

DOI: 10.13382/j.jemi.2017.01.004

Levy 噪声中 EMD 降噪的随机共振研究*

贺利芳 曹 莉 张天骐

(重庆邮电大学 通信与信息工程学院 重庆 400065)

摘要:经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)降低噪声的同时也削弱信号能量,并会产生虚假信号,导致信号检测存在缺陷,针对这一问题,提出 Levy 噪声环境下经验模态分解随机共振检测方法。通过将含噪信号进行 EMD 分解,对分解后信号进行叠加取平均二次采样等处理方法,使其满足随机共振要求,利用自适应算法优化系统参数,进而使处理后信号能够在双稳系统中产生随机共振,达到精确检测的目的。理论分析及实验证明在 Levy 噪声下,此方法能实现同一特征指数下单频信号与多频信号检测,实验表明在单频信号信噪比为 -28 dB 情况下能有 14 dB 的提高,特征指数为 1.8 下多频信号 5 Hz 频谱幅值从 311.8 增加到 724, 10 Hz 频谱幅值由 138.9 增加到 143.2。此方法对在复杂噪声环境中降低剩余噪声能量同时,提高信号能量,减少虚假信号,相对于仅仅进行 EMD 分解无法判断信号成分,能更好的达到检测效果。

关键词: 随机共振;经验模态分解;Levy 噪声;多频信号

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Stochastic resonance research with EMD de-noising under Levy noise

He Lifang Cao Li Zhang Tianqi

(Communication and information engineering institute, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Empirical mode decomposition (EMD) method attenuates the signals' energy and generates false signals in decomposing signal noise, which leads to incorrect detection results. In order to solve this problem, a stochastic resonance method under Levy noise after denoised by EMD decomposition is presented in this paper. After decomposed by EMD, the noisy signals are handled by overlaying, averaging and resampling to meet the condition of stochastic resonance. An adaptive algorithm is used to optimize system parameters, and then the processed signal can generate stochastic resonance in bistable system to achieve precise detection. The theoretical analysis and experimental results prove that the method can detect single-frequency signal and multi-frequency signal under the same characteristic exponent with the Levy noise. The experimental results demonstrate that the SNR of single-frequency signal can increase 14 dB in the case of SNR of -28 dB. The spectral amplitude of the 5 Hz spectrum is increased from 311.8 to 724 and 10 Hz spectrum amplitude is increased from 138.9 to 143.2. This method that reduces the residual noise energy and false signal can improve the signal energy in a complex noisy condition. Compared to EMD decomposition which cannot determine the signal components, this method can achieve the detection effect better.

Keywords: stochastic resonance; empirical mode decomposition; Levy noise; multi-frequency signal

1 引 言

微弱信号检测技术在通信,机械故障诊断,生物医

学,地震信号检测,水声检测等领域应用广泛。而检测技术也从过滤噪声和利用噪声这两方面入手,前者用现代信号处理方法实现降噪,过滤出有用信号。普遍采用方法有经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)、

小波去噪、滤波器^[1]等。后者采用非线性方程,将噪声能量转换成信号能量,提高信噪比,达到对目标信号的检测^[2]。

EMD 是一种以削弱噪声为目的的新型处理非线性非平稳信号技术^[3],该方法在 1999 年被 Huang 提出。该方法产生一系列具有不同特征尺度的基本模式成分 IMF,通过对各个模式分量分析,能得到原始信号信息^[4]。Benzi 等人在研究古气象冰川问题时提出随机共振理论,在随机共振理论中,信号、噪声、系统三者达到协同效应时达到增强信号作用^[5]。文献[6]通过二次采样实现频率变换,实现大参数的随机共振;文献[7]利用调制实现信号的高频到低频的转换;文献[8]通过引入参数达到对任意大频率的信号检测;文献[9]通过移频频变尺度来减小了采样点与采样频率之间矛盾。

现实工程中检测遇到的背景噪声一般都是比较复杂噪声,文献[10]研究了 α 噪声下多频微弱信号检测的参数诱导随机共振;文献[11]利用随机共振技术检测强色噪声中弱信号;文献[12]利用 Levy 噪声诱导随机共振相转移。不同噪声下信噪比不同,对各种噪声的研究,也是广大研究者的研究方向。对于传统经验模态降噪方法,在降低噪声的同时会削弱信号能量,经过经验模态分解后无法得出具体信号频率,针对这一情况,本文提出 Levy 噪声背景中经验模态分解与随机共振结合的一种新的检测方法,首先将含噪信号进行经验模态分解,初步降低噪声能量,其次对含有目标信号的分量进行叠加取平均,通过二次采样送入随机共振系统,进一步将剩余噪声能量转化为信号能量,达到精确检测的目的。最后仿真实验同一 Levy 特征指数下单频与多频验证此方法的有效性,不同特征指数下多频信号达到精确检测效果。

2 Levy 噪声

噪声在随机共振系统中起着诱导作用,Levy 噪声是一类典型的非高斯噪声^[13],它具有较长的拖尾性,能够模拟大范围的起伏,更加贴近现实的噪声环境。Levy 噪声又称 α 噪声,其分布函数和概率密度函数都不存在明显的表达式,它的统计特性由特征函数表达^[14]:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp\left[-\sigma|t|\left(1 + i\beta\frac{2}{\pi}\text{sign}(t)\log|t|\right) + i\mu t\right], & \alpha = 1 \\ \exp\left[-\sigma^\alpha|t|^\alpha\left(1 - i\beta\text{sign}(t)\tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right) + i\mu t\right], & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\alpha \in (1, 2)$ 为 Levy 噪声特征指数,表现是 α 越小噪声的脉冲冲击性越强,拖尾性越弱。 $\beta \in [-1, 1]$ 为对称分布参数,当 $\beta = 0$ 呈现对称分布, $\sigma \in$

$(0, +\infty)$ 描述噪声尺度系数, $\mu \in (-\infty, +\infty)$ 为确定中心位置参数。Levy 噪声的随机变量 X 是反映噪声分布情况,其由参数 α 、 β 、 μ 、 σ 共同决定,并且通过 CMS(chambers-mallows-stuck) 方法^[13]计算可得。有:

当 $\alpha \neq 1$ 时,

$$X = D_{\alpha,\beta,\sigma} \frac{\sin(\alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{(\cos(V))^{1/\alpha}} \left[\frac{\cos(V - \alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{W} \right]^{(1-\alpha)\alpha} + \mu \quad (2)$$

式中: V 和 W 相互独立,并且 V 服从 $(-\pi/2, \pi/2)$ 均匀分布, W 服从均值为 1 指数分布。其中:

$$C_{\alpha,\beta} = \frac{\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))}{\alpha} \quad (3)$$

$$D_{\alpha,\beta,\sigma} = \sigma [\cos(\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2)))]^{-1/\alpha} \quad (4)$$

当 $\alpha = 1$ 时,有:

$$X = \frac{2\sigma}{\pi} \left[\left(\frac{\pi}{2} + \beta V \right) \tan(V) - \beta \ln \left(\frac{(\pi/2)W \cos(V)}{\pi/2 + \beta V} \right) \right] + \mu \quad (5)$$

Levy 噪声的大范围的起伏能够较好的模拟现实噪声环境,相对于单纯高斯噪声背景环境,Levy 噪声中参数变换能实现不同分布噪声背景, $\alpha = 0.5$ 为皮埃尔分布; $\alpha = 1$ 为柯西分布; $\alpha = 2$ 为高斯分布,不同参数对应不同分布。在研究检测微弱信号中 Levy 噪声起到重要作用。

3 EMD 分解

EMD 是用来实现降低噪声的方法之一,通过数据特征时间尺度来获得固有波动模式,从而自适应选择函数实现信号分解,分解过程中产生分解量为模态函数(IMF)。IMF 信号分量中,信号极值点和过零点数目相等或相差 1,为了得到满足条件模态函数,需要多次筛选,具体算法如下^[15]。

1) 计算信号局部极大值极小值,通过 3 次样条插值法拟合出上下包络线平均值 $m_1(t)$,并且认为 $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$ 为残余分量。

2) 理想情况下 h_1 为第一个 IMF 分量,判断 h_1 是否为满足 IMF 分量,不满足需要反复筛分,接下来将 h_1 作为新信号,重复上述步骤,循环 k 次后,得到 IMF 条件 $h_{1k}(t)$ 。其中筛选次数约束满足柯西准则^[16]:

$$\sum_{i=0}^T \left[\frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] < \varepsilon \quad (6)$$

式中: T 为信号时间长度, ε 为门限值范围(0.2~0.3)。

3) 得到第一阶 IMF $c_1(t)$ 即为 $h_{1k}(t)$, $r_1(t) = x(t) - c_1(t)$ 将 $c_1(t)$ 当做原始信号,反复重复上面两个步骤,得

到 $c_2(t), c_3(t), \dots, c_n(t)$ 和剩余分量 $r_n(t)$, 分解结束条件为 $r_n(t)$ 单调, 由此可以将信号分解为 n 个经验模态分量。

信号 $s(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t)$, 由两个正弦信号叠加而成, $A_1 = 0.8$ 、 $A_2 = 0.5$ 、 $f_1 = 5$ Hz、 $f_2 = 10$ Hz, 采样频率为 5 000 Hz, 采样点为 10 000。信号未经处理时域图如图 1 所示, 显示是随时间信号变化, 将原始信号进行 EMD 分解信号后 IMF 分量如图 2 所示, 可以看出 IMF1 个为失真 10 Hz 信号, IMF2 为 5 Hz, 可以清晰看到信号频率成分, 幅度特性, 这就是 EMD 算法将不同频率信号分解出来以便于知道混合信号的成分。实际工程中存在多种信号以及大量噪声, 并且信噪比较低时, EMD 分解不易看出信号成分, 在此基础上对 IMF 分量进行随机共振, 最后实现精确检测。

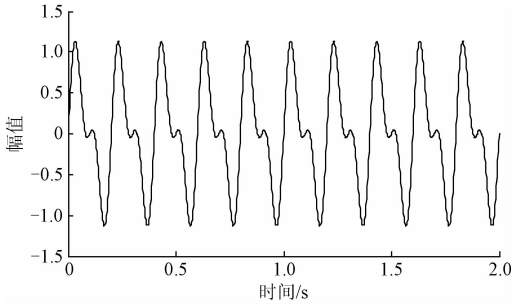


图 1 信号波形

Fig. 1 The waveform of signal

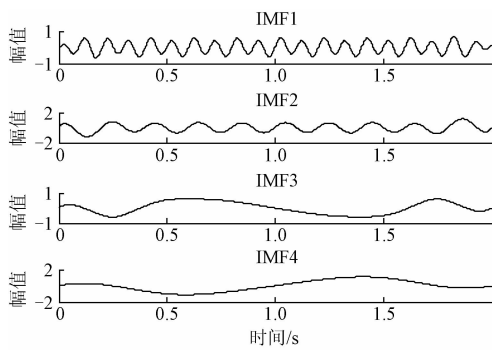


图 2 原始信号分解

Fig. 2 The decomposition result of original signal

模拟实际工程中加噪信号的 EMD 分解, 如图 3 所示采用激励信号为 5 和 10 Hz 正弦周期信号, $s(t) = 0.1 \sin(2\pi \times 5t) + 0.1 \sin(2\pi \times 10t)$, 附加噪声为高斯噪声, 强度为 5, 图 3 中可以看到 IMF1 波形为大量噪声, IMF2 内存在噪声与信号, IMF3 内存在信号明显, 但信号成分不能确定, 对每一个 IMF 分量进行研究就可以得到具体成分。对于存在大量 IMF 成分时, 需要先初步判断信号大致分布在哪些分量里面, 这需要结合波形图和频

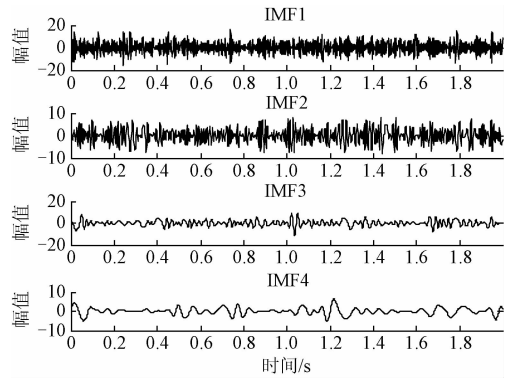


图 3 加噪信号分解

Fig. 3 The decomposition result of noisy signal

谱图观察, 出现的虚假信号会影响激励信号的判断, 可以采用对估计存在激励信号的 IMF 分量叠加取平均进行处理, 再通过随机共振系统, 将噪声能量转化为激励信号能量, 达到加强信号能量, 精确识别的目的。

4 随机共振机理

随机共振中研究一般采用 Langevin 方程和 Duffing 方程, Langevin 方程已经研究深入。Duffing^[17] 方程是在 duffing 振子研究上摒弃了传统外加周期策动力, 直接将信号输入非线性系统方程中对输出信号进行频谱分析, 来达到检测目标信号目的。本文采用二阶 Duffing 方程^[18], 方程式如下:

$$x'' + kx' = -U'(x) + s(t) + \xi(t) \quad (7)$$

$$U(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{4}bx^4 \quad (8)$$

式中: k 为阻尼比, a 、 b 非线性系统参数, $s(t)$ 为信号, $\xi(t)$ 为 Levy 噪声, 式(8) $a = 1$ 、 $b = 1$ 、 $k = 0.5$ 势函数图形如图 4 所示, 可以看到势函数势阱为 $x_{1,2} = \pm \sqrt{a/b}$, 势垒高度为 $\Delta U = a^2/4b$, 粒子跃迁高度为 ΔU , 粒子在两势阱间来回跃迁产生随机共振, 由此可知参数选取对随机共振产生极为重要。参数选取采用自适应算法, 首先固定一个或者几个参数步长, 在参数范围里面进行搜索, 每次搜索参数对应测量指标, 采用 4 阶 Runge-Kutta 数值求解输出, 计算测量指标, 找到测量指标对应最好一组参数值。衡量系统标准有很多, 信噪比 (SNR)、检测率、功率谱放大系数等, 本文采用信噪比增益作为衡量指标, 信噪比增益为输入信噪比输出信噪比之差 (通常以 dB 为单位)。信噪比为信号功率与噪声功率之比^[19], 表达式为:

$$SNR = 10 \lg(P_S(w)/P_N(w)) \quad (9)$$

本文将 SNR 增益作为衡量指标, 对输入信号 10 Hz,

幅度为 0.5 正弦信号,Levy 噪声特征指数 $\alpha = 1.8$,强度为 5,固定阻尼系数 $k = 0.5$,自适应算法最优参数值 $a = 4.9$ 、 $b = 0.5$ 如图 5 所示。

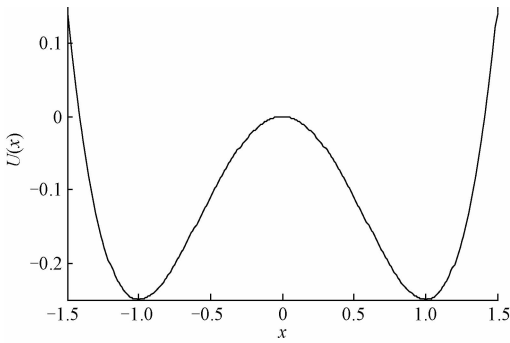


图 4 势函数

Fig. 4 Potential function

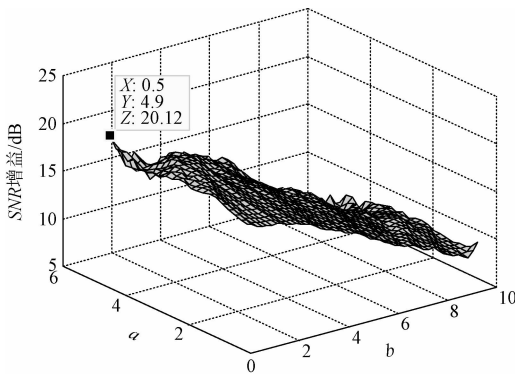


图 5 参数对随机共振影响

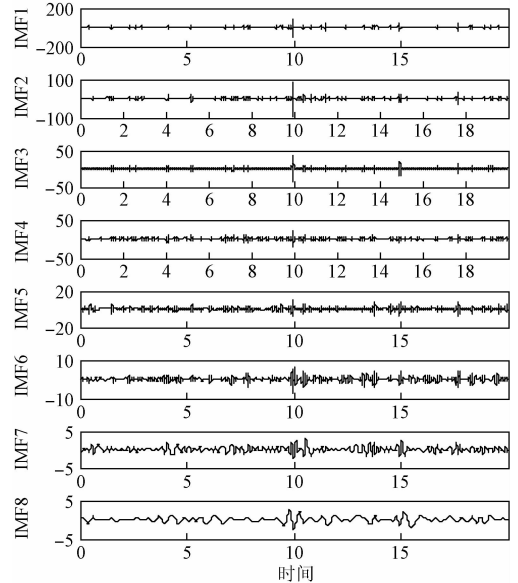
Fig. 5 Influence of parameter on stochastic resonance

5 基于 EMD 降噪下的随机共振实验仿真

实验 1 将信号 $s(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t)$ 和 Levy 噪声同时进行 EMD 分解。 $s(t)$ 作为激励信号,Levy 作为附加噪声。加入 Levy 噪声强度为 3, $A_1 = 0.8$, $f_1 = 5$ Hz, $\alpha = 1.8$, $\beta = 0$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$ 再将含有目标信号 IMF 叠加取平均送入双稳系统中进行具体检测。EMD 信号采样频率 5 000 Hz,采样点为 10 000,计算原始信号信噪比为 -28.585 1 dB,固定 $k = 0.5$ 随机共振系统参数经过自适应算法 $a = 0.45$, $b = 0.35$ 。

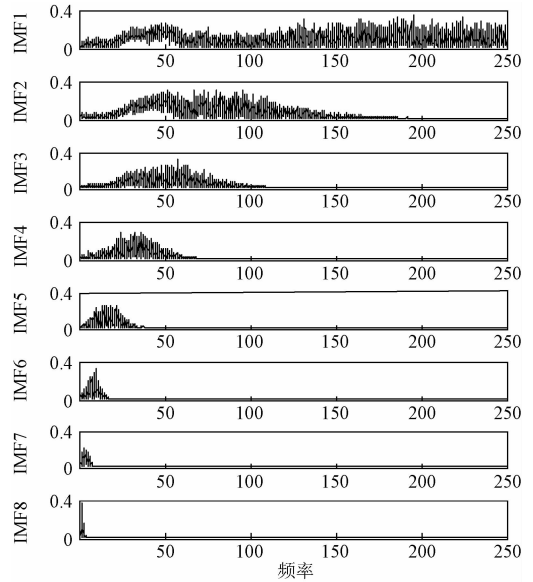
含噪信号 EMD 分解如图 6 所示,从频谱图图 6(b) 可知 IMF1-IMF4 能量集中并且范围广,为噪声成分,EMD 分解具有降噪功能,高频成分噪声逐渐都被削弱。IMF5、IMF6、IMF7 可以看到有突出尖峰出来,IMF8 为剩余分量,放大 IMF5 波形图和频谱图如图 7 所示,频谱图毛刺太多,存在虚假分量,仅仅通过每一层观察无法辨别

目标信号。频谱图中毛刺很多情况下无法区分激励信号信息。仅仅通过将含信号 IMF 分量加入到随机共振系统中,无法产生随机共振,便于随机共振发生以及信号精确性检测,将 IMF5 与 IMF6 叠加取平均作为原始信号送入双稳系统,进行随机共振,能有效将剩余噪声能量转化为信号能量。对于大频信号不满足绝热近似理论条件,采用二次采样对 IMF5 与 IMF6 叠加取平均进行处理,二次采样频率为 5 Hz,随机共振非线性微分方程采用 4 阶 Runge-Kutta 算法进行数值求解,步长取为 0.2。



(a) EMD 分解图

(a) The decomposition result of EMD



(b) 频谱图

(b) Frequency spectrum

图 6 EMD 对含噪信号分解

Fig. 6 The decomposition result of noise signal by EMD

输入双稳系统前信噪比为 -16.458 1 dB,信号送入

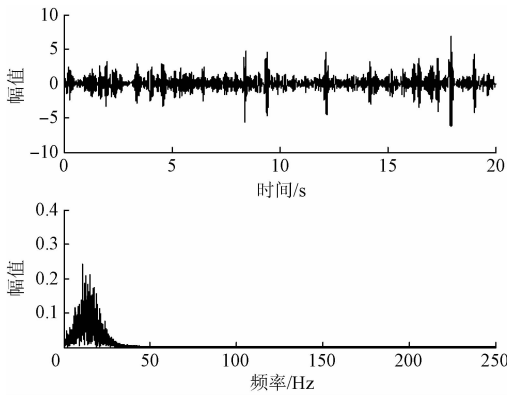


图 7 单频 IMF5 分量

Fig. 7 The single-frequency IMF5 component

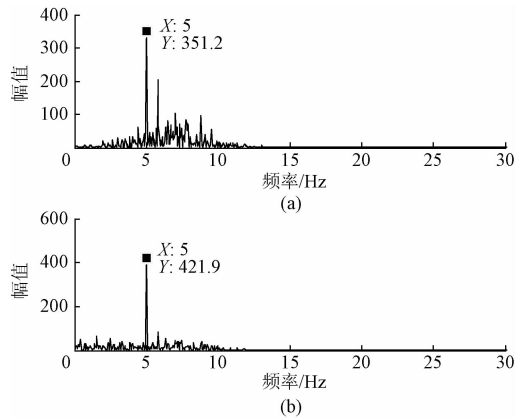


图 9 (a)输入信号频谱(b)输出信号频谱

Fig. 9 (a) Frequency spectrum of input signal; (b) Frequency spectrum of output signal

双稳态系统中,输出信噪比为 -14.7311 dB,随机共振前后信号及噪声如图 8 所示,图 8(b) 波形图毛刺较少,表明信号在双稳系统中产生了随机共振,图 9 输入前频谱幅度 351.2,输出频谱幅度提高到 421.9,信号周围噪声幅度降低并且虚假信号成分降低,幅度提高 20%。计算得知整体信噪比提高 13.854 dB。先进行 EMD 分解再通过双稳系统能进一步提高信噪比,相比与只进行 EMD 分解对信号检测更加准确。

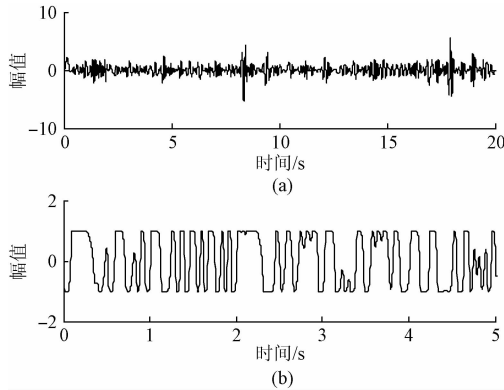


图 8 (a)输入信号波形;(b)输出信号波形

Fig. 8 (a) The waveform of input signal;(b)The waveform of output signal

实验 2 将多频信号 $s(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t)$ 与 Levy 噪声进行 EMD 分解,再进行随机共振。

$A_1 = 0.8$ 、 $A_2 = 0.5$ $f_1 = 5$ Hz、 $f_2 = 10$ Hz 采样频率为 5 000 Hz,Levy 噪声强度为 3,参数 $\alpha = 1.8$ 、 $\beta = 0$ 、 $\sigma = 1$ 、 $\mu = 0$ 。随机共振系统参数在 $k = 0.5$ 条件下用自适应算法求解得到 $a = 0.4$ 、 $b = 1.3$ 。同样采用二次采样对输入系统方程信号进行处理,二阶 Duffing 方程求解用 4 阶 Runge-Kutta 算法,步长为 0.2。由于前 4 层分量都是噪声,在此不做分析,信号分布存在于 IMF5、

IMF6、IMF7 三层,为了同时检测出信号成分,将 IMF5、IMF6、IMF7 三层叠加取平均,二次采样频率为 5 Hz,处理信号后送入双稳系统。

图 10 对应 $\alpha = 1.8$ 输入随机共振前后信号时域图,10(a)图中噪声依然存在,信号湮没在噪声中。图 11(a)随机共振前频谱图,信号成分存在 5 和 10 Hz,幅度都较低,图 11(b)经过随机共振频谱图,能看到 5 Hz 时,幅度从 311.8 升到 724,10 Hz 时幅度也从 138.9 升高到 143.2。大于 10 Hz 频率的噪声毛刺也减少许多。经过随机共振后还存在的噪声属于低频部分。多频信号在强噪声背景下,经过 EMD 分解后信噪比会降低,但为了更加精确检测到信号频率,将分层叠加后信号送入双稳系统,信号周围存在部分与信号同频噪声,随机共振能利用这些噪声使信号能量再次增加,检测进一步精确。

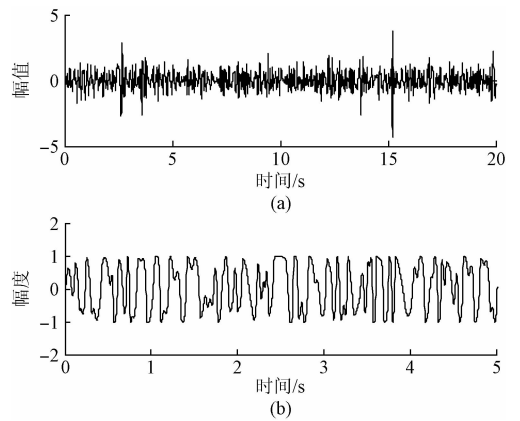


图 10 (a) $\alpha = 1.8$ 输入信号波形;

(b) $\alpha = 1.8$ 输出信号波形

Fig. 10 (a) The waveform of input signal with $\alpha = 1.8$;

(b) The waveform of output signal with $\alpha = 1.8$

实验 3 改变 Levy 噪声特征指数,采样频率为

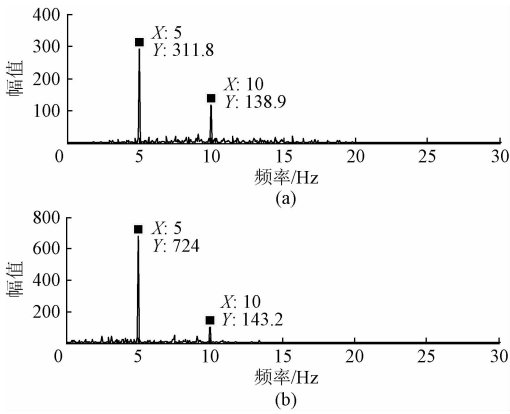


图 11 (a) $\alpha = 1.8$ 输入信号频谱;
(b) $\alpha = 1.8$ 输出信号频谱

Fig. 11 (a) Frequency spectrum of input signal with $\alpha = 1.8$;
(b) Frequency spectrum of output signal with $\alpha = 1.8$

5 000 Hz, 采样点 10 000, Levy 噪声强度为 3, 参数 $\alpha = 2$ 、 $\beta = 0$ 、 $\delta = 1$ 、 $\mu = 0$ 。此时噪声为高斯白噪声, 多频信号参数不变, 随机共振系统参数在 $k = 0.5$ 条件下, 采用自适应算法得到最优 $a = 0.45$ 、 $b = 1.1$ 。二次采样频率为 5 Hz, 对输入系统方程信号进行处理, 二阶 Duffing 方程求解采用 4 阶 Runge-Kutta 算法, 步长为 0.2。改变 Levy 噪声特征指数, 含噪信号比越低越容易分解。

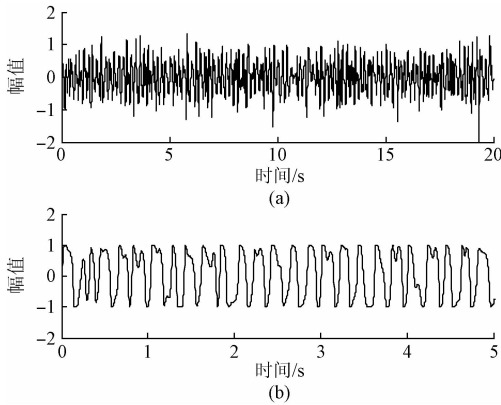


图 12 (a) $\alpha = 2$ 输入信号波形;(b) $\alpha = 2$ 输出信号波形
Fig. 12 (a) The waveform of input signal with $\alpha = 2$;
(b) The waveform of output signal with $\alpha = 2$

输入随机共振之前信号时域图如图 12 (a) 所示, 噪声存在, 经过随机共振系统后, 图 12 (b) 毛刺减少, 噪声进一步降低, 图 13 频谱中 5 Hz 时, 幅度从 105.3 提高到 581.9, 10 Hz 时也有所提高, 信号能量都在加强, 不同特征指数采用此方法都能达到精确检测功能。淹没在强噪声下的大频微弱信号, 先采用 EMD 对含噪信号进行降噪, 再通过随机共振, 将未消除噪声进一步转化为信号能量, 提高目标信号幅值, 来达到信号精确检测目的。

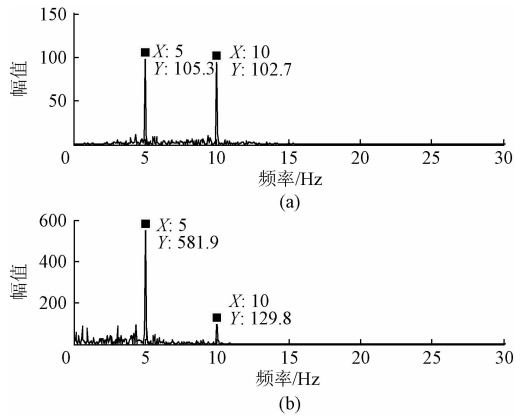


图 13 (a) $\alpha = 2$ 输入信号频谱;(b) $\alpha = 2$ 输出信号频谱
Fig. 13 (a) Frequency spectrum of input signal with $\alpha = 2$;
(b) Frequency spectrum of output signal with $\alpha = 2$

6 结 论

实际工程中强噪声形式复杂, Levy 相比高斯噪声更加接近现实噪声, Levy 噪声特征指数越低, EMD 分解检测越不易找到目标信号, 虚假分量也越多, 在此对单频信号或多频率信号检测更加困难, 针对这一问题本文提出 EMD 与随机共振结合方法, 在通过 Levy 噪声模拟现实噪声环境, 同一特征指数下实现单频信号与多频信号检测, 不同特征指数下多频信号检测。都能实现目标信号精确检测, 相对于仅仅进行 EMD 分解, 能更好的达到检测效果。本文提出方法可以在实际应用中检测故障信号有一定参考价值。

参考文献

[1] 俞一鸣. 自适应滤波器介绍与应用[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(8): 11-13.
YU Y M. Filter introduction and application [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2015, 34 (8) : 11-13.

[2] 赖志慧, 冷永刚, 范胜波. 级联双稳 Duffing 系统的随机共振研究[J]. 物理学报, 2013, 62(7): 69-77.
LAI ZH H, LENG Y G, FAN SH B. Stochastic resonance of cascaded bistable duffing system [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(7): 69-77.

[3] 韩东颖, 丁雪娟, 时培明. 基于自适应尺度频移带通随机共振降噪的 EMD 多频微弱信号检测[J]. 机械工程学报, 2013, 49(8): 10-18.
HAN D Y, DING X J, SHI P M. Multi-frequency weak signal detection based on emd after de-noising by adaptive re-scaling frequency-shifted band-pass stochastic resonance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013,

- 49(8):10-18.
- [4] 苗晟,王威廉,姚绍文. Hilbert-Huang 变换发展历程及其应用[J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28(8): 812-818.
MAO SH, WANG W L, YAO SH W. Historic development of HTT and its applications [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2014, 28 (8) : 812-818.
- [5] 朱维娜,林敏. 基于随机共振和人工鱼群算法的微弱信号智能检测系统[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(11):2464-2470.
ZHU W N, LIN M. Weak signal intelligent detection system based on stochastic resonance and artificial fish swarm algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(11):2464-2470.
- [6] 冷永刚. 双稳调参高频共振机理[J]. 物理学报, 2011, 60(2):1-7.
LENG Y G. Mechanism of high frequency resonance of parameter-adjusted bistable system [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(2):1-7.
- [7] 赵文礼,刘进,殷园平. 基于随机共振原理的中低频信号检测方法与电路设计[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(4):721-728.
ZHAO W L, LIU J, YIN Y P. Medium-low frequency signal detection based on stochastic resonance principle [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(4):721-728.
- [8] 樊养余,李利品,党瑞荣. 基于随机共振的任意大频率微弱信号检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(3):566-572.
FAN Y Y, LI L P, DANG R R. Study on high frequency weak signal detection method based on stochastic resonance[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(3):566-572.
- [9] 张宇,吕海峰,赵远,等. 基于非线性系统随机共振的多频弱信号检测[J]. 吉林大学学报, 2007, 25(1):68-72.
ZHANG Y, LV H F, ZHAO Y, et al. Detection of multi-frequency weak signal based on stochastic resonance of nonlinear system[J]. Journal of Jilin University, 2007, 25(1):68-72.
- [10] 焦尚彬,任超,黄伟超,等. α 稳定噪声环境下多频微弱信号检测的参数诱导随机共振现象[J]. 物理学报, 2013, 62(21):34-43.
JIAO SH B, REN CH, HUANG W CH, et al. Parameter-Induced stochastic resonance in multi-frequency weak signal detection with α stable noise [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(21):34-43.
- [11] 王世芳,邓永菊,吴涛. 随机共振技术检测强色噪声中弱信号的研究[J]. 武汉工程大学学报, 2008, 30(4):123-126.
WANG SH F, DENG Y J, WU T. Study on the application of stochastic resonance for detection weak signal from color noises[J]. Journal of Wuhan Institute of Technology, 2008, 30(4):123-126.
- [12] 李娟娟,许勇,冯晶. Duffing 系统中 Lévy 噪声诱导的随机共振与相转移[J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(3):278-282.
LI J J, XU Y, FENG J. Lévy noise induced stochastic resonance and phase transition in duffing system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2012, 10(3):278-282.
- [13] 顾仁财,许勇,郝孟丽,等. Lévy 稳定噪声激励下的 Duffing-van der Pol 振子的随机分岔[J]. 物理学报, 2011, 60(6):157-161.
GU R C, XU Y, HAO M L, et al. Stochastic bifurcations in Duffing-van der Pol oscillator with Lévy stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(6):157-161.
- [14] 张刚,宋莹,张天骐,等. Lévy 噪声下一阶线性系统的弱信号复原分析[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(1):109-118.
ZHANG G, SONG Y, ZHANG T Q, et al. Weak signal recovery analysis in first-order liner system under Lévy noise [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(1):109-118.
- [15] 王季,楼军伟,李贵子,等. EMD 样本熵在滚动轴承信号复杂性度量中的应用[J]. 中国测试, 2014(s1):45-48.
WANG J, LOU J W, WANG G Z, et al. Application of EMD sample entropy in rolling bearing signal complexity measure[J]. China Measurement & Test, 2014(s1):45-48.
- [16] 张淑清,翟欣沛,董璇,等. EMD 及 Duffing 振子在小电流系统故障选线方法中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(10):161-167.
ZHANG SH Q, ZHAI X P, DONG X, et al. Application of EMD and duffing oscillator to fault line detection in un-effectively grounded system [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(10):161-167.
- [17] 张刚,胡韬,王颖. 基于 Melnikov 函数 Duffing 系统微弱信号检测[J]. 电子测量技术, 2015, 38(1):109-112.
ZHANG G, HU T, WANG Y. The weak signal detection based on duffing system and melnikov function [J]. Electronic Measurement Technology, 2015, 38 (1) : 109-112.
- [18] 赖志慧,冷永刚,孙建桥,等. 基于 Duffing 振子的变

尺度微弱特征信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2012, 61(5):60-68.

LAI ZH H, LENG Y G, SUN J Q, et al. Large parameter stochastic resonance of two-dimensional Duffing oscillator and its application on weak on weak signal detection[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5):60-68.

- [19] 缙新科, 马艳. 多频信号的多尺度随机共振检测方法及应用[J]. 兰州理工大学学报, 2015, 41(5):91-94.
GOU X K, MA Y. Multi scale stochastic resonance detection method of multi-frequency signal and its application [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2015, 41(5):91-94.

作者简介



贺利芳, 1979 年出生, 2001 年于西南交通大学获得学士学位, 2004 年于西南交通大学获得硕士学位, 现为重庆邮电大学副教授, 主要研究方向为微弱信号检测及处理。
E-mail: helf@cqupt.edu.cn

He Lifang was born in 1979, received B. Sc. from Southwest Jiaotong University in 2001 and M. Sc. from Southwest Jiaotong University in 2004, respectively. She is now an associate professor of Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research direction is weak signal detection and processing.



曹莉, 1992 年出生, 2015 年于三峡大学取得学士学位, 现在为重庆邮电大学硕士研究生, 主要研究方向为微弱信号检测。
E-mail: 1050020996@qq.com

Cao Li was born in 1992, received B. Sc. from China Three Gorges University in 2015. She is a M. Sc. candidate in Chongqing University of Posts and Telecommunications now. Her main research direction is weak signal detection.