

DOI: 10.13382/j.jemi.B2306522

# SRD5-CKF 算法在制导炮弹空中对准中的应用

杨希文<sup>1,2</sup> 常兴国<sup>1,2</sup> 吴峻<sup>1,2</sup>

(1. 东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096; 2. 微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室 南京 210096)

**摘要:** 针对制导炮弹进行空中对准时处于高过载、高动态的运动状态以及存在不规则气流扰动等不确定外界干扰的恶劣环境,提出一种基于序列二次规划法的自适应降维五阶容积卡尔曼滤波算法(SRD5-CKF),使用投影统计(PS)原理对滑动窗口内的新息向量进行检测,如果新息向量出现异常值,则对其进行重新赋权,实时调整量测噪声协方差阵;同时使用求解速度快并且收敛性好的序列二次规划法求解自适应因子矩阵,实现在复杂干扰下对量测噪声协方差阵的最优化估计。仿真试验表明,在受到短时强干扰以及瞬间冲击等复杂干扰下,SRD5-CKF 具有更快的收敛速度和更高的收敛精度,天向失准角对准精度达到 $0.25^\circ$ ,东向、北向失准角对准精度达到 $0.1^\circ$ ,能够满足制导炮弹空中快速对准的要求。

**关键词:** 制导炮弹空中对准;抗干扰对准;SRD5-CKF 算法;自适应因子矩阵

**中图分类号:** TN965 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 413.10

## Application of SRD5-CKF algorithm in in-flight alignment of guidance projectile

Yang Xiwen<sup>1,2</sup> Chang Xingguo<sup>1,2</sup> Wu Jun<sup>1,2</sup>

(1. School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Key Laboratory of Micro-Inertial Instrument and Advanced Navigation Technology, Ministry of Education, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In view of the harsh environment with uncertain external disturbances such as irregular airflow while in high overload and high dynamics motion state during the in-flight alignment of guidance projectile, an adaptive reduced dimension fifth-order cubature Kalman filter based on sequential quadratic programming (SRD5-CKF) is proposed in this paper, which uses the projection statistics (PS) principle to detect the innovation vector in the sliding window. If the innovation vector has outlier, it will be reweighted to adjust the measurement noise covariance matrix in real-time. At the same time, the sequential quadratic programming method with fast solving speed and good convergence is used to solve the adaptive factor matrix, so as to realize the optimal estimation of the measurement noise covariance matrix under complex interference. Simulation experiments have shown that the SRD5-CKF proposed in this paper has a faster convergence speed and higher convergence accuracy under complex disturbances such as short-term strong interference and instantaneous impact. The alignment accuracy of the upward misalignment angle reaches  $0.25^\circ$ , and the alignment accuracy of the eastward and northward misalignment angles reaches  $0.1^\circ$ , which can meet the requirements of rapid in-flight alignment of guidance projectile.

**Keywords:** in-flight alignment of guidance projectile; anti-interference alignment; SRD5-CKF; adaptive factor matrix

## 0 引言

随着现代战争模式向精确化、信息化方向发展,打击精度高、对点目标攻击强的精确制导炮弹已成为现代战场上不可或缺的武器装备,并逐渐成为影响战争进程和结局的中坚力量。制导炮弹位姿的准确测量是准确制

导、精确打击的先决条件,而快速、高精度的进行初始对准是制导炮弹位姿准确测量的必要前提。

空中对准不需要在制导炮弹发射前保持静止以等待初始对准完成,实现先发射,后对准的目标,显著地提高了制导炮弹的对准效率,增加了其使用灵活性。然而不同于一般载体,制导炮弹处于高过载、高动态的恶劣环境中,其弹载组合导航系统初始姿态角难以获取,进而导致

弹载组合导航系统初始对准出现大失准角;此外,出于有效载荷等方面考虑,制导炮弹多选用质量轻、体积和功耗小的微机械惯性测量单元(micro inertial measurement unit, MIMU);加之炮弹飞行过程中会受到气流等外界不确定因素的干扰,因此研究制导炮弹大失准角空中快速、抗干扰对准具有重要意义。

为了解决大失准角初始对准问题,有大量研究团队对非线性滤波算法展开了研究。扩展卡尔曼滤波<sup>[1]</sup>(extended Kalman filter, EKF)通过截断非线性函数 Taylor 展开式的高阶项将系统线性化,在早期得到了广泛的应用。然而,EKF 算法需要计算复杂的 Jacobian 矩阵,且一阶近似对于强非线性系统而言精度不足,因此限制了其在工程上的应用。无迹卡尔曼滤波<sup>[2]</sup>(unscented Kalman filter, UKF)通过选取一组 Sigma 点,采用无迹变换近似计算均值和协方差,具有比 EKF 算法更高的精度和更小的计算量,并因此逐渐获得重视。然而,在处理高维非线性系统时,UKF 算法的参数选取不当可能会使部分采样点权值为负而造成滤波不稳定的情况。针对这一问题,相继有学者提出了不同的采样点和参数选取策略。Arasaratnam 等<sup>[3]</sup>提出基于三阶球面-相径准则的容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF),CKF 与 UKF 具有相似的近似计算过程,但其采样点的选取经过严格的数学推导,具有更好的稳定性;Jia 等<sup>[4]</sup>通过 Genz 提出的特殊径向容积准则推导出五阶容积卡尔曼滤波(fifth-order cubature Kalman filter, 5-CKF),在高阶强非线性系统中获得了更高的近似精度;黄湘远等<sup>[5]</sup>通过分离系统线性和非线性部分,提出降维容积卡尔曼滤波(reduced dimension cubature Kalman filter, RD-CKF),降低了计算复杂度及算法陷入“维数灾难”的可能性;钱华明等<sup>[6]</sup>通过严格的数学推导,证明了采用分离系统线性和非线性部分方法降维前后的算法具有相同的估计精度。

然而,一方面相较于无人车、无人船、无人机等低速载体,制导炮弹处于高过载、高动态的恶劣环境中,其姿态、速度、位置等运动信息不易精确测量;另一方面,受工艺等因素的限制,MIMU 的输出具有较大的噪声,且各项误差的稳定性较差;此外,炮弹飞行过程中容易受到不规则气流扰动等影响。上述因素会使量测噪声呈现“时变”、“厚尾”特性,从而使噪声统计特性先验知识失去意义,进而限制了制导炮弹初始对准的精度。

对于量测噪声未知或时变的问题,可以使用输出相关法和新息相关法等自适应方法,使滤波增益自动适应观测数据,减小估计误差,受到广泛应用的 Sage-Husa 自适应 Kalman 滤波<sup>[7-9]</sup>就是利用观测数据进行递推滤波的同时,通过时变噪声统计估值器,实时估计和修正系统噪声和量测噪声的统计特性,从而达到降低模型误差的目的。但是当量测存在野值时,自适应滤波算法会使滤波

产生振荡,影响滤波的速度和精度。

投影统计(projection statistics, PS)算法<sup>[10-11]</sup>使用一个滑动窗口存储新息,利用样本中值和绝对中位差来代替样本均值和协方差。然而,PS 算法不能对新息的各维变量进行单独处理。针对此问题,郭晓艺等<sup>[12]</sup>提出将遗传算法(genetic algorithm, GA)与新息投影统计相结合,实现对新息的各维变量单独处理,进而实现量测噪声协方差矩阵各维度独立自适应调整。然而,尽管遗传算法能够对新息的各维变量单独处理,但因其复杂度较高,难以适应制导炮弹初始对准对实时性的要求<sup>[13]</sup>。序列二次规划法<sup>[14]</sup>(sequential quadratic programming, SQP)将复杂的非线性约束最优化问题转化为比较简单的多维二次规划问题进行求解,收敛速度快、计算精度高。受此启发,本文从制导炮弹弹载组合导航系统空中快速对准这一具体场景出发,提出基于 SQP 的自适应降维五阶 CKF 算法(adaptive reduced dimension fifth-order cubature Kalman filter based on sequential quadratic programming, SRD5-CKF)。为考察算法性能,本文设计对比仿真实验进行验证。

## 1 制导炮弹空中粗对准

制导炮弹空中对准一般分为两步:粗对准和精对准。粗对准过程是给制导炮弹提供粗略的初始值,为后期的精对准做准备;在粗对准的基础上,基于捷联惯性导航系统(strapdown inertial navigation system, SINS)和卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)的 SINS/GNSS 组合制导炮弹结合 Kalman 滤波器等,融合 GNSS 和 SINS 的数据,再进行精对准。

对制导炮弹进行粗对准时,俯仰角、偏航角以及位置和速度等的初值可以从已经装定的弹道数据或者从捕获的 GNSS 测量数据中获得。但是,由于在制导炮弹发射过程中,弹体处于高速旋转的状态,因此初始滚转角难以直接获取,需要通过两个横向陀螺仪的测量数据来进行估计。

制导炮弹弹体绕质心转动的运动学方程如式(1)所示<sup>[15]</sup>。

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma \\ \dot{\gamma} = \omega_x - (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \tan\theta \\ \dot{\psi} = (\omega_z \sin\gamma + \omega_y \cos\gamma) / \cos\theta \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\theta$ 、 $\gamma$ 、 $\psi$  分别为制导炮弹的俯仰角、横滚角和偏航角; $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$  分别为陀螺仪  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴测得的角速度。

联立式(1)中的前两项,可求得制导炮弹横滚角  $\gamma$  的解,如式(2)所示。

$$\gamma = \arctan \frac{\omega_y \dot{\theta} - \omega_z \dot{\psi} \cos \theta}{\omega_z \dot{\theta} + \omega_y \dot{\psi} \cos \theta} \quad (2)$$

然而,一方面相较于无人车、无人船、无人机等低速载体,制导炮弹处于高过载、高动态的恶劣环境中,其姿态、速度、位置等运动信息不易精确测量;另一方面,受工艺等因素的限制,MIMU 的输出具有较大的噪声,且各项误差的稳定性较差;此外,炮弹飞行过程中容易受到不规则气流扰动等影响。上述因素会使量测噪声呈现“时变”、“厚尾”特性,从而使噪声统计特性先验知识失去意义,进而限制了制导炮弹初始对准的精度。

## 2 降维五阶 CKF 算法 (RD5-CKF)

### 2.1 五阶容积采样规则

常规的三阶 CKF 算法是根据三阶球面径向容积规则经过严格的数学推导出来,其具有三阶估计精度。然而如果将三阶 CKF 算法应用于强非线性系统中,其滤波效果受限。为了获得更高的滤波精度,理论上可以通过提高 CKF 的阶数来实现。根据 Genz 提出的特殊的径向容积准则,容积点的采样规则如式(3)所示。

$$\begin{cases} \xi_0 = 0, \beta_0 = \frac{2}{n+2} \\ \xi_{s1} = \sqrt{n+2} [1, 1]_i, \beta_{s1} = \frac{1}{(n+2)^2} \\ \xi_{s2} = \sqrt{n+2} [1]_i, \beta_{s1} = \frac{4-n}{2(n+2)^2}, i \in N^+ \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $[1, 1]_i$  表示如式(4)所示的点集。

$$\{ \sqrt{0.5} ([1]_k + [1]_l), \sqrt{0.5} ([1]_k - [1]_l) \}, k < l, l \in \mathbb{N}^+ \quad (4)$$

$\xi_{s1}$  所表示的点集共  $2n \cdot (n-1)$  个,  $\xi_{s2}$  所表示的点集共  $2n$  个,加上零点  $\xi_0$  可得五阶容积滤波一共需要  $2n^2+1$  个容积点。

### 2.2 降维 CKF 算法

与三阶 CKF 算法相比,理论上五阶 CKF 算法具有更

$$\mathbf{F}_{12} = \begin{bmatrix} -\omega_{ie} \sin L s U & 0 & \frac{V_N c U}{(R_M + h)^2} - \frac{V_E s U}{(R_N + h)^2} \\ -\omega_{ie} \sin L (c E c U + s E t E c U) & 0 & -\frac{V_N (c E s U + s E t E s U)}{(R_M + h)^2} - \frac{V_E (c E c U + s E t E c U)}{(R_N + h)^2} \\ \omega_{ie} \sin L t E c U + \frac{V_E \sec^2 L}{R_N + h} + \omega_{ie} \cos L & 0 & \frac{V_N t E s U}{(R_M + h)^2} + \frac{V_E t E c U}{(R_N + h)^2} - \frac{V_E \tan L}{(R_N + h)^2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

好的滤波效果,但是同时五阶 CKF 算法也需要更多的采样点。对于高维系统而言容易出现维数灾难,从而导致时间复杂度增加,无法保证算法的实时性。

兼顾五阶 CKF 算法滤波精度与实时性的关键在于减少其容积采样点的个数,对于一些特殊非线性系统而言,系统的非线性仅与状态量中的部分元素有关,而其他元素的状态方程是线性的,因此考虑将系统的状态方程分解成非线性与线性的组合,仅对与系统非线性相关的状态量进行采样。

### 2.3 大失准角下的降维五阶 CKF 算法

假定真实导航坐标系 ( $n$  系) 依次转动  $\phi_E, \phi_N, \phi_U$  可以得到惯性平台计算坐标系 ( $n'$  系), 记矢量  $\phi = [\phi_E \ \phi_N \ \phi_U]^T$ 。考虑大失准角情况下,系统的非线性仅与矢量  $\phi$  有关,因此建立式(5)所示非线性状态空间和状态方程。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = [\phi^T \ \delta \mathbf{V}^T \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h \ \nabla_b \ \varepsilon_b]^T \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{g}_{k-1}(\phi_{k-1}) + \mathbf{F}_{k-1}(\phi_{k-1}) \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{g}_{k-1}(\phi_{k-1})$  为非线性状态方程,如式(6)所示;  $\mathbf{F}_{k-1}(\phi_{k-1})$  为线性状态转移矩阵,如式(7)~(13)所示。

$$\begin{cases} \dot{\phi} = C_\omega^{-1} [(I - C_n') \hat{\omega}_{in}^n] \\ \delta \dot{\mathbf{V}}^n = [I - (C_n')^T] C_b^n f^b \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_{k-1}(\phi_{k-1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & F_{31} & F_{32} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ & & & \mathbf{0}_{6 \times 15} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{sU}{R_N + h} & -\frac{cU}{R_M + h} & 0 \\ \frac{cEcU + sEtEcU}{R_N + h} & \frac{cEsU + sEtEsU}{R_M + h} & 0 \\ \frac{\tan L - tEcU}{R_N + h} & -\frac{tEsU}{R_M + h} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} \frac{V_N \tan L - V_U}{R_N + h} & 2\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_N + h} & - \left( 2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N + h} \right) \\ - 2 \left( \omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_N + h} \right) & - \frac{V_U}{R_N + h} & - \frac{V_N}{R_M + h} \\ 2 \left( \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N + h} \right) & - \frac{2V_N}{R_M + h} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} 2\omega_{ie} (V_U \sin L + V_N \cos L) + \frac{V_E V_N \sec^2 L}{R_N + h} & 0 & \frac{V_E V_U - V_E V_N \tan L}{(R_N + h)^2} \\ - \left( 2V_E \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E \sec^2 L}{R_N + h} \right) & 0 & \frac{V_N V_U + V_E^2 \tan L}{(R_N + h)^2} \\ - 2V_E \omega_{ie} \sin L & 0 & - \frac{V_N^2 + V_E^2}{(R_N + h)^2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$F_{31} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_M + h} & 0 \\ \frac{\sec L}{R_N + h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & - \frac{V_N}{(R_M + h)^2} \\ \frac{V_E \sec L \tan L}{R_N + h} & 0 & - \frac{V_E \sec L}{(R_N + h)^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$F_{13} = [0_{3 \times 3} \quad -C_b^n], F_{23} = [C_b^n \quad 0_{3 \times 3}] \quad (13)$$

其中,  $si, ci, ti$  分别表示  $\sin \varphi_i, \cos \varphi_i, \tan \varphi_i (i = E, N, U)$ 。

定义系统噪声向量  $\mathbf{W}$  和 6 维观测向量  $\mathbf{Z}$  如式 (14) 所示。

$$\begin{cases} \mathbf{W} = [(w_g^b)^T & (w_a^b)^T & 0_{1 \times 9}]^T \\ \mathbf{Z} = [\delta \mathbf{V}^T & \delta L & \delta \lambda & \delta h]^T \end{cases} \quad (14)$$

至此,可以得到当系统噪声和量测噪声固定不变时降维五阶 CKF 算法如下:

1) 对失准角  $\boldsymbol{\phi}$  进行采样, 计算容积采样点, 如式 (15) 所示。

$$\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1} = \hat{\boldsymbol{\phi}}_{k-1} + \sqrt{P_{k-1}^{\boldsymbol{\phi}}} \boldsymbol{\xi}_i \quad (15)$$

式中:  $\boldsymbol{\xi}_i$  为根据式 (3) 的五阶容积准则生成的采样点集;

$P_{k-1}^{\boldsymbol{\phi}}$  为 3 个失准角  $\phi_E, \phi_N, \phi_U$  对应的协方差阵;  $\sqrt{P_{k-1}^{\boldsymbol{\phi}}}$  为  $P_{k-1}^{\boldsymbol{\phi}}$  的奇异值分解, 满足式 (16) 的约束。

$$\begin{cases} P_{k-1} = U_{k-1} S_{k-1}^2 U_{k-1}^T \\ \sqrt{P_{k-1}^{\boldsymbol{\phi}}} = U_{k-1} S_{k-1} \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $U_{k-1}$  为酉阵,  $S_{k-1}^2$  为对角阵。

2) 进行滤波时间更新, 如式 (17) 所示。

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) = \boldsymbol{g}_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) + \\ F_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) \left( \hat{X}_{k-1} + S_{k-1} \begin{bmatrix} (S_{k-1}^{\boldsymbol{\phi}})(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1} - \hat{\boldsymbol{\phi}}_{k-1}) \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) = \boldsymbol{\Phi}_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) + \\ F_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) S_{k-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{n-j} \end{bmatrix} S_{k-1}^T F_{k-1}^T(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) \\ \hat{X}_{klk-1} = \sum_{i=1}^{2j^2+1} \beta_i \boldsymbol{\Phi}_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) \\ P_{klk-1} = \sum_{i=1}^{2j^2+1} \beta_i \boldsymbol{\Psi}_{k-1}(\boldsymbol{\phi}_{i,klk-1}) - \hat{X}_{klk-1} \hat{X}_{klk-1}^T + Q_{k-1} \end{cases} \quad (17)$$

3) 进行量测更新, 如式 (18) 所示。

$$\begin{cases} \hat{Z}_{klk-1} = H_k \hat{X}_{klk-1} \\ P_{ee,klk-1} = H_k P_{klk-1} H_k^T + R_k \\ P_{xz,klk-1} = P_{klk-1} H_k^T \\ K_k = P_{xz,klk-1} P_{ee,klk-1}^{-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_{klk-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{klk-1}) \\ P_k = (I - K_k H_k) P_{klk-1} \end{cases} \quad (18)$$

与五阶 CKF 算法相比,降维五阶 CKF 算法将采样维数从 15 维降低至 3 维,采样点个数从 451 个降低至 19 个,甚至比传统三阶 CKF 算法所需的 30 个采样点更少,算法的复杂度显著降低。同时,降维五阶 CKF 算法对非线性模型的近似程度更高,具有比传统三阶 CKF 算法更高的精度。

### 3 基于 PS 的自适应算法

定义新息  $\ell_k$  及其投影统计  $\gamma_k$  如式(19)所示。

$$\begin{cases} \ell_k = Z_k - \hat{Z}_{klk-1} \sim N(0, P_{ee,klk-1}) \\ \gamma_k = \ell_k^T P_{ee,klk-1}^{-1} \ell_k \end{cases} \quad (19)$$

结合 Kalman 滤波器对噪声的假设可知,新息的投影统计服从卡方分布,即  $\gamma_k \sim \chi^2(m, \alpha)$ , 其中  $m$  为观测向量的维数; $\alpha$  为下分位数,一般取 0.95。

记滑动窗口  $SW = [\ell_1, \dots, \ell_{WL}]$ ; 阈值  $\eta = \chi_{m, \alpha}^2$ , 若窗口内任一新息向量  $\ell_i$  的投影统计  $\gamma_i > \eta$ , 则判定其为异常值,并按式(20)对其重新赋权。

$$\beta_k = \min\left(1, \frac{\eta^2}{\gamma_k^2}\right) \quad (20)$$

根据滑动窗口内重新赋权的新息向量,重新计算当前时刻的新息协方差阵,然后按式(21)所示计算出量测噪声协方差阵。

$$\begin{cases} \tilde{P}_{ee,klk-1} = \left[ \sum_{i=1}^{WL} \beta_i - 1 \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^{WL} (\beta_i \ell_i - \bar{n}_r) (\beta_i \ell_i - \bar{n}_r)^T \right] \\ \hat{R}_k = \tilde{P}_{ee,klk-1} - \frac{1}{WL} \sum_{i=1}^{WL} H_k P_{xz,klk-1} \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $\bar{n}_r$  为滑动窗口内所有新息向量的均值,满足  $\bar{n}_r = \left[ \sum_{i=1}^{WL} \beta_i \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^{WL} \beta_i \ell_i \right]$ 。

为保证量测噪声协方差阵的正定性,对  $\hat{R}_k$  做正定化处理,如式(22)所示。

$$\hat{R}_k^* = \text{diag}(\text{abs}(\text{diag}(\hat{R}_k))) \quad (22)$$

根据式(18)所示的定义重新计算新息向量及其投影统计,如果对于滑动窗口中的每一个新息向量均满足  $\gamma_k \leq \eta$ , 则认为系统异常值已经完全补偿;若仍存在某一新息向量的投影统计  $\gamma_i > \eta$ , 则引入自适应调节因子  $d_k$ , 对量测噪声协方差阵进行二次优化,如式(23)所示。

$$\begin{cases} \tilde{R}_{k+1} = (1 - d_k) \hat{R}_k^* + d_k (\ell_{k+1} \ell_{k+1}^T - H_{k+1} P_{k+11k} H_{k+1}^T) \\ d_{k+1} = \frac{1 - b}{1 - b^{k+2}} \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $b$  为遗忘因子,用来增强新近观测数据对估计的作用,一般取 0.95。

## 4 基于 SQP 的自适应算法

### 4.1 SQP 的基本原理

SQP 将复杂的非线性约束最优化问题转化为比较简单的二次规划问题进行求解,若 SQP 有最优解,则最优解为非线性规划问题的解,否则以其近似解迭代新二次规划问题。

对于非线性规划问题,设目标函数及其约束条件如式(24)所示。

$$\begin{cases} \min f(x) \\ G_i = 0, i = 1, \dots, m_e \\ G_i \leq 0, i = m_e + 1, \dots, m \end{cases} \quad (24)$$

式中:  $x$  为参数向量;  $G_i = [g_1(x), \dots, g_n(x)]$  为函数向量;  $m_e$  为两种约束的分界;  $f(x)$ 、 $g_i(x)$  均为非线性函数。

使用 Lagrange 乘数法将式(24)转化为式(25)所示的形式。

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (25)$$

式中:  $\lambda_i$  为拉格朗日乘子。

由 Taylor 中值定理,对式(25)展开并取二阶近似,得到线性化的目标函数及其约束条件如式(26)所示。

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} d^T H_{L,k} d + \nabla f(x_k)^T d \\ \nabla g_i(x)^T + g_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m_e \\ \nabla g_i(x)^T + g_i(x) \leq 0, i = m_e + 1, m_e + 2, \dots, m \end{cases} \quad (26)$$

式中:  $d$  为全变量搜索方向;  $\nabla$  为梯度运算符号;  $H_{L,k}$  为 Lagrange 函数 Hessian 矩阵的正定拟 Newton 近似,其迭代公式如式(27)所示。

$$\begin{cases} H_{L,k+1} = H_{L,k} + \frac{q_k q_k^T}{q_k^T s_k} - \frac{H_{L,k}^T s_k^T s_k H_{L,k}}{s_k^T H_{L,k} s_k} \\ s_k = x_{k+1} - x_k = c_k d_k \\ q_k = \left( \nabla f(x_{k+1}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x_{k+1}) \right) - \left( \nabla f(x_k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x_k) \right) \end{cases} \quad (27)$$

式中:  $c_k$  为步长参数,为定值。

### 4.2 基于 SQP 的噪声自适应估计

由于式(23)引入的自适应调节因子不能对新息的各维变量分别进行自适应估计,为提高对量测噪声的估计能力,建立如式(28)所示的自适应因子矩阵对量测噪声协方差阵进行二次优化。

$$\begin{cases} \mathbf{D}_k = \text{diag}[d_1, \dots, d_m] \\ \tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{D}_k \hat{\mathbf{R}}_k^* \\ \tilde{\mathbf{P}}_{ee,klk-1}^* = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{klk-1} \mathbf{H}_k^T + \tilde{\mathbf{R}}_k \end{cases} \quad (28)$$

建立如式(29)所示的目标函数和约束条件,并根据式(26)、(27)对其进行求解。

$$\begin{cases} \min f(d_1, \dots, d_m) = |\ell_k^T \tilde{\mathbf{P}}_{ee,klk-1}^{-1} \ell_k - \chi_{m,a}^2| \\ d_1, \dots, d_m \geq 1 \end{cases} \quad (29)$$

### 4.3 基于 SQP 的自适应 RD5-CKF 算法

根据 4.1 和 4.2 节的叙述,基于 SQP 的自适应 RD5-CKF(SRD5-CKF)算法流程如图 1 所示。

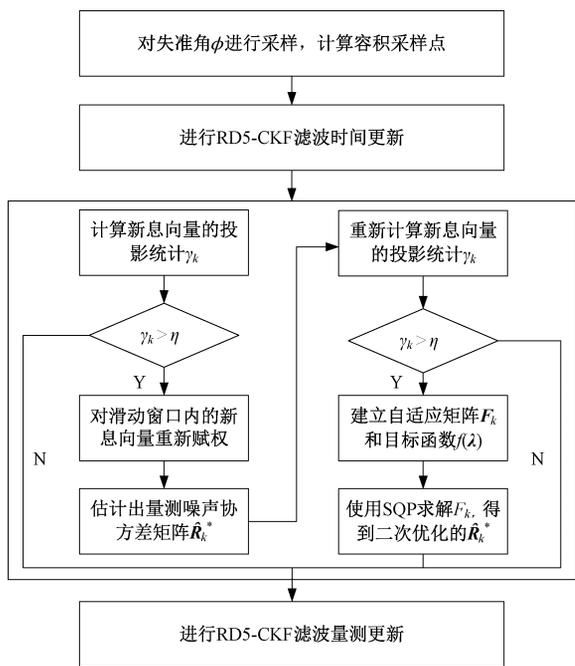


图 1 SRD5-CKF 算法流程

Fig. 1 Flow chart of SRD5-CKF algorithm

## 5 仿真结果与分析

### 5.1 仿真参数设置

#### 1) 弹载组合导航系统参数设置

考虑到受工艺等因素限制,弹载 MIMU 的各噪声项稳定性较差,因此本文将 MIMU 输出噪声描述为随机常值零偏、高斯白噪声和一阶 Markov 噪声的组合形式<sup>[16-18]</sup>,如式(30)所示。

$$\begin{cases} \delta\omega = \varepsilon_b + w_g + \varepsilon_r \\ \delta f = \nabla_b + w_a + \nabla_r \\ \dot{\varepsilon}_r = -\frac{1}{\tau_g} \varepsilon_r + n_g \\ \dot{\nabla}_r = -\frac{1}{\tau_a} \nabla_r + n_a \end{cases} \quad (30)$$

式中: $\varepsilon_b$  和  $\nabla_b$  分别表示陀螺仪和加速度计的随机常值零偏; $w_g$  和  $w_a$  分别表示陀螺仪和加速度计的随机游走,二者服从高斯分布; $\varepsilon_r$  和  $\nabla_r$  分别表示一阶 Markov 噪声, $\tau_g$  和  $\tau_a$  分别表示陀螺仪和加速度计相关时间常数, $n_g$  和  $n_a$  分别表示陀螺仪和加速度计相关零偏。

弹载 MIMU 噪声相关参数模拟如下:陀螺仪常值零偏为  $2.0^\circ \cdot \text{h}^{-1}$ ,角度随机游走在  $0.1^\circ \cdot \text{h}^{-1/2}$ ,相关零偏为  $0.1^\circ \cdot \text{h}^{-1}$ ,相关时间为 300 s;加速度计常值零偏为  $100 \mu\text{g}$ ,速率随机游走在  $50 \mu\text{g} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ ,相关零偏为  $50 \mu\text{g}$ ,相关时间为 300 s。

弹载 GNSS 相关参数模拟如下:东向、北向、天向测速误差为  $0.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;纬度经度定位误差为  $0.06'$ ,高度定位误差为 5 m。

#### 2) 制导炮弹运动参数设置

制导炮弹出膛后的线运动主要分为变加速运动的升弧段和近似匀速直线运动的滑翔段<sup>[19-20]</sup>;此外,为保持飞行姿态,制导炮弹出膛后仍保持高速旋转。

制导炮弹线运动参数模拟如下:制导炮弹出膛速率为  $800 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。在出膛后最初的 15 s 内,制导炮弹加速运动,其三轴加速度满足  $a_{x,y,z} = 35e^{-0.09t} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。之后,制导炮弹鸭舵打开,开始减速,当速度大于出膛速度时,其三轴加速度满足  $a_{x,y,z} = -25e^{0.08t} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;当速度小于出膛速度后,其三轴加速度满足  $a_{x,y} = 0, a_z = -25e^{0.08t} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,直至天向速度减为 0 后进入近似匀速直线运动的滑翔段。

制导炮弹角运动参数模拟如下:制导炮弹出膛姿态为俯仰角  $P_0 = 25^\circ$ ,横滚角  $R_0 = 15^\circ$ ,航向角  $H_0 = 45^\circ$ 。出膛后,三轴高速旋转如式(31)所示。

$$\begin{cases} P = 25^\circ + 5^\circ \sin(1.2\pi t) \\ R = 15^\circ + 10t \\ H = 45^\circ + 5^\circ \sin(1.8\pi t) \end{cases} \quad (31)$$

#### 3) 其他参数设置

制导炮弹粗对准后失准角  $\phi$  为  $[10^\circ, 10^\circ, 30^\circ]$ ;状态变量  $\mathbf{X}$  初始值为  $\mathbf{0}_{15 \times 1}$ ;仿真时间为 200 s。

选取基于 PS 的 RD5-CKF 自适应算法(SHRD5-CKF)<sup>[8]</sup>、基于遗传算法的 RD5-CKF 自适应算法(GRD5-CKF)<sup>[9]</sup>和本文所述基于 SQP 的 RD5-CKF 自适应算法

(SRD5-CKF) 进行对比分析。GRD5-CKF 算法的种群规模取 10, 后代数取 20, 交叉分数取 0.7。

### 5.2 量测噪声跟踪与自适应鲁棒性能分析

为了更清晰直观的体现 3 种算法的性能, 取最后 50 s 数据计算东向、北向、天向 3 个失准角的均值和均方根误差 (root mean square root, RMSE) 作为滤波性能和估计精度的衡量指标, 其中 RMSE 定义如式 (32) 所示。

$$RMSE \triangleq \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{k=1}^n (x_k - \hat{x}_k)^2} \quad (32)$$

为了评估 3 种算法对量测噪声协方差阵的估计精度, 选取归一化均方根 Frobenius 范数 (square root of average Frobenius norm, SRAFN) 作为噪声跟踪性能和噪声统计特性估计精度的衡量指标, 其定义如式 (33) 所示。

$$SRAFN \triangleq \sqrt[4]{\frac{1}{m^2 T} \sum_{k=1}^T \text{tr}[(R_k - \hat{R}_k)^2]} \quad (33)$$

式中:  $m$  为观测向量的维数;  $T$  为总滤波次数;  $\text{tr}[\cdot]$  为矩阵的迹。

#### 1) 时变量测噪声跟踪性能分析

考虑到受工艺等因素的限制, 弹载 MIMU 各噪声项稳定性较差, 其输出噪声可能随时间发生改变; 另外, 制导炮弹飞行过程中系统量测噪声也可能随时间发生改变, 因此本文以式 (34) 所示的正弦形式慢变量测噪声对此进行模拟。

$$R_k = \left( 1 + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right) R_0 \quad (34)$$

表 1 为使用 3 种算法对量测噪声协方差阵估计的 SRAFN 和单次滤波时长; 图 2 所示为使用 3 种算法对东向、北向、天向 3 个失准角对准的曲线; 表 2 为使用 3 种算法对东向、北向、天向 3 个失准角对准的均值、RMSE。

表 1 时变量测噪声下 SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF 算法 SRAFN 和单次滤波时长

Table 1 SRAFN&Time delay of SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF under time variable measurement noise

算法	SRAFN	单次滤波时长/s
SHRD5-CKF	2.029 7	$7.954 7 \times 10^{-4}$
GRD5-CKF	0.876 0	$1.010 1 \times 10^{-2}$
SRD5-CKF	0.895 2	$2.566 6 \times 10^{-3}$

图 2 表明, 当量测噪声随时间缓慢变化时, 3 种自适应算法均能对量测噪声的变化进行跟踪, 但由于 SHRD5-CKF 算法初期不依赖于量测噪声协方差阵的真实值, 在对准初始阶段其估计精度和收敛速度不如依赖量测噪声协方差阵先验知识的 GRD5-CKF 算法和本文所述 SRD5-CKF 算法。

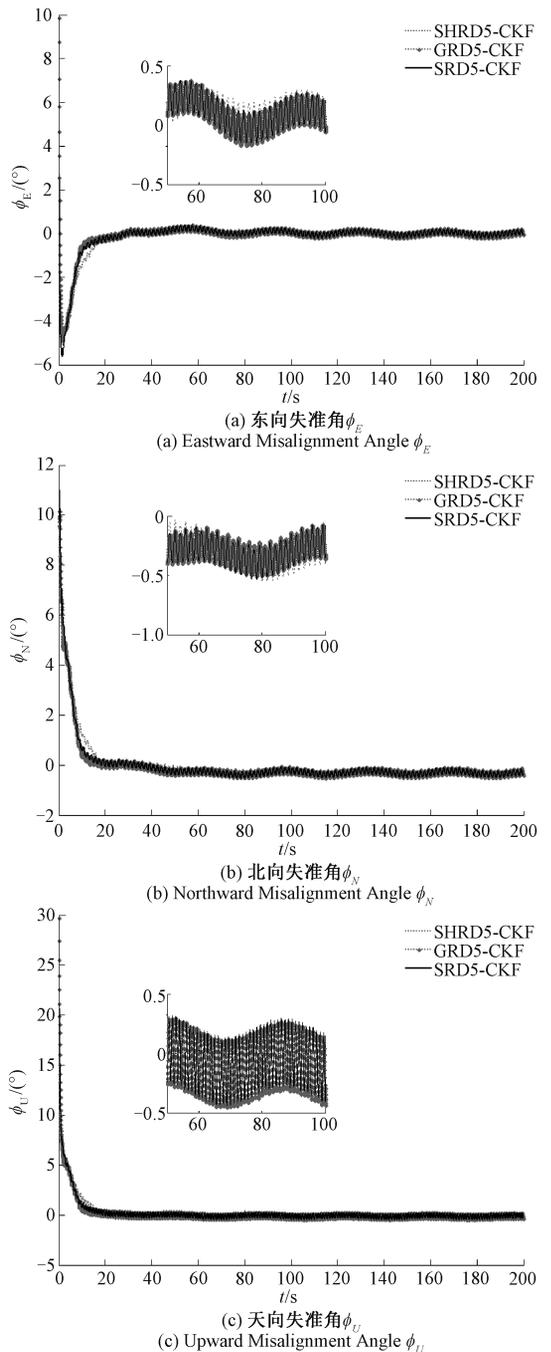


图 2 时变量测噪声下 SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF 算法对准曲线  
Fig. 2 Curves of Misalignment Angles and Observations of SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF under time variable measurement noise

表 1 和 2 表明, 在量测噪声发生时变的情况下, 相较于 SHRD5-CKF 和 GRD5-CKF 两种自适应算法, 本文所述 SRD5-CKF 算法对噪声的跟踪能力更强, 进行初始对准解算的精度更高、速度更快, 能够满足制导炮弹空中快速对准的要求。

表 2 时变量测噪声下 SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF 算法失准角对准均值和 RMSE

Table 2 Means & RMSE of misalignment angles and observations of SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF under time variable measurement noise

算法	$\phi_E/(')$		$\phi_N/(')$		$\phi_U/(')$	
	均值	RMSE	均值	RMSE	均值	RMSE
SHRD5-CKF	5.656	6.745	19.36	6.644	11.34	12.66
GRD5-CKF	5.580	6.639	19.03	6.271	11.88	12.30
SRD5-CKF	5.512	6.513	19.11	6.336	11.66	12.35

2) 复杂量测噪声自适应鲁棒性能分析

制导炮弹飞行过程中由于受到不规则气流扰动等的影响,其量测噪声可能存在会发生突变,本文以式(35)所示的形式对此进行模拟。

$$\begin{cases} \delta V_E = \delta V_E + 10 + 5\sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{6}\right) \\ \delta V_N = \delta V_N + 20\text{rand}(1) \quad 50 \text{ s} < t < 60 \text{ s} \\ \delta V_U = \delta V_U + 20\text{rand}(1) \quad 100 \text{ s} < t < 110 \text{ s} \\ \delta L = \delta L + 1.5 \times 10^{-4}\text{rand}(1) \quad 150 \text{ s} < t < 160 \text{ s} \\ \delta \lambda = \delta \lambda + 2 \times 10^{-4}\sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{3}\right) \\ \delta h = \delta h + 50\text{rand}(1) \end{cases} \quad (35)$$

考虑到受工艺等因素的限制,弹载 MIMU 量测还可能“野值”,因此本文以式(36)所示的伯努利分布噪声对此进行模拟。

$$v_k \sim \begin{cases} N(0, R_0) & p = 0.8 \\ N(0, 100R_0) & p = 0.2 \end{cases} \quad (36)$$

由此,式(34)所示的“时变”噪声、式(35)所示的“突变”噪声和式(36)所示的含测量“野值”的“厚尾”噪声共同构成制导炮弹飞行过程中的复杂量测噪声。

表 3 为使用 3 种自适应算法和原始 RD5-CKF 算法对东向、北向、天向 3 个失准角对准的均值、RMSE;图 3 所示为使用 3 种自适应算法和原始 RD5-CKF 算法对东向、北向、天向 3 个失准角对准的曲线。

对比图 3 和表 3 可以看出,在复杂干扰开始前,4 种算法的收敛速度基本相同,都能够在 20 s 左右收敛,但是当系统受到复杂干扰时,RD5-CKF 算法的 3 个方向角的误差迅速增大,而 3 种自适应算法东向、北向、天向失准角对准精度基本相当,其中本文所述 SRD5-CKF 算法的天向失准角对准精度达到 0.25°,东向、北向失准角对准精度达到 0.1°,均优于其他两种自适应算法。说明相较于相较 SHRD5-CKF 和 GRD5-CKF 两种自适应算法,本

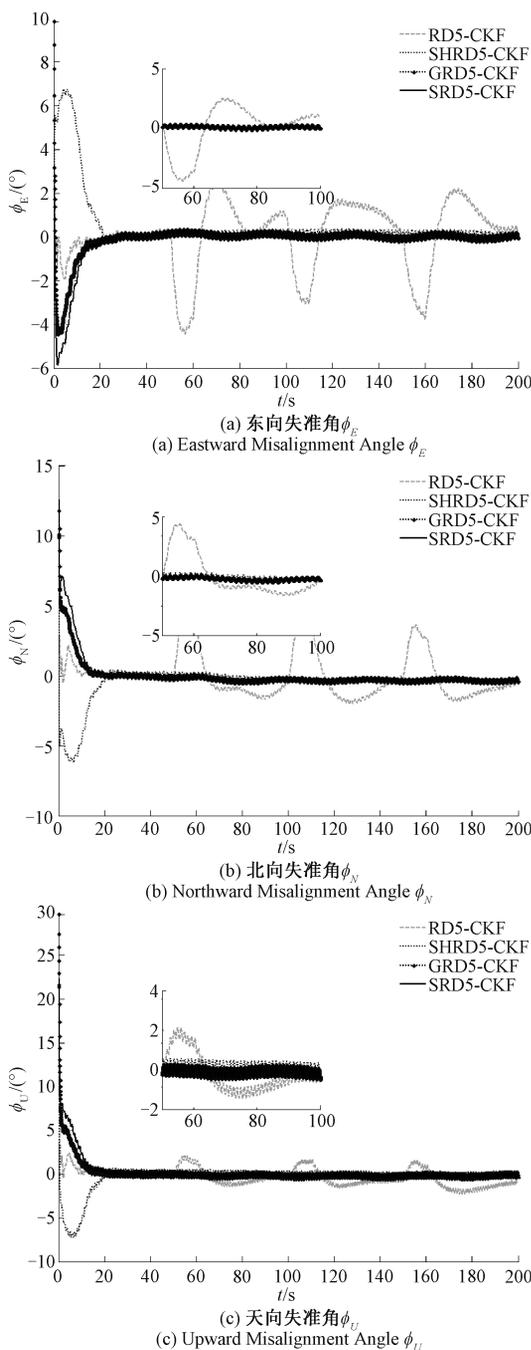


图 3 复杂量测噪声下 RD5-CKF/SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF 算法对准曲线

Fig. 3 Curves of Misalignment Angles and Observations of RD5-CKF/SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF under complex measurement noise

文所述 SRD5-CKF 算法在复杂干扰下具有更高的收敛精度和更快的收敛速度,对外界复杂干扰具有更强的适应能力和抵抗能力,算法的鲁棒性更强。能够满足制导炮弹空中快速对准的要求。

**表 3 复杂量测噪声下 RD5-CKF/SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF 算法失准角对准均值和 RMSE**  
**Table 3 Means&RMSE of misalignment angles and observations of RD5-CKF/SHRD5-CKF/GRD5-CKF/SRD5-CKF under complex measurement noise**

算法	$\phi_E/(')$		$\phi_N/(')$		$\phi_U/(')$	
	均值	RMSE	均值	RMSE	均值	RMSE
RD5-CKF	83.83	102.4	85.87	99.23	77.69	64.18
SHRD5-CKF	9.919	6.135	21.51	5.854	11.15	12.13
GRD5-CKF	5.687	6.737	19.35	6.586	12.45	12.55
SRD5-CKF	5.472	6.420	18.70	6.585	12.31	12.56

## 6 结 论

由于制导炮弹进行空中对准时处于高过载、高动态的恶劣环境,同时会受到气流等外界不确定因素的干扰,使得量测噪声协方差阵不满足高斯特性。针对该问题,本文提出 SRD5-CKF 算法,使用 PS 原理对滑动窗口内的新息向量进行检测,实时估计量测噪声协方差阵;使用 SQP 求解自适应因子矩阵,实现在复杂干扰下对量测噪声协方差阵的最优化估计。考虑到制导炮弹快速且精确对准的要求,本文引入滤波新息向量投影统计特征作为判断依据对 SRD5-CKF 和 RD5-CKF 进行切换,来避免开启非必要的 SQP 优化算法进行自适应因子矩阵的求解,减少对准时间。仿真实验表明,在受到短时强干扰以及瞬间冲击等复杂干扰下,本文提出的 SRD5-CKF 天向失准角对准精度达到 0.25°,东向、北向失准角对准精度达到 0.1°,具有更高的收敛精度和更快的收敛速度,满足制导炮弹空中对准的要求,具有较高的应用价值。

## 参考文献

[ 1 ] SABZEVARI D, CHATRAEI A. INS/GPS sensor fusion based on adaptive fuzzy EKF with sensitivity to disturbances [ J ]. IET Radar Sonar and Navigation, 2021, 15(11): 1535-1549.

[ 2 ] 袁帅, 吴健, 曹阳, 等. 基于三位置超声波检测的改进强跟踪 UKF-SLAM 方法研究 [ J ]. 仪器仪表学报, 2021, 42(5): 261-269.

YUAN S, WU J, CAO Y, et al. Research on improved strong tracking UKF-SLAM method based on three-position ultrasonic detection [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 261-269.

[ 3 ] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filter [ J ].

IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.

[ 4 ] JIA B, XIN M, CHENG Y. High-degree cubature Kalman filter [ J ]. Automatica, 2013, 49(2): 510-518.

[ 5 ] 黄湘远, 汤霞清, 武萌, 等. 基于简化 CKF/降维 CKF 混合滤波的非线性对准技术研究 [ J ]. 弹箭与制导学报, 2015(1): 19-23, 28.

HUANG X Y, TANG X Q, WU M, et al. Research on nonlinear alignment technology with mixed filter based on SCKF/RDCKF [ J ]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2015(1): 19-23, 28.

[ 6 ] 钱华明, 葛磊, 黄蔚, 等. 降维 CKF 算法及其在 SINS 初始对准中的应用 [ J ]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(7): 1492-1497.

QIAN H M, GE L, HUANG W, et al. Reduced dimension CKF algorithm and its application in SINS initial alignment [ J ]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(7): 1492-1497.

[ 7 ] 班朝, 任国营, 王斌锐, 等. 基于 IMU 的机器人姿态自适应 EKF 测量算法研究 [ J ]. 仪器仪表学报, 2020, 41(2): 33-39.

BAN CH, REN G Y, WANG B R, et al. Research on self-adaptive EKF algorithm for robot attitude measurement based on IMU [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(2): 33-39.

[ 8 ] 胡晓梅, 潘新龙, 朱璐瑛, 等. 一种抗差自适应 UKF 算法及其在 GNSS/SINS 组合导航系统的应用 [ J ]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(12): 153-160.

HU X M, PAN X L, ZHU L Y, et al. Robust adaptive UKF algorithm and its application in GNSS/SINS integrated navigation system [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(12): 153-160.

[ 9 ] 李伟, 郝顺义, 黄国荣, 等. 改进自适应 ADMCC-HCKF 算法及在 SINS/CNS/GNSS 中的应用 [ J ]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(8): 79-85.

LI W, HAO SH Y, HUANG G R, et al. Improved adaptive ADMCC-HCKF algorithm and application in SINS/CNS/GNSS integrated navigation [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(8): 79-85.

[ 10 ] ZHU B, WU M, XU J, et al. Robust adaptive unscented Kalman filter and its application in initial alignment for body frame velocity aided strapdown inertial navigation system [ J ]. Review of Scientific Instruments, 2018, 89(11): 1063-1073.

[ 11 ] 崔冰波, 吉峰, 孙宇, 等. 高斯过程改进的鲁棒容积卡尔曼滤波及其组合导航应用 [ J ]. 电子测量与仪器

- 学报, 2021, 35(9): 34-40.
- CUI B B, JI F, SUN Y, et al. Gaussian process enhanced robust cubature Kalman filter and application in integrated navigation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(9): 34-40.
- [12] 郭晓艺, 吴峻. GARUKF 算法在无人船对准中的应用[J]. 传感技术学报, 2020, 33(2): 308-314.
- GUO X Y, WU J. Application of GARUKF algorithm in unmanned ship alignment[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2020, 33(2): 308-314.
- [13] 韩露, 史贤俊, 翟禹尧, 等. 基于多信号流图模型的导弹系统级测试性设计研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(5): 111-119.
- HAN L, SHI X J, ZHAI Y Y, et al. Research on testability method of missile system based on multi-signal model [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(5): 111-119.
- [14] LIU G, CHEN Y, XIE Z, et al. GA\SQP optimization for the dimensional synthesis of a delta mechanism based haptic device design [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2018, 51: 73-84.
- [15] 金磊, 胡宝远, 申强, 等. 弹道修正引信滚转角未知条件下 MIMU 快速初始对准方法[J]. 北京理工大学学报, 2022, 42: 530-535.
- JIN L, HU B Y, SHEN Q, et al. Rapid initial alignment of MIMU with unknown roll angle of the trajectory correction fuze [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2022, 42: 530-535.
- [16] ÜNSAL D. Estimation of deterministic and stochastic IMU error parameters [D]. Ankara: Middle East Technical University, 2012.
- [17] ZHENG S, LI Z, LIU Y, et al. An optimization-based UWB-IMU fusion framework for UGV[J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22: 4369-4377.
- [18] 马星河, 毕文龙, 朱行, 等. 改进 SHAKF 算法消除 IMU 随机误差的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(12): 59-67.
- MA X H, BI W L, ZHU X, et al. Research on improving SHAKF algorithm to eliminate random error of IMU [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(12): 59-67.
- [19] 齐竹昌, 张鹏飞, 柴劲, 等. 制导炮弹膛内转速特性建模及仿真研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2021, 41(6): 44-48, 52.
- QI ZH CH, ZHANG P F, CHAI J, et al. Research of in-bore rotational speed model and simulation for guidance projectile [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2021, 41(6): 44-48, 52.
- [20] RAZA A, WANG H. Range and accuracy improvement of artillery rocket using fixed canards trajectory correction fuze [J]. Aerospace, 2022, 9(1): 32.

### 作者简介



**杨希文**, 2020 年于南京工业大学获得学士学位, 现为东南大学仪器科学与工程学院、微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室硕士研究生, 主要研究方向为导航、制导与控制。

E-mail: yangxiwen29@163.com

**Yang Xiwen** received his B. Sc. degree from Nanjing Tech University in 2020. Now he is a M. Sc. candidate at School of Instrument Science and Engineering, Southeast University. His main research interests include navigation, guidance and control.



**常兴国**, 2020 年于东南大学获得学士学位, 现为东南大学仪器科学与工程学院、微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室硕士研究生, 主要研究方向为导航、制导与控制。

E-mail: 220203462@seu.edu.cn

**Chang Xingguo** received his B. Sc. degree from Southeast University in 2020. Now he is a M. Sc. candidate at School of Instrument Science and Engineering, Southeast University. His main research interests include navigation, guidance and control.



**吴峻** (通信作者), 2007 年于东南大学获得博士学位, 现为东南大学仪器科学与工程学院、微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室副教授、硕士生导师, 主要研究方向为导航、制导与控制。

E-mail: wujun@seu.edu.cn

**Wu Jun** (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Southeast University in 2007. Now he is an associate professor at School of Instrument Science and Engineering, Southeast University. His main research interests include navigation, guidance and control.