度张量可以探测到的磁性目标有由

钢铁材料制成的大型物体,如飞行设备^[5]、水下物体^[6]、地下掩埋物^[7]等;利用磁场梯度还可以进行脉冲涡流的检测^[8,9]等。传统的磁性目标定位方式主要包括光学和声学定位两种,但这两种方式对环境要求较高,精度有限,而且一个很大的缺点就是必须依靠探测主题发出声学或光学信号,通过反射等方式再接收信号,这就失去了探测的隐蔽性,所以在军事上的应用就受到了限制^[10]。而磁场是无源场,探测传感器只需要感应物体发出的磁场就能分析物体的空间位置,大大提高了安全性,像隐形飞机等声学无法探测的军事目标利用磁场探测的方法就很容易发现。

但是目前针对磁性目标定位的误差分析尚不完善,对定位误差缺乏有效的校正方法,本文通过对定位原理进行推导得到定位公式,根据定位公式对空间中的目标进行定位,对影响定位结果的因素进行分析,定量的分析出基线距离,磁矩,以及传感器分辨率对定位误差的影响,并通过使用迭代校正算法和通过求解广义逆矩阵方法对定位误差进行修正,通过误差修正提高了探测定位的准确性,推动了军事、民用等诸多领域的磁定位技术进步^[11-12]。

1 原理

建立磁偶极子的三维空间坐标系,由毕奥-萨法尔定律,假设坐标系内一点 $P(x, y, z)$,到原点的距离为 r ,磁偶极子的磁矩强度为 \mathbf{m} ,当磁偶极子的半径很小,可以忽略的境况下,产生的磁场 \mathbf{B} 为:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \times [3 \times (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) \times \mathbf{n} - \mathbf{m}]}{4 \times \pi \times r^3} \quad (1)$$

式中: $r = |\mathbf{r}|$ 表示点 P 到原点的距离, $\mathbf{n} = (\mathbf{r}/r)$ 表示沿 r 的单位矢量, μ_0 表示真空中的磁导率。

由位移 dr 引起磁场变化为:

$$\begin{aligned} d\mathbf{B} = \mathbf{B}' - \mathbf{B} &= \frac{\mu_0 \times [3 \times (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) \times \mathbf{n} - \mathbf{m}]}{4 \times \pi \times (r + dr)^3} - \\ &\frac{\mu_0 \times [3 \times (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) \times \mathbf{n} - \mathbf{m}]}{4 \times \pi \times r^3} = \\ &\frac{\mu_0}{4 \times \pi} \times [3 \times (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) \times \mathbf{n} - \mathbf{m}] \times \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r^3} \right) = \\ &-\frac{3}{r} \times \frac{1}{4 \times \pi} \times \frac{[3 \times (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) \times \mathbf{n} - \mathbf{m}]}{r^3} = -\frac{3}{r} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2)$$

写成梯度张量的矩阵形式,即:

$$\begin{pmatrix} \partial_x B_x & \partial_y B_x & \partial_z B_x \\ \partial_x B_y & \partial_y B_y & \partial_z B_y \\ \partial_x B_z & \partial_y B_z & \partial_z B_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

式(3)为梯度张量矩阵、磁场和目标位置的表达式,通过测量出梯度张量矩阵的元素和磁场大小,对目标进行定位。将式(3)代入式(1)中进行磁矩反演可以得到式(4),其中: $\mathbf{m} = (m_x \quad m_y \quad m_z)$

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \frac{2\pi r}{\mu_0} \begin{pmatrix} 3x^2 - 2r^2 & 3xy & 3xz \\ 3yx & 3y^2 - 2r^2 & 3yz \\ 3zx & 3zy & 3z^2 - 2r^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

2 定位误差仿真分析

磁场梯度指某一点磁场的变化率,矢量方向表示磁场变化最大的方向,由于磁性目标产生的磁场会随着距离的增加呈三次方衰减,因此磁场梯度也是变化的。磁场梯度张量表示磁场矢量3个分量的空间变化率,能够很好地用于偶极子场源的定位跟踪。要测量磁场梯度,就要分别测量磁场中两点的磁场值,两个传感器中心位置处磁场梯度可以表示为:

$$\partial_x B_x = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{B_{1x} - B_{2x}}{d} \quad (5)$$

在对磁偶极子定位进行误差分析时,文章定位误差可以分为系统误差和随机误差,系统误差主要是在获取磁场梯度张量信息时采用空间两点磁场差分代替微分的舍入误差,随机误差主要是指磁传感器的有限精度和背景噪声所引起的误差。在文章中进行梯度测量的两个传感器之间的距离(即基线距离)保持不变,无论进行多少次实验,系统误差不会减小;随机误差主要是由背景噪声误差和磁传感器的分辨率等引起的,可以通过产生随机数来模拟背景噪声的影响。

定义定位误差为:

$$E = \frac{|R_1 - r|}{r} \times 100\% \quad (6)$$

其中 r 为磁性目标所在真实位置与坐标原点之间的距离, R_1 为根据测量得到的磁场和磁场梯度值所得到的定位位置结果与坐标原点之间的距离。在定义定位误差时,只考虑两个距离的绝对误差。

在分析定位误差时,当磁偶极子和梯度计的距离比较近时,定位误差主要是系统误差,即差分代替微分所带来的误差,因为差分代替微分的条件是两个传感器之间的间距无限接近于0,在实际实验中,两个传感器的间距不可能等于0,当磁偶极子和梯度计的距离较近时,两个传感器之间距离相比于磁偶极子和梯度计的距离不是无限小。反之,当磁偶极子和梯度计的距离较远时,两个传感器固定存在的距离相对较小,对误差的影响也比较小。

2.1 基线距离对定位误差的影响

在磁场梯度的测量过程中,需要将两处磁场测量值进行差分,然后除以二者间距 d ,所以将传感器间距 d 称为梯度计的基线距离,由公式可知求磁场梯度是在理想情况下,即 d 趋于 0 时,用差分代替微分的方法来获得磁场梯度,所以基线距离不能太大。在实际的应用中,可以依据待测磁性目标的体积,磁矩的大小以及梯度计和磁性目标的大致距离,来灵活的设置磁梯度计的基线距离。

本文通过仿真分析传感器的基线距离对定位误差的影响,如图 1 所示,设定磁偶极子和梯度计之间的距离为 70 cm,磁偶极子的磁矩大小为 2 Am^2 ,当基线长度从 2 cm 增加到 38 cm 时,定位的系统误差从 0.06% 增加到 22%,而随机误差从 2% 缓慢减小。随着基线距离的增加,系统误差快速增加,随机误差变化幅度较小。

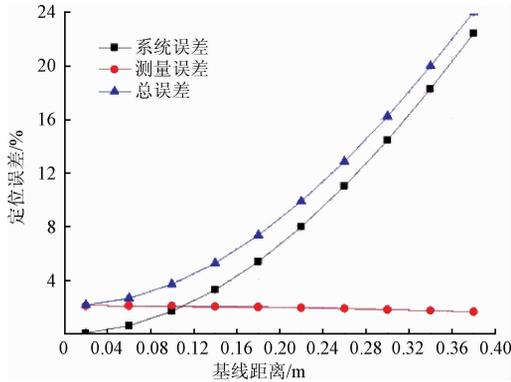


图 1 基线距离造成的定位误差

Fig. 1 Location error caused by baseline distance

2.2 磁矩对定位误差的影响

1) 磁矩的大小对定位误差的影响

具有铁磁性质的物体在静磁场的作用下会被磁化,被磁化的物体可以等效成磁性目标,磁矩作为描述磁性的物理量其大小会影响到定位误差。在仿真试验中设定磁传感器基线距离 2.8 cm,同时磁偶极子和梯度计位置的距离为 70 cm,并保持磁偶极子的姿态方向不变化,仿真结果如图 2 所示。

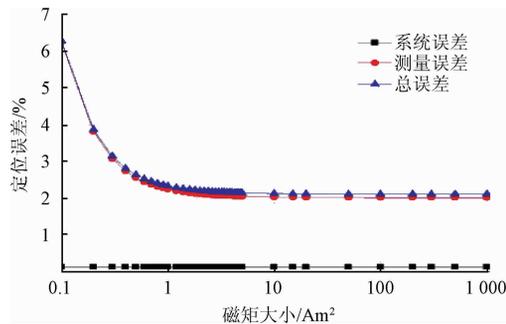


图 2 磁矩大小对定位误差的影响

Fig. 2 The influence of magnetic moment on location error

根据结果可知,在保持其他条件不变的情况下,改变磁偶极子的磁矩大小,系统误差为一个定值。当磁偶极子的磁矩很小,随机误差很大,当磁偶极子的磁矩变化到 1 之后,随机误差变化非常缓慢。在磁矩从 0.1 变化 1 时,随机误差很大,初步分析,可能是磁矩太小,进行磁矩反演到观测坐标系时随机误差很大。磁偶极子的磁矩变化到一定值,随机误差几乎不变。

2) 磁矩的姿态对定位误差的影响

通过仿真分析磁矩的姿态对定位误差的影响,结果如图 3 所示,设定基线距离为 2.8 cm,磁性目标和梯度计之间的距离为 70 cm,设定磁性目标的磁矩为 2 Am^2 ,磁传感器的相对误差为 1%,图 3 的角度是指磁矩 M 与 z 轴的夹角,当磁矩 M 与 z 轴夹角接近 90° 时,定位误差非常大,无法对磁性目标进行定位,把这一区域称为盲区。

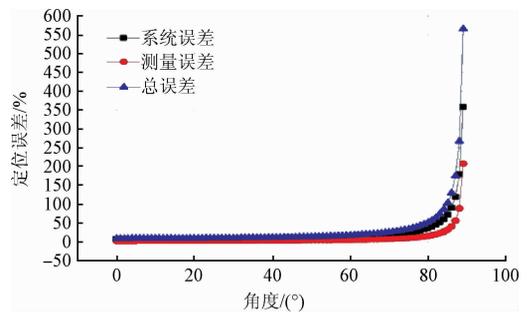


图 3 磁偶极子姿态对定位误差的影响

Fig. 3 The influence of magnetic dipole posture on location error

当磁矩 M 与 z 轴夹角接近 90° 时,定位误差非常大,由图 3 可以分析得出当磁矩的方向和与 z 轴夹角接近 90° 时,系统误差为无穷大,会导致无法探测出被测目标,主要是因为当磁矩沿着坐标系进行分解时,分到 3 个坐标轴的 H_{xx}, H_{yy}, H_{zz} 某个或某两个极小。在数学上表现为测到的值为 0,这时全张量矩阵不是满秩矩阵,就不可逆,应用全张量矩阵进行定位运算时误差无限大。分析其原因,由定位式(3)有,位置矢量 R 有解的必要条件是梯度张量矩阵可逆,即梯度张量矩阵的行列式值 $\det(G)$ 不为 0。如果梯度张量矩阵的行列式值为零,则梯度张量矩阵求逆法对磁偶极子进行定位的方法将不具有可行性^[13]。

全张量矩阵不可逆时,也就是位置参数与磁矩参数满足方程(7)时,将导致逆矩阵法进行磁偶极子定位的误差无穷大。

$$(m_x y z^2 + m_y x z^2)(m_x y^2 + m_y x y^2)(m_y x^2 z + m_x x^2 y) = 0 \quad (7)$$

2.3 梯度计分辨率和传感器分辨率对定位距离的影响

由于磁场的大小随距离的三次方衰减,所以传感器

的分辨率是定位距离长短的决定性因素,一般而言,传感器分辨率越高,它能感应到的磁场越微弱,因此可以定位的距离就越远。目前市面上应用最广泛的是磁通门,它的分辨率只有 nT 量级(10 ~ 9 T)。超导量子干涉仪(SQUID)是目前世界上所能达到精度最高的磁传感器,能够测量 fT(10 ~ 15 T)大小的磁场。高温超导量子干涉仪磁场测量灵敏度可达 10 fT/Hz^{1/2},低温超导量子干涉仪磁场灵敏为 1 fT/Hz^{1/2}[14-16]。

使用梯度计进行磁场梯度测量的时候,按照差分磁场测量结构的不同,可以将磁场梯度计分为内秉式梯度计和分立式梯度计,其中内秉式梯度计是指通过串联反接的硬件连接方式将每个传感器的输出端进行硬件差分,分立式梯度计是将两个独立的标定好的传感器信号进行采集,采集后的信号通过数据处理过程进行差分。在进行梯度测量时,将传感器和梯度计的分辨率作为性能指标来进行分析,分辨率指在传感器全部工作范围之内,能够产生可观测输出变化的最小输入变化量的最大值,同时在研究过程中,由于梯度计是由传感器组成的,传感器的分辨率和梯度计的分辨率之间的关系也需要考虑。

分析传感器和梯度计分辨率的影响时,本文通过仿真分析得到如图 4 所示的结果,设定磁性目标的磁矩为 150 Am²,在定位过程中,允许的定位误差要小于 10%。

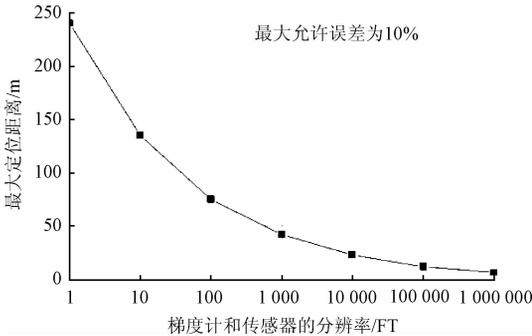


图 4 梯度计和传感器分辨率对最大定位距离的影响
Fig. 4 The influence of the gradient resolution and the sensor resolution on the maximum location distance

由图 4 分析可以得出梯度计和传感器的分辨率越高,在误差允许范围内,最大定位距离越远,由此可以根据不同定位距离的需要,合适的选择磁传感器。磁性目标定位时,使用低温 SQUID 磁传感器可以进行 200 m 以上的精确定位,而市面上广泛应用的磁通门定位距离为 10 ~ 20 m。在后期的研究中,将进一步分析全张量磁场梯度计的应用环境,通过 SQUID 和线圈进行耦合,使用一个 SQUID 实现全张量磁场和磁场梯度的测量,进行远距离的磁性目标定位。

3 定位误差修正

3.1 基线距离导致的定位误差的修正

为了修正基线距离导致的系统误差,文章提出使用迭代校正算法。迭代校正,就是根据定位结果反演出磁矩的大小和方向,根据反演的结果再次定位,将再次定位的结果和原结果对比,求出两次的误差。用第一次定位的结果减去误差后再次反演磁矩大小和方向,并多次重复该过程。这样,就能将每次定位时存在的系统误差(就是基线距离造成的误差)消除掉。校正结果如图 5 所示。

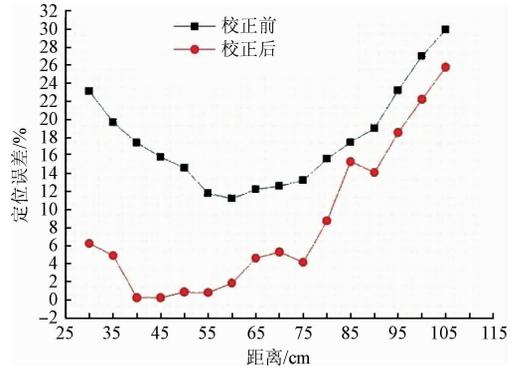


图 5 迭代校正消除误差的结果
Fig. 5 The result of iterative correction

如图 5 所示,针对磁矩大小为 2 Am² 的磁偶极子模型从坐标为(30,0,0)变换到(105,0,0)时的定位结果和迭代校正后的结果。黑线表示的是定位误差结果,红线表示的是迭代校正后的误差结果。可以看出,在(70,0,0)以内,迭代校正可以将误差由 10% 以上降低到 10% 甚至 5% 以下。但随着传感器和梯度计距离的增加,磁场随着距离而 3 次方反比例快速衰减,定位的误差也快速增加。迭代校正方法能降低定位误差,这说明该方法是有可行性的。由于磁场随着距离而三次方反比例快速衰减,距离增大 10 倍,磁场值减小 1 000 倍,随着距离的增大,磁场变得非常微弱,这时传感器的精度是影响定位结果的主要因素。

3.2 磁矩姿态导致的定位误差的修正

为了解决磁矩 M 与 z 轴夹角接近 90°时,系统误差无穷大的问题,本文提出通过求解全张量矩阵的广义逆矩阵来消除上述问题。

盲区产生的原因是磁偶极子的磁矩 m 无法被梯度计测量到。当磁矩和 x 轴不在一条直线上,而是夹角逐渐增加,此时定位误差是逐渐增加的。当误差增加到 10% (或其他限定值)时,对应的夹角就是盲区的边界,当夹角继续增大时,定位误差变得更大,此时认为进入盲区。所以只有当磁偶极子在以梯度计为中心的坐标系的

单一轴上有值时,当夹角逐渐增大时,会进入盲区。设定坐标是(0.7,0,0),此时的全张量矩阵为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -5.8873 \times 10^{-16} & -1.4048 & -1.4048 \\ -1.4048 & 0 & 0 \\ -1.4048 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{G} 不是满秩矩阵,所以求解 \mathbf{G} 的广义逆矩阵,可得:

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{bmatrix} -2.2328 \times 10^{-16} & -0.3551 & -0.3559 \\ -0.3551 & -7.8849 \times 10^{-17} & 0 \\ -0.3559 & -7.9033 \times 10^{-17} & 0 \end{bmatrix}$$

此时定位结果为(0.6999, 6.8535×10^{-17} , 6.8695×10^{-17}),由于后两项的磁场值太小,超导量子干涉仪 SQUID 作为最灵敏的磁传感器也无法探测到,定位结果近似为(0.6999,0,0)。

设定坐标是(0,0.7,0),此时的全张量矩阵为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1.4080 & 0 \\ 1.4080 & -4.1629 \times 10^{-16} & -1.4080 \\ 0 & -1.40848 & 0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{G} 不是满秩矩阵,所以求解 \mathbf{G} 的广义逆矩阵,可得:

$$\mathbf{G}^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} -1.1419 \times 10^{-17} & 0.3559 & 3.2781 \times 10^{-20} \\ 0.3559 & 2.4652 \times 10^{-32} & -0.3551 \\ -7.9125 \times 10^{-17} & -0.3551 & 9.0274 \times 10^{-27} \end{bmatrix}$$

此时定位结果为(-1.1485×10^{-16} , 0.6999, -6.34×10^{-17}),同理近似为(0,0.6999,0)。因此,可以认为广义逆矩阵的方法可以有效的消除系统误差无穷大的问题。

4 结 论

磁性目标定位是指通过磁传感器所构成的全张量磁场梯度计测量磁性目标所产生的磁场及磁场梯度张量信息,依据反演法获得目标的位置及磁矩参数,并针对定位误差的影响因素进行分析,当磁性目标和梯度计的距离较小时,系统误差占主要部分,主要是由于传感器之间的距离相比于磁性目标和梯度计的距离不是无限小,本文通过迭代校正的方法来减小系统误差,在 70 cm 范围内可以将系统误差由 10% 以上降低到 5% 及以下。随着磁性目标和梯度计的距离增大,系统误差变小,同时随机误差变大,随机误差主要是由分辨率等引起的误差,通过分析梯度计和传感器的分辨率对最大定位距离的影响,可以得出梯度计和传感器的分辨率越高,在误差允许范围,最大定位距离越远,所以在定位距离较远时,需要选用高灵敏的磁传感器。磁偶极子的磁矩大小不会影响到系统误差,同时随着磁矩变大,随机误差反而变小,超过一定的范围内随着磁矩的增大随机误差几乎不变。磁性目

标的姿态发生变化时,定位误差也会变化,当探测点越接近磁性目标的赤道平面,定位的误差越大,当磁矩 M 与 z 轴夹角接近 90° ,系统误差为无穷大,可以认为其处于盲区内,通过利用广义逆矩阵来有效的消除盲区,其对实际的磁探测有很大现实意义。

参考文献

- [1] 赵东亮,李凤,郑毅. 基于 HMC5983 磁阻传感器的乘用车底部地磁场分布特性的实验研究[J]. 电子测量技术,2016,39(12):193-199.
ZHAO D L, LI F, ZHENG Y. Bottom of the passenger car distribution features of the geomagnetic field experimental study based on magneto-resistive sensor of HMC5983[J]. Electronic Measurement Technology, 2016,39(12):193-199
- [2] 黄玉. 地磁场测量及水下磁定位技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2011.
HUANG Y. Geomagnetic field measurement and study on underwater magnetic localization technology[D]. Harbin: Harbin Engineering University,2011.
- [3] SCHMIDT P W. The magnetic gradient tensor: Its properties and uses in source characterization[J]. The Leading Edge,2006,25(1):75-78.
- [4] FOSS C. Improvements in source resolution that can be expected from inversion of magnetic field tensor data[J]. The Leading Edge,2006,25(1):81-84.
- [5] LUO Y, WU M P, WANG P, et al. Full magnetic gradient tensor from triaxial aeromagnetic gradient measurements: Calculation and application[J]. Applied Geophysics, 2015, 12(3):283-291.
- [6] SUI Y, LI G, WANG S, et al. Asphericity errors correction of magnetic gradient tensor invariants method for magnetic dipole localization[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(12):4701-4706.
- [7] TOBELY T E, SALEM A. Position detection of unexploded ordnance from airborne magnetic anomaly data using 3-D self organized feature map[C]. IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology,2005:322-327.
- [8] 齐勇,刘相彪,李勇,等. 基于磁场梯度测量的脉冲涡流检测关键技术研究[J]. 中国机械工程,2014,25(8):1108-1112.
QI Y, LIU X B, LI Y, et al. Pulsed eddy current testing based on gradient magnetic field measurement[J]. China Mechanical Engineering,2014,25(8),1108-1112.
- [9] 武新军,张卿,沈功田. 脉冲涡流无损检测技术综述[J]. 仪器仪表学报,2016,37(8):1698-1712.
WU X J, ZHANG Q, SHEN G T. Review on advances in pulsed eddy current nondestructive testing

- technology[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(8): 1698-1712.
- [10] 宁津生, 吴永亭, 孙大军. 长基线声学定位系统发展现状及其应用[J]. 海洋测绘, 2014, 34(1): 18-21.
NING J SH, WU Y T, SUN D J. Development and application of long baseline acoustic positioning system[J]. Hydrographic Surveying And Charting, 2014, 34(1): 18-21.
- [11] 张朝阳, 肖昌汉, 阎辉. 磁性目标的单点磁梯度张量定位方法[J]. 探测与控制学报, 2009, 31(8): 44-48.
ZHANG ZH Y, XIAO CH H, YAN H. Localization of a magnetic object based on magnetic gradient tensor at a single point[J]. Journal of Detection & Control, 2009, 31(8): 44-48.
- [12] NARA T, SUZUKI S, ANDO S. A closed-form formula for magnetic dipole localization by measurement of its magnetic field and spatial gradients [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(10): 3291-3293.
- [13] 朱炜煦, 袁志勇, 童倩倩. 电磁力反馈中磁场特性分析与线圈姿态计算[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(4): 590-597.
ZHU W X, YUAN ZH Y, TONG Q Q. Coil magnetic field characteristics analysis and coil spatial pose calculation in magnetic haptic feedback [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30(4): 590-597.
- [14] 郎佩琳, 陈珂, 郑东宁. 高阶高温超导量子干涉器件平面式梯度计的设计[J]. 物理学报, 2004, 53(10): 3530-3533.
LANG P L, CHEN K, ZHENG D N. A method for designing high-order planar superconducting quantum interference device gradiometer[J]. Journal of Physics, 2005, 53(10): 3530-3534.
- [15] CLARK J, HATRIDGE M, MOSSLE M. SQUID-detected magnetic resonance imaging in microtesla fields[J]. Annual Review of Biomedical Engineering, 2006, 9(9): 389-413.
- [16] 余好文, 王轲. 基于 MATLAB 的有限元模型评估程序设计[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(10): 96-100.
YU H W, WANG K. Finite element model evaluation program design based on MATLAB [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2016, 35(10): 96-100.

作者简介



张宁, 2015 年于延边大学获得学士学位, 现为北京航空航天大学硕士研究生, 主要研究方向为磁性目标定位跟踪与识别。

E-mail: zhangnbuaa@163.com

Zhang Ning received B. Sc. from Yanbian University in 2015. Now she is a M. Sc. candidate in Beihang University. Her main research interest is magnetic dipole location and recognition.



王三胜(通讯作者), 1996 年于山东大学获得学士学位, 分别在 1998、2002 年于大连理工大学获得硕士学位和博士学位, 现为北京航空航天大学副教授, 主要研究方向为高温超导材料、弱磁测量。

E-mail: wangssh@mail.tsinghua.edu.cn

Wang Sansheng (Corresponding author) received B. Sc. from Shandong University in 1996, M. Sc. and Ph. D. from Dalian University of Technology in 1998 and 2002, respectively. Now he is associate professor in Beihang University. His main research interests include high temperature superconducting material and weak magnetic field measurement.